DOI: 10.3901/JME.2011.01.008

一种改进的谐波小波及其在转子故障 诊断中的应用^{*}

陈果

(南京航空航天大学民航学院 南京 210016)

摘要: 在 Newland 谐波小波的基础上,提出一种改进的谐波小波,该改进的谐波小波具有"对称"的"盒形"频谱,其伸缩 和平移生成的小波族构成 L²(R)空间的正交基,在保持 Newland 谐波小波的优良性质基础上,信号分解与重构更为简单。利 用仿真算例研究改进的谐波小波对微弱局部信号及强噪声背景下的有用信号提取能力,并与 DB8 小波分析进行比较,结果 表明,改进的谐波小波具有更好的信号提取效果。针对转子故障信号特征频率通常为转速频率的分数及整数倍特点,采用该 改进的谐波小波提取转子故障信号中的倍频分量,利用实测的不平衡、不对中、碰摩及油膜涡动四种转子故障试验数据,提 取了故障信号中的 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0、4.5 及 5.0 等倍频分量,结果验证了方法的有效性。 关键词: 谐波小波 信号分解与重构 转子 故障诊断

中图分类号: TB123

An Improved Harmonic Wavelet and Its Application to Rotor Faults Diagnosis

CHEN Guo

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract: On the basis of Newland harmonic wavelet, an improved harmonic wavelet is put forward, it has a symmetrical and boxy frequency spectrum, and its expansions and translations will generate a series of wavelet functions which form an orthogonal basis of $L^2(R)$ space, the decomposition and reconstitution process of signal by the improved harmonic wavelet is easier than that by the Newland harmonic wavelet, moreover, the improved harmonic wavelet has the same excellent characteristics as the Newland harmonic wavelet. Using the simulation examples, the ability of extracting weak and local signal in strong noise is studied, in comparison to the DB8 wavelet, the effects of the improved harmonic wavelet are better. The improved harmonic wavelet is used to extract the super-harmonics and sub-harmonics components of the rotor faults signals because the harmonics frequencies characteristics reflect the rotor faults very well. The 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5 and 5.0 components are extracted by the improved harmonic wavelet from the rotor fault experimental signals including imbalance, misalignment, rubbing, and oil whirling faults, and the results verify the effectiveness and correctness of the new method.

Key words: Harmonic wavelet Signal decomposition and reconstitution Rotor Fault diagnosis

0 前言

由 NEWLAND^[1-3]提出的谐波小波是一种复小 波,在频域紧支有明确的函数表达式,其伸缩与平 移构成了 L²(R)的规范正交基。谐波小波由于其光滑 性、"盒形"的谱特性以及零相移特征,因此在信 号分解、滤波、微弱信号检测以及转子和滚动轴承 故障诊断中均得到了广泛应用^[4-9]。何正嘉等^[4-5]针 对小波分解 Mallat 算法引起的合成轴心轨迹失真和 信息丢失的缺点,利用谐波小波实现不同频段的信 号分离,使机组振动信号的各谐波分量的轴心轨迹 分析更加有效和精确。李舜酩等^[6]通过算例和工程 实例,说明谐波小波方法在微弱信号的频域提取能 力和精度上明显优于基于二进分解的小波方法和傅 里叶分析方法。李宏亮等^[7]提出了将基于谐波小

^{*} 国家自然科学基金(50705042)和航空科学基金(2007ZB52022)资助项 目。20100118 收到初稿, 20100704 收到修改稿

9

波的碰摩故障和松动故障诊断方法,试验验证取得 了良好效果。王翔等^[8]运用谐波小波时频剖面图方 法分析了多个实际汽轮机组动静碰摩故障,结果表 明,谐波小波能够得到其他信号分析方法无法得到 的特征,有效地识别了机组碰摩故障。王志刚等^[9] 采用谐波小波时频剖面图,对仿真信号和齿轮故障 信号进行分析,成功提取出信号中的奇异成分。诊 断实例证明,该方法可有效用于设备故障诊断。

然而,由于实际信号通常为实数,其傅里叶频 谱具有对称性,即实部为偶对称、虚部为奇对称, 而 Newland 谐波小波在频域不具有对称性,因此, 利用 Newland 谐波小波对实信号进行小波变换时, 将破坏实信号频谱的良好对称性,从而增加了信号 重构的难度。本文针对此问题,在 Newland 谐波小 波的基础上,对其进行改进,提出改进的谐波小波, 该谐波小波在频域具有对称性,充分利用了实信号 的频谱对称性,同时保持了 Newland 谐波小波的时 域局部性、正交性、光滑性以及"盒形"频谱特性 等。与 Newland 谐波小波相比,改进的谐波小波更 容易实现信号分解和重构。本文研究了改进的谐波 小波对微弱局部信号及强噪声背景下的有用信号提 取能力,并将该改进的谐波小波运用于转子故障诊 断,提取和重构出故障信号中倍频分量,从而为准 确地进行转子故障诊断提供了重要依据。最后,对 ZT-3 多功能转子故障试验台模拟的故障数据进行 了方法验证。

1 二进小波变换及重构

小波变换^[10]克服了短时傅里叶变换的缺点,能 够实现多分辨率分析,因为它用不同的窗函数来分 析信号 x(t)的不同频段。窗函数 $\psi_{a,b}(t)$ 称为子小波, 是由称作母小波的原函数 $\psi(t)$ 伸缩产生的。x(t)的连 续小波变换有如下定义

$$W_{x}(a,b) = \left\langle x(t), \psi_{a,b}(t) \right\rangle = a^{-1} \int x(t) \psi_{a,b}^{*}(t) \, \mathrm{d}t \quad a > 0$$
(1)

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{2}$$

式中, *a* 是尺度参数, *b* 是时间参数, 它们都是连续变化的。因子 *a*⁻¹ 在变换过程中幅频特性不变。

改变平移因子 b 的大小,可以改变窗口的位置, 实现小波窗口在时域内的平移,改变尺度因子 a 的 大小可以改变窗口的形状和宽度,实现在频域内的 平移。设

$$h_{a}(t) = a^{-1}\psi^{*}\left(-\frac{t}{a}\right) \Rightarrow h_{a}(b-t) = a^{-1}\psi^{*}\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

$$\text{ $\#$ x$}(3) \text{ $(\Lambda$ x$}(1) \text{ $\#$ }$$

$$W_{x}(a,b) = \int x(t)h_{a}(b-t) \, \mathrm{d}t = h_{a}(t) \otimes x(t)$$

所以有

$$W_x(a,b) = F^{-1}[X(f) \cdot H_a(f)]$$
 (4)

式中, $H_a(f)$ 为 $h_a(t)$ 的傅里叶变换; X(f)为x(t)的 傅里叶变换。由此可见,可以通过简单的傅里叶变 换来实现连续小波变换。对于尺度因子a,小波变 换 $W_x(a,b)$ 是平移因子b的函数。

对尺度 *a* 进行二进离散,即, $a = 2^k, k \in \mathbb{Z}$,平 移参数 *b* 仍然连续,由小波变换的框架理论,在希 尔伯特空间 *H* 中的一族函数 { $\psi_{2^k,b}(t)$ }, $k \in \mathbb{Z}$,如果 存在 $0 < A < B < \infty$,对所有 $x(t) \in H$,有

$$A\|x(t)\|^{2} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left\| \left\langle x(t), \psi_{2^{k}, b}(t) \right\rangle \right\|^{2} \le B\|x(t)\|^{2}$$
(5)

称 $\{\Psi_{2^{k},b}(t)\}_{k \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R}}$ 是 H 中的一个框架。 $A \setminus B$ 称为框 架界。若 A=B,则称为紧致框架,此时

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} \left\| \left\langle x(t), \psi_{2^k, b}(t) \right\rangle \right\|^2 = A \left\| x(t) \right\|^2 \tag{6}$$

如果 A=B=1, 则 $\{\psi_{2^{k},b}(t)\}_{k\in \mathbb{Z},b\in \mathbb{R}}$ 为正交框架,

若 $\| \boldsymbol{\psi}_{2^{k},b}(t) \|^{2} = 1, k \in \mathbb{Z}$,则 { $\boldsymbol{\psi}_{k}(t)$ }_{k∈Z} 为规范正交基。 在紧致框架的情况下,重构公式为

$$x(t) = \frac{1}{A} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \int \left\langle x(t), \psi_{2^{k}, b}(t) \right\rangle \psi_{2^{k}, b}(t) db$$
(7)

即

$$x(t) = \frac{1}{A} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \int W_x(2^k, b) \left[2^{-k} \psi\left(\frac{t-b}{2^k}\right) \right] db = \frac{1}{A} \sum_{k \in \mathbb{Z}} F^{-1} \{ [X(f)H_a(f)] H_a(f) \}$$
(8)

$$A = \frac{\sum_{k \in \mathbb{Z}} \|W_x(2^k, b)\|}{\|x(t)\|^2}$$
(9)

2 改进的谐波小波变换

设信号采样频率为 1,则分析频率为 1/2,各尺 度下的子小波保持幅频特性不变,小波尺度按二进 变化,平移参数连续变化,设总的分解层数为 *K*,则 Newland 谐波小波在频域定义为

$$\Psi_{k}(f) = \begin{cases} 1 & f \in \left[\frac{1}{2^{k+1}}, \frac{1}{2^{k}}\right] \cup \left[0, \frac{1}{2^{K+1}}\right] & k = 1, 2, \cdots, K \\ 0 & \nexists \& \end{cases}$$

(10)



对 $\Psi_k(f)$ 进行傅里叶逆变换可以得对应的小波函数,即

$$\psi_k(t) = \{ \exp[j2\pi(t/2^k)] - \exp[j\pi(t/2^k)] \} / j2\pi t$$

容易验证, $\psi_k(t) = 2^{-k} \psi_0(t/2^k)$ 。

由于谐波小波有明确的频域函数表达式,而信

号 *x*(*t*) 的傅里叶变换又可通过快速傅里叶变换变换 得到,所以由式(4)即可得到谐波小波变换系数。

然而,由于实数信号的频谱通常具有对称性, 即实部为偶对称,虚部为奇对称,所以,由式(4)得 到的谐波小波系数必定为复数,为信号重构增加了 复杂性。其根本原因在于 Newland 谐波小波频谱不 具有对称性。为此,本文在 Newland 谐波小波频谱不 具有对称性。为此,本文在 Newland 谐波小波的基 础上,构造一个具有对称盒形频谱的谐波小波,同 样,设信号采样频率为1Hz,分析频率为1/2Hz, 各尺度下的子小波保持幅频特性不变,小波尺度按 二进变化,平移参数连续变化,设总的分解层数为 *K*,则改进的谐波小波在频域定义为式(12),此时, 不同的 *k* 值信号的频率划分示意图见图 2。



频率 f/Hz

(11)

图 2 改进谐波小波频谱特性示意图

对 $\Psi_k(f)$ 进行傅里叶逆变换可以得对应的小波函数,即

$$\psi_{k}(t) = \frac{\cos 2\pi (t/2^{k}) - j\sin \pi (t/2^{k})}{j\pi t}$$
(13)

同样,容易验证, $\psi_k(t) = 2^{-k}\psi_0(t/2^k)$ 。图3分 别为 Newland 谐波小波和改进的谐波小波的小波函 数的模(层数 *k*=1)。从图3可见,改进的谐波小波的 具有更好的时间局部性特征。



设分解层数 *k*=1,2,…,*K*,容易验证,由改进谐 波小波通过尺度伸缩得到的小波族满足

$$A = \sum_{k=1}^{K} \frac{\left\| W_x(2^k, b) \right\|^2}{\left\| x(t) \right\|^2} = 1$$
(14)

从而表明该小波族组成了 L²(R)空间的正交基, 代入式(8)可得重构公式为

$$x(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} F^{-1}\{[X(f)H_a(f)]H_a(f)\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} F^{-1}\{[X(f)H_a(f)]\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} W_x(2^k, b)$$
(15)

因为 b 为平移因子,为连续变量,因此与时间 t 相同。由式(15)可以看出,各分解尺度下的小波系 数相加之和即为原信号,由此可见,改进的谐波小 波的信号分解与重构过程非常简单。

与小波包分解类似,改进的谐波小波分析也可 以处理信号的高频部分,小波包分解的第 *j* 层有 2^{*j*}段,其对信号的频率划分示意图如图 4 所示。

其小波族频谱可以用式(16)表示。容易验证, 该小波族也构成了 L²(R)空间的正交基。其分解与 重构公式仍然满足式(14)。





图 4 改进的谐波小波包含分解示意图

$$\Psi_{i,j}(f) = \begin{cases}
1 & f \in \left[i\frac{1}{2^{j+1}}, (i+1)\frac{1}{2^{j+1}}\right] \cup \\
& \left[1-i\frac{1}{2^{j+1}}, 1-(i+1)\frac{1}{2^{j+1}}\right] \\
0 & \not\equiv \psi \\
& i = 0, 1, \dots, 2^{j}
\end{cases}$$
(16)

- 3 基于改进谐波小波变换的信号分析
- 3.1 局部微弱信号提取
 - 引用文献[6]的仿真局部微弱信号,表达式为 $(5\cos(2\pi f_1 x / f_s) + 2\cos(2\pi f_2 x / f_s) +$

$$f(x) = \begin{cases} 2\cos(2\pi f_3 x / f_s) & 351 \le x < 390 \\ 5\cos(2\pi f_1 x / f_s) + 2\cos(2\pi f_2 x / f_s) & \ddagger \& \end{cases}$$
(17)

在式(17)中,采样频率 $f_s = 500$ Hz,信号频率 $f_1 = 10$ Hz, $f_2 = 80$ Hz, $f_3 = 160$ Hz。图 5a、5b 为信号的时间波形和频谱,可以看出,频率为 f_3 的 信号由于其作用时间短,能量小,其在频谱上很难 被发现。利用改进的谐波小波将其分解 10 层,则信 号通过第 1 层分解得到的信号时间波形和频谱如图 5c、5d 所示,从时间波形中可以明显看出频率为 f_3 的信号所发生的时间点和其幅值大小,其频率范围 为[125,250]Hz,由此可见,改进的谐波小波分析 能够有效地分离出在频谱上难于发现的微弱信号。 同样,在第 2 层和第 5 层分解得到的时间波形和频 谱如图 5e、5f 和图 5g、5h 所示,显然,频率为 f_1 和 f_2 的信号均能够很好地得到提取。

为了进行对比分析,本文采用 db8 小波对信号 进行9 层分解,然后重构出各层细节信号,图6 显 示了包含3 个频率的细节信号,对比图5 不难 看出,由于本文改进的谐波小波具有"盒形"的频 谱和零相移的优良特性,因此,分离出的信号效果 更好。





图 6 基于 db8 小波分析的微弱局部信号提取

3.2 强噪声背景下的降噪分析

考虑一正弦信号叠加一正态分布的白噪声,即, $f(x) = 2\sin(2\pi f_x / f_s) + n(x)$ $x = 0,1,2,\dots,1023$ (18)

式中,采样频率 $f_s = 1$ kHz,信号频率 f = 10 Hz。 n(x)为正态分布 N(0,1)的白噪声。

图 7a 为原始信号时间波形,图 7b 为利用文献 [11]的小波降噪方法的降噪结果。用本文改进的谐 波小波分解 10 层,其中第 3 层的信号频率范围为 [6.25 Hz, 12.5 Hz],对该层信号进行重构得到图 7c 的波形,将该层小波系数置为 0,对各层小波系数 进行重构得到如图 7d 的信号,显然,该信号为原始 信号提取出有用信号后所剩下的白噪声信号。同时, 可以看出,本文改进的谐波小波较文献[11]的小波 降噪法降噪效果更佳。



4 基于改进的谐波小波变换的转子故 障倍频分量提取

由旋转机械转子故障诊断知识可知,非线性故

障会产生转速频率的分数和整数倍振动分量,因此, 提取故障信号的倍频特征非常重要,为了提取出转 子故障信号中的各倍频分量,则需要采取类似小波 包的分解方法,设转速频率为 *f_n*,信号采样频率为 *f_s*,分解到第 *k* 层,由于第 *k* 层的频段范围为

13

 $f_s/2^{k+1}$,为了更精确地提取出倍频分量,假设其频 段范围为转速频率 f_n 的一半,即 $f_s/2^{k+1} = f_n/2$,可 得 $f_s = f_n 2^k$ 。设 k=8,则 $f_s = 256 f_n$ 。在实际应用中, 首先对信号按 $f_s = 256 f_n$ 重采样,然后按式(18)构造 改进的谐波小波频率段,式(18)中的频段右移动了 $f_s/2^{k+2}$,其目的是为了使每个频段中心位于各倍 频处。

$$\Psi_{k,i}(f) = \begin{cases} 1 & f \in \left[\left(i + \frac{1}{2} \right) \frac{f_s}{2^{k+1}}, \left(i + \frac{3}{2} \right) \frac{f_s}{2^{k+1}} \right] \cup \\ & \left[1 - \left(i + \frac{1}{2} \right) \frac{f_s}{2^{k+1}}, 1 - \left(i + \frac{3}{2} \right) \frac{f_s}{2^{k+1}} \right] \\ 0 & \not\equiv \psi \\ & k = 8 \quad i = 0, 1, \cdots, 10 \end{cases}$$
(18)

于是,可以得到10个频段,即: (*n*-1/4)×*f*_n-(*n*+1/4)×*f*_n,其中*n*=0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0、4.5、5.0分别代表10个分数及整数倍频。如果将此10个倍频和分频成分分离出来,则可以非常方便地识别出转子故障。

本文利用 ZT-3 多功能转子试验台模拟不平衡、 不对中、碰摩及油膜涡动故障,得到故障样本,利 用本文方法提取出上述倍频和分频成分,并进行分 析。图 8a~8d分别为不平衡故障(4 543 rad•min⁻¹)、 不对中(2 271 rad•min⁻¹)、碰摩(4 013 rad•min⁻¹)、 油膜涡动(6 690 rad•min⁻¹)4种故障样本的原始波 形及其频谱,图 9~12 为分解得到的各倍频分量时 的波形。

从图 8~12 可以看出,利用本文改进的谐波小 波分析方法可以很精确地提取出故障信号的倍频分 量。观察图 9~12,可以发现不平衡故障的基频分 量很大,其余的倍频分量相对很小;不对中和碰摩 故障的倍频分量增加,尤其是其二倍频分量很大, 基本上与基频相当;油膜涡动的 1/2 倍频分量很大, 与基频分量基本相当。由此可见,改进的谐波小波 有效地提取了转子故障信号中的倍频特征,为进一 步有效地识别转子故障提供了可靠的依据。











故障信号的倍频分量



5 结论

(1) 在 Newland 谐波小波的基础上,提出了改进的谐波小波。该谐波小波具有"对称的"、"盒形的"频谱,其伸缩和平移生成的小波族构成了L²(R)空间的正交基,与 Newland 谐波小波相比,改

进的谐波小波更加易于分解和重构。利用仿真算例 表明了改进的谐波小波对于提取局部微弱信号和强 噪声背景下的有用信号的有效性。

(2) 对改进的谐波小波,构造了类似小波包的 分解方法,利用 ZT-3 多功能转子试验台模拟了不平 衡、不对中、碰摩及油膜涡动故障样本,利用改进 的谐波小波,精确提取出了故障信号的若干倍频分 量,为有效识别转子故障提供了可靠的依据。

文 献 参 考

- [1] NEWLAND D E. Harmonic wavelet analysis[J]. Proceedings of the Royal Society London, 1993, 443(10): 203-225.
- [2] NEWLAND D E. Wavelet analysis of vibration-part 1: Theory[J]. Journal Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 1994, 116(10): 409-416.
- [3] NEWLAND D E. Ridge and phase identification in the frequency analysis of transient signals by harmonic wavelets[J]. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 1999, 121(2): 149-155.
- [4] 何正嘉, 訾艳阳, 张西宁. 现代信号处理及工程应用[M]. 西安:西安交通大学出版社,2007. HE Zhengjia, ZI Yanyang, ZHANG Xining. Modern signal processing and engineering application[M]. Xi'an: Xian Jiaotong University Press, 2007.
- [5] 何正嘉, 訾艳阳, 陈雪峰, 等. 内积变换原理与机械故 障诊断[J]. 振动工程学报, 2007, 20(5): 528-533. HE Zhengjia, ZI Yanyang, CHEN Xuefeng, et al. Transform principle of inner product for fault diagnosis [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(5): 528-533.
- [6] 李舜酩, 许庆余. 微弱振动信号的谐波小波频域提取[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(1): 51-55. LI Shunming, XU Qingyu. Harmonic wavelet extraction

for weak vibration signal in frequency domain [J]. Journal

of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(1): 51-55.

[7] 李宏亮,黄润华,韩国明.谐波小波的时频特性分析及 其在故障诊断中的应用[J]. 机械强度, 2000, 22(2): 81-85.

LI Hongliang, HUANG Runhua, HAN Guoming. Analysis of time-frequency characteristics of harmonic wavelet and its application in fault diagnosis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2000, 22(2): 81-85.

- [8] 王翔, 陆颂元. 汽轮机组动静碰摩故障谐波小波分析诊 断方法研究[J]. 汽轮机技术, 2006, 48(6): 433-436. WANG Xiang, LU Songyuan. Research on harmonic wavelet analysis on diagnosis of rubbing between moving and stationary parts of steam turbine-generator units[J]. Turbine Technology, 2006, 48(6): 433-436.
- [9] 王志刚,李友荣,李方.基于谐波小波分析的故障诊断 方法研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(2): 125-128. WANG Zhigang, LI Yourong, LI Fang. Fault diagnosis method based on harmonic wavelet analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(2): 125-128.
- [10] 葛哲学,沙威.小波分析理论与MATLAB 2007实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007. GE Zhexue, SHA Wei. Wavelet analysis theory and realization using MATLAB 2007[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2007.
- [11] 陈果. 一种转子故障信号的小波自适应降噪新方法[J]. 振动工程学报, 2007, 20(3): 285-290. CHEN Guo. A new de-noising method for rotor faults signal[J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(3): 285-290.

作者简介:陈果,男,1972年出生,博士,教授,博士研究生导师。主 要研究方向为航空发动机整机振动与转子动力学、智能诊断与专家系 统。在国内外学术期刊上累计发表论文 110 余篇, 其中 SCI 检索 5 篇和 EI检索 50 篇。出版专著1部。获国家科技进步一等奖1项。 E-mail: cgzyx@263.net