南京航空航天大学学报

Journal of N anjing U niversity of A eronautics & A stronautics

Vol 33 No. 3 Jun. 2001

**文章编号**: 1005-2615(2001)03-0227-06

# 轨道随机不平顺对车辆/轨道系统横向振动的影响

陈 果<sup>1)</sup> 翟婉明<sup>2)</sup> 左洪福<sup>1)</sup>

(<sup>1)</sup>南京航空航天大学民航学院 南京, 210016)

(2)西南交通大学列车与线路研究所 成都, 610031)

摘要 基于车辆-轨道耦合动力学理论,建立了车辆-轨道垂横耦合模型,利用时域数值积分法在时域仿真得到 耦合系统的横向随机振动响应,再用周期图法估计出车辆、轨道横向随机响应功率谱密度,利用谱分析详细研究 了轨道高低、水平、方向和轨距不平顺对车辆、轨道横向随机振动的影响。结果表明,车辆及轮轨横向力表现为低 频振动,主要受轨道方向和水平不平顺影响;钢轨和轨枕的横向振动频率分布很广,其低频段主要受轨道方向和 水平不平顺影响,而高频段的振动主要由轨面垂向短波不平顺激发。

关键词: 车辆; 轨道; 随机振动; 横向响应; 耦合模型; 轨道不平顺 中图分类号: U 260 11; U 270 11; U 211. 5 文献标识码: A

## 引 言

铁路运输属于轮轨接触式运输,来自轨道的不 平顺激扰有高低,水平、方向和轨距四种。研究表 明<sup>[1]</sup>,轨道不平顺是随里程变化的随机函数,无法 用确定性函数描述,要应用随机振动理论进行研 究,以期在各种不平顺作用下,进行车辆运行平稳 性预测和车辆,轨道随机振动响应分析,从而为车 辆,轨道系统的减振,隔振提供新思路,为研究车辆 和轨道部件的疲劳寿命和系统可靠性提供理论依 据。

传统车辆动力学将钢轨视为刚性,不考虑由轨 道随机不平顺所产生的轨下基础振动。文[1]研究 表明,四种轨道不平顺对车辆振动的影响作用各不 相同,但是由于计算模型的限制,未得到四种不平 顺对轨道振动的影响规律。事实上,车辆和轨道系 统在轨道不平顺的作用下,是相互耦合、相互影响 的,车辆和轨道实际上呈现一种特定的耦合振动形 态。所以,要综合反映四种轨道不平顺对车辆和轨 道的影响规律,就必须运用同时考虑车辆和轨道横 向和垂向振动的车辆-轨道垂横耦合模型。

## 1 车辆-轨道垂横耦合模型

#### 1.1 车辆-轨道垂横耦合模型特点

车辆-轨道垂横耦合模型同时考虑车辆和轨道 部件的横向和垂向振动,在耦合模型中,将车辆系 统视为多刚体系统;将钢轨视为连续弹性点支承基 础上无限长欧拉梁,并考虑其垂向、横向和扭转振 动;将轨枕视为刚体,考虑其垂向、横向及转动;道 床被简化为刚性质量块,考虑其垂向振动和相互之 间的剪切作用。限于篇幅,模型及车辆,轨道运动微 分方程推导详见文[2],在此从略。

### 1.2 轮轨耦合关系模型

轮轨关系是车辆和轨道相互耦合的纽带。在轮 轨空间动态接触几何关系研究中,彻底摆脱了传统 求解轮轨接触关系的轮轨刚性接触和始终接触的 假设,避免了轮对侧滚角的迭代,同时考虑钢轨横 向、垂向和扭转运动以及轨道不平顺对接触几何的 影响;在轮轨法向力求解中,运用轮轨非线性赫兹 接触理论,通过与轮轨接触几何计算结合,简洁快 速求得轮轨法向力,实现了轮轨法向力和蠕滑力的

收稿日期: 2000-07-31; 修订日期: 2000-09-22

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金(编号: 98061303)资助项目。

**作者简介**: 陈 果, 男, 博士后, 1972 年 11 月生; 翟婉明, 男, 教授, 博士生导师, 1963 年 6 月生; 左洪福, 男, 教授, 博士 生导师, 1959 年 9 月生。

计算分开,同时还可准确计算轮轨瞬时脱离的情形,因而较传统车辆动力学的求解方法更为完善; 在轮轨蠕滑力求解中,首先按 Kalker 线性理论确 定蠕滑力,然后再按 Johnson-Vemulen 方法进行 非线性修正,并且在纵向、横向和自旋蠕滑率的求 解中,充分考虑了轨道不平顺变化速度和钢轨振动 速度的影响。

1.3 轮轨作用力的求解

1.3.1 轮轨法向力

轮轨法向力由著名的赫兹非线性弹性接触理 论确定<sup>[3]</sup>

$$N(t) = \left[\frac{1}{G}\delta Z_N(t)\right]^{3/2}$$
(1)

式中: G 为轮轨接触常数 (m /N<sup>2/3</sup>);  $\delta Z_N(t)$  为轮轨接触处的法向弹性压缩量 (m )。

对于锥形(TB)踏面车轮,  $G = 4.57 \times R^{-0.149} \times 10^{-8}$  ( $(m/N^{2/3})$ ;

对于磨耗型(LM)型踏面车轮,  $G=3.86R^{-0.115}$ ×10<sup>-8</sup>(m/N<sup>2/3</sup>)。这里, R为车轮半径(m)。

显然要求得轮轨法向力,关键要获取轮轨法向 压缩量  $\delta Z_N(t)$ 。通过与轮轨接触几何计算相结合, 可以得到 t 时刻左右轮轨间法向压缩量  $\delta Z_{LNj}(t)$ 和  $\delta Z_{RNj}(t)$ 为

$$\begin{cases} \delta Z_{LN j} = \cos \left( \delta_{t} + \oint [Z_{w j}(t) - (\Delta Z_{w j l t} - \Delta Z_{w j 0})] \\ \delta Z_{RN j} = \cos \left( \delta_{t} - \oint [Z_{w j}(t) - (\Delta Z_{w j R t} - \Delta Z_{w j 0})] \\ j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$
(2)

式中:  $Z_{wj}(t)$ 为 t 时刻第 j 位轮对质心的垂向位移 (在接触几何中未加以考虑);  $\Delta Z_{wjLt}$ ,  $\Delta Z_{wjRt}$ 为 t 时 刻第 j 位左右轮轨之间的最小垂向间距;  $\Delta Z_{wj0}$ 为 零时刻第 j 位左右轮轨最小垂向间距;  $\delta$ ,  $\delta$  和  $\phi$ 分别为左右轮轨接触角和轮对侧滚角(由接触几何 计算得到)。

1.3.2 轮轨蠕滑力

根据 Kalker 蠕滑理论, 轮轨之间的蠕滑力在 线性范围内可表达为

$$F_{x} = -f_{11}\xi_{x} \quad F_{y} = -f_{22}\xi_{y} - f_{23}\xi_{p}$$

$$M_{z} = f_{23}\xi_{y} - f_{33}\xi_{p} \qquad (3)$$

式中:  $F_x$ ,  $F_y$  分别为纵向、横向蠕滑力;  $M_z$  为旋转 蠕滑力矩;  $f_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{23}$ ,  $f_{33}$ 分别为纵向、横向、旋转/ 横向、旋转蠕滑系数;  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\xi_y$ 分别为纵向、横向、旋转蠕滑率。

### 蠕滑系数由 Kalker 公式确定

$$f_{11} = G(ab)C_{11} \qquad f_{22} = G(ab)C_{22}$$

$$f_{23} = G(ab)^{3/2}C_{23} \qquad f_{33} = G(ab)^2C_{33} \qquad (4)$$

式中: *G* 为轮轨材料合成剪切模量; *a*, *b* 分别为接 触椭圆的长半轴和短半轴; *C*<sub>i</sub>为 Kalker 系数。

Kalker 线性蠕滑理论只适用于小蠕滑率的情形。对于大蠕滑率的情况, 蠕滑力呈现饱和状态, 蠕滑力与蠕滑率成非线性关系。为此, 我们采用 Johnson-Vemeulen 理论作如下修正

$$F_{R} = \begin{cases} fN \left[ \frac{F_{R}}{fN} - \frac{1}{3} \left( \frac{F_{R}}{fN} \right)^{2} + \frac{1}{27} \left( \frac{F_{R}}{fN} \right)^{3} \right] \\ \stackrel{\text{\tiny $\square$}}{=} F_{R} - 3fN \\ fN - \stackrel{\text{\tiny $\square$}}{=} F_{R} > 3fN \end{cases}$$
(5)

$$F_x = \epsilon F_x$$
  $F_y = \epsilon F_y$   $M_z = \epsilon F_z$ 

#### 1.4 车辆-轨道垂横耦合系统随机振动求解方法

在车辆-轨道垂横耦合模型中,由于车辆和轨 道系统的弹簧阻尼元件以及轮轨耦合关系均存在 着强烈的非线性,而在非线性系统(特别是大型强 非线性系统)随机振动研究的方法中,目前最有效 的方法是数值积分法。其基本原理是通过时频转换 方法将轨道不平顺功率谱转换为时域样本,在轨道 不平顺各态历经的假设下,可以模拟一段足够长的 时域样本来代表整个随机过程,从而大大减少计算 量。在进行求解时,只需将轨道不平顺的时域样本 输入系统,通过数值积分即可获得车辆-轨道系统 响应的时间历程,再将时间序列进行功率谱估计便 可获得随机响应的功率谱。本文选择了适合于求解 大型非线性动力学响应的新型显式积分法<sup>[3,4]</sup>,同 时采用周期图法<sup>[5]</sup>将时间序列转换成功率谱,其核 心计算程序是快速傅立叶变换(FFT)。

应该指出,由于耦合系统存在强非线性因素, 所以即使在各态历经的轨道不平顺激扰下,其随机 响应也是非平稳的,因此从严格的意义上说,应该 用时频谱来代替功率谱进行研究。由于在大量线路 试验<sup>[6,7]</sup>中,对车辆和轨道随机响应均假设为平稳 随机过程,并采用功率谱进行分析,所以本文为了 使问题简化以适合工程分析,也作了平稳性假设。 关于车辆-轨道耦合系统非平稳随机响应分析有待 于进一步的深入研究。

# 2 轨道不平顺对车辆-轨道耦合系统 横向随机响应的影响

为了揭示出轨道不平顺对车辆、轨道横向随机 振动的影响规律和本质、本文将分别讨论在高低。 水平、方向和轨距四种不平顺单独作用和合成作用 下,车辆和轨道系统横向随机振动响应规律。本文 计算对象和条件为:四方厂生产的广深线准高速客 车;运行速度 v=160 km /h;轨道不平顺激扰为:美国六级线路谱<sup>[6]</sup>,同时考虑 0 01~1 m 的短波垂向不平顺<sup>[8]</sup>;轨道结构为:60 kg/m 钢轨,普通碎石道床轨道。

### 2 1 车体心盘处横向振动加速度

图 1 的加速度谱密度曲线表明: 方向不平顺激 扰对车体横向振动加速度的影响占主要地位, 而水 平不平顺的影响仅当频率高于 3 Hz 时才变得重 要, 仅由轨道高低和轨距不平顺所引起的车体加速 度横向振动谱密度值远小于仅由轨道方向和水平 不平顺所引起的, 显然高低和轨距不平顺在整个频 率段对车体横向振动加速度影响均很小。从四种不 平顺合成作用下的车体横向振动加速度谱密度可 以看出, 车体横向振动主要集中在 1~ 2 Hz。该结 论与文[6,9]基本一致。



7

#### 2 2 轮对横向偏移运动

为了查明轮缘在偏移中是否触及钢轨,定义轮 对横向偏移运动量为轮对绝对横移量与轨道中心 线的方向不平顺之差。图 2(a,b)为轮对横向偏移 运动的功率谱密度,图中表明了轮对具有良好的低 频随导能力,其横向偏移响应集中在 3 Hz 以下,主 要分布在 1 Hz 和 2 Hz 附近的车体和转向架振型 上。从图 2 可以看出,方向不平顺对轮对 2 Hz 左右 偏移运动起着主要作用,而水平不平顺对轮对 1 Hz 左右偏移运动影响较大,由于轮对 2 Hz 的偏移 运动比 1 Hz 要强烈,所以,方向不平顺对轮对偏移 影响较水平不平顺大。同时,从图中还可以看到高 低和轨距不平顺对轮对偏移的影响在整个频率段 均可忽略不计。该结论也与文[6,9]取得了较好的



### 2.3 轮轨横向力

图 3~ 6 分别表明了四种轨道不平顺对轮轨横 向力的影响程度。从图 4~ 6 中可以看出,轨道水 平、方向和轨距不平顺主要影响轮轨横向力的低频 段,图 3 表明轨道高低不平顺主要影响轮轨横向力 的高频段。从四种不平顺合成产生的轮轨横向力谱 密度可以看出,轮轨横向力主要分布在 10 Hz 以下 的低频段,其主频分别为 2,5 和 8 Hz,所以,轨道 水平、方向和轨距不平顺是产生轮轨横向力的根本 原因。

230





图 5 轮轨横向力功率谱密度



图 6 轮轨横向力功率谱密度

距引起,而轨面垂向短波不平顺则主要使钢轨产生 50 Hz以上的高频振动。 含成作用的振动表现为数 十、数百,甚至上千赫兹的中、高频振动,与钢轨垂 向振动相似。该结论与文[7]的试验结果基本一致。



图 7 钢轨横向加速度功率谱密度





## 2 5 轨枕横向振动

图 11,12 表明,轨道高低和轨距不平顺对轨枕 的横向振动几乎无影响,其原因在于轨枕上受两根 钢轨的作用,由高低和轨距不平顺所引起的钢轨横

24 钢轨横向振动

从图 7~10 可以看出,钢轨横向振动加速度 50 Hz 以下的振动成分主要由轨道水平、方向和轨

© 1994-2006 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

0







图 10 钢轨横向加速度功率谱密度

向振动左右对称,因此作用到轨枕上必然左右对称 而引起相互抵消。但是水平和方向不平顺对轨枕的 作用不对称,因此,它必然会引起轨枕的横向振动。





从图 11,12 可以看出,在轨道方向和水平不平顺的单独作用下,只有 50Hz 以下的低频段与四种不平顺合成作用的结果一致,在 50Hz 以上的高频段仍然相差很大,其原因在于在四种不平顺的合成作用下,轨道高低和轨距不平顺对轨枕的作用会因为水平和方向不平顺的存在而失去对称性,由轨面



图 12 轨枕横向加速度功率谱密度

垂向短波不平顺引起的轮轨高频垂向和横向力将 对轨枕的高频振动产生很大的影响,所以这必然将 导致轨道不平顺的单独作用和合成作用的计算结 果在高频段差别较大。

从 4 种不平顺合成作用的结果看, 轨枕横向振动主要振动频率为 30 Hz 和 100 Hz 左右。

## 3 结 论

本文运用车辆-轨道耦合系统垂横模型,针对 特定的车辆和轨道以及具体的运行速度和轨道谱, 研究探明了轨道高低,水平、方向和轨距四种不平 顺对车辆-轨道耦合系统横向随机响应的影响规 律。尽管不同的计算工况,具体数值有所差异,但仍 可归纳出如下几点基本结论:

(1)车体横向随机振动加速度表现为数赫兹的 低频振动。主要受轨道方向不平顺影响,水平不平 顺影响次之,而高低和轨距不平顺的影响完全可以 忽略不计;

(2)轮对相对于轨道中心线的偏移运动也在数 赫兹左右。主要受方向不平顺和水平不平顺的影响,高低和轨距不平顺的影响也完全可以忽略不 计;

(3)轮轨横向力为数赫兹的低频力,受轨道方向、水平和轨距不平顺影响;

(4)钢轨横向振动加速度主要表现为数十、数 百、甚至上千赫兹的高频振动。它在低频段受轨道 方向、水平和轨距不平顺影响。高频段的振动受轨 面垂向短波不平顺的激发;

(5) 轨枕横向振动主要振动频率为数十和数百 赫兹。在整个频率段受高低和轨距不平顺的影响很 小, 在低频段受方向和水平不平顺影响很大。轨道 不平顺的单独作用和合成作用计算结果在高频段 差别较大。

#### 参考文献

- 1 长沙铁道学院随机振动研究室 关于机车车辆/轨道系 统随机激励函数的研究[J] 长沙铁道学院学报, 1985,
   (2): 1~ 36
- 2 陈 果 车辆-轨道耦合系统随机振动分析[D]:[学位 论文]. 成都: 西南交通大学, 2000 46~ 97
- 3 翟婉明著: 车辆-轨道耦合动力学[M] 北京: 中国铁 道出版社, 1997
- 4 Zhai W anm ing Two simple fast integration methods for large-scale dynam ic problem s in engineering[J] International Journal for N umerical Methods in Engineer-

ing, 1996, 39(24): 4199~ 4214

- 5 徐昭鑫 随机振动[M] 北京:高等教育出版社,1990 191~230
- 6 王福天 车辆系统动力学[M] 北京:中国铁道出版 社,1994 16~123
- 7 Shenton M J. The vibrational environment of the rail, sleeper and ballast [M]. Technical Memorandum. British Rail Research, Derby, 1974
- 8 王 澜 轨道结构随机振动理论及其在轨道结构减振中的应用[D][学位论文] 铁道部科学研究院,1988 57~87
- 9 Grag V K, Dukkipati R V. Dynamics of railway vehicle system [M] A cadem ic Press, 1984 251~ 315

# Influences of Track Irregularities on Lateral Random Vibration Responses of Vehicle and Track System

Chen Guo<sup>1)</sup> Zhai W anm ing<sup>2)</sup> Zuo H ongf u<sup>1)</sup><sup>1)</sup> College of Civil A viation,N anjing U niversity of A eronautics & A stronautics N anjing 210016, P. R. China)

(<sup>2)</sup> Train & Tack Research Institute, Southwest Jiaotong University Chengdu 610031, P. R. China)

Abstract Based on the theory of vehicle/track coupling dynamics, the vertical and lateral coupling model of the vehicle-track system is set up. The lateral random vibration responses are carried out in time field by the numerical integration method, and the random responses of PSD of the vehicle and the track are achieved by period graph method. The influences of the track vertical profile, cross-lever, alignment, and gage irregularities on lateral random responses of vehicle and track are investigated by using spectra analysis technique in detail. The results show that lateral forces of the vehicles and w heel/rail present low frequency vibration, and are mainly influenced by track alignment and cross-level irregularities; the frequency range of rail and the Sleeper s vibration is vary wide, and their low frequency vibration is mainly influenced by track alignment and cross-level irregularities, and almost excited by vertical short wave irregularities existed on the surface of rail

Key words: vehicles; track ways; random vibration; lateral responses; coupling model; track irregularities