

文章编号: 1000-8055(2024)09-20220677-13

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220677

一种用于滚动轴承故障诊断的改进 EWT 方法

盛嘉玖¹, 陈果², 康玉祥¹, 贺志远¹, 王浩³, 尉询楷³, 刘传宇⁴

(1. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 211106;

2. 南京航空航天大学 通用航空与飞行学院, 江苏 溧阳 213300;

3. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076;

4. 中国人民解放军 92281 部队, 山东 诸城 262200)

摘要: 针对经验小波变换(EWT)在滚动轴承故障信号最优频带提取中存在的问题,提出一种基于提取能量包络趋势线以自适应划分频带的改进EWT方法,并应用于滚动轴承故障诊断。利用Teager能量算子将频谱转换成能量谱,通过反复希尔伯特变换得到能量包络线。提取极大值并平滑处理,获得能量包络趋势线,对其进行1阶差分,选取有效极值点以自适应划分频带。构造一种归一化故障特征频率显著性指标,作为故障诊断和最优共振频带选取的有效判据。通过滚动轴承故障仿真和试验数据对算法进行验证。结果表明:相比于原始EWT,该方法可有效识别滚动轴承早期故障并合理选取最优共振频带。针对外、内圈故障数据所提指标可平均提升48.0%和174.1%。

关键词: 滚动轴承; 经验小波变换; 故障诊断; 共振解调; 自适应信号分解

中图分类号: V263.6

文献标志码: A

An improved EWT method for fault diagnosis of rolling bearings

SHENG Jiajiu¹, CHEN Guo², KANG Yuxiang¹, HE Zhiyuan¹,

WANG Hao³, WEI Xunkai³, LIU Chuanyu⁴

(1. College of Civil Aviation,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. College of General Aviation and Flight,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Liyang Jiangsu 213300, China;

3. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China;

4. Unit 92281 of People's Liberation Army of China, Zhucheng Shandong 262200, China)

Abstract: Considering the problem of empirical wavelet transform (EWT) in extracting optimal frequency band of the rolling bearing fault signal, an improved EWT method based on extracting energy envelope trend line to adaptively divide frequency band was proposed and applied to rolling bearing fault diagnosis. The Teager energy operator was used to convert the spectrum into energy spectrum, and the energy envelope was obtained by repeated Hilbert transform. Local maximum values were extracted and smoothed to obtain the energy envelope trend line, and the first-order difference was performed to select effective extreme points to adaptively divide the frequency band. A normalized fault characteristic frequency saliency index was constructed as an effective criterion for fault diagnosis and optimal

收稿日期: 2022-09-12

基金项目: 国家重大专项计划(J2019-IV-004-0071); 国家自然科学基金(52272436);

江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX20_0211)

作者简介: 盛嘉玖(1999—), 男, 硕士生, 主要从事航空发动机信号处理和故障诊断研究。

通信作者: 陈果(1972—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 研究领域为航空发动机整机振动分析、状态监测与故障诊断。E-mail: cgzyx@263.net

引用格式: 盛嘉玖, 陈果, 康玉祥, 等. 一种用于滚动轴承故障诊断的改进 EWT 方法[J]. 航空动力学报, 2024, 39(9): 20220677. SHENG Jiajiu, CHEN Guo, KANG Yuxiang, et al. An improved EWT method for fault diagnosis of rolling bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(9): 20220677.

resonance frequency band selection. The algorithm was verified by rolling bearing fault simulation and experiment data. The results showed that compared with the original EWT, the proposed method can effectively identify the early faults of rolling bearings and reasonably select the optimal resonance frequency band. The proposed indexes for the outer and inner race fault data can be increased by 48.0% and 174.1% on average.

Keywords: rolling bearings; empirical wavelet transform; fault diagnosis; resonance demodulation; adaptive signal decomposition

滚动轴承作为航空发动机支承系统的核心部件,受到恶劣多变的工况环境影响故障多发,因此在实际应用中,需要对滚动轴承进行早期故障诊断,以减少、避免损失发生^[1-2]。若滚动体内外圈或滚动体出现磨损、剥落、断裂等局部故障,损伤点通过其他元件时,会对发动机整机系统产生脉冲激励,产生周期冲击信号^[3]。早期局部轻微损伤时,周期信号冲击微弱,且受到复杂传输路径、噪声、多振动源激励响应相互耦合等因素影响,无法直接从频谱中进行诊断^[4]。因此,滚动轴承早期故障诊断成为近年来研究的难点^[5-6]。

共振解调技术是滚动轴承早期故障诊断的关键技术^[7-8],然而其共振频带的提取往往需要依赖经验,难以实现其最优频带的自动获取,从而导致滚动轴承的故障诊断存在较大误差,Gilles 结合经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)^[9]自适应特性和小波变换理论框架,提出经验小波变换(empirical wavelet transform, EWT)^[10-11]。其核心思想是根据原始信号频谱幅值分布分割频带,构建小波滤波器组,分解原始信号,得到一系列具有紧支撑特性,即调幅调频的内涵模态分量(intrinsic mode functions, IMF)。相比于 EMD, EWT 可自适应选择频带,克服过包络、欠包络及模态混叠问题。

EWT 自提出来,在滚动轴承故障诊断领域得到广泛应用^[12-13]。Song 等^[14]利用尺度空间直方图确定 EWT 频谱分割边界,根据 Pearson 相关系数对子信号进行融合,提取滚动轴承故障信息。邹磊^[15]利用 EWT 构建带通滤波器组,采用 Welch 谱估计自适应确定频谱分割边界,增强算法鲁棒性。李志农等^[16]将同步提取变换(synchro extracting transform, SET)与 EWT 相结合,可在弱噪声环境下诊断轴承故障与损伤程度,但 EWT 易受到噪声和频谱幅值分布不均的影响,导致频谱分割不当。李政等^[17]提出了一种最大相关峭度解卷积(maximum correlated kurtosis deconvolution, MCKD)降噪与改进 EWT 相结合的滚动轴承早期故障识别方法,对使用 MCKD 降噪后的信号取包络极大

值进行频谱分割,但需要设定分段数目,无法自适应分解。

通过对研究现状进行分析,发现 EWT 及后续研究存在如下问题:①原始 EWT 需要预先设置分段数,无法自适应分解;②原始 EWT 受噪声和频谱幅值分布不均影响,易陷入局部最优,导致频谱分割出现稀疏不均的情况,难以找到最优分量。

针对以上两点不足,本文提出一种基于提取能量包络趋势线以自适应划分频带的改进方法,即利用 Teager 能量算子将信号频谱转换至能量谱,突出冲击成分,抑制非冲击成分,降低噪声和杂波影响,反复使用希尔伯特变换,根据极大值提取能量包络趋势线,利用其 1 阶差分,提取有效极值点,确定中心频率与分割边界,对信号进行滤波,得到的 IMF 采用本文所构造的归一化故障特征频率显著性指标进行筛选,选取显著性较高的 IMF 进行平方包络谱分析,提取故障特征与选择最优共振频带。最后利用仿真和试验数据对算法进行验证。

1 理论基础

1.1 EWT

轴承局部故障产生的周期冲击信号包含复杂的高频成分,会对相应频段的传感器或元件产生共振,使得冲击信号在共振频带得以放大^[15]。EWT^[10]是应用广泛的获取共振频带方法,可简述为如下 3 个步骤:

1) 确定频谱分割边界

对原始信号进行傅里叶变换,得到对应频谱,并归一化至 $[0, \pi]$ 。假设根据频谱分割准则将整个频带划分为 N 个子频带, $\omega_n (n=0, 1, \dots, N)$ 表示频带分割边界,共 $N+1$ 个,除去自身两侧边界 $\omega_0=0, \omega_N=\pi$, 还需确定 $N-1$ 个边界。不同频带范围记为 $\Lambda_n = [\omega_{n-1}, \omega_n] (n=1, 2, \dots, N)$ 。为后续带通滤波器构造,以 ω_n 为中心,宽度 $T_n = 2\tau_n$, 定义过渡段,如图 1 阴影部分所示。

localmax 为最常见的频谱分割准则,其方法

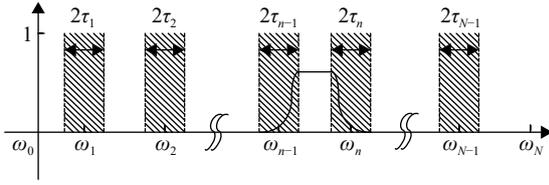


图 1 EWT 边界分割示意图

Fig. 1 Schematic diagram of EWT boundary segmentation

为: 寻找频谱局部极大值, 假设存在 M 个极大值, 若 $M+1 \geq N$, 表明极大值数目足够划分成 N 个频带, 取前 $N-1$ 个最大的极大值对应的频率作为中

$$\hat{\phi}_n(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq (1-\gamma)\omega_n \\ \cos\left\{\frac{\pi}{2}\beta\left\{\frac{1}{2\gamma\omega_n} [|\omega| - (1-\gamma)\omega_n]\right\}\right\} & (1-\gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1+\gamma)\omega_n \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{\psi}_n(\omega) = \begin{cases} 1 & (1+\gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1-\gamma)\omega_n \\ \cos\left\{\frac{\pi}{2}\beta\left\{\frac{1}{2\gamma\omega_{n+1}} [|\omega| - (1-\gamma)\omega_{n+1}]\right\}\right\} & (1-\gamma)\omega_{n+1} \leq |\omega| \leq (1+\gamma)\omega_{n+1} \\ \sin\left\{\frac{\pi}{2}\beta\left\{\frac{1}{2\gamma\omega_n} [|\omega| - (1-\gamma)\omega_n]\right\}\right\} & (1-\gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1+\gamma)\omega_n \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\beta(x)$ 可为任意 $C^k[0,1]$ 方程, 即满足 $\beta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$, $\beta(x) + \beta(1-x) = 1, \forall x \in [0,1]$, 常令 $\beta(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3)$ 。 τ_n 与 ω_n 成正比, 满足 $\tau_n = \gamma\omega_n, 0 < \gamma < 1$ 。其中 γ 决定 $\hat{\phi}_n(\omega)$ 和 $\hat{\psi}_n(\omega)$ 的频率支撑度, 当 $\gamma < \min\left(\frac{\omega_{n+1} - \omega_n}{\omega_{n+1} + \omega_n}\right)$ 时, $\{\phi_1(t), \{\psi_n(t)\}_{n=1}^N\}$ 能在 $L^2(R)$ 上形成一个紧支撑框架。

3) 频带滤波

近似系数 $W_x^e(0, t)$ 由经验尺度函数 $\hat{\phi}_n(\omega)$ 与信号 x 内积而得, 细节系数 $W_x^e(n, t)$ 由经验小波函数 $\hat{\psi}_n(\omega)$ 与信号 x 内积而得, 表达式如下:

$$W_x^e(0, t) = \langle x, \phi_1 \rangle = \int x(\tau) \overline{\phi_1(\tau-t)} d\tau = \left[\hat{x}(\omega) \overline{\hat{\phi}_1(\omega)} \right]^v \quad (3)$$

$$W_x^e(n, t) = \langle x, \psi_n \rangle = \int x(\tau) \overline{\psi_n(\tau-t)} d\tau = \left[\hat{x}(\omega) \overline{\hat{\psi}_n(\omega)} \right]^v \quad (4)$$

原始信号 x 可以表达为

$$x(t) = W_x^e(0, t) * \phi_1(t) + \sum_{n=1}^N W_x^e(n, t) * \psi_n(t) = \left[\hat{W}_x^e(0, \omega) \hat{\phi}_1(\omega) + \sum_{n=1}^N \hat{W}_x^e(n, \omega) \hat{\psi}_n(\omega) \right]^v \quad (5)$$

心频率, 两个连续极大值对应频率的中间值作为分割边界 ω_n ; 若 $M+1 < N$, 表明极大值数目不足以划分成 N 个频带, 令 $N = M$, 将两个连续极大值对应频率的中间值作为分割边界 ω_n 。因此, 分段数 N 以及频谱幅值分布将会对 EWT 分解效果产生重要影响。

2) 构建带通滤波器组

经验小波为每个 Λ_n 上的带通滤波器, 定义 Λ_n 上的经验尺度函数 $\hat{\phi}_n(\omega)$ 和经验小波函数 $\hat{\psi}_n(\omega)$, 表达式如下:

其中 $\overline{(\cdot)}$ 代表取 (\cdot) 的复共轭函数, \wedge 代表傅里叶变换, \vee 代表傅里叶逆变换, $*$ 代表卷积运算。

1.2 Teager 能量算子

Teager 能量算子是由 Kaiser 提出的一种非线性算子, 可对频谱进行能量集中, 减少噪声和无关分量对频谱错误划分的影响, 增强算法鲁棒性^[18-20]。

对于连续信号 $x(t)$, Teager 能量算子 Ψ 可表示为

$$\Psi(t) = [\dot{x}(t)]^2 - x(t)\ddot{x}(t) \quad (6)$$

对于离散信号 $x(k), k = 1, 2, \dots, K, K$ 为信号总长度, 其时间导数用向前差分来逼近:

$$\dot{x}(t) \mapsto \dot{x}(k) = x(k) - x(k-1) \quad 2 \leq k \leq K \quad (7)$$

$$\ddot{x}(t) \mapsto \ddot{x}(k) = x(k) - 2x(k-1) + x(k-2) \quad 3 \leq k \leq K \quad (8)$$

式(7)和式(8)代入式(6), Teager 能量算子 Ψ 可表示为

$$\Psi(k) = [x(k)]^2 - x(k-1)x(k+1) \quad 2 \leq k \leq K-1 \quad (9)$$

利用 Teager 能量算子将频谱 $\hat{x}(f_k)$ 转化成能

量谱 $\Psi(f_k)$:

$$\Psi(f_k) = [\hat{x}(f_k)]^2 - \hat{x}(f_{k-1})\hat{x}(f_{k+1}) \quad 2 \leq k \leq K-1 \quad (10)$$

1.3 离散系数

离散系数 V_s 是统计学中衡量观测值离散程度的无量纲统计量, 其定义为标准差 σ 与平均值 μ 之比, 其值越大, 说明数据离散程度越大; 其值越小, 说明数据离散程度越小^[21]。

$$V_s = \frac{\sigma}{\mu} \quad (11)$$

2 改进 EWT 算法

2.1 归一化故障特征频率显著性指标

为能准确表征外圈故障特征频率处的振动幅值相对于周围各点的突出和显著程度, 本文构造一种归一化故障特征频率显著性指标 S_{0-1} , 具体计算步骤如下:

1) 计算理论故障特征频率。理论外圈故障特征频率 f_o 计算公式如式(12), 理论内圈故障特征频率 f_i 计算公式如式(13)。

$$f_o = \frac{1}{2}Z \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) |f_{ri} - f_{ro}| \quad (12)$$

$$f_i = \frac{1}{2}Z \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) |f_{ri} - f_{ro}| \quad (13)$$

其中 Z 为滚动体个数, d 为滚动体直径, D 为轴承节径, α 为接触角, f_{ri} 为内圈旋转频率, f_{ro} 为外圈旋转频率。一般情况下滚动轴承外圈固定, 内圈旋转, 即 $|f_{ri} - f_{ro}| = f_{ri}$ 。

2) 以滚动轴承外圈故障为例, 在平方包络谱 Y_{se} 中, 分别以 f_o 、 $2f_o$ 、 $3f_o$ 为频率中心, 一定频率容差范围 δf 内, 搜索谱线的最大幅值, 即为实际外圈故障频率及 2 倍频、3 倍频对应幅值 A_1 、 A_2 、 A_3 , 计算公式为

$$A_i = \max(Y_{se}(if_k)) \quad i = 1, 2, 3; \quad f_k \in \left[f_o - \frac{\delta f}{2}, f_o + \frac{\delta f}{2} \right] \quad (14)$$

3) 分别求取以 f_o 、 $2f_o$ 、 $3f_o$ 为频率中心, 一定频率容差范围 δf 内, 谱线的平均值。假设 Y_{se} 谱线间隔为 f_e , 谱线的平均值 \bar{A}_i 表达式为

$$\bar{A}_i = \frac{\sum Y_{se}(if_k)}{\delta f / f_e} \quad i = 1, 2, 3; \quad f_k \in \left[f_o - \frac{\delta f}{2}, f_o + \frac{\delta f}{2} \right] \quad (15)$$

本文取 $\delta f = 10 \text{ Hz}$ 。

4) 构造一个反映实际外圈故障特征频率局部特征显著度的无量纲量 S_{loc}

$$S_{loc} = \sum_{i=1}^3 C_i \frac{A_i}{\bar{A}_i} \quad (16)$$

其中 $C_1=0.7$, $C_2=0.2$, $C_3=0.1$ 。

5) 再构造一个反映实际外圈故障特征频率整体特征显著度的无量纲量 S_{gen} , 假设故障诊断所需分析的频率范围为 $[f_{min}, f_{max}]$, S_{gen} 表达式为

$$S_{gen} = \frac{A_1}{\max(Y_{se}(f_k))} \quad f_k \in [f_{min}, f_{max}] \quad (17)$$

6) 故障特征频率显著性指标 S 表达为

$$S = S_{loc} \cdot S_{gen} \quad (18)$$

7) 利用 S 型曲线, 将故障特征频率显著性指标 S 归一化, 得到 S_{0-1} 。S 型曲线表达式如式(19), 本文取 $a=5$, $b=1$ 。

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2e^{b(a-x)}} & 0 \leq x \leq a \\ 1 - \frac{1}{2e^{b(x-a)}} & x \geq a \end{cases} \quad (19)$$

2.2 算法流程

针对原始 EWT 需设定分段数, 以及受频谱幅值分布影响, 易陷入局部最优的不足, 本文提出了一种改进的 EWT 方法, 算法流程如图 2, 具体步骤如下:

1) 对原始振动加速度信号进行傅里叶变换, 得到信号对应频谱, 利用 Teager 能量算子, 将频谱 $\hat{x}(f_k)$ 转换至能量谱 $\Psi(f_k)$, 进行能量集中, 降低噪声和杂波影响。

2) 反复使用希尔伯特变换。本文将离散系数 $V_s=1$ 作为停止阈值, 当包络谱线的离散系数 $V_s < 1$ 时停止, 表征能量包络线可恰当表征能量谱整体趋势, 得到能量包络线 $\Psi_{env}(f_k)$ 。

3) 提取能量包络线的极大值点后, 采用窗长为 L 的移动平均滤波器进行平滑处理, 得到能量包络趋势线 $\Psi_{tre}(f_k)$ 。本文设 $L=200$ 。

4) 利用能量包络趋势线 $\Psi_{tre}(f_k)$ 的 1 阶差分 $\Psi_{diff}(f_k)$, 提取有效极值点。对于离散信号 $x(n)$, 在 $\Psi_{diff}(f_k)$ 中, 若存在 f_k , 满足式(20), 则定义 f_k 为有效极大值点; 满足式(21), 则定义 f_k 为有效极小值点。

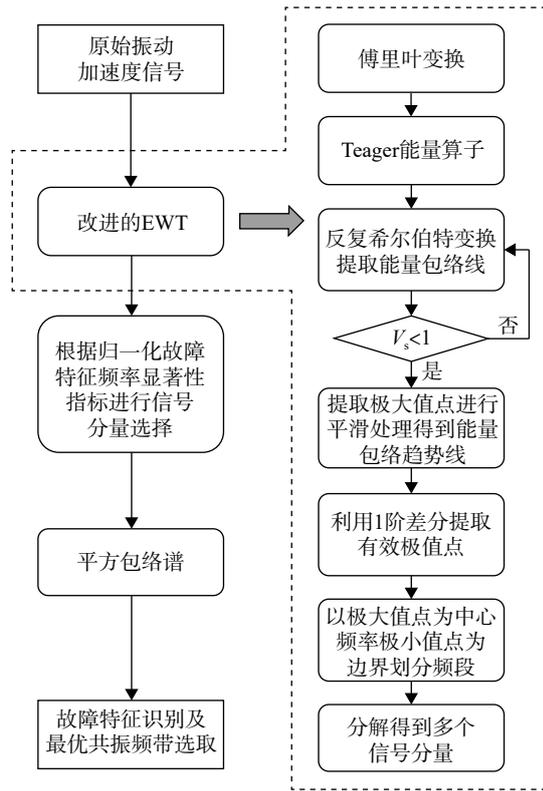


图 2 算法流程

Fig. 2 Algorithm flow

$$\begin{cases} \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j}) > 0 \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j}) < 0 \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j}) > \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j+1}) \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j}) > \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j+1}) \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, \dots, J \quad (20)$$

$$\begin{cases} \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j}) < 0 \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j}) > 0 \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j}) < \Psi_{\text{diff}}(f_{k-j+1}) \\ \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j}) < \Psi_{\text{diff}}(f_{k+j+1}) \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, \dots, J \quad (21)$$

其中 J 为连续趋势常数, 本文设 $J=20$ 。

有效极大值点与有效极小值点个数之间会存在如下 3 种情况: ①若两个连续有效极大值点之间, 没有有效极小值点, 则将两个连续有效极大值点的中间值作为分割边界; ②若两个连续有效极大值点之间, 存在一个有效极小值点, 则将有效极小值点作为分割边界; ③若两个连续有效极大值点之间, 存在两个及以上多个有效极小值点, 则将最靠近两个有效极大值点的两个有效极小值点作为分割边界。

5) 选取归一化故障特征频率显著性指标 $S_{0,1}$ 较高的 IMF 的平方包络谱进行故障诊断和最优共振频带选取。

3 仿真分析

为验证本文提出方法的有效性, 使用一组脉冲信号模拟滚动轴承外圈故障信号, 表达式如下:

$$x(t) = e^{-\alpha t} \sum_{m=1}^3 C_m \sin(2\pi f_m t) + n(t) \quad (22)$$

$$t' = \text{mod}\left(t, \frac{1}{f_0}\right) \quad (23)$$

其中 $\alpha=800$ 为衰减系数, $f_0=100$ Hz 表示外圈故障特征频率, $C_1=0.6, C_2=1, C_3=1.5, f_1=900$ Hz, $f_2=2500$ Hz, $f_3=4$ kHz 表示载波频率, $n(t)$ 表示信噪比为 -2 dB 的高斯白噪声, $\text{mod}(p, q)$ 表示返回 p 除以 q 后的余数, 采样频率为 10240 Hz, 时长为 1 s。模拟的滚动轴承外圈故障特征频率为 100 Hz, 共有 3 条共振频带, 分别以 $900, 2500, 4$ kHz 为中心频率。由于 $C_3 > C_2 > C_1$, 所以 4 kHz 所在频段为预设最优频带。仿真信号时域波形及频谱如图 3, 图中 a_v 为振动加速度, g 为重力加速度。

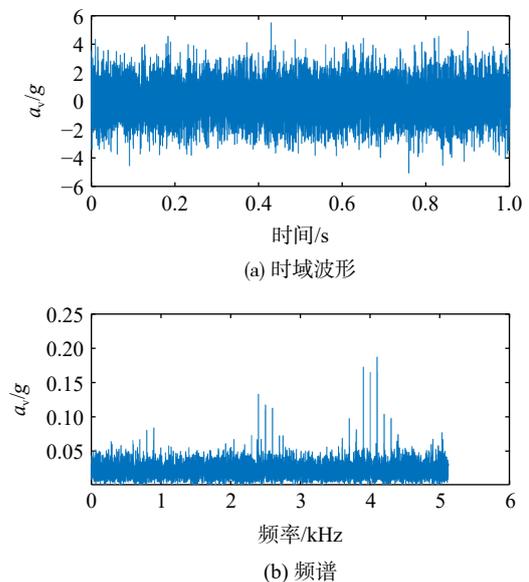


图 3 仿真信号时域波形及频谱

Fig. 3 Time domain waveform and spectrum of simulated signal

利用 Teager 能量算子, 将频谱 $\hat{x}(f_k)$ 转换至能量谱 $\Psi(f_k)$, 如图 4。

对能量谱 $\Psi(f_k)$ 反复使用希尔伯特变换, 第 1~5 次变换后离散系数 V_s 数值如表 1。其中第 4 次数值大于 1, 第 5 次数值小于 1, 因此希尔伯特变换次数为 5 次, 得到能量包络线 $\Psi_{\text{env}}(f_k)$, 如图 5。

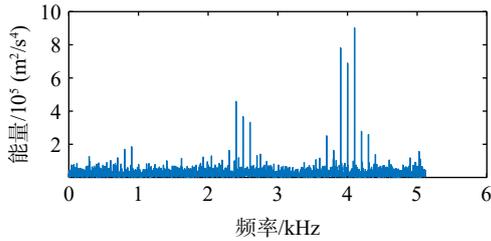


图 4 仿真信号能量谱

Fig. 4 Simulation signal energy spectrum

表 1 反复希尔伯特变换 V_s 结果

Table 1 V_s results of repeated Hilbert transform

变换次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
V_s	1.123 1	1.092 4	1.061 7	1.013 4	0.946 6

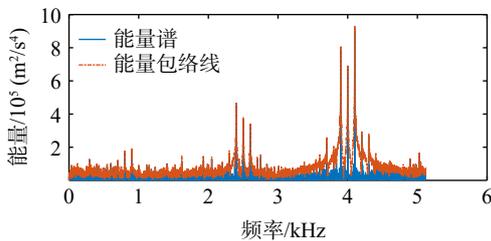
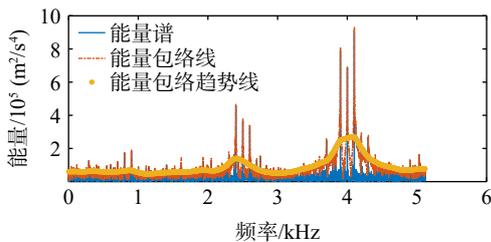


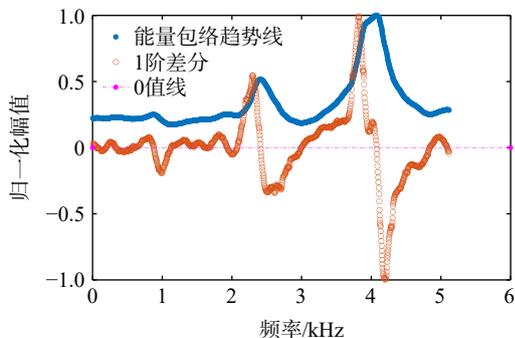
图 5 第 5 次使用希尔伯特变换结果

Fig. 5 Fifth time using Hilbert transform result

提取能量包络曲线极大值, 并平滑处理, 得到能量包络趋势线 $\Psi_{\text{re}}(f_k)$, 如图 6(a), 能量包络趋势线及 1 阶差分归一化结果如图 6(b)。



(a) 能量包络趋势线

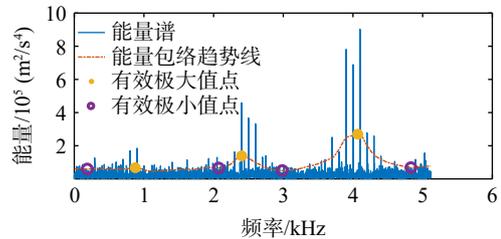


(b) 归一化结果

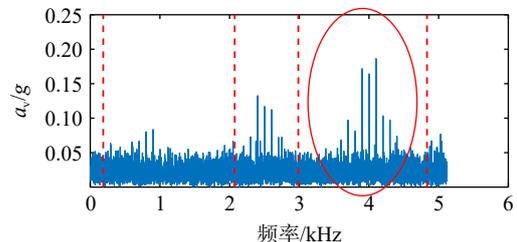
图 6 能量包络趋势线及其 1 阶差分归一化结果

Fig. 6 Normalization results of energy envelope trend line and first-order difference

根据 1 阶差分 $\Psi_{\text{diff}}(f_k)$, 提取出的有效极值点, 如图 7(a)。将有效极大值点对应频率作为中心频率, 有效极小值点对应频率作为划分边界, 频带分割结果如图 7(b), 红圈表示 S_{0-1} 最高的 IMF, 后文相同, 不再赘述。



(a) 有效极值点



(b) 频带分割结果

图 7 仿真信号有效极值点与改进 EWT 频带分割结果

Fig. 7 Effective extreme points and the frequency band division result by improved EWT of simulation signal

根据频谱分割边界, 构建小波滤波器组, 对原始信号进行滤波, 分解得到 5 个 IMF。故障诊断所需分析的频率范围为 $[f_{\text{min}}, f_{\text{max}}]$ 为 0~5 120 Hz。各 IMF 的归一化故障特征频率显著性指标 S_{0-1} 如表 2。 S_{0-1} 较高的 IMF2、IMF3、IMF4 平方包络谱如图 8。

表 2 仿真信号改进 EWT 分解得到各 IMF 的 S_{0-1}

Table 2 S_{0-1} of each IMF decomposed by improved EWT of simulation signal

IMF	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5
S_{0-1}	0.017 5	0.180 8	0.216 9	0.927 4	0.028 3

由图 7(b)可知, 利用改进的 EWT 方法, 可按照预设载波频率 900、2 500、4 kHz, 合理分割频谱, 得到 IMF2、IMF3、IMF4 等 3 个有效子信号。

由表 2 和图 8 可知, IMF2 由于所设 C_1 最小, 受噪声影响, 其 S_{0-1} 仅为 0.180 8, 平方包络谱中虽可提取到外圈故障特征频率成分, 但解调出来的整条频带存在很强的杂波频率干扰; IMF3 的 C_2 的大于 C_1 小于 C_3 , 其 S_{0-1} 为 0.216 9, 平方包络谱中可提取出外圈故障特征频率及其 2 倍频, 但仍

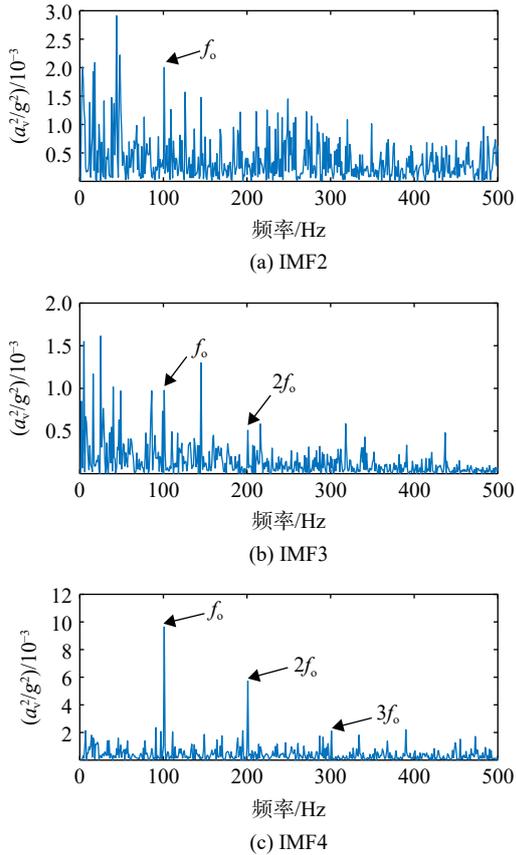


图 8 IMF2、IMF3、IMF4 平方包络谱

Fig. 8 Squared envelope spectrum of IMF2, IMF3, IMF4

存在较强杂波频率干扰；IMF4 的 C_3 最大，其 S_{0-1} 高达 0.927 4，平方包络谱中可明显提取出外圈故障特征频率及其 2 倍频、3 倍频成分，可将 IMF4 所在频带作为仿真信号的最优共振频带。

IMF2、IMF3、IMF4 的 S_{0-1} 与预设 C_1 、 C_2 、 C_3 的数值大小关系一致， S_{0-1} 最高的 IMF4 包含更多故障信息，与预设最优共振频带相符。因此， S_{0-1} 可作为故障诊断和最优共振频带选取的有效判据。

4 试验验证

为进一步验证本文所述改进 EWT 方法的有效性，开展滚动轴承内外圈故障诊断试验。试验采用南京航空航天大学智能诊断与专家系统研究室 (<http://ides.nuaa.edu.cn>) 带机匣的航空发动机转子试验器。该试验平台是以 1 : 3 比例仿制的某型真实发动机。试验平台能有效反映航空发动机振动信号在传递过程中的衰减特性，试验中所采用的轴承型号为 6206 单列深沟球轴承，其结构如图 9，主要参数如表 3。

轴承故障采用电火花线切割技术分别在外圈、内圈滚道上加工凹槽来模拟，凹槽宽度为 1.0 mm，



图 9 模拟试验器及预设故障

Fig. 9 Simulated experimenter and preset faults

表 3 HRB 6206 深沟球轴承参数

Table 3 Parameters of HRB 6206 deep groove ball bearings

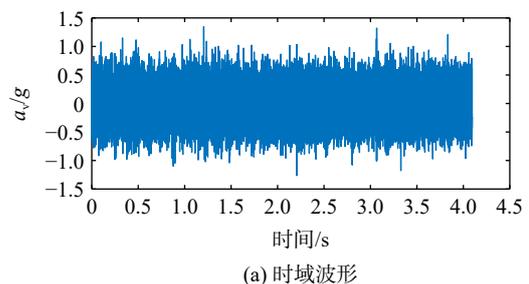
内径/ mm	外径/ mm	厚度/ mm	滚珠直径/ mm	节径/ mm	滚珠数/ 个	接触角/ (°)
30	62	16	9.5	46	9	0

如图 9(b) 和图 9(c)。采样频率为 32 kHz，采样时长为 4 s，数据点数为 131 072 个。

4.1 外圈故障

外圈故障原始信号源自机匣垂直测点，转速为 3 493 r/min，由式 (12) 可知，理论外圈故障频率 f_0 为 207.9 Hz。原始信号时域波形、频谱如图 10。

由图 10(b) 可知，在原始信号频谱 $\hat{x}(f_k)$ 中，受到噪声、轴转速倍频以及传递路径影响，在理论外圈故障频率处没有明显的能量集中，无法对轴承状况进行故障诊断，下面采用本文所述改进 EWT 方法进行处理，得到有效极值点和频谱分割结果如图 11。



(a) 时域波形

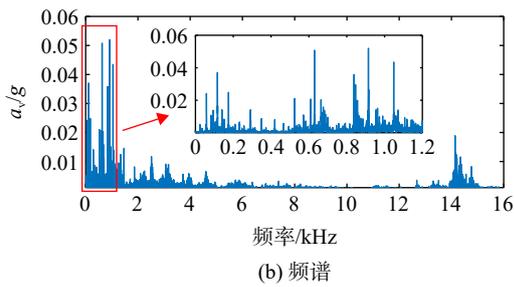


图 10 外圈故障信号时域波形及频谱
Fig. 10 Time domain waveform and spectrum of outer race fault signal

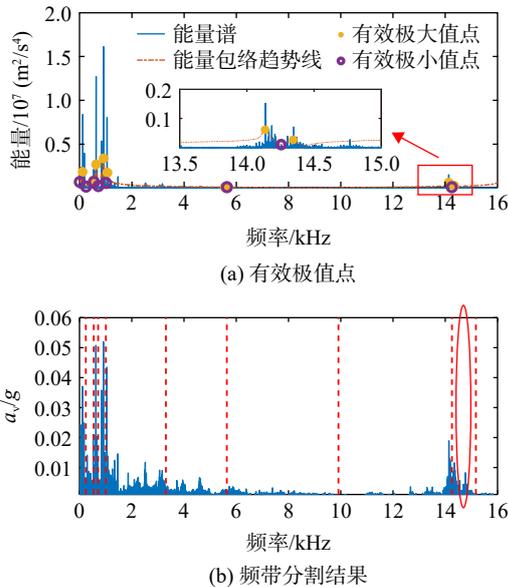


图 11 外圈故障信号有效极值点与改进 EWT 频带分割结果
Fig. 11 Effective extreme points and the frequency band division result by improved EWT of outer race fault signal

在图 11(a)局部放大中,有效极大值点右侧没有有效极小值点,说明该有效极大值点右侧的所有点均不满足式(20),后续将以该有效极大值点对应频率和采样频率一半对应频率的中间值作为边界频率,对频谱进行分割。

利用边界频率,构建小波滤波器组,进行滤波处理,分解得到 10 个 IMF。故障诊断所需分析的频率范围 $[f_{min}, f_{max}]$ 为 0~16 kHz,外圈故障特征频率显著性指标 S_{0-1} 如表 4。

由表 4 可知, S_{0-1} 较大的子信号为 IMF8、IMF9、IMF10,其平方包络谱如图 12。

IMF10 的 S_{0-1} 为 0.853 6,显著度水平较高,可以明显提取出外圈故障特征频率的基频以及 3 倍频、4 倍频,但在 IMF10 的平方包络谱中存在着

表 4 外圈故障信号改进 EWT 分解得到各 IMF 的 S_{0-1}
Table 4 S_{0-1} of each IMF decomposed by improved EWT of outer race fault signal

IMF	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5
S_{0-1}	0.049 5	0.038 8	0.000 1	0.002 0	0.061 7
IMF	IMF6	IMF7	IMF8	IMF9	IMF10
S_{0-1}	0.008 7	0.014 8	0.912 1	0.999 8	0.853 6

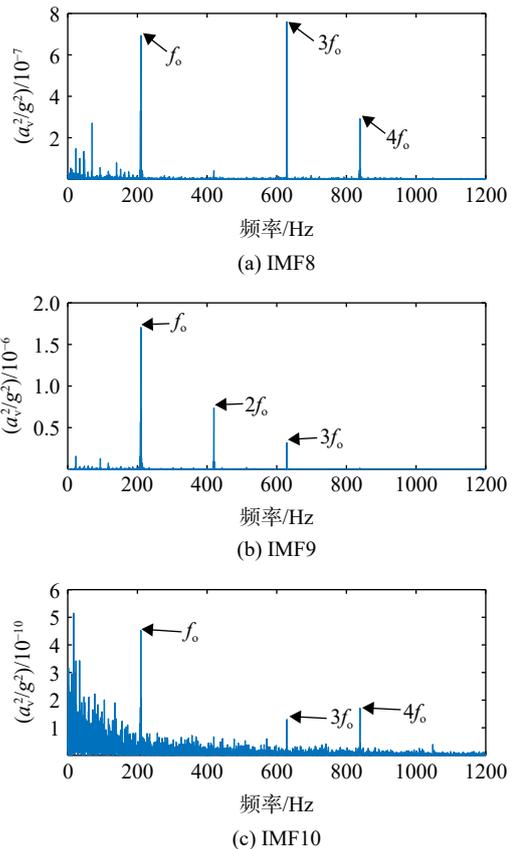


图 12 IMF8、IMF9、IMF10 平方包络谱
Fig. 12 Envelope spectrum of IMF8, IMF9, IMF10

大量转速倍频和杂波频率干扰; IMF8 的 S_{0-1} 为 0.912 1,显著度水平较高,在 IMF8 的平方包络谱中,可以明显提取出外圈故障特征频率的基频以及 3 倍频、4 倍频,但在基频左侧存在些许转速倍频和杂波频率干扰; IMF9 的 S_{0-1} 为 0.999 8,在各 IMF 中最高,频带范围为 14 255~15 172 Hz。在 IMF9 的平方包络谱中,可以明显提取出外圈故障特征频率的基频以及 2 倍频、3 倍频,且基频左侧转速倍频以及杂波频率干扰更小,2 倍频更加明显,因此可将 IMF9 所在频带作为原始信号的最优共振频带。

下面使用原始 EWT 方法进行对比分析,原始 EWT 频带划分结果和 IMF10 平方包络谱如图 13 所示。

采用原始 EWT 方法, 分段数 N 与改进 EWT 自适应划分频带数相同, 设定为 10, 频带分割结果如图 13(a) 所示, 各 IMF 的 S_{0-1} 如表 5 所示, S_{0-1} 最高的 IMF10 的平方包络谱如图 13(b) 所示, 频带范围为 1 048~16 kHz。原始 EWT 方法由于采取 localmax 准则, 根据极大值点的中间值进行频谱分割, 易陷入局部最优。由于原始频谱谱线幅值分布不均, 分割边界全部集中在低频段, 高频段没有得到合理划分。机匣测点信号高频段包含显著的外圈故障冲击信息, 即使高频段没有合理划分, 在 IMF10 的平方包络谱中仍可提取出外圈故障特征频率及其 2 倍频、3 倍频、4 倍频, 但选取的最优共振频带范围过宽, 且基频左侧包含大量转速倍频和杂波频率。

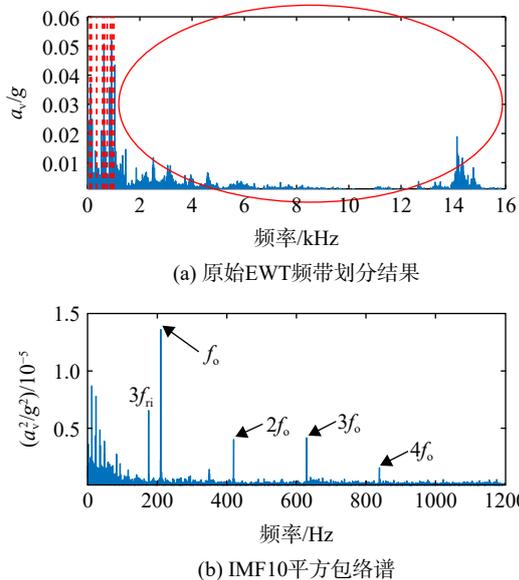


图 13 原始 EWT 频带划分结果和 IMF10 平方包络谱
Fig. 13 Frequency band division results decomposed by original EWT and IMF10 squared envelope spectrum

表 5 外圈故障信号原始 EWT 分解得到各 IMF 的 S_{0-1}
Table 5 S_{0-1} of each IMF decomposed by original EWT of outer race fault signal

IMF	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4	IMF5
S_{0-1}	0.003 6	0.088 7	0.013 0	0.015 7	0.000 1
IMF	IMF6	IMF7	IMF8	IMF9	IMF10
S_{0-1}	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.999 2

相比于原始 EWT, 采用本文所述改进 EWT 方法, 最优共振频带范围缩减 93.87%, 并包含核心的外圈故障信息, 能有效提取出外圈故障特征频率及其 2 倍频、3 倍频, 转速倍频和杂波干扰较小, S_{0-1} 高达 0.999 8。

4.2 内圈故障

内圈故障原始信号源自机匣垂直测点, 转速为 3 491 r/min, 由式 (13) 可知, 理论内圈故障频率 f_i 为 315.9 Hz。原始信号时域波形、频谱如图 14。

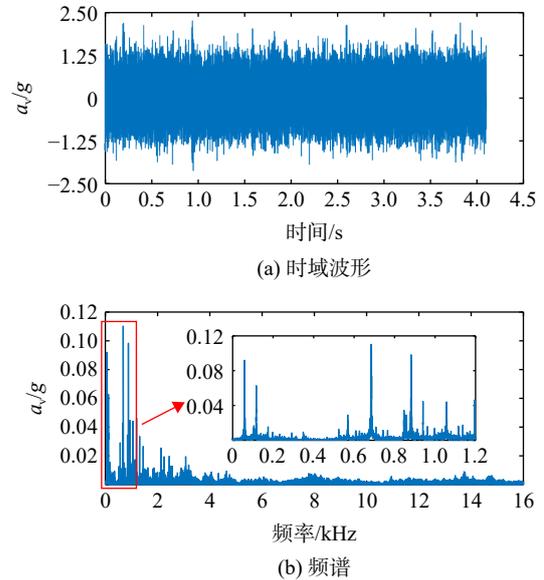


图 14 内圈故障信号时域波形及频谱
Fig. 14 Time domain waveform and spectrum of inner race fault signal

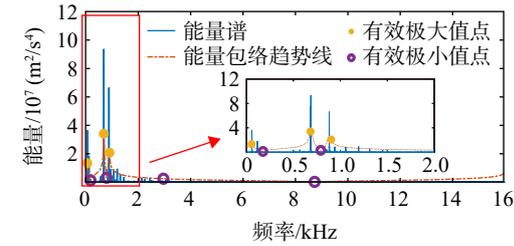
由图 14(b) 可知, 在原始信号频谱 $\hat{x}(f_k)$ 中, 受到噪声、轴转速倍频以及传递路径影响, 无法提取出有效故障信息, 下面采用本文所述改进 EWT 方法进行处理, 得到有效极值点和频谱分割结果如图 15。

利用分割边界, 构建小波滤波器组, 对原始信号进行滤波处理, 分解得到 4 个 IMF。故障诊断所需分析的频率范围 $[f_{min}, f_{max}]$ 为 0~16 kHz, 归一化故障特征频率显著性指标 S_{0-1} 如表 6。

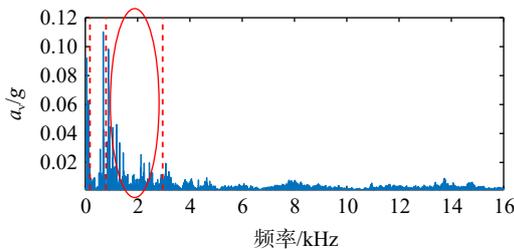
由表 6 可知, S_{0-1} 最大的子信号为 IMF3, 平方包络谱如图 16。

由于轴承内圈随轴一同旋转, 因此平方包络谱中存在大量转速频率、倍频和以转速频率及其倍频为间隔的边频。IMF3 的 S_{0-1} 为 0.648 5, 在各 IMF 中最高, 频带范围为 791~2 958 Hz, 可以明显提取出内圈故障特征频率的基频以及 3 倍频、转速频率及其 3 倍频, 以及以内圈故障特征频率为中心频率, 转速频率及其倍频为间隔的边频。因此可将 IMF3 所在频带作为原始信号的最优共振频带。

下面使用原始 EWT 方法进行对比分析, 原始 EWT 频带划分结果和 IMF4 平方包络谱如图 17 所示。



(a) 有效极值点



(b) 频带分割结果

图 15 内圈故障信号有效极值点与改进 EWT 频带分割结果

Fig. 15 Effective extreme points and the frequency band division result by improved EWT of inner race fault signal

表 6 内圈故障信号改进 EWT 分解得到各 IMF 的 S_{0-1}

Table 6 S_{0-1} of each IMF decomposed by improved EWT of inner race fault signal

IMF	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4
S_{0-1}	0.000 6	0.000 7	0.648 5	0.002 7

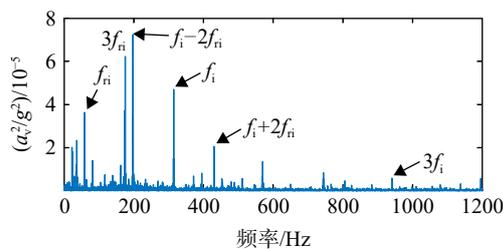
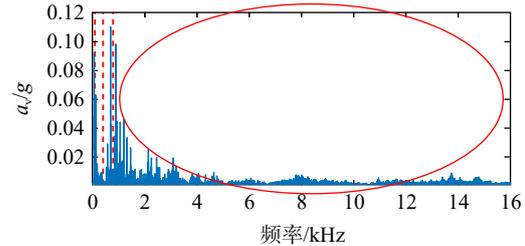


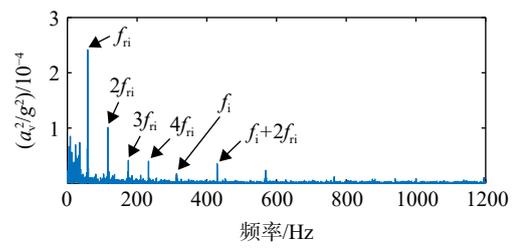
图 16 IMF3 平方包络谱

Fig. 16 Square envelope spectrum of IMF3

采用原始 EWT 方法,分段数 N 与改进 EWT 自适应划分频带数相同,设定为 4,频谱分割结果如图 17(a),各 IMF 的 S_{0-1} 如表 7, S_{0-1} 最高的 IMF4 的平方包络谱如图 17(b),频带范围为 783~16 kHz。原始 EWT 方法采取 localmax 准则,陷入局部最优,分割边界全部集中在低频带,高频带没有得到合理划分。不同于外圈故障信号,机匣测点信号高频段包含显著转速和倍频信息,而内圈故障信息微弱,在 IMF4 的平方包络谱中,内圈故障特征频率幅值明显小于转速频率及其倍频,无法明显提取出内圈故障信息。



(a) 原始 EWT 频谱分割结果



(b) IMF4 平方包络谱

图 17 原始 EWT 频带划分结果和 IMF4 平方包络谱

Fig. 17 Frequency band division results decomposed by original EWT and IMF4 squared envelope spectrum

表 7 内圈故障信号原始 EWT 分解得到各 IMF 的 S_{0-1}

Table 7 S_{0-1} of each IMF decomposed by original EWT of inner race fault signal

IMF	IMF1	IMF2	IMF3	IMF4
S_{0-1}	0.001 2	0.004 8	0.000 1	0.064 5

相比于原始 EWT,采用本文所述改进 EWT 方法,最优共振频带范围缩减 85.76%,包含明显的内圈故障特征及倍频、边频成分,转速倍频和杂波干扰较小, S_{0-1} 由 0.064 5 提升至 0.648 5,提高 10 倍之多。

4.3 不同转速

为分析试验测试结果的不确定性,将机匣垂直测点不同转速下的内外圈故障数据采用本文所述原始和改进 EWT 方法进行故障诊断和提取最优共振频带,分段数 N 相同,结果如表 8、表 9。

由表 8 可知,原始 EWT 的平均 S_{0-1} 为 0.660 7,其中 S_{0-1} 高于 0.8 占比 60.0%,改进 EWT 的平均 S_{0-1} 为 0.977 7,提高 48.0%,其中 S_{0-1} 高于 0.8 占比 93.3%,提高 55.6%。由表 9 可知,原始 EWT 的平均 S_{0-1} 为 0.278 9,其中 S_{0-1} 高于 0.5 占比 13.3%,改进 EWT 的平均 S_{0-1} 为 0.764 5,提高 174.1%,其中 S_{0-1} 高于 0.5 占比 100.0%,提升效果显著,且最优频带范围更加集中。对于外圈故障数据 9 和内圈故障数据 4,解调结果对比如图 18、图 19,虽然两种方法提取的最优共振频带范围相差较小,但 S_{0-1} 数值却有显著区别,可见共振频带范围的

表 8 不同转速下外圈故障信号 S_{0-1} 及频带划分结果
Table 8 Outer race fault signal S_{0-1} and frequency band division result at different speeds

数据	转速/(r/min)	S_{0-1}		频带/Hz	
		原始 EWT	改进 EWT	原始 EWT	改进 EWT
1	1 500	0.119 5	1.000 0	700~892	8 866~16 000
2		0.046 4	0.956 8	338~680	8 869~16 000
3		0.006 7	0.763 8	1 058~16 000	8 881~16 000
4		0.506 3	1.000 0	759~925	8 877~16 000
5		0.476 2	1.000 0	982~16 000	8 897~16 000
6		1.000 0	1.000 0	442~977	435~975
7		1.000 0	1.000 0	442~977	452~975
8	2 500	1.000 0	1.000 0	442~977	427~918
9		0.141 2	1.000 0	368~809	438~913
10		0.990 4	1.000 0	442~883	434~970
11	3 500	0.845 1	0.998 3	981~16 000	14 252~16 000
12		0.989 8	0.999 7	981~15 192	8 796~15 192
13		0.976 6	0.999 4	981~16 000	8 778~15 268
14		0.978 2	0.999 5	1 829~16 000	10 002~14 399
15		0.834 2	0.947 7	914~16 000	14 369~15 265
S_{0-1} 平均值		0.660 7	0.977 7		
大于 0.8 占比/%		60.0	93.3		

表 9 不同转速下内圈故障信号 S_{0-1} 及频带划分结果
Table 9 Inner race fault signal S_{0-1} and frequency band division result at different speeds

数据	转速/(r/min)	S_{0-1}		频带/Hz	
		原始 EWT	改进 EWT	原始 EWT	改进 EWT
1	1 500	0.376 7	1.000 0	353~773	351~897
2		1.000 0	1.000 0	353~883	345~875
3		0.409 4	1.000 0	705~1 767	345~874
4		0.357 8	1.000 0	353~773	349~880
5		0.410 4	1.000 0	353~773	351~897
6	2 500	0.186 0	0.659 2	1 060~16 000	941~2 371
7		0.125 2	0.691 1	1 211~16 000	1 777~3 279
8		0.275 0	0.646 3	1 211~16 000	1 175~2 372
9		0.696 0	0.815 5	881~16 000	862~8 968
10		0.040 4	0.547 3	1 101~16 000	1 174~2 550
11	3 500	0.166 5	0.633 5	87~401	1 442~2 314
12		0.021 1	0.570 5	882~16 000	1 102~1 741
13		0.033 6	0.642 8	784~16 000	792~4 256
14		0.029 7	0.735 6	882~16 000	807~1 520
15		0.055 4	0.526 2	784~16 000	807~4 508
S_{0-1} 平均值		0.278 9	0.764 5		
大于 0.5 占比/%		13.3	100.0		

选取对故障诊断的重要性以及改进 EWT 方法的有效性。

综上所述,相比于原始 EWT,改进 EWT 方法针对不同转速的故障所提取的最优共振频带范围

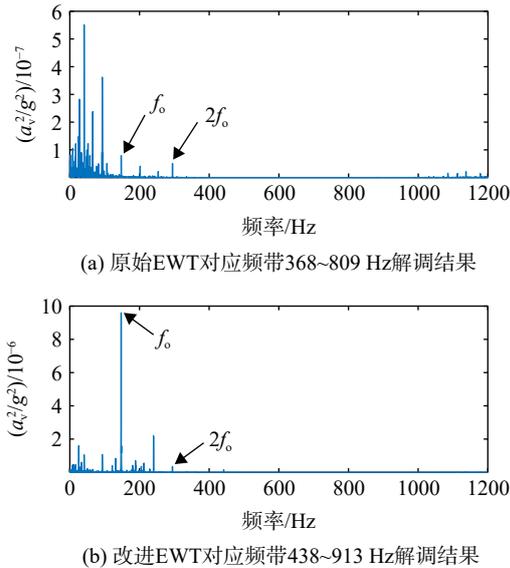


图 18 外圈故障数据 9 原始和改进 EWT 解调结果对比
Fig. 18 Comparison of original and improved EWT demodulation results of outer race fault data 9

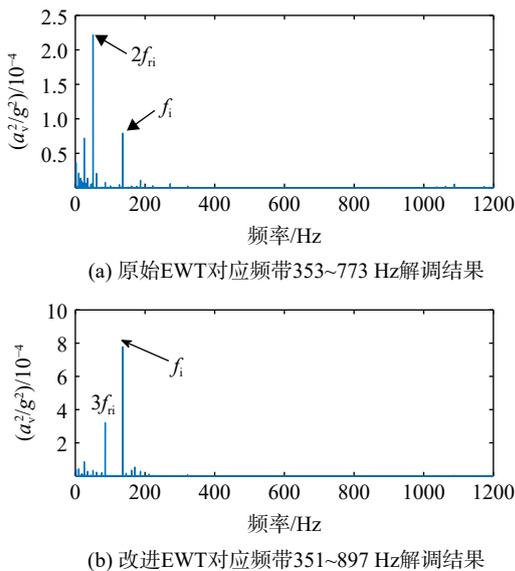


图 19 内圈故障数据 4 原始和改进 EWT 解调结果对比
Fig. 19 Comparison of original and improved EWT demodulation results of inner race fault data 4

适宜、集中,故障特征更加显著,可大大提高方法的适用性与鲁棒性。

5 结 论

针对原始 EWT 需设定分段数,以及受频谱幅值分布影响,易陷入局部最优的不足,本文提出一种基于提取能量包络趋势线自适应划分频带的改进方法。在仿真信号与滚动轴承内外圈故障试验中,本文方法相比于原始 EWT 方法,选择的最优共振频带故障特征及其倍频更加明显,具有一

定的工程应用价值。

1) 利用 Teager 能量算子、希尔伯特变换及 1 阶差分等提取能量包络趋势线,自适应划分频谱,以避免频带划分陷入局部最优,并构造了归一化故障特征频率显著性指标 S_{0-1} 可有效反映故障特征显著程度。

2) 改进的 EWT 方法可有效缩减最优共振频带范围,提高故障特征显著度。针对外圈故障信号,最优共振频带范围缩减 93.87%, S_{0-1} 高达 0.999 8,针对内圈故障信号,最优共振频带范围缩减 85.76%, S_{0-1} 提高 10 倍之多。

3) 相比于原始 EWT,改进 EWT 方法针对不同转速的故障所提取故障特征显著,针对外圈和内圈故障数据平均 S_{0-1} 分别提升 48.0% 和 174.1%,最优共振频带范围适宜且集中,适用性广、鲁棒性强。

参 考 文 献:

- [1] 尉询楷, 杨立, 刘芳. 航空发动机预测与健康管理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [2] 张西宁, 李霖, 刘书语, 等. 基于能量峰定位的经验小波变换及在轴承微弱故障诊断中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(8): 1-8.
ZHANG Xining, LI Lin, LIU Shuyu, et al. Empirical wavelet transform based on energy peak location with applications to bearing weak fault diagnosis[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(8): 1-8. (in Chinese)
- [3] 陈果, 贺志远, 尉询楷, 等. 基于整机的中介轴承外圈剥落故障振动分析[J]. 航空动力学报, 2020, 35(3): 658-672.
CHEN Guo, HE Zhiyuan, WEI Xunkai, et al. Vibration analysis of peeling fault of intermediate bearing outer ring based on whole aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(3): 658-672. (in Chinese)
- [4] 陈果, 郝腾飞, 程小勇, 等. 基于机匣测点信号的航空发动机滚动轴承故障诊断灵敏度分析[J]. 航空动力学报, 2014, 29(12): 2874-2884.
CHEN Guo, HAO Tengfei, CHENG Xiaoyong, et al. Sensitivity analysis of fault diagnosis of aero-engine rolling bearing based on vibration signal measured on casing[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(12): 2874-2884. (in Chinese)
- [5] RANDALL R B, ANTONI J. Rolling element bearing diagnostics; a tutorial[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(2): 485-520.
- [6] 张爽, 王晓东, 李祥, 等. 基于 FVMD 的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 振动与冲击, 2022, 41(6): 236-244.
ZHANG Shuang, WANG Xiaodong, LI Xiang, et al. Extraction method of rolling bearing fault characteristics based on FVMD[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(6): 236-244. (in Chinese)
- [7] MARAGOS P, KAISER J F, QUATIERI T F. On amplitude and frequency demodulation using energy operators[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(4): 1532-1550.
- [8] ZHENG Jinde, CAO Shijun, PAN Haiyang, et al. Spectral envelope-based adaptive empirical Fourier decomposition method and

- its application to rolling bearing fault diagnosis[J]. *ISA Transactions*, 2022, 129: 476-492.
- [9] HUANG N E, SHEN Zheng, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [10] GILLES J. Empirical wavelet transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(16): 3999-4010.
- [11] GILLES J, HEAL K. A parameterless scale-space approach to find meaningful modes in histograms: application to image and spectrum segmentation[J]. *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2014, 12(6): 1450044.
- [12] CHEGINI S N, BAGHERI A, NAJAFI F. Application of a new EWT-based denoising technique in bearing fault diagnosis[J]. *Measurement*, 2019, 144: 275-297.
- [13] 向玲, 高雪媛, 张力佳, 等. IEWT 和 FSK 在齿轮与滚动轴承故障诊断中的应用[J]. *振动、测试与诊断*, 2017, 37(6): 1256-1261, 1286.
XIANG Ling, GAO Xueyuan, ZHANG Lijia, et al. Gear and rolling bearing fault diagnosis based on improved EWT and fast spectral kurtosis filtering[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(6): 1256-1261, 1286. (in Chinese)
- [14] SONG Yueheng, ZENG Shengkui, MA Jiming, et al. A fault diagnosis method for roller bearing based on empirical wavelet transform decomposition with adaptive empirical mode segmentation[J]. *Measurement*, 2018, 117: 266-276.
- [15] 邹磊. 基于共振解调的滚动轴承复合故障分析方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2021.
ZOU Lei. Research on analysis method of rolling bearing compound fault based on resonance demodulation[D]. Nanjing: Southeast University, 2021. (in Chinese)
- [16] 李志农, 刘跃凡, 胡志峰, 等. 经验小波变换-同步提取及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(6): 1284-1292.
LI Zhinong, LIU Yuefan, HU Zhifeng, et al. Empirical wavelet transform-synchroextracting transform and its applications in fault diagnosis of rolling bearing[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(6): 1284-1292. (in Chinese)
- [17] 李政, 张炜, 明安波, 等. 基于 IEWT 和 MCKD 的滚动轴承故障诊断方法[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(23): 136-146.
LI Zheng, ZHANG Wei, MING Anbo, et al. A novel fault diagnosis method based on improved empirical wavelet transform and maximum correlated kurtosis deconvolution for rolling element bearing[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(23): 136-146. (in Chinese)
- [18] 刘尚坤, 唐贵基, 何玉灵. Teager 能量算子结合 MCKD 的滚动轴承早期故障识别[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(15): 98-102.
LIU Shangkun, TANG Guiji, HE Yuling. Incipient fault diagnosis of rolling bearings based on Teager energy operator and MCKD[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(15): 98-102. (in Chinese)
- [19] 裴迪, 岳建海, 焦静. 基于自相关与能量算子增强的滚动轴承微弱故障特征提取[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(11): 101-108, 123.
PEI Di, YUE Jianhai, JIAO Jing. Weak fault feature extraction of rolling bearing based on autocorrelation and energy operator enhancement[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(11): 101-108, 123. (in Chinese)
- [20] 王天金, 冯志鹏, 郝如江, 等. 基于 Teager 能量算子的滚动轴承故障诊断研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(2): 1-5, 85.
WANG Tianjin, FENG Zhipeng, HAO Rujiang, et al. Fault diagnosis of rolling element bearings based on Teager energy operator[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(2): 1-5, 85. (in Chinese)
- [21] 张萌物. 对离散系数定义及公式的完善与改进[J]. *西安石油学院学报(社会科学版)*, 1999, 8(2): 55-56.
ZHANG Mengwu. Perfection and improvement of the definition and formula of discrete coefficient[J]. *Journal of Xi'an Petroleum Institute (Social Sciences Edition)*, 1999, 8(2): 55-56. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)