

一种静态转子系统连接参数辨识方法

杨默晗, 陈果, 于平超

(南京航空航天大学 民航学院, 南京 211106)

摘要: 针对转子系统连接参数辨识问题, 研究一种转子系统连接参数的辨识方法。以某型含膜盘联轴器的转子试验器为研究对象, 建立转子系统有限元模型, 将支承刚度、支承位置和膜盘联轴器连接刚度作为辨识参数, 并进行参数灵敏度分析。基于大量仿真样本, 采用支持向量回归算法(SVR)建立连接参数和固有频率之间的计算代理模型。在模态试验基础上, 采用非支配排序遗传算法(NSGA-II), 基于多阶固有频率建立多目标函数, 利用多目标优化法, 寻找转子连接参数在修正区间中的 Pareto 最优解, 最终识别出转子系统的多个连接参数。与试验结果相比, 修正后的动力学模型固有频率仿真结果: 第1阶的精度达到97.62%; 第2阶的精度达到99.70%。

关键词: 转子系统; 膜盘联轴器; 有限元计算代理; 模型修正; 参数辨识; 多目标遗传算法

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2021.08.002

A method for identifying connection parameters of a static rotor system

YANG Mohan, CHEN Guo, YU Pingchao

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Aiming to identify the connection parameters of a rotor system, a method for identifying the connection parameters was analyzed. The research object was a rotor tester with a diaphragm coupling. First, a finite element model of the rotor system was established, with bearing stiffness, supporting position, and diaphragm coupling stiffness as the identified parameters and then parameter sensitivity analysis was carried out. Second, based on a large number of simulation samples, a support vector regression (SVR) algorithm was used to construct a calculation surrogate model between connection parameters and natural frequencies. Third, by using a non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II), a multi-objective function based on the multi-order natural frequencies and modal test data was established to find Pareto optimal solution to the rotor connection parameters at the optimization intervals. Finally, multiple connection parameters of the rotor system were successfully identified. Compared with the test results, natural frequency simulation results of the modified dynamic model show that the accuracy of the first order reaches 97.62% and the second order reaches 99.70%.

Key words: rotor system; diaphragm coupling; finite element calculation agent; model updating; parameter identification; multi-objective genetic algorithm

建立高精度的转子系统有限元模型是研究转子系统动力学特性过程中的重要问题。目前对于零部件的有限元模型修正技术已经十分成熟, 但是对于部件之间的连接参数修正仍没有精确的计算方法^[1]。准确地辨识连接参数对于转子系统动力学建模至关重要。

有限元模型修正方法主要分为矩阵型和设计参数型两大类^[2]。矩阵型方法以有限元模型的质量矩阵与刚度矩阵元素作为修正对象, 直接修正质量矩阵和刚度矩阵, 以使实测模态和解析模态相关, 使模型的计算结果和实际测试结果一致^[3]。常见的矩阵型模型修正方法最具有代表性的是参考基准法^[4]。基于矩阵型方法修正后的系统矩阵准确地再现了结构的模态属性, 但所提出的修正建议并不总是存在物理意义^[5]。设计参数型方法修正的对象为结构的物理、几何参数及边界条件, 修正后的模型物理意义明确, 是研究和应用的主流。

基金项目: 国家科技重大专项(2017-IV-0008-0045); 国家自然科学基金(51675263)

收稿日期: 2019-12-18 修改稿收到日期: 2020-03-13

第一作者 杨默晗 男, 硕士生, 1995年生

通信作者 陈果 男, 博士, 教授, 1972年生

对于转子系统有限元模型修正或连接参数辨识：张保强等^[6]采用复模态模型修正技术对具有较大阻尼的磁轴承-转子有限元模型进行修正，辨识其支承刚度和阻尼参数；赵斌等^[7]以单盘转子-轴承系统为研究对象，基于粒子群算法对转子系统材料弹性模量和支承刚度进行修正；Miao等^[8]建立了某型双转子航空发动机的一维和三维有限元模型并对其进行了参数修正；刘涛等^[9]基于二分法-PSO (particle swarm optimization) 算法和模态试验对某转子系统有限元模型转轴参数进行了修正，获得了更准确的转子系统模型用于碰摩故障的研究；缪辉等^[10]以具有复杂接触界面的拉杆转子为研究对象，基于模态试验和分层模型修正方法对预紧状态下拉杆转子部件接触面的连接刚度进行识别；余坚等^[11]提出基于云自适应的粒子群优化算法，解决了航空发动机高压转子连接非线性接触有限元模型修正问题；王海朋等^[12]以某微型涡喷发动机转子为研究对象，结合有限元模型计算模态和试验结果，采用1阶优化方法对转子弹性模量进行修正；Chouksey等^[13]运用逆特征灵敏度分析法对转子-球轴承系统的轴承刚度、阻尼和转轴材料阻尼进行识别；Feng等^[14]提出一种遗传算法和模拟退火算法相结合的进行转子系统有限元模型修正方法，修正后的模型固有频率和频响函数与试验值具有较好的一致性。在各部件相互耦合的转子系统中，支承、联轴器等部件的连接参数识别问题往往较困难，研究其参数辨识技术具有显著的工程实用价值。

本文提出基于有限元代理模型和多目标优化遗传算法的轴承-转子系统有限元模型修正方法：首先，以某型含膜盘联轴器的转子试验器为研究对象，以支承刚度、支承位置、膜盘联轴器连接刚度为修正参数，基于支持向量机回归算法建立转子系统有限元计算代理；然后，建立与转子系统多阶固有频率相关的多目标函数，结合模态试验数据，利用多目标遗传算法；最后，通过多目标优化方法，求解得到转子系统连接参数最优值，实现支承刚度、支承位置、联轴器连接刚度的辨识。

转子系统工作范围内存在重要的多阶模态频率，当采用单目标方法仅优化某一阶模态频率时，其余阶模态频率可能出现较大误差，又因结构各阶模态受连接参数的影响，其变化趋势可能出现矛盾。因此，采用多目标优化方法所得可行解能使结构有限元模型和试验多阶模态参数达到最满意的一致性，实现了优化目标的综合考量，具有显著的物理意义。

1 基于有限元计算代理和多目标遗传算法的转子系统连接参数辨识方法

转子系统连接参数辨识方法的总体框架和计算步

骤为：

- 步骤1 对转子系统进行模态测试；
- 步骤2 建立转子有限元模型，分析连接结构特征，估计各连接参数大小，给出适当的取值范围；
- 步骤3 连接参数对转子各阶固有频率影响的灵敏度分析；
- 步骤4 挑选出灵敏度较高的连接参数进行修正和辨识；
- 步骤5 构造不同的连接参数组合，代入有限元模型计算对应的转子系统固有频率，形成样本集合；
- 步骤6 将样本集合作为训练集，利用支持向量回归算法构造连接参数与固有频率之间的函数关系，即转子系统有限元计算代理；
- 步骤7 设置目标函数为代理模型多个固有频率仿真值与试验值差值的绝对值，利用第二代非支配排序遗传算法 (non-dominated sorting genetic algorithm II, NSGA-II) 求解得到连接参数最优值；
- 步骤8 将辨识出的连接参数代入有限元模型计算，将计算结果和模态试验值进行对比，以验证其正确性。

建立有限元计算代理模型流程，如图1所示。其关键技术将在针对具体转子系统的连接参数辨识过程中进行详细介绍。该过程中均未考虑转子旋转效应，可以称为静态的转子系统连接参数辨识。由于连接参数主要为影响刚度矩阵，因此无论是基于静止状态下还是旋转状态下的响应试验，通过本文辨识方法所获结果是一样的。对静止状态转子系统连接参数进行辨识的目的为获取准确的连接参数，进而获得高精度的转子系统有限元模型，从而用于动态转子系统在典型激励下的振动响应分析，该思路在实际工程中更具有应用意义。

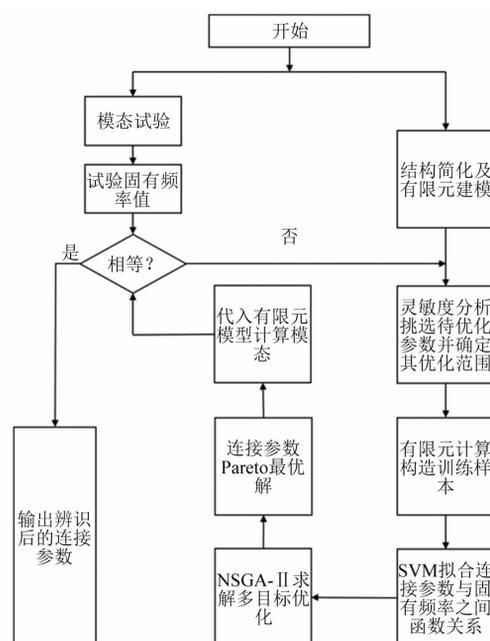


图1 连接参数辨识流程图

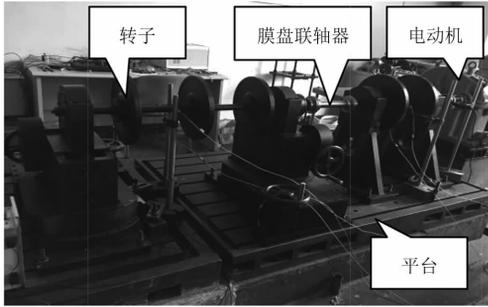
Fig. 1 Connection parameters identification flowchart

2 含膜盘联轴器的转子试验器连接参数辨识

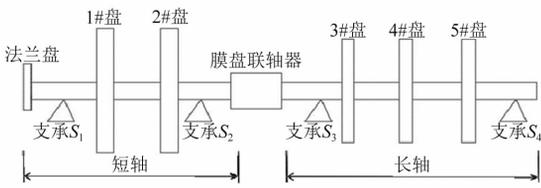
2.1 模态测试

2.1.1 试验器概述

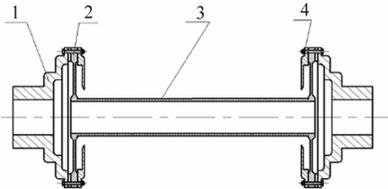
本文的研究对象是一台含膜盘联轴器的转子试验器,该试验器主要包括膜盘联轴器、法兰盘、转轴、轴承座、转盘等。试验器采用尼龙绳与齿轮增速器相连,由电动机驱动。试验器真实结构如图2(a)所示,其结构示意图如图2(b)所示,膜盘联轴器结构如图2(c)所示。



(a) 转子试验器实物图



(b) 转子试验器结构示意图



1. 安装盘; 2. 金属膜盘; 3. 中间间隔轴; 4. 护板。

(c) 膜盘联轴器结构图

图2 含膜盘联轴器的转子试验器

Fig. 2 Rotor test device with diaphragm coupling

跨度短的部分称为短轴,跨度长的部分称为长轴。两段转子通过膜盘联轴器连接,膜盘联轴器材料为铝合金,全长为294 mm,膜盘直径为100 mm,采用电子束焊,将四片膜盘组成一膜盘组,单膜盘组可实现角度容错,双膜盘组合的膜盘联轴器可实现组合不同轴的容错。

支承 S_1 和支承 S_2 是固定支承,支承 S_3 和支承 S_4 是可调支承,可调支承能够实现该转子试验器平行和角度不对中。支承高度为530 mm,平台总长度为1740 mm,总宽度为1135 mm。膜盘联轴器不能有效传递轴向力,在双轴上均为推力轴承配圆柱滚子轴承,即支承1、支承3为推力轴承,设计轴向力加载系统,消除推力轴承的轴向间隙(同步消除径向间隙),支承2、支承4均为推力轴承配圆柱滚子轴承,不承受轴向力。

该试验器可以灵活地安装转速、振动位移、加速度传感器进行综合性的振动测试。振动位移由水平和垂直两个方向的电涡流位移传感器获取,转速由一个安

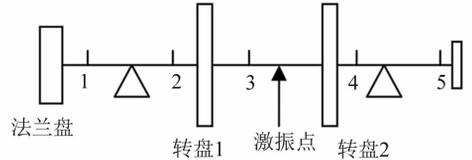
装在增速器和转轴连接处的光电转速传感器获取。

2.1.2 模态试验方案

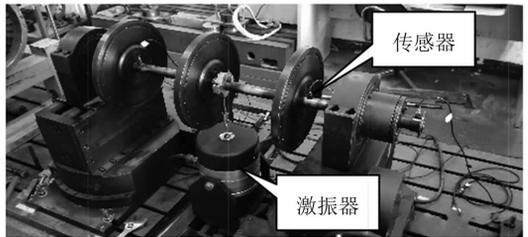
分别对试验器短轴、长轴、整体进行模态试验,采用HEV-500型激振器进行正弦扫描,扫频范围为0~300 Hz,扫频间隔1 Hz。激振力通过安装在激振器顶杆和试验器之间的F001B阻抗头测量。本文采取单点激励多点测量的方法,在转子试验器上安装B & K 4508型ICP加速度传感器,采用NI公司NI9234动态信号采集模块获取振动信号数据。测点和激振点位置如图3所示。



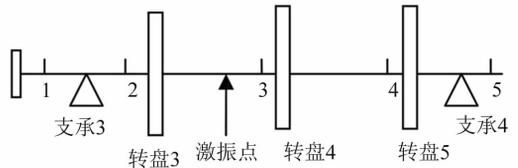
(a) 短轴模态试验现场图



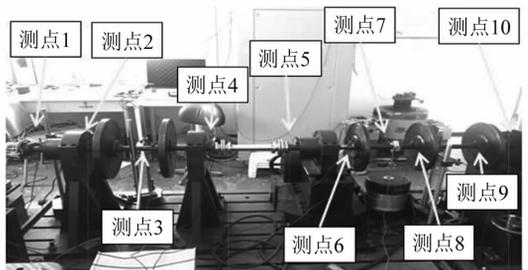
(b) 短轴测点位置



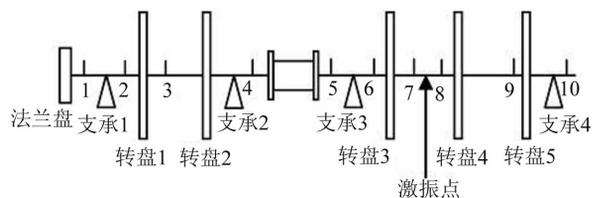
(c) 长轴模态试验现场图



(d) 长轴测点位置



(e) 整机模态试验现场图



(f) 整机测点位置

图3 模态试验

Fig. 3 Modal test

2.1.3 模态试验结果及分析

采用 MAS 振动模态识别软件得到前两阶模态频率和模态振型,如表 1 所示。其中:短轴第 1 阶为弯曲振型、第 2 阶为法兰端摆动;长轴第 1 阶为转子 1 阶弯曲振型、第 2 阶为转子 2 阶弯曲振型;整机第 1 阶为长轴和膜盘联轴器弯曲、第 2 阶为短轴和膜盘联轴器弯曲。

表 1 模态试验固有频率及振型

Tab.1 Natural frequency and mode shape of modal test

结构	阶次	固有频率/Hz	模态振型
短轴	1	70.04	
	2	164.00	
长轴	1	30.32	
	2	111.19	
整机	1	30.98	
	2	69.99	

2.2 转子试验器支承参数及膜盘联轴器刚度辨识

2.2.1 结构动力学建模

参照文献[15]的建模方法建立转子试验器动力学

简化模型,如图 4 所示。图 4 中: P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 为 5 个转盘,法兰盘 P_0 与齿轮输出轴相连,转盘 P_1 和转盘 P_2 所在转子为短轴,转盘 P_3 、转盘 P_4 、转盘 P_5 所在转子为长轴,通过膜盘联轴器 C 连接; S_1, S_2, S_3, S_4 为 4 个支承; L_1, L_2, L_3, L_4 为支承在固定坐标系中的位置;对每个转轴单元, E, I, μ, L, ρ, R 分别为转轴单元的弹性模量、截面惯性矩、泊松比、转轴长度、转轴密度、转轴截面积。

膜盘联轴器简化为具有线刚度 k_T 和角刚度 k_R 的弹性元件。支承不考虑交叉刚度、径向水平和垂直刚度相等。

建立坐标系如图 4 所示。其中 xyz 为固定坐标系。变形状态下任意截面相对于固定坐标系的位置按以下方法确定:以 x 方向位移 $x(s, t)$ 、 y 方向位移 $y(s, t)$ 确定弹性中心线位置;以绕 x 方向转角 $\phi(s, t)$ 、绕 y 方向转角 $\varphi(s, t)$ 确定横截面方位,横截面还绕其自身中心线 z 方向旋转。转子试验器有限元模型参数,如表 2 所示。其中:1#盘和 2#盘参数相同;3#~5#盘参数相同;4 个支承的刚度及阻尼参数初始值相同。

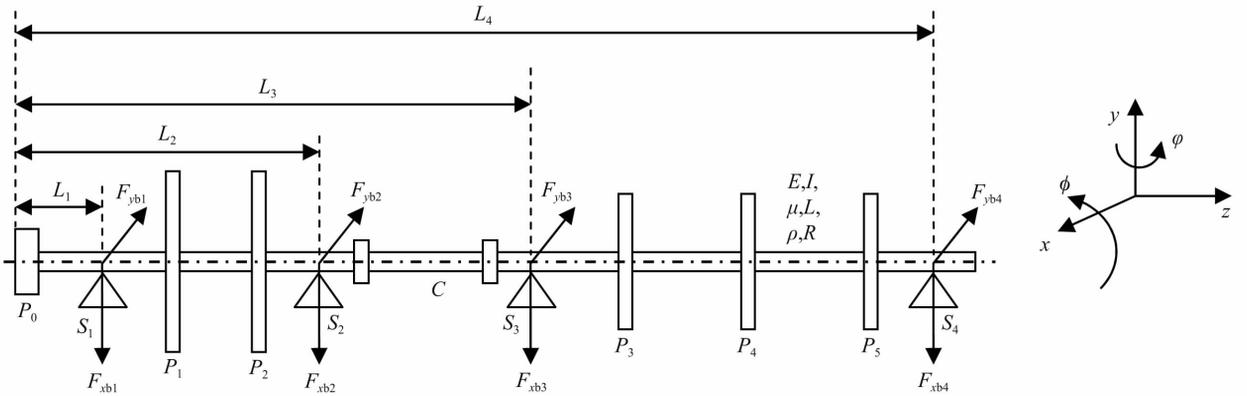


图 4 转子试验器动力学简化模型

Fig.4 Rotor test device dynamics simplified model

对于转子与基础间支承 $RB_k (k = 1, 2, \dots, N)$:设转子第 i 个节点与基础用弹性元件连接,支承的连接刚度为 k_{rx}, k_{ry} 、连接阻尼为 c_{rx}, c_{ry} ;设转子第 i 个节点位移为 x_{ri}, y_{ri} 、速度为 $\dot{x}_{ri}, \dot{y}_{ri}$,则作用在转子第 i 个节点上的力 F_{rxi}, F_{ryi} 为

$$\begin{cases} F_{rxi} = -k_{rx}x_{ri} - c_{rx}\dot{x}_{ri} \\ F_{ryi} = -k_{ry}y_{ri} - c_{ry}\dot{y}_{ri} \end{cases} \quad (1)$$

对于转子间的联轴器连接 $RRC_k (k = 1, 2, \dots, N)$:设左转子第 i 个节点与右转子第 j 个节点用联轴器相连,联轴器的线刚度为 k_T 、角刚度为 k_R 、径向阻尼为 c_T 、角向阻尼为 c_R ;设左转子第 i 个节点的位移为 x_{li}, y_{li} 、速度为 $\dot{x}_{li}, \dot{y}_{li}$ 、转角为 ϕ_{li}, φ_{li} 、速度为 $\dot{\phi}_{li}, \dot{\varphi}_{li}$,右转子第 j 个节点的位移为 x_{rj}, y_{rj} 、速度为 $\dot{x}_{rj}, \dot{y}_{rj}$ 、转角为 ϕ_{rj}, φ_{rj} 、速度为 $\dot{\phi}_{rj}, \dot{\varphi}_{rj}$,则作用在

左转子节点 i 上的力和力矩 $F_{rxi}, F_{ryi}, M_{rxi}, M_{ryi}$ 和作用在右转子节点 j 上的力和力矩 $F_{rxj}, F_{ryj}, M_{rxj}, M_{ryj}$ 分别为

$$\begin{cases} F_{rxi} = k_T(x_{rj} - x_{li}) + c_T(\dot{x}_{rj} - \dot{x}_{li}) \\ F_{ryi} = k_T(y_{rj} - y_{li}) + c_T(\dot{y}_{rj} - \dot{y}_{li}) \\ M_{rxi} = k_R(\phi_{rj} - \phi_{li}) + c_R(\dot{\phi}_{rj} - \dot{\phi}_{li}) \\ M_{ryi} = k_R(\varphi_{rj} - \varphi_{li}) + c_R(\dot{\varphi}_{rj} - \dot{\varphi}_{li}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} F_{rxj} = -F_{rxi} & F_{ryj} = -F_{ryi} \\ M_{rxj} = -M_{rxi} & M_{ryj} = -M_{ryi} \end{cases} \quad (3)$$

本文采用 Newmark- β 法结合翟方法对转子系统运动微分方程组进行求解。短轴划分为 8 个单元 9 个节点,支承 S_1 在节点 2,支承 S_2 在节点 8,计算模态时将整机有限元模型中膜盘联轴器线刚度和角刚度设置为零,采取锤击法模拟,锤击点在节点 3,在垂直方向施加

作用时间为 0.1 ms、大小为 100 N 的冲击力,得到各节点加速度响应,然后将响应输入模态分析软件,得到短轴固有频率和模态振型。长轴分为 11 个单元 12 个节点,支承 S_3 在节点 2,支承 S_4 在节点 11,模态计算过程同短轴。分析整机模态时将膜盘联轴器刚度恢复为默认值,计算过程同上。

表 2 转子试验器有限元模型参数

Tab. 2 Finite element model parameters of rotor test device

参数	数值
弹性模量 $E \times 10^{11}/\text{Pa}$	2.07
轴直径 D/mm	30
L_1/mm	170
L_2/mm	590
L_3/mm	1 150
L_4/mm	1 959
密度 $\rho \times 10^3/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7.8
泊松比 μ	0.3
比例阻尼系数 α_0	5
比例阻尼系数 $\alpha \times 10^{-5}$	1.35
法兰盘质量 m_{p0}/kg	1.7
法兰盘极惯性矩 $J_{dp0}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.002
法兰盘赤道惯性矩 $J_{dd0}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.001
1#盘质量 m_{p1}/kg	19
1#盘极惯性矩 $J_{dp1}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.311
1#盘赤道惯性矩 $J_{dd1}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.159
3#盘质量 m_{p3}/kg	11
3#盘极惯性矩 $J_{dp3}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.125
3#盘赤道惯性矩 $J_{dd3}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.064
支承刚度 $k_x \times 10^8/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1
支承刚度 $k_y \times 10^8/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1
支承阻尼 $c_x/[(\text{N} \cdot \text{s}) \cdot \text{m}^{-1}]$	2 000
支承阻尼 $c_y/[(\text{N} \cdot \text{s}) \cdot \text{m}^{-1}]$	2 000
联轴器线刚度 $k_r \times 10^5/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1
联轴器角刚度 $k_R \times 10^4/[(\text{N} \cdot \text{m}) \cdot \text{rad}^{-1}]$	1

转子试验器初始有限元仿真计算结果,如表 3 所示。

表 3 初始有限元模型模态计算结果

Tab. 3 Modal calculation results of initial finite element model

结构	阶次	固有频率/Hz	模态振型
短轴	1	57.98	
	2	158.69	
长轴	1	28.69	
	2	102.54	
整机	1	33.49	
	2	72.05	

2.2.2 灵敏度分析及修正参数选择

(1) 支承刚度对固有频率的影响规律

单独改变一个支承刚度,其他参数保持不变,分别计算不同刚度条件下的转子试验器短轴和长轴前两阶固有频率变化规律,如图 5 所示。从图 5 可知,支承刚度的变化没有对固有频率造成显著的影响,这是因为转子试验器各轴承没有安装弹性支承,轴承的刚度较大,在一定范围内改变其数值并不会对系统固有特性造成影响。

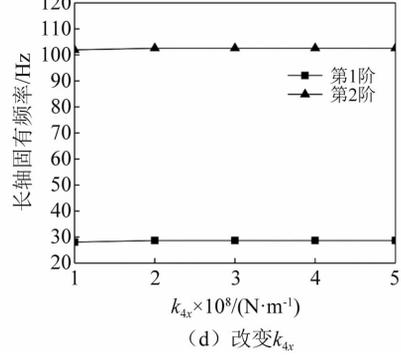
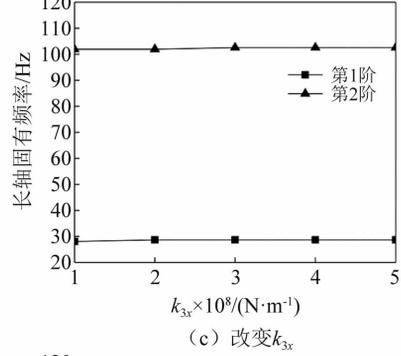
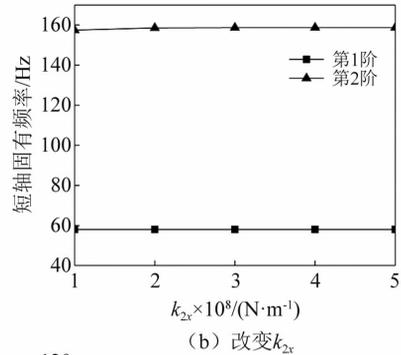
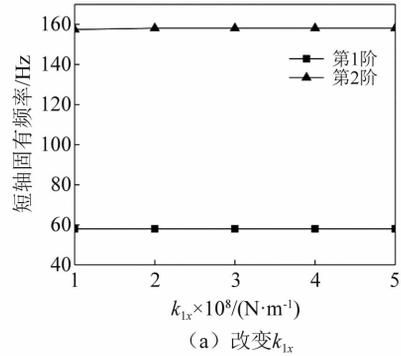


图 5 支承刚度对短轴和长轴固有频率的影响
Fig. 5 Effect of support stiffness on natural frequencies of short and long shafts

(2) 支承位置对固有频率的影响规律

建立转子系统有限元模型时通常采用连接在节

点上的弹簧单元来模拟支承刚度,改变短轴一个支承点位置,另外一个支承点位置不变,计算不同支承点位置下的前两阶固有频率,即可得到支承点位置对前两阶固有频率的影响规律,长轴部分同理,结果如图 6 所示。从图 6 可知,弹簧单元连接点的轴向坐标对短轴和长轴的前两阶固有频率有显著的影响。

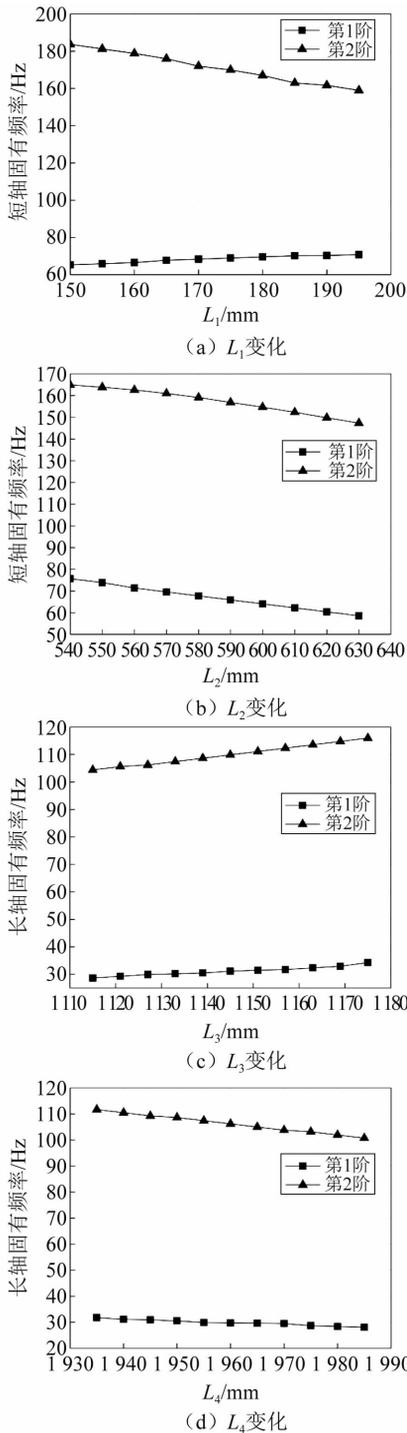


图 6 短轴和长轴前两阶固有频率随支承点位置变化规律
Fig. 6 First two order natural frequencies of short and long shafts vary with the position of support

因此连接点的位置需要满足一定的精度要求,才能保证有限元模型反映转子系统的固有特性。但是实

际现场测量转子支承位置时由于存在轴承座较宽、多轴承串联等情况,支承位置的测量精度不足,难以达到有限元模型节点坐标的精度要求。因此对转子系统有限元模型支承点位置进行修正也是十分必要的。

(3) 膜盘联轴器刚度对固有频率的影响规律

分别计算膜盘联轴器线刚度和角刚度对整机前两阶固有频率的影响规律,结果如图 7 所示。

从图 7 可知,随着膜盘联轴器线刚度和角刚度的增加,转子系统整机前两阶固有频率缓慢增加并且趋于稳定值,而从整机模态试验结果可知,膜盘联轴器刚度越小越容易将整机固有频率调整到第 1 阶大约 30 Hz、第 2 阶 70 Hz,这与实际膜盘联轴器刚度较弱的特性相符合。

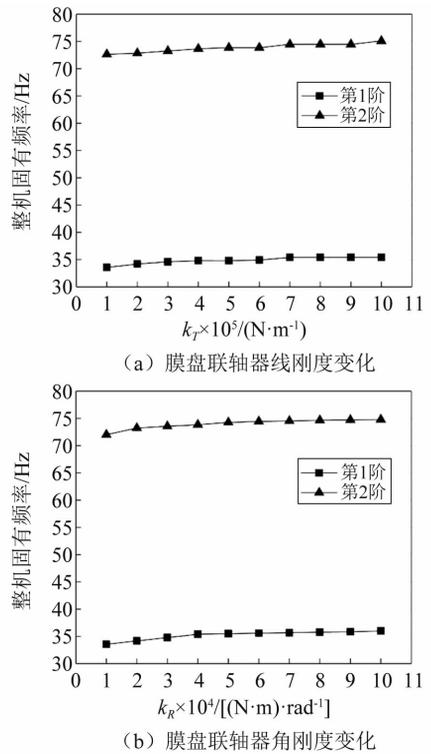


图 7 膜盘联轴器刚度对整机前两阶固有频率的影响
Fig. 7 Effect of diaphragm coupling stiffness on the first two natural frequencies of the whole rotor

综上所述,4 个支承刚度对转子试验器短轴和长轴的前两阶固有频率影响不大,所以不作为待修正参数。支承点位置和膜盘联轴器刚度均对固有频率产生影响,最终选择将 4 个支承位置和膜盘联轴器线刚度、角刚度作为待修正参数。

2.2.3 转子试验器连接参数辨识

(1) 计算样本集

确定待修正参数的优化范围的方法为:①以支承位置实际测量值为中心上下波动 2~3 cm,给出支承位置的优化范围;②确定线刚度和角刚度优化范围时从经验上看膜盘联轴器属于柔性联轴器,刚度较弱,首先假设膜盘联轴器刚度数量级为 10^7 ,然后给出不同的线刚度和角刚度组合进行试算,发现在该数量级内减小

或增大刚度都不会影响系统模态频率,则减小数量级到 10^6 ,再次试算,以此类推。最终通过多次试算估计出线刚度和角刚度的优化范围。给出待修正参数的取值范围,如表 4 所示。

表 4 待修正参数的优化范围

Tab. 4 Range of parameters to be corrected

参数	优化范围
L_1/mm	150 ~ 195
L_2/mm	560 ~ 610
L_3/mm	1 130 ~ 1 170
L_4/mm	1 930 ~ 1 970
联轴器线刚度 $k_r/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1 \times 10^3 \sim 1 \times 10^4$
联轴器角刚度 $k_R/[(\text{N} \cdot \text{m}) \cdot \text{rad}^{-1}]$	$1 \times 10^3 \sim 1 \times 10^4$

以短轴前两阶固有频率为例说明样本构造方法:

①按照固定间隔和取值范围分别给出 L_1 和 L_2 的离散点序列;②获得两者的所有组合;③利用循环程序将每一种支承位置组合代入有限元模型中求解前两阶固有频率,即可得到 L_1, L_2, F_1 和 F_2 所构成的 4 维向量。

(2) 基于支持向量回归的代理模型

对于给定的训练样本 $\{(\mathbf{x}_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n\}$, 其中: \mathbf{x}_i 为输入向量,即转子系统连接参数组合; y_i 为与之对应的输出特征量,即各阶固有频率。支持向量机用非线性映射 ϕ 将输入向量映射到高维空间中进行线性回归^[16], 回归函数为

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w} \cdot \phi(\mathbf{x}) + b \quad (4)$$

式中: \mathbf{w}, b 分别为权向量和阈值; $\mathbf{w} \cdot \phi(\mathbf{x})$ 为内积。然后求解式(5)所示的最优化问题。

$$\begin{cases} \min & \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} f(\mathbf{x}_i) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \\ y_i - f(\mathbf{x}_i) \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i \geq 0 \quad \xi_i^* \geq 0, (i = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

借助拉格朗日函数将式(5)转化为求解拉格朗日算子 α_i, α_i^* 的对偶形式,并且引入式(6)所示径向基核函数,替代输入向量内积运算

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\{-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2\} \quad (6)$$

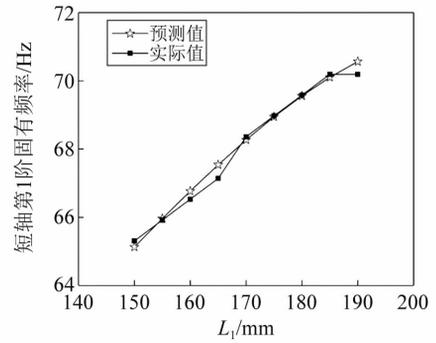
最终可得回归函数形式为

$$f(\alpha, \alpha_i, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b \quad (7)$$

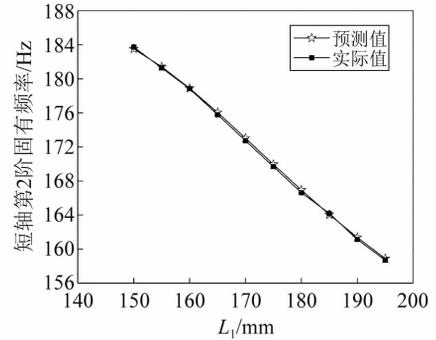
利用式(7)构造连接参数与转子试验器前两阶固有频率之间的函数关系,即有限元代理模型。

代理模型训练完成后,对其进行回归预测测试,以此检验所建立的代理模型是否具有较好的泛化能力,代理模型测试结果如图 8 所示。图 8(a)和图 8(b)为短轴前两阶固有频率关于支承点 L_1 的代理模型回归预测结果。从图 8 可知,代理模型能够反映固有频率随

连接参数的变化规律,可以用来代替有限元模型进行参数优化分析。



(a) 短轴第1阶



(b) 短轴第2阶

图 8 代理模型测试结果

Fig. 8 Surrogate model test results

基于交叉验证方法得到的支持向量机代理模型参数,如表 5 所示。

表 5 支持向量机参数

Tab. 5 Support vector machine parameters

参数	参数值
SVM 类型	ε -SVM
核函数类型	RBF 核函数
伽马参数 γ	64
惩罚系数 C	1 024
损失函数 ε	0.1
交叉验证折数	10

(3) 基于多目标优化遗传算法的连接参数辨识

NSGA-II 算法是 Deb 等^[17]提出的一种多目标优化遗传算法:该算法引入了“拥挤距离”算子和“拥挤距离”偏好法则,用于衡量种群个体密度,维持了种群的多样性;采用精英决策机制,在进化过程中将父代种群和子代种群合并,一起参与环境适应性竞争,保证性质优良的 Pareto 解不会丢失。该算法计算效率高,能够得到均匀的 Pareto 最优前沿面,是目前应用最为广泛的多目标优化遗传算法。

以代理模型的输出值和模态试验值之间差值的绝对值为目标函数,利用 NSGA-II 算法在变量空间中寻找 Pareto 最优解,最终辨识出连接参数值。NSGA-II 算法染色体采用实数编码,种群大小为 100,进化代数为

200,交叉概率为 0.9,变异概率为 0.01。

3 结果及验证分析

3.1 支承位置修正结果

L_1 修正后的值为 185.4 mm, L_2 修正后的值为 566.4 mm, L_3 修正后的值为 1 151.5 mm, L_4 修正后的值为 1 937.9 mm。Pareto 最优前沿如图 9 所示。修正前后短轴和长轴前两阶固有频率和相对误差,如表 6 所示。试验模态振型与仿真模态振型之间的模态置信准则(modal assurance criterion, MAC),如表 7 所示。其中相对误差和可以由式(8)得到

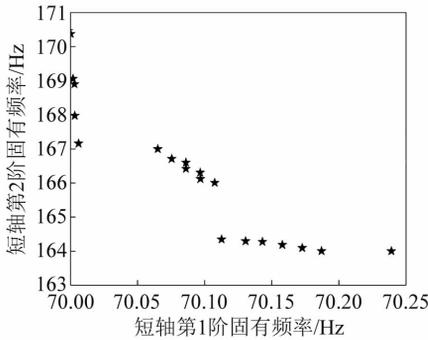
$$\varepsilon_i = abs\left(\frac{\omega_{i,a} - \omega_{i,e}}{\omega_{i,e}} \times 100\%\right) \quad (8)$$

式中: $\omega_{i,e}$ 为模态试验第 i 阶固有频率; $\omega_{i,a}$ 为有限元仿真第 i 阶固有频率。

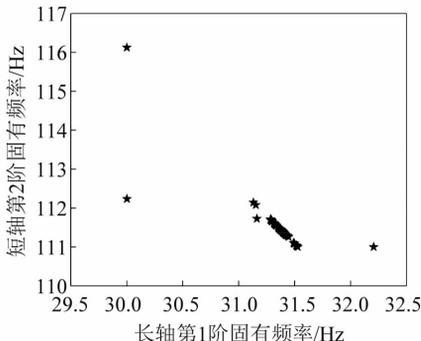
$$\delta_{ij} = \frac{|(\Phi_{i,e}^T \Phi_{j,a})|^2}{(\Phi_{i,e}^T \Phi_{i,e})(\Phi_{j,a}^T \Phi_{j,a})} \quad (9)$$

式中: δ_{ij} 为试验第 i 阶振型与有限元分析模型的第 j 阶振型之间的相关系数; $\Phi_{i,e}$ 为试验的第 i 阶振型; $\Phi_{i,a}$ 为有限元分析模型的第 j 阶振型; 上标 T 为共轭转置。

MAC 为一个介于 0~1 的标量:当 MAC 值为 1 时,表示两振型向量完全相关,是同一模态;当 MAC 值为 0 时,表示两振型向量线性无关^[18]。在有限元模型修正问题中,若试验或有限元之间的 MAC 值接近于 1,则说明修正后的有限元模型和试验相关性较好,达到了有限元修正的精度要求。



(a) 短轴



(b) 长轴

图 9 Pareto 最优前沿

Fig. 9 Pareto optimal front

表 6 短轴和长轴前两阶固有频率修正结果

Tab. 6 First two order natural frequencies correction results for short and long shaft

结构	阶次	试验值/Hz	初始值/Hz	初始误差/%	修正后值/Hz	修正后误差/%
短轴	1	70.04	57.98	17.22	69.97	0.10
	2	164.00	158.69	3.24	163.69	0.19
长轴	1	30.32	28.69	5.38	31.32	3.30
	2	111.19	102.54	7.78	111.14	0.04

表 7 短轴和长轴试验与仿真模态振型相关性

Tab. 7 Correlation between test and simulation mode shapes for short and long shaft

结构	阶次	修正前 MAC 值	修正后 MAC 值
短轴	1	0.82	0.91
	2	0.81	0.94
长轴	1	0.79	0.90
	2	0.85	0.96

从表 6 和表 7 可知,短轴和长轴有限元模型修正后模态频率相对误差得到明显改善,同时 MAC 值也反映出修正后的模态振型和试验振型相关性比较好。

3.2 膜盘联轴器刚度辨识结果

膜盘联轴器线刚度 k_T 辨识结果为 4 158 N/m,角刚度为 1 047 N·m/rad。

膜盘联轴器刚度辨识 Pareto 最优解,如图 10 所示。从图 10 可知,膜盘联轴器刚度辨识所得 Pareto 最优解仅有一个点,实际上存在多个 Pareto 最优解,然而这些解所对应的整机前两阶固有频率几乎没有偏差,故而图中显示为重叠状态。

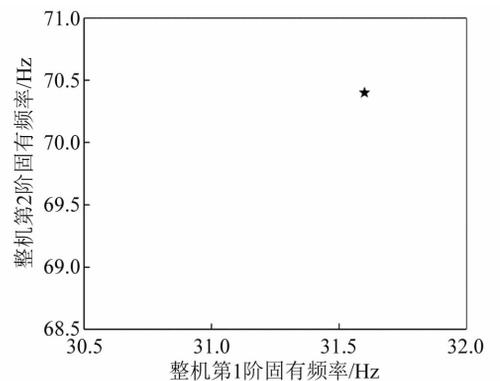


图 10 膜盘联轴器刚度辨识 Pareto 最优解

Fig. 10 Pareto optimal solution for stiffness identification of diaphragm coupling

原因在于整机前两阶固有频率分别趋向于长轴第 1 阶固有频率及短轴第 1 阶固有频率,寻优过程中膜盘联轴器刚度存在向修正下边界进行的趋势,对应的整机前两阶固有频率趋于定值。该规律符合膜盘联轴器具有较弱刚度的结构特性。

整机前两阶固有频率修正前后结果及相对误差,如表 8 所示。前两阶试验模态振型与仿真模态振型之

间的 MAC 值,如表 9 所示。

表 8 整机前两阶固有频率修正结果

Tab. 8 First two order natural frequencies correction results for whole rotor tester

结 构	阶 次	试验值/ Hz	初始值/ Hz	初始误 差/%	修正后 值/Hz	修正后 误差/%
整 机	1	30.98	33.49	8.10	31.71	2.36
	2	69.99	72.05	2.94	70.20	0.30

表 9 整机试验与仿真模态振型相关性

Tab. 9 Correlation between test and simulation mode shapes for whole rotor tester

结 构	阶 次	修正前 MAC 值	修正后 MAC 值
整 机	1	0.83	0.91
	2	0.82	0.90

从表 8 和表 9 可知,整机有限元模型修正后模态频率相对误差同样得到了明显改善,同时 MAC 值也反映出修正后的模态振型和试验振型相关性比较好。

4 结 论

以某型含膜盘联轴器的转子试验器为研究对象,基于梁单元和集中质量法建立了转子试验器的有限元模型,将膜盘联轴器等效为具有线刚度和角刚度的弹性元件。

(1) 针对转子系统支承刚度、支承位置和联轴器刚度辨识问题,采用支持向量回归算法构造了转子系统有限元模型的计算代理,在模态试验基础上建立目标函数并采用多目标优化遗传算法寻找连接参数在修正空间中的 Pareto 最优解,实现了连接参数的辨识。

(2) 有限元仿真验证结果表明短轴、长轴和整机前两阶仿真固有频率值均接近试验值,相对误差有明显改善,MAC 值反映出修正后的有限元模态振型与试验模态振型之间具有较强的相关性,证明了转子系统连接参数辨识的正确性和有效性。

(3) 需要说明的是:膜盘联轴器的连接刚度在某些情况下是非线性的,且包含交叉刚度;轴承的支承刚度也是非线性的。文中的辨识模型均将其处理为线性刚度。结构刚度线性化适用于系统状态处于小变形范围内,文中基于模态测试对静态系统连接刚度进行辨识所得线性刚度可以满足有限元建模精度需求。如果转子系统处于运行状态,只要转子的振动仍然满足小变形范围,线性刚度的假设及不考虑交叉刚度的假设都是实用的。

参 考 文 献

[1] WANG W Z, MOTTERSHEAD J E, IHLE A, et al. Finite element model updating from full-field vibration measurement using digital image correlation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(8): 1599–1620.

[2] 郭勤涛,张令弥,费庆国. 结构动力学有限元模型修正的

发展——模型确认[J]. 力学进展, 2006, 36(1): 36–42.

GUO Qintao, ZHANG Lingmi, FEI Qingguo. From FE model updating to model validation: advances in modeling of dynamic [J]. Advances in Mechanics, 2006, 36(1): 36–42.

[3] 宋汉文,王丽炜,王文亮. 有限元模型修正中若干重要问题[J]. 振动与冲击, 2003, 22(4): 68–71.

SONG Hanwen, WANG Liwei, WANG Wenliang. Several important problems for updating finite element model [J]. Journal of Vibration and Shock, 2003, 22(4): 68–71.

[4] 戴航,袁爱民. 基于灵敏度分析的结构模型修正[M]. 北京:科学出版社, 2011.

[5] JAISHI B, REN W X. Structural finite element model updating using ambient vibration test results [J]. Journal of Structural Engineering, 2005, 131(4): 617–628.

[6] 张保强,郭勤涛,陈国平,等. 基于复模态模型修正方法的磁悬浮轴承支承参数识别[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42(6): 748–752.

ZHANG Baoqiang, GUO Qintao, CHEN Guoping, et al. Parameter identification of active magnetic bearing support based on finite element model updating using complex modal data [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 42(6): 748–752.

[7] 赵斌,陈果. 转子-支承耦合结构的模型修正研究[J]. 航空计算技术, 2014, 44(5): 86–91.

ZHAO Bin, CHEN Guo. Study on model updating of a rotor-support coupling structure [J]. Aeronautical Computing Technique, 2014, 44(5): 86–91.

[8] MIAO H, ZANG C P, FRISWELL M. Model updating and validation of a dual-rotor system [C]//Proceedings of ISMA 2014 Including USD 2014. Leuven: ISMA, 2014.

[9] 刘涛,刘娟. 基于二分法-PSO 的碰摩转子有限元模型修正[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(1): 94–98.

LIU Tao, LIU Juan. Rotor rubbing FE model updating based on DPSO [J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(1): 94–98.

[10] 缪辉,臧朝平,罗欣洋,等. 基于薄层单元的拉杆转子接触界面动力学建模及修正[J]. 航空动力学报, 2019, 34(9): 1927–1935.

MIAO Hui, ZANG Chaoping, LUO Xinyang, et al. Dynamic modeling and updating for contact interface of rod fastening rotor based on thin-layer element [J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 1927–1935.

[11] 余坚,谢寿生,张子阳,等. 高压转子非线性接触模型的 AC-PSO 有限元修正[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2013, 14(5): 1–4.

YU Jian, XIE Shousheng, ZHANG Ziyang, et al. Nonlinear finite element contacting model updating in high pressure spool based on adaptive cloud PSO model [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2013, 14(5): 1–4.

[12] 王海朋,陈强. 小型涡喷发动机转子系的动力学模型修正[J]. 弹箭与制导学报, 2017, 37(3): 71–74.

WANG Haipeng, CHEN Qiang. Dynamic model updating of a small turbojet engine rotor system [J]. Journal of Projectiles Rockets Missiles and Guidance, 2017, 37(3): 71–74.

了一组保证该方程每一解振动或者收敛到零的几个充分条件, 这些结果反应了阻尼项和中立项在振动中的影响作用, 这些重要的结论为解决天体物理、核物理、气体动力学、流体力学等众多高科技领域的实际问题提供了数学理论依据和科学基础。

参 考 文 献

- [1] AGARWAL R P, GRACE S R, O' REGAN D. Oscillation theory for difference and functional differential equations [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 2000.
- [2] BACULÍKOVÍ B, DŽURINA J. Oscillation of third-order neutral differential equations [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2010, 52(1/2): 215 – 226.
- [3] BACULÍKOVÍ B, DŽURINA J. Oscillation of third-order nonlinear differential equations [J]. Applied Mathematics Letters, 2011, 24(4): 466 – 470.
- [4] MOAAZ O, ELABBASY E M. On the asymptotic behavior of third-order nonlinear functional differential equations [J]. Serdica Mathematical Journal, 2016, 42(2): 157 – 174.
- [5] FU Y L, TIAN Y Z, JIANG C M, et al. On the asymptotic properties of nonlinear third-order neutral delay differential equations with distributed deviating arguments [J]. Journal of Function Spaces, 2016, 2016: 3954354.
- [6] GAO S Q, CHEN Z M, SHI W Y. New oscillation criteria for third-order neutral differential equations with continuously distributed delay [J]. Applied Mathematics Letters, 2018, 77(1): 64 – 71.
- [7] GRAEF J R, TUNÇ E, GRACE S R. Oscillatory and asymptotic behavior of a third-order nonlinear neutral differential equation [J]. Opuscula Mathematica, 2017, 37(6): 839 – 852.
- [8] JIANG Y, JIANG C M, LI T X. Oscillatory behavior of third-order nonlinear neutral delay differential equations [J]. Advances in Difference Equations, 2016, 171: 1 – 12.
- [9] QIN G X, HUANG C X, XIE Y Q, et al. Asymptotic behavior for third-order quasi-linear differential equations [J]. Advances in Difference Equations, 2013, 305: 1 – 8.
- [10] THANDAPANI E, LI T X. On the oscillation of third-order quasi-linear neutral functional differential equations [J]. Archivum Mathematicum, 2011, 47: 181 – 199.
- [11] TIAN Y X, CAI Y L, FU Y L, et al. Oscillation and asymptotic behavior of third-order neutral differential equations with distributed deviating arguments [J]. Advances in Difference Equations, 2015, 267: 1 – 14.
- [12] ZHANG Q X, GAO L, YU Y H. Oscillation criteria for third-order neutral differential equations with continuously distributed delay [J]. Applied Mathematics Letters, 2012, 25(10): 1514 – 1519.
- [13] ZHANG Z Y, WANG X X, YU Y H. Oscillation of third-order half linear neutral differential equations with distributed delay [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2015, 38: 450 – 459.
- [14] 林文贤. 一类具阻尼项的三阶非线性中立型泛函微分方程的振动性 [J]. 中山大学学报(自然科学版), 2016, 55(6): 52 – 56.
- LIN Wenxian. Oscillations of certain third order nonlinear neutral functional differential equations with damping [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2016, 55(6): 52 – 56.
- [15] 林文贤. 三阶半线性中立型阻尼泛函微分方程的振动性 [J]. 华东师范大学学报(自然科学版), 2017(3): 48 – 53.
- LIN Wenxian. Oscillation of third order semilinear neutral damped functional differential equations [J]. Journal of East China Normal University (Natural Science Edition), 2017(3): 48 – 53.
- [16] KIGURADGE I T, CHANTURIYA T A. Asymptotic properties of solutions of nonautonomous ordinary differential equations [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [17] CANDAN T. Oscillatory behavior of second order nonlinear neutral differential equations with distributed deviating arguments [J]. Applied Mathematics Letters, 2015, 262(1): 199 – 203.
- [13] CHOUKSEY M, DUTT J K, MODAK S V. Model updating of rotors supported on ball bearings and its application in response prediction and balancing [J]. Measurement, 2013, 46(10): 4261 – 4273.
- [14] FENG F Z, KIM Y H, YANG B S. Applications of hybrid optimization techniques for model updating of rotor shafts [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 32(1): 65 – 75.
- [15] 陈果. 航空发动机整机振动耦合动力学模型及其验证 [J]. 航空动力学报, 2012, 27(2): 241 – 254.
- CHEN Guo. A coupling dynamic model for whole aero-engine vibration and its verification [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(2): 241 – 254.
- [16] 邓乃扬, 田英杰. 支持向量机: 理论、算法与拓展 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [17] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 – 197.
- [18] 李效法. 基于灵敏度分析的模型修正研究及其实现 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.

(上接第 18 页)