

## 具有不平衡 - 碰摩耦合故障的转子 - 滚动轴承系统非线性动力学研究

陈 果

(南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016)

**摘 要:** 建立了滚动轴承支承下的转子系统的不平衡 - 碰摩耦合故障动力学模型。在滚动轴承模型中, 充分考虑了滚动轴承间隙、滚动轴承的滚珠与滚道的非线性赫兹接触力以及由滚动轴承支撑刚度变化而产生的 VC (Varying compliance) 振动, 在转子系统中, 考虑了不平衡和转静碰摩耦合故障。运用数值积分方法获取了系统的非线性动力响应, 分析了转子旋转速度、滚动轴承间隙、碰摩刚度、转子偏心量对系统动力响应的影响, 研究了系统分叉与混沌特征分析, 发现了通往混沌的倍周期分叉和阵发性分叉途径。

**关键词:** 转子动力学; 滚动轴承; 不平衡; 碰摩; 混沌; 分叉

**中图分类号:** O322 **文献标识码:** A

目前, 在转子动力学的研究中, 充分考虑了轴承的影响因素, 逐渐形成了转子 - 轴承动力学研究方向, 其研究工作主要表现为两方面, 一方面, 针对滑动轴承, 进行了滑动轴承非线性油膜力下裂纹转子运动分析、碰摩转子运动分析、基础松动转子运动分析等单一和耦合故障机理分析<sup>[1]</sup>。另一方面, 针对滚动轴承, 进行了滚动轴承支承下的碰摩、松动等故障机理分析<sup>[2-6]</sup>。其中, 关于在滑动轴承支承下的转子动力学研究较为深入, 而关于滚动轴承支承下的转子动力学研究中, 虽然转子建模很详细, 但滚动轴承的建模却很简单, 仅仅考虑了非线性赫兹接触力的影响, 没有考虑轴承间隙和由于滚珠和滚道的接触位置变化引起的轴承总体刚度周期变化所导致的参数激振 (该振动也称为 VC 振动: Varying compliance vibration), 因此与实际情况存在一定的差距。在专门研究滚动轴承振动的文献中, 尽管对滚动轴承的建模很详细, 但其未能与转子振动进行很好的结合, 转子对轴承的影响基本上是通过静载荷的方式施加在轴承上, Fukata<sup>[7]</sup>, Mevel 和 Guyader<sup>[8]</sup>的研究没有考虑转子不平衡对系统所产生的激振, 仅仅考虑了由刚度变化引起的参数激振 (VC 振动); Kim 和 Noah<sup>[9, 10]</sup>考虑了不平衡力, 而未考虑 VC 振动, 同时他们仅仅考虑了轴承的间隙非线性。Tiwari 和 Gupta<sup>[11]</sup>的研究虽然将不平衡、轴承间隙、VC 振动、以及非线性赫兹接触力进行了综合考虑, 但所考虑的不

平衡力在所有转速范围内为常力, 因此与实际情况也存在较大差距。

有鉴于此, 本文将建立滚动轴承支承下的转子不平衡与碰摩耦合故障的非线性动力学模型。不仅综合考虑了不平衡、轴承间隙、VC 振动、以及非线性赫兹接触力等因素, 而且还将不平衡力作为随转速变化的力考虑。研究了转子转速、轴承间隙、碰摩刚度以及转子偏心量对系统响应的影响, 用分叉图、频谱图、相平面图及 Poincaré 映射图来对系统响应进行分叉和混沌特征分析。获取了通往混沌的多种途径。

## 1 转子 - 滚动轴承系统的不平衡 - 碰摩耦合故障动力学模型

## 1.1 系统动力学方程

图 1 为本文建立一个含不平衡和碰摩故障的转子 - 滚动轴承动力学模型, 在模型中, 转子两端由 2 个相同的滚动轴承支承。其中,  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  分别为轴承几何中心、转子几何中心、转子质心;  $m_p$ : 转子在圆盘处的等效集中质量;  $m_L$ 、 $m_R$ : 转子在左右两端轴承处的转子集中质量;  $c_p$ 、 $c_b$ : 转子在圆盘处、轴承处的阻尼系数;  $k$ :

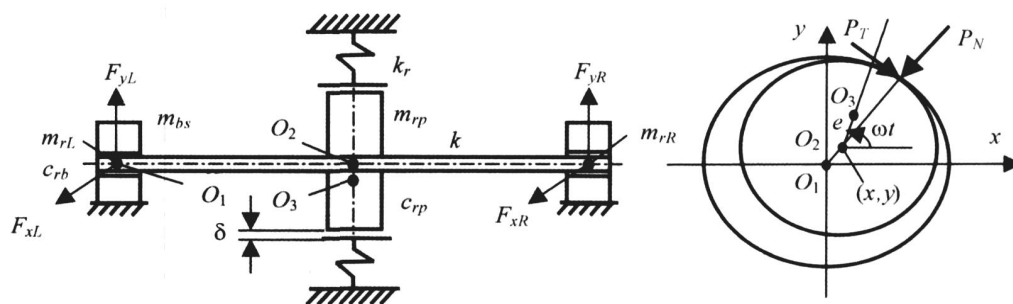


图 1 转子 - 滚动轴承系统不平衡 - 碰摩耦合故障动力学模型示意图

收稿日期: 2007 - 01 - 18

作者 陈 果 男, 副教授, 1972 年生

弹性轴的刚度;  $k_r$ :碰摩刚度;  $e$ :转子圆盘和静子的间隙,  $e$ :质量偏心量;  $F_{yL}$ 、 $F_{xL}$ :左端轴承的支承反力;  $F_{yR}$ 、 $F_{xR}$ :右端轴承的支承反力;  $P_x$ 、 $P_y$ :碰摩力在  $x$ 和  $y$ 方向的分量。

由牛顿第二定理,可以得到系统运动微分方程:

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k(x_p - x_L) + k(x_p - x_R) = m_p e^2 \cos(\omega t) + P_x \\ m_p \ddot{y}_p + c_p \dot{y}_p + k(y_p - y_L) + k(y_p - y_R) = m_p e^2 \sin(\omega t) - m_p g + P_y \\ m_R \ddot{x}_R + c_R \dot{x}_R + k(x_R - x_p) = F_{xR} \\ m_R \ddot{y}_R + c_R \dot{y}_R + k(y_R - y_p) = F_{yR} - m_R g \\ m_L \ddot{x}_L + c_L \dot{x}_L + k(x_L - x_p) = F_{xL} \\ m_L \ddot{y}_L + c_L \dot{y}_L + k(y_L - y_p) = F_{yL} - m_L g \end{cases} \quad (1)$$

### 1.2 碰摩力模型

设:  $r$ 为转子圆盘径向位移,表达式为:  $r = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$ ,当  $r < e$ 时,不发生碰摩,即:  $P_x = P_y = 0$ 。当  $r \geq e$ 时,发生碰摩,假设摩擦符合库仑摩擦定律,则

$$\begin{cases} P_N = k_r \cdot (e - r) \\ P_T = f \cdot P_N \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $k_r$ 为定子径向刚度、 $f$ 为摩擦系数、将碰摩力分解在  $x$ 和  $y$ 轴,可以得到:

$$\begin{cases} P_x = k_r (1 - f/r) [- (x_p - x_c) + f \cdot (y_p - y_c)] \\ P_y = k_r (1 - f/r) [- (y_p - y_c) + f \cdot (x_p - x_c)] \end{cases} \quad (3)$$

### 1.3 滚动轴承模型

图 2为滚动轴承模型示意图,本文所研究的滚动轴承设定轴承外圈固定在轴承座上,内圈固定在旋转的轴上。转子不平衡激励将使滚动轴承产生强迫振动,其振动频率为转子的旋转频率。同时,滚动轴承也将产生由于轴承总刚度连续周期变化而形成所谓的 VC (Varying compliance) 振动<sup>[7]</sup>,该振动为参数激励,其振动来自轴承总体刚度的周期变化。

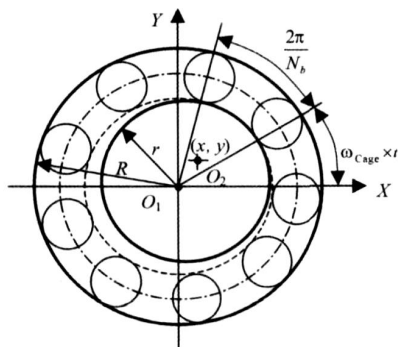


图 2 滚动轴承模型

设轴承中滚珠在内外滚道之间等距排列,滚珠与滚道之间为纯滚动。设一滚珠与外圈接触点的线速度为  $V_{Out}$ ,与内圈接触点的线速度为  $V_{In}$ ,轴承外圈的旋转角速度为  $\omega_{Outer}$ ,轴承内圈的旋转角速度为  $\omega_{Inner}$ ,外滚道半径为  $R$ ,内滚道半径为  $r$ ,则

$$V_{Out} = \omega_{Outer} \times R \quad V_{In} = \omega_{Inner} \times r$$

则,保持架(即滚珠中心)线速度为:  $V_{Cage} = (V_{Out} + V_{In}) / 2$ ,由于外圈固定,因此有  $V_{Out} = 0$ ,则  $V_{Cage} = V_{In} / 2 = (\omega_{Inner} \times r) / 2$ 。所以,保持架的角速度为:

$$\begin{aligned} \omega_{Cage} &= \frac{V_{Cage}}{(R + r) / 2} = \frac{(\omega_{Inner} \times r) / 2}{(R + r) / 2} \\ &= \frac{\omega_{Inner} \times r}{(R + r)} \end{aligned} \quad (4)$$

由于内圈固定在轴上,故有  $\omega_{Inner} = \omega_{Rotor}$ ,所以,设轴承的滚珠个数为  $N_b$ ,则 VC 频率即为滚珠通过频率,有

$$\omega_{VC} = \omega_{Cage} \times N_b = \omega_{Rotor} \times \left( \frac{r}{R + r} \times N_b \right) = \omega_{Rotor} \times BN \quad (5)$$

设第  $j$ 个滚珠处的接触位置角度为  $\theta_j$ ,有  $\theta_j = \omega_{Cage} \times t + \frac{2\pi}{N_b} (j - 1)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_b$ ,则,设内圈中心在  $X$ 和  $Y$ 方向产生振动位移分别为  $x$ 和  $y$ ,同时假设轴承间隙为  $\delta_0$ ,则第  $j$ 个滚珠与滚道的法向接触变形量为:

$$\delta_j = x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0 \quad (6)$$

由非线性赫兹接触理论,可以得到由于滚动接触,第  $j$ 个滚珠与滚道所产生的接触压力  $f_j$ ,同时考虑到滚珠与滚道间只能产生法向正压力,所以只有  $\delta_j > 0$ 时才有作用力,利用亥维塞函数  $H$ ,则有

$$f_j = C_b [ \delta_j ]^{3/2} = C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0)^{3/2} H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0) \quad (7)$$

其中,  $C_b$ 为赫兹接触刚度,与相互接触的材料和形状有关。 $f_j$ 在  $X$ 和  $Y$ 方向的分量为:

$$\begin{cases} f_{jx} = C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0) \cos \theta_j \\ f_{jy} = C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0) \sin \theta_j \end{cases} \quad (8)$$

所以,滚动轴承所产生的轴承力为:

$$\begin{cases} F_x = \sum_{j=1}^{N_b} f_{jx} = \sum_{j=1}^{N_b} C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0) \cos \theta_j \\ F_y = \sum_{j=1}^{N_b} f_{jy} = \sum_{j=1}^{N_b} C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0)^{3/2} \cdot H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - \delta_0) \sin \theta_j \end{cases} \quad (9)$$

由此可得图 1中滚动轴承所产生的轴承力:

当  $x = x_R, y = y_R$ , 则,  $F_{xR} = F_x, F_{yR} = F_y$

当  $x = x_L, y = y_L$ , 则,  $F_{xL} = F_x, F_{yL} = F_y$

### 1.4 计算参数

本文选取的转子系统的初始参数如下:  $m_R = m_L = 4.0\text{kg}, m_p = 32.1\text{kg}, c_{nb} = 1050\text{N} \cdot \text{s/m}, c_p = 2100\text{N} \cdot \text{s/m}, k = 2.5 \times 10^7\text{N/m}, e = 0.01\text{mm}, k_r = 2.5 \times 10^7\text{N/m}, \delta = 0.01\text{mm}$ 。

滚动轴承选取文献 [7] 的 JIS6306 滚动轴承, 其参数见表 1 所示。

表 1 JIS6306 滚动轴承主要计算参数

外圈半径 $R/\text{mm}$	内圈半径 $r/\text{mm}$	滚珠个数 $N_b$	接触刚度 $C_b/(\text{N/m}^{3/2})$	轴承间隙 $\delta_0/\mu\text{m}$	$BN$
63.9	40.1	8	$13.34 \times 10^9$	0~20	3.08

为了充分了解滚动轴承支承下的不平衡转子动力学行为, 需要研究系统各参数变化时系统所表现出的动力学行为。非线性系统的周期解有很多方法, 但数值方法仍然是研究系统拟周期和混沌现象的最有效工具。由于系统具有很强的非线性, 本文对微分方程组的求解采用 RKF (Runge-Kutta-Fehlberg) 格式的变步长龙格 - 库塔法 [12] 进行数值积分来获取转子响应。对所获取的响应再进行插值得到等时间间隔的时间序列, 最后对插值得到的非线性时间序列进行分析。

## 2 滚动轴承支承下的不平衡 - 碰摩耦合故障转子动力学行为分析

### 2.1 转速对系统运动的影响

由于滚动轴承支承下的不平衡转子具有两方面激励, 即来自不平衡的旋转频率激励和来自轴承内部刚度周期变化的内部参数激励。当转速很低时, 不平衡

激励将比较微弱, 此时可以观察到由于轴承内部刚度周期变化所引发的 VC 振动, VC 振动的频率为旋转频率的  $BN$  倍, 在本文的计算参数中,  $BN$  为无理数, 约等于 3.08 (如表 1 所示)。

图 3 和图 4 分别为在转速为  $30\text{rad/s}$  (287 转/分) 时, 转盘处  $X$  方向的振动位移及其频谱; 从图中可以看出, 运动是周期的, 并明显地表现出滚珠的通过频率, 当一个滚珠离开载荷区的时候, 转子下降, 并接触一个新的滚珠, 使颤振迅速出现和消失。这种短暂颤振的周期与共振频率的周期一致, 该计算结果与文献 [8] Mevel 的计算结果非常一致。从信号频谱上可以看出, 轴承的振动表现出 VC 频率 (滚珠通过频率) 及其谐波。Fukata [7] 的研究也表明, 当转速在远离  $X$  和  $Y$  方向两个临界转速时, 运动是周期的, 表现出滚珠的转动频率和它的谐波, 显然本文的计算结果与此吻合。

图 5 和图 6 分别为转速为  $200\text{rad/s}$  时  $X$  方向位移的频谱图和 Poincaré 映射图; 图 7 和图 8 分别为转速为  $500\text{rad/s}$  时的  $X$  方向位移的频谱图和 Poincaré 映射图; 图 9 和图 10 分别为转速为  $800\text{rad/s}$  时的  $X$  方向位移的频谱图和 Poincaré 映射图。在转速较低时, 主要表现为旋转频率和 VC 频率的组合, 因此系统运动表现为拟周期运动, 其 Poincaré 映射图为一封闭的曲线, 如图 5 和图 6。随着转速增加, 系统响应中旋转频率成分逐渐增加, 而 VC 振动相对减少, 同时由旋转频率和 VC 频率通过和与差的不同组合产生了更多的频率成分, 此时仍然表现为拟周期运动, 如图 7 和图 8 所示。当速度进一步增加, 由旋转频率和 VC 频率通过和与差的不同组合产生了更多的频率成分进一步增加, 在频谱图中出现了连续谱特征, 在 Poincaré 映射图上出现了一片云状的散点, 此时, 系统的运动表现出混沌特征, 如图 9 和图 10 所示。

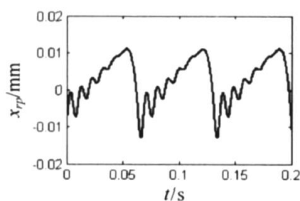


图 3 时间波形 ( $\omega_r = 30\text{rad/s}$ )

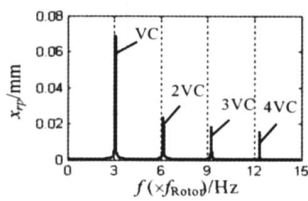


图 4 频谱 ( $\omega_r = 30\text{rad/s}$ )

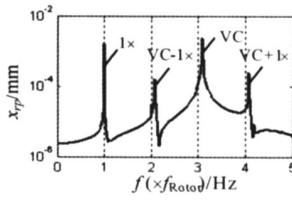


图 5 频谱 ( $\omega_r = 200\text{rad/s}$ )

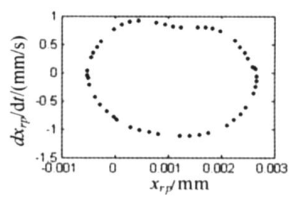


图 6 Poincaré 图 ( $\omega_r = 30\text{rad/s}$ )

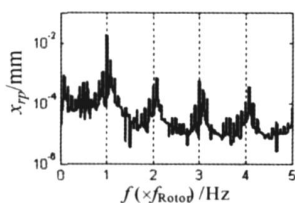


图 7 频谱 ( $\omega_r = 500\text{rad/s}$ )

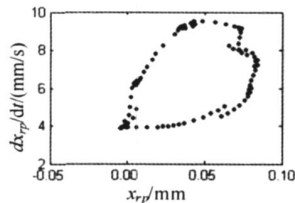


图 8 Poincaré 图 ( $\omega_r = 500\text{rad/s}$ )

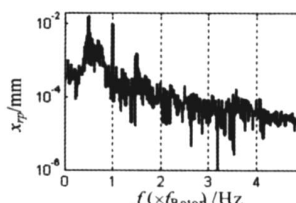


图 9 频谱 ( $\omega_r = 800\text{rad/s}$ )

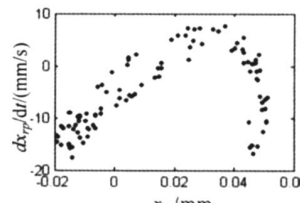


图 10 Poincaré 图 ( $\omega_r = 800\text{rad/s}$ )

### 2.2 碰摩刚度对系统运动的影响

设定转静间隙  $\delta = 0.01\text{mm}$ , 轴承间隙  $c = 0.02\text{mm}$ , 旋转速度为  $900\text{rad/s}$ 。对碰摩刚度  $k_r$  在区间  $0 \sim 3 \times 10^7\text{N/m}$  进行分析。图 11 为转子运动状态随碰摩刚度的分叉图, 发现系统响应中存在周期解和混沌解多种运动形式。

当  $k_r = 0$  时, 在该组合参数下碰摩力为 0, 碰摩转子系统在轴承力的作用下处于混沌状态。图 12 (a)、(b) 和 (c) 分别为  $k_r = 0$  时组合参数下转子系统响应的 Poincaré 截面图、轴心轨迹图和幅值频谱图, 从频谱图中可以看出持续的分叉过程产生了大量的低频成分, 频率比从 0 到 1 之间有明显的连续谱, 与图 12 (a) 具有自相似结构 Poincaré 截面图和图 12 (b) 具有纷繁复杂的轴心轨迹一起可以充分说明此时系统处于混沌运动状态。随着碰摩刚度的增加, 碰摩力增加并接近或超过轴承力, 系统响应的混沌状态逐渐减弱, 但未出现倒分叉和周期 1 状态, 当  $k_r = 1.25 \times 10^7\text{N/m}$  时, 出现跳跃现象, 突然变为周期 1 运动, 说明碰摩转子系统可能在该组合参数下有多个吸引子共存。通过上述分析可以看出, 碰摩刚度对碰摩转子系统响应有很大的影响, 当碰摩刚度较小时, 系统运动中轴承力占主要成分, 系统处于混沌状态; 当碰摩刚度增大时, 碰摩力逐渐在运动中成为主导因素, 使系统由混沌运动逐渐向周期运动演变。

### 2.3 轴承间隙对系统运动的影响

滚动轴承由于安装和使用原因均存在一定的间隙, 间隙的存在使系统产生了很强的非线性, 非线性系统在一定条件下将产生运动分叉, 为了研究轴承间隙对系统分叉运动的影响, 本文在碰摩刚度  $k_r = 2.5 \times 10^7\text{N/m}$  和转静间隙  $c = 0.01\text{mm}$  下仿真计算了在不同间隙条件下系统的运动分叉图。并分析在不同间隙下运动通往混沌的途径。

图 13 为轴承间隙为  $0\mu\text{m}$  时的系统运动分叉图。图 17 (a)、(b) 分别为转速为  $300\text{rad/s}$  时。系统响应的 Poincaré 截面图及幅值谱图, 从图中可以明显看出系统响应主要存在旋转频率和 VC 频率的振动成分, 系统运动表现为拟周期特征。当转速大于  $500\text{rad/s}$  时, 由于系统 VC 振动相对减弱, 而由不平衡引起的系统同频振动相对增加, 系统表现为周期 1 运动。当转速大于  $2300\text{rad/s}$  时, 系统运动出现分频, 周期 1 演变为周期 2 运动, 图 18 (a)、(b) 分别为转速为  $2400\text{rad/s}$  时, 系统响应的 Poincaré 截面图及幅值谱图, 在 Poincaré 截面图出现了 2 个孤立的点, 在频谱图上出现了 0.5 倍频率成分。这些均表明了系统的分频振动特征; 当转速大于  $2500\text{rad/s}$  时, 系统出现倍周期分叉, 系统运动变为混沌, 图 19 (a)、(b) 分别为转速为  $2600\text{rad/s}$  时, 系统响应的 Poincaré 截面图及幅值谱图, 从图中可以看出

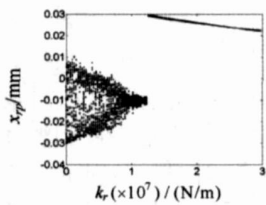
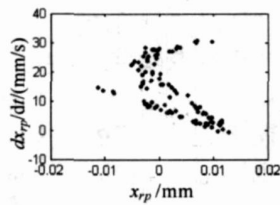
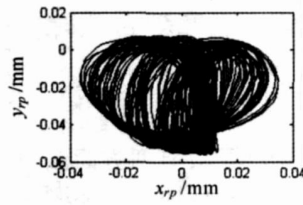


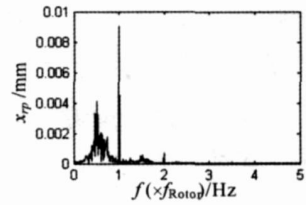
图 11 随碰摩刚度的分叉图



(a) Poincaré 截面图



(b) 轴心轨迹图



(c) 幅值谱图

图 12 碰摩刚度为 0 时系统响应的 Poincaré 截面图、轴心轨迹图及频谱图

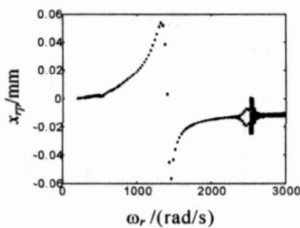


图 13 分叉图 ( $r_0 = 0\mu\text{m}$ )

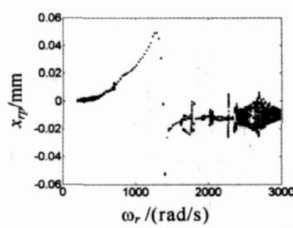


图 14 分叉图 ( $r_0 = 5\mu\text{m}$ )

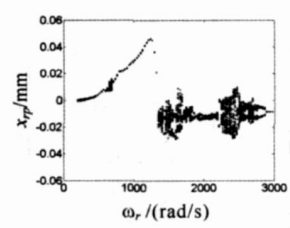


图 15 分叉图 ( $r_0 = 10\mu\text{m}$ )

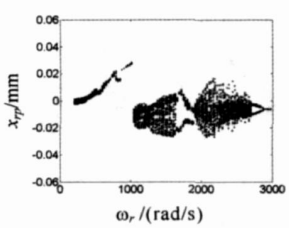
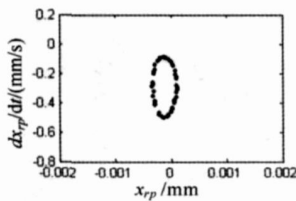
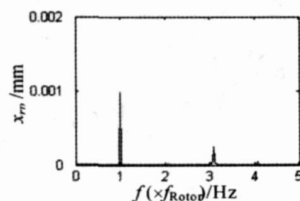


图 16 分叉图 ( $r_0 = 20\mu\text{m}$ )

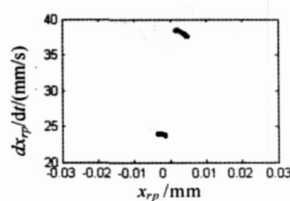


(a) Poincaré 截面图

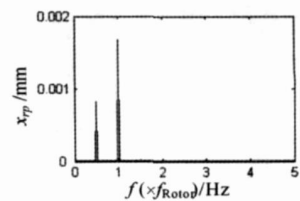


(b) 频谱图

图 17 转速为 300rad/s 时系统响应的 Poincaré 截面图及频谱图



(c) Poincaré 截面图



(d) 频谱图

图 18 转速为 2400rad/s 时系统响应的 Poincaré 截面图及频谱图

Poincaré 截面图出现了散乱的点, 频谱图上出现连续谱, 表明系统出现混沌运动。

图 14 为轴承间隙为 5 $\mu$ m 时的系统运动分叉图。从图中可以看出, 当转速小于 500 rad/s 时, 系统的不平衡力和碰摩力均不大, 因此旋转频率和 VC 频率的振动成分均存在于系统响应中且量值相当, 所以其运动表现为拟周期运动。当转速从 500 rad/s 到 1600 rad/s 变化时, 由于系统 VC 振动相对减弱, 而由不平衡引起的系统同频振动相对增加, 系统表现为周期 1 运动。当转速大于 1600 rad/s 时, 系统运动出现分频, 周期 1 演变为周期 3 运动, 图 20 (a)、(b) 分别为转速为 1700 rad/s 时, 系统响应的 Poincaré 截面图及幅值谱图, 在 Poincaré 截面图出现了 3 个孤立的点, 轴心轨迹也表现出了三条明显的轨迹, 在频谱图上出现了 1/3、2/3 倍频率成分。这些均表明了系统的分频振动特征, 系统出现倍周期分叉, 当转速为 1768 rad/s 时, 系统运动变为混沌, 图 21 (a)、(c) 分别为转速为 1768 rad/s 时, 系统响应的 Poincaré 截面图及幅值谱图, 从图中可以看出 Poincaré 截面图出现了散乱的点, 轴心轨迹也变得非常复杂, 频谱图上也出现了连续谱, 这些特征均表明系统出现了混沌运动。当转速大于 1768 rad/s 时, 系统出现阵发性混沌, 从图 14 中不难看出许多周期窗口。

图 15 为轴承间隙为 10 $\mu$ m 时的系统运动分叉图。与前面分析类似, 当转速小于 500 rad/s 时, 系统表现为拟周期运动。当转速从 500 rad/s 到 1350 rad/s 变化时, 系统表现为周期 1 运动。当转速从 1350 rad/s 到 2776 rad/s 变化时, 系统运动表现为阵发混沌, 中间出现了一些周期窗口。当转速从 2776 rad/s 到 3000 rad/s 变化时, 系统出现倒分叉, 从混沌演变为周期 2, 最后演变为周期 1 运动。

图 16 为轴承间隙为 20 $\mu$ m 时的系统运动分叉图。与前面分析类似, 当转速小于 500 rad/s 时, 系统表现为拟周期运动。当转速从 500 rad/s 到 1040 rad/s 变化时, 系统表现为周期 1 运动。当转速从 1040 rad/s

到 2720 rad/s 变化时, 系统运动表现为阵发混沌, 中间出现了一些周期窗口。当转速从 2720 rad/s 到 3000 rad/s 变化时, 系统出现倒分叉, 从混沌演变为周期 2, 最后演变为周期 1 运动。

对比图 13、图 14、图 15 和图 16, 可以发现, 随着滚动轴承间隙逐渐增加, 系统响应的混沌区间逐渐增加, 系统的运动稳定性降低。由此可见, 在转子 - 滚动轴承系统中, 减少轴承间隙对于提高系统运行稳定性具有重要意义。

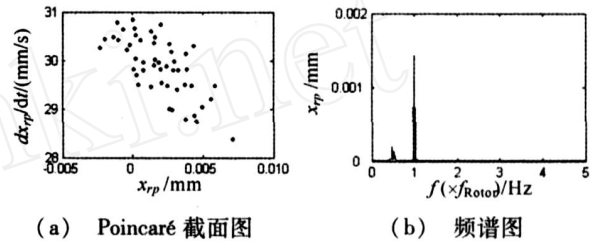


图 19 转速为 2600rad/s 时系统响应的 Poincaré 截面图及频谱图

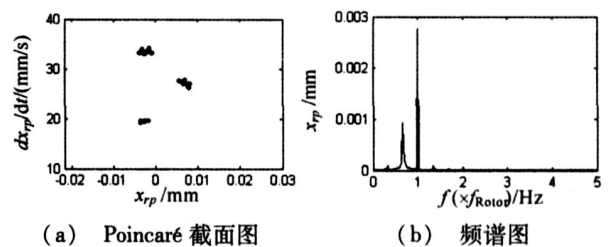


图 20 转速为 1700rad/s 时系统响应的 Poincaré 截面图及频谱图

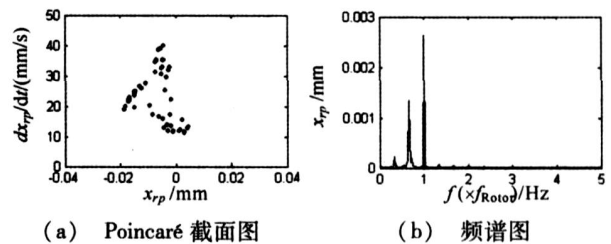
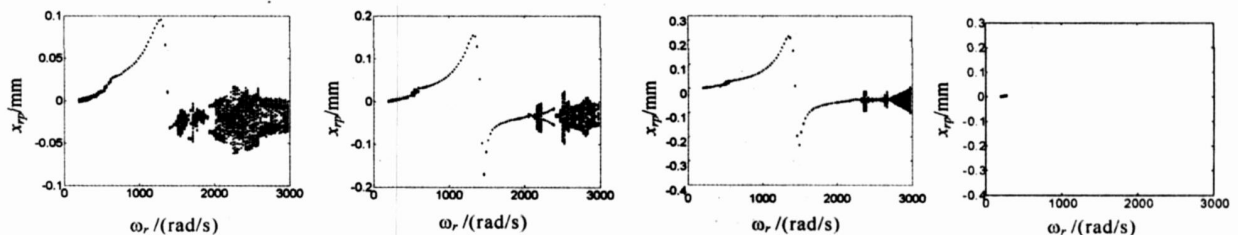


图 21 转速为 1768rad/s 时系统响应的 Poincaré 截面图及频谱图



(a) 偏心量为 0.02mm (b) 偏心量为 0.03mm (c) 偏心量为 0.04mm (d) 偏心量为 0.05mm

图 22 转子偏心量对系统运动分叉的影响

## 2.4 转子偏心量对系统运动的影响

转子-轴承系统中不平衡力是引起系统故障的主要原因,偏心大小决定着转子工作过程中的不平衡力。本文在碰摩刚度  $k_r = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、转静间隙  $= 0.01 \text{ mm}$ 及滚动轴承间隙  $c = 0.04 \text{ mm}$ 下仿真计算了不同偏心量下系统的响应,图 22(a)~(d)分别为不同偏心量(0.02 mm、0.03 mm、0.04 mm和 0.05 mm)下转子系统的响应随激励频率变化的分叉图。对比图 16(偏心量为 0.01 mm),可以得出以下结论:随着偏心量的增加,转子不平衡力逐渐起主导作用,滚动轴承的间隙非线性作用相对减弱,系统的稳定性得到进一步改善,系统的混沌区间减小。

## 3 结论

1) 建立了转子-滚动轴承系统的不平衡-碰摩耦合故障动力学模型,在滚动轴承建模中,综合考虑了轴承间隙、非线性接触力及由总体刚度周期变化产生的 VC 振动。在转子模型中考虑了随转速动态变化的转子不平衡力和转静碰摩力对滚动轴承的影响;

2) 用变步长龙格库塔方法,仿真计算了系统的响应,分析了转速对转子-轴承系统的 VC 振动和旋转频率振动的影响,计算结果与现有研究结果取得了较好的一致性;

3) 研究了碰摩刚度对系统响应的影响,当碰摩刚度增大时,碰摩力逐渐在运动中成为主导因素,使系统由混沌运动逐渐向周期运动演变,能够有效地改善系统运动稳定性。

4) 研究了轴承间隙对系统运动的影响,发现了轴承-转子系统通往混沌的倍周期分叉及阵发性分叉途径。通过对不同轴承间隙下的运动分叉图比较,发现轴承间隙是影响系统运动稳定性的重要因素,过大的间隙将导致系统混沌运动的持续时间很长,严重影响系统的运动稳定性。因此在设计和使用过程中需要对滚动轴承间隙进行有效控制。

5) 研究了转子偏心量对系统运动的影响,发现随着偏心量的增加,转子不平衡力逐渐起主导作用,滚动轴承间隙引起的强非线性轴承力的作用相对减弱,从而导致系统稳定性得到逐渐改善。

### 参考文献

- [1] 闻邦椿,武新华,丁千,韩清凯. 故障旋转机械非线性动力学的理论与试验[M]. 北京:科学出版社,2004: 103—112.
- [2] 刘献栋,何田,李其汉. 支承松动的转子系统动力学模型[J]. 航空动力学报,20(1):54-59.
- [3] 何田,刘献栋,陈恩利. 具有滚动轴承松动故障转子系统的分叉和混沌[J]. 石家庄铁道学院学报,2003,16(3):75—78.
- [4] 陈恩利,何田,郑猛,刘献栋. 滚动轴承-转子系统支承松动时的复杂运动研究[J]. 动力学与控制学报,2(4):49—55.
- [5] 袁茹,赵凌燕,王三民. 滚动轴承-转子系统的非线性动力学特性分析[J]. 机械科学与技术,2004,23(10): 1175—1177.
- [6] 袁惠群,闻邦椿,王德友,刘叔伦. 滚动轴承-转子-定子系统的碰摩故障分析[J]. 东北大学学报(自然科学版),2003,24(3):244—247.
- [7] Fukata S, Gad E H, Kondou T etc. On the radial vibration of ball bearings (computer simulation), Bulletin of the JSME 28, 1985: 899—904.
- [8] Mevel B, Guyader J L. Routes to chaos in ball bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 162(3): 471—487.
- [9] Kim Y B, Noah S T. Bifurcation analysis for a modified jeffcott rotor with bearing clearances[J]. Nonlinear Dynamics, 1990, (1): 221—241.
- [10] Kim Y B, Noah S T. Quasi periodic response and stability analysis for a nonlinear jeffcott rotor[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996 190(2): 239—253.
- [11] Tiwari M, Gupta K. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000 238(5), 757—779.
- [12] 姜健飞,胡良剑,唐俭. 数值分析及其 MATLAB 实验[M]. 北京:科学出版社,2004: 149—151.

(上接第 26 页)

### 参考文献

- [6] Suarez L E, Singh M P. Eigenproperties of non-classically damped primary structure and equipment systems by a perturbation approach[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1987, 15(5): 565—583.
- [7] 王爱文,史扬,缪升. 基于遗传算法的 TMD 系统参数优化和设计[J]. 昆明理工大学学报,2002,27(1): 69—72.
- [8] 滕军,高峰,刘红军,等. 脉动风作用下电视塔结构 TMD 控制的惯性质量与位置优化[J]. 工程抗震与加固改造,2006,28(1): 35—40.
- [9] 李创第,黄天立,李墩,等. 带 TMD 结构随机地震响应分析的复模态法[J]. 振动与冲击,2003,22(1): 36—39.
- [10] Yozo Fujino, Masato Abé. Design formulas for tuned mass dampers based on A perturbation technique[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1993, 22(10): 833—854.
- [11] 玄光男,程润伟. 遗传算法与工程优化(第二版)[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [12] 雷英杰,张善文,李续武. 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2005.

electromagnetic field and a mechanical field is studied. Based on nonlinear electro-magneto-elastic equations of the thin circular plate and the expression of electromagnetic forces, the vibration equations of the thin circular plate under an uniform transverse magnetic field, a round current and a mechanical loading are obtained and then solved numerically using the fourth order Runge-Kutta method. By varying the frequency of the mechanical loading, the state of the system is changed from periodic to chaos. This can be determined by the bifurcation diagram and the Lyapunov exponent diagram. Diagrams of displacement, phase trajectory and Poincare map are given for some examples. The influences of the magnetic field and the electrical current on the vibration behavior of the system are discussed.

**Key words:** magneto-elasticity; thin circular plate; mechanical-electric coupling; bifurcation; chaos

(pp: 30 - 34, 65)

## PERFORMANCE AND PARAMETERS OF A DUAL-LAYER INFINITE-MULTIPLE RUBBER TMD FOR STRUCTURES UNDER BASE EXCITATION

*DU Dong, LIU Li-jun, HUA Hong-xing*

(State Key Lab of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** A new design method for a rubber dual-layer Infinite-Multiple TMD (DMTMD) is proposed based on classical hysteretic DM TMD (Dual-layer Multiple Tuned Mass Damper) under ground excitation. Firstly, the transfer function of a DMTMD is obtained by letting the number of TMDs in parallel of a DM TMD approach infinite. Secondly, under ground acceleration excitation a hysteretically damped main structure equipped with DMTMD as well as DM TMD are investigated. Using DMTMD, the best and critical performance of a DMTMD composed of many TMDs in parallel can be obtained together with optimal design parameters only conjectured based on a lot of data observation in previous studies. It is especially important that the DMTMD method has excellent iteration speed, and it can give correct optimal parameters numerically for DM TMD with more than 10 TMDs in its top layer.

**Key words:** base excitation; optimal parameter; DM TMD; hysteretic damping

(pp: 35 - 39)

## ANALYSIS METHOD OF OPTIC-FIBER SENSOR VIBRATION CHARACTERISTIC

*ZHOU Jia-sheng, TANG Guo-an, WANG Hao*

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China

2. China Electronics Technology Group Corporation, No. 23 Research Institute, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** An optic-fiber sensor is an acoustic sensor based on optic-fiber technology and photoelectricity one. Besides sound pressure, however, structural vibration of the sensor will also lead to its fiber length change and produce noise. To increase the sensor's anti-vibration ability, a method is conducted to study its structural vibration analysis and the fiber response in the case of mechanical vibration. In addition, since the structure of the optic-fiber sensor is complicated, a method of fiber layer homogenization is used to overcome difficulties in finite element modeling (FEM).

**Key words:** optic-fiber sensor; FEM; homogenization; frequency response

(pp: 40 - 42)

## NONLINEAR DYNAMIC STUDY ON A ROTOR-BALL BEARING SYSTEM WITH UNBALANCE-RUBBING COUPLING FAULT

*CHEN Guo*

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A dynamic model of a rotor-ball bearing system with unbalance-rubbing coupling fault is established. For ball bearing, three nonlinear factors are considered, such as, bearing clearance, Hertzian contact force between balls and races and varying compliance vibration due to periodical change of contact position between balls and races. In the rotor, an unbalance-rubbing coupling fault is considered. The numerical integral method is used to obtain nonlinear dynamic re-

sponses of the system. Effects of rotating speed, bearing clearance, rubbing stiffness and rotor eccentricity on the response are analyzed, the bifurcation and chaos motion of the system are studied, and period-doubling and intermittent bifurcations to chaos are observed

**Key words:** rotor dynamics; ball bearing; mass-unbalance; rubbing; chaos; bifurcation

(pp: 43 - 48)

### SPECTRUM CORRECTION FOR SHORT RECORDS WEIGHTED BY A HANNING WINDOW

*CHEN Kui-fu*<sup>1</sup>, *WANG Jian-li*<sup>2</sup>, *ZHANG Sen-wen*<sup>3</sup>

(1. College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Xingtai Vocational & Technical College, Xiantai 054035, China;

3. The Institute of Applied Mechanics, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract:** Spectrum correction approaches based on the model of an analytical single tone can hardly be applicable to short records. It owes to significant influence from negative frequency components in a real signal. An explicit spectrum correction approach is proposed to short records weighted by a Hanning window. This approach makes use of three spectrum lines around the main lobe. The proposed approach is validated by simulation. The parameters in the simulated samples have a widespread distribution. The oscillation cycles in record (CiR) in these samples vary from 0.05 to 5 by step 0.01, and each CiR includes samples with initial phase increasing from 0° to 179° by step 1°. The maximum error with the proposed approach among 180 phase samples per CiR is inspected. The simulation results show that, firstly, for CiR > 1, the frequency error of the proposed approach is no greater than  $10^{-10}$  where  $\Delta f$  is the frequency resolution of the canonical fast Fourier transformation, the relative amplitude error and phase error are no greater than  $10^{-10}$  and  $(10^{-7})^\circ$ , respectively; secondly, for CiR < 1, all above three errors increase as CiR decreases, however, even for CiR = 0.05, the three errors are less than  $4 \times 10^{-8}$ ,  $10^{-6}$  and  $(10^{-4})^\circ$ , respectively; thirdly, the local minimum error aligns with coherent sampling by an integer GiR.

**Key words:** short record; spectrum; fast Fourier transformation (FFT); Hanning window

(pp: 49 - 51)

### MODAL PARAMETER IDENTIFICATION BASED ON MULTI-AXIS VIBRATION ENVIRONMENT TEST

*WANG Xuan*<sup>1</sup>, *XIA Jiang-ning*<sup>2</sup>, *SONG Han-wen*<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. Beijing Institute of Structure & Environment Engineering, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Based on environmental test data of a parallel multi-axis vibration table, a method and formula are derived to estimate FRF of a structure through the acceleration transfer function formed by the ratio of the response at measuring point to that on the base. The problem can be transformed to a normal M/MO system for modal parameter identification. The effect caused by correlation of input signals and the processing method is also discussed. The effectiveness and feasibility of the proposed method is proved with simulation results.

**Key words:** environment test; multi-axis vibration test; generalized FRF; modal parameter identification

(pp: 52 - 55)

### MACHINERY CONDITION MONITORING BASED ON PROBABILISTIC NEURAL NETWORKS AND KS TEST

*HU Feng*, *WU Bo*, *HU You-min*, *SHI Tie-lin*

(National key laboratory of digital manufacturing & equipping technique,

HuaZhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The shortcoming of a probabilistic neural network is that its classifier accuracy depends on training sam-