

# 图像分割的二维最大熵遗传算法

陈果 左洪福

(南京航空航天大学民航学院 南京 210016)

**摘要** 将遗传算法运用于二维最大熵图像阈值分割法,首先对二维阈值坐标进行编码,然后依据二维最大熵准则建立适应度函数,在适当的交叉率和变异率下,最终实现强噪声干扰下图像的有效分割。分割实验表明,文中方法较一维最大熵法具有更强的抗噪声能力,较普通二维最大熵法运算速度更快。

**关键词** 图像分割,遗传算法,熵,二维直方图

**中图法分类号** TP391.4;V233.4;V263.6

## 2-D Maximum Entropy Method of Image Segmentation Based on Genetic Algorithm

Chen Guo Zuo Hongfu

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** 2-D thresholds are coded, then the fitness function is established according to the criterion function of 2-D maximum entropy. Finally the image which is disturbed by serious noise is segmented effectively under the proper crossover rate and mutation rate. Segmentation examples show that the method proposed has greater resistance capability to noise than 1-D maximum entropy approach, and is faster than the common 2-D maximum entropy approach.

**Key words** image segmentation, genetic algorithm, entropy, 2-D histogram

### 1 引言

图像分割是大多数图像分析及视觉系统的重要组成部分,也是图像处理 and 前期视觉中的基本技术。图像分割的目的就是把图像中的物体与背景分开,将人们感兴趣的目标从图像背景中提取出来,为后续处理提供基础。阈值分割法因其实现简单、计算量小、性能较稳定而成为图像分割中最基本和应用最广泛的分割技术。

熵是平均信息量的表征,20世纪80年代初人们开始考虑用信息论中熵的概念进行阈值选取。1980年Pun<sup>[1]</sup>首先提出最大后验熵上限法;Johannsen和Bile<sup>[2]</sup>1982年提出的最小信息互相关法也采用了图像灰度级的熵,该方法将灰度级范围划分为两部分,并使其在互相关(在信息论意义上)最小处选取阈值;1985年Kapur等<sup>[3]</sup>提出最大熵阈值选取法;1989年Abutaleb<sup>[4]</sup>将Kapur等提出的一维最大熵法推广至

二维,即考虑像素的灰度级及其邻域平均灰度级构成的二维直方图;1989年Pal等<sup>[5]</sup>引入图像的 $q$ 阶局部熵与条件熵的概念,提出选取阈值的最大二阶局部熵法与最大条件熵法;1989年Wong等<sup>[6]</sup>介绍了一种考虑均匀性与形状的最大熵阈值选取方法。在这些最大熵法中,Kapur提出的一维最大熵法和被Abutaleb推广的二维最大熵法最为简洁有效,因此应用最广。当图像的信噪比降低时,应用一维最大熵法将产生很多分割错误。二维最大熵法应用二维直方图,不仅反映了灰度分布信息,还反映了邻域空间相关信息,因此在图像信噪比较小时,二维最大熵法明显优于一维最大熵法。但是,被推广的二维最大熵法只是简单地将一维寻优推广为二维寻优,因此导致运算量按指数增长,耗时太长,难以实用。为此,文献[7]提出了二维最大熵法的递推算法,并以加大存储容量为代价将速度提高了近两个数量级;文献[8-9]提出了二维直方图的最佳一维投影分割法和Fisher准则下的一维投影分割法,并将其运用于二维最大熵法,计算量基本上

原稿收到日期:2001-04-20;修改稿收到日期:2001-11-28 陈果,男,1972年生,博士后研究人员,主要研究方向为图像处理与模式识别、信号分析与处理、机械振动以及故障诊断等。左洪福,男,1959年生,教授,博士生导师,主要研究方向为摩擦学、铁谱分析、机械设备故障诊断和磨损检测等。

与一维最大熵法相当

遗传算法是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法<sup>[10]</sup>。隐含并行性和对全局信息的有效利用能力是遗传算法的两大显著特点,前者使遗传算法只需检测少量结构就能反映搜索空间较大的区域,便于实时处理;后者使遗传算法具有较强的鲁棒性,可避免陷入局部最优。近年来,遗传算法已被成功地应用于各种优化问题,遗传算法仿效遗传学中生物从低级到高级的进化过程,将进行的操作应用于一群对搜索空间(或称参数空间)编码的基因串(或称染色体)中,在每一代,遗传算法同时搜索参数空间的不同区域,然后把注意力集中到解空间中期望值最高的部分。通过一群基因串一代又一代地繁殖和交换,遗传算法能搜索到多个局部极值,从而增加了找到全局最优解的可能性。本文在普通二维最大熵法<sup>[4,11]</sup>基础上,提出一种基于遗传算法的二维最大熵法,运用遗传算法的两大显著特点实现二维最大熵法的快速计算。

### 2 二维最大熵阈值分割

综合运用点灰度和区域灰度特征可以较好地表征图像的信息,二维最大熵阈值分割法正立足于此,其具体计算方法如下:

以原始灰度图像( $L$  个灰度级)中各像素及其 8 邻域的 8 个像素为一个区域,计算出区域灰度均值图像( $L$  个灰度级),这样,原始图像中每一个像素都对应于一个点灰度-区域灰度均值对,则此数据对存在  $L \times L$  种可能的取值。设  $n_{ij}$  为图像中点灰度为  $i$  及其区域灰度均值为  $j$  的像素点数,  $p_{ij}$  为点灰度-区域灰度均值对  $(i, j)$  发生的概率

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{N \times N} \quad (1)$$

其中  $N \times N$  为图像的大小,则  $\{p_{ij}, i, j = 1 \sim L\}$  就是该图像关于点灰度-区域灰度均值的二维直方图。图 1 所示为图像二维直方图(用灰度表示),从图中可以看出,点灰度-区域灰度均值对的概率高峰主要分布在平面的对角线附近,并且在总体上呈现出双峰状态。这是由于图像的所有像素中,目标点和背景点所占比例最大,而目标区域和背景区域内部的像素灰度级比较均匀,点灰度及其区域灰度均值相差不大,所以都集中在对角线附近,两个峰分别对应于目标和背景。远离平面对角线的坐标处,峰的高度急剧下降,这部分反映图像

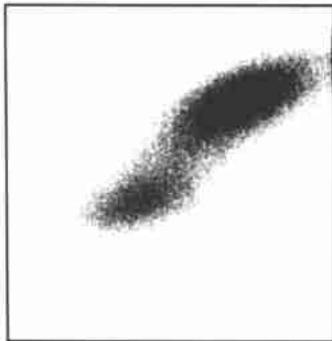


图 1 图像的二维直方图

中的噪声点、边缘点和杂散点。图 2 为二维直方图的  $XOY$  平面图,沿对角线分布的  $A$  区和  $B$  区分别代表目标和背景,远离对角线的  $C$  区和  $D$  区代表边界和噪声,所以应该在  $A$  区和  $B$  区中用点灰度-区域灰度均值,通过二维最大熵法确定最佳阈值,使真正代表目标和背景的信息量最大。

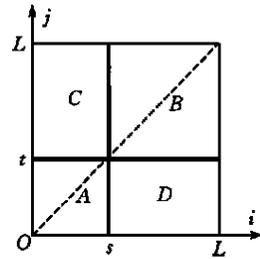


图 2 二维直方图的  $XOY$  平面

设  $A$  区和  $B$  区具有不同的概率分布,用  $A$  区和  $B$  区的后验概率对各区域的概率  $p_{ij}$  进行归一化处理,使分区熵之间具有可加性。如果阈值设在  $(s, t)$ , 则

$$P_A = \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} p_{ij}, \quad P_B = \sum_{i=s}^{L-1} \sum_{j=t}^{L-1} p_{ij} \quad (2)$$

定义离散二维熵为

$$H = - \sum_{i,j} p_{ij} \lg p_{ij} \quad (3)$$

则  $A$  区和  $B$  区的二维熵分别为

$$\begin{aligned} H(A) &= - \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} (p_{ij}/P_A) \lg(p_{ij}/P_A) \\ &= - (1/P_A) \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} (p_{ij} \lg p_{ij} - p_{ij} \lg P_A) \\ &= (1/P_A) \lg P_A \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} p_{ij} - (1/P_A) \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} p_{ij} \lg p_{ij} \\ &= \lg(P_A) + H_A/P_A \end{aligned} \quad (4)$$

同理,

$$H(B) = \lg(P_B) + H_B/P_B \quad (5)$$

其中,  $H_A = - \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} p_{ij} \lg p_{ij}$ ,  $H_B = - \sum_{i=s}^{L-1} \sum_{j=t}^{L-1} p_{ij} \lg p_{ij}$ .

由于  $C$  区和  $D$  区包含关于噪声和边缘的信息,概率较小,所以将其忽略不计,即假设  $C$  区和  $D$  区的  $p_{ij} = 0$  可以得到

$$P_B = 1 - P_A, \quad H_B = H_L - H_A$$

其中,

$$H_L = - \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p_{ij} \lg p_{ij}$$

则  $H(B) = \lg(1 - P_A) + (H_L - H_A)/(1 - P_A)$ .

熵的判别函数定义为

$$\begin{aligned} \Phi_{(s,t)} &= H(A) + H(B) \\ &= H_A/P_A + \lg P_A + (H_L - H_A)/(1 - P_A) + \lg(1 - P_A) \\ &= \lg[P_A(1 - P_A)] + H_A/P_A + (H_L - H_A)/(1 - P_A) \end{aligned} \quad (6)$$

显然,如果不忽略对远离对角线的  $C$  区和  $D$  区的概率,则熵的判别函数为

$$\Phi_{(s,t)} = H(A) + H(B) \quad (7)$$

其中,  $H(A)$  和  $H(B)$  的计算分别如式(4), (5).

选取的最佳阈值向量满足

$$\Phi_{(s^*, t^*)} = \max\{\Phi_{(s,t)}\} \quad (8)$$

### 3 二维最大熵图像分割的遗传算法

将遗传算法同二维最大熵图像分割法联系起来首先要解决两个问题: 一是如何将问题的解编码到基因中; 二是如何构造适应度函数来度量每条基因串(染色体)对问题的适应程度。如果某条基因串的编码代表的阈值能使分割后的图像熵大, 则其适应度就高; 反之, 其适应度就低。

二维熵阈值分割法的目的就是要得到最佳分割阈值  $(s^*, t^*)$ , 使得图像的熵最大, 可以直接对二维阈值矢量进行编码。由于在数字图像处理中, 阈值的选取范围通常为 0~255 中的整数, 因此采用 8 位二进制编码比较方便。本文根据二维阈值坐标值的取值范围, 将其量化值(用二进制串表示)编码成基因串  $a = \{\alpha_0, \dots, \alpha_7, \alpha_8, \dots, \alpha_{15}\}$ , 其中,  $a$  中的前 8 个量化值代表第一个阈值坐标, 后 8 个量化值代表第二个阈值坐标。每个基因串由长度为 16 个比特的串组成, 此时的搜索空间有  $256^2$  个点。适应度函数可直接选择二维熵的判别函数  $\Phi(s, t)$ , 即

$$f_m = \Phi(s, t) \quad (9)$$

本文构造的基于遗传算法的二维最大熵图像分割法的计算流程如图 3 所示。

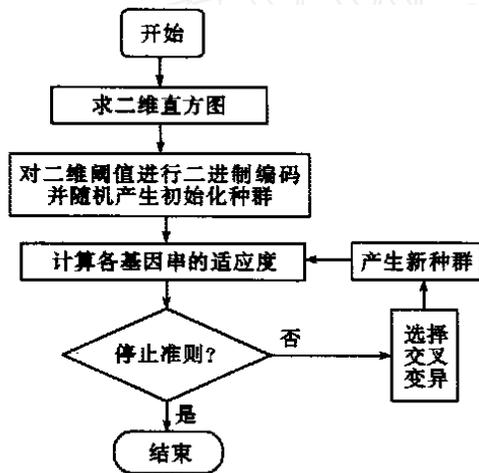


图 3 二维最大熵遗传算法流程

其基本过程如下:

Step 1 设定种群数目  $N$ , 对二维阈值进行二进制编码, 并随机产生初始种群。注意, 种群数目如果取得太小, 遗传算法的性能将变得很差或根本找不出问题的解; 如果取得太大, 则会增加计算量, 使收敛时间增长。种群数目一般取为 30~50 个。

Step 2 对初始种群解码, 并根据式(6), (7)和式(9)计算每条基因串的适应度。

Step 3 将适应度最大的个体, 即种群中最好的个体无条件地复制到下一代新种群中, 然后对父代种群进行选择、交叉和变异等遗传算子运算, 从而繁殖出下一代新种群的其它  $N-1$  个基因串。通常采用轮转法作为选取方法, 适应度大的基因串选择的机会大, 从而被遗传到下一代; 相反, 适应度小的基因串选择的机会小, 将被淘汰。交叉和变异是产生新个体的遗传算子, 若交叉率太大, 将使高适应度的基因串结构很快被破坏掉, 太小则使搜索停滞不前, 一般取为 0.25~0.75; 若变异率太大, 将使遗传算法变为随机搜索, 太小则不会产生

新个体, 一般取为 0.01~0.2。

Step 4 如果达到设定的繁衍代数, 则返回最好的基因串, 并将其作为二维分割阈值, 算法结束; 否则, 回到 Step 3 继续下一代的繁衍。

### 4 图像分割算例

为了验证基于遗传算法的最大熵图像分割法的有效性, 我们以一幅典型的真实磨粒图像为例进行分割实验。磨粒图像是通过在显微镜下对铁谱片进行观察, 并由 CCD 摄像头和图像采集卡所获取的数字图像。对磨粒图像的分割和磨粒目标的提取及识别是智能化铁谱诊断系统的关键技术。磨粒图像一般可以看成是由目标和背景两类象素构成的单阈值图像, 图像中的目标即为金属磨粒(如铁、铜、铝及其合金等), 对磨粒图像进行分割的目的就是要从图像中提取出我们所感兴趣的磨粒目标, 从而为后续的磨粒识别提供基础。由此可见, 磨粒图像的分割和目标提取对智能铁谱分析技术非常重要。

图 4 a 为原始磨粒图像, 图 4 b 为原始磨粒图像的一维直方图, 图 4 c 为原始磨粒图像的二维直方图(用灰度表示); 图 5 a 为在原始磨粒图像上叠加服从正态分布  $N(0, 400)$  的随机噪声后形成的噪声图像, 图 5 b 为噪声图像的一维直方图, 图 5 c 为噪声图像的二维直方图; 图 6 a 为噪声磨粒图像用一维最大熵法的分割结果, 图 6 b 为噪声磨粒图像用本文基于遗传算法的二维最大熵法的分割结果, 在本文遗传二维最大熵法中, 种群数目  $N$  取为 30, 基因串(染色体)二进制编码长度为 16 bits, 交叉率和变异率分别取为 0.50 和 0.1, 经过 10 代遗传后即收敛到最佳阈值。

从直方图上看, 原始磨粒图像的一维直方图表现出了明显的双峰特性, 如图 4 b 所示。二维直方图沿对角线分布且分布区域很窄, 如图 4 c 所示; 但是在噪声污染后, 图像的一维直方图的双峰几乎完全被噪声掩盖, 如图 5 b 所示, 此时已很难分清直方图上的峰和谷。噪声图像的二维直方图同样沿对角线分布, 但其分布区域变得很宽, 如图 5 c 所示, 致使目标和背景区域在点灰度轴上的投影产生了很多重叠, 使一维直方图上的峰和谷很难辨别。

从分割精度上看, 对于受噪声影响后的噪声磨粒图像, 一维最大熵法的分割结果显然很差, 如图 6 a 所示。由于噪声的影响, 使分割后的磨粒目标内部出现许多小洞, 而且磨粒边界出现了大量的不连续, 同时也导致了許多目标的失落。从图 6 b 和图 6 c 不难看出, 本文提出的遗传二维最大熵法对噪声磨粒图像实现了最佳的分割。从分割结果可以看出, 磨粒目标的内部区域完整, 不存在受噪声污染的小洞, 磨粒边界完全封闭, 几乎没有局部断开的现象; 与一维最大熵法相比, 磨粒目标失落现象明显减少。由此可见, 对于噪声污染下的图像, 本文提出的遗传二维最大熵法的分割性能明显优于一维最大熵法; 同时, 对比图 6 b, 6 c 不难看出, 二者的分割结果几乎相同, 是否考虑二维直方图上远离对角线的 C 区和 D 区的概率对分割结果影响很小。

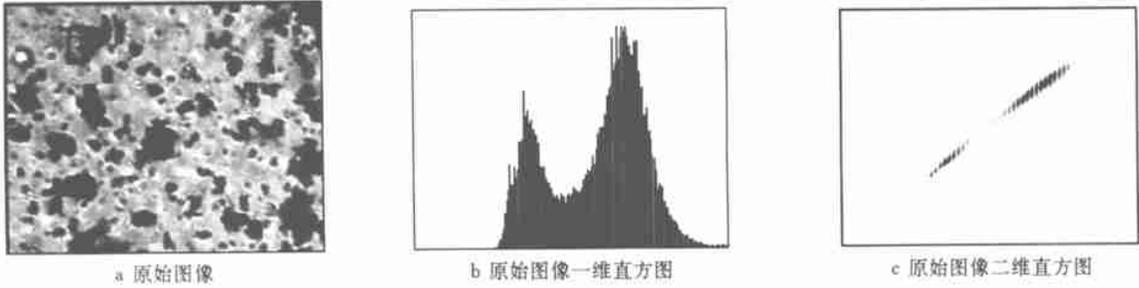


图 4 原始磨粒图像

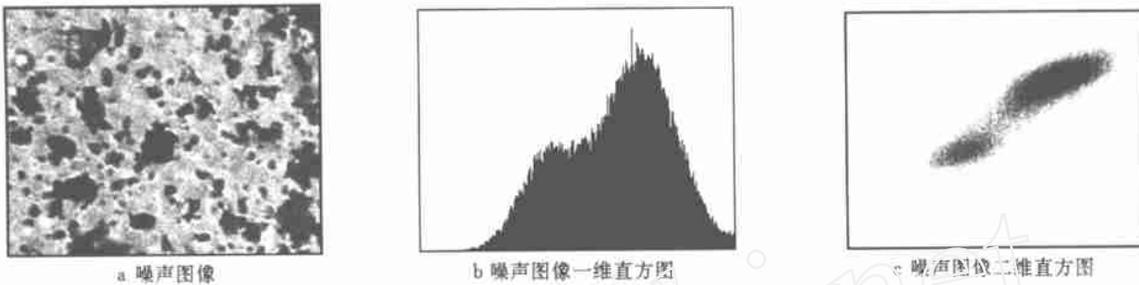


图 5 叠加  $N(0,400)$  噪声后的磨粒图像

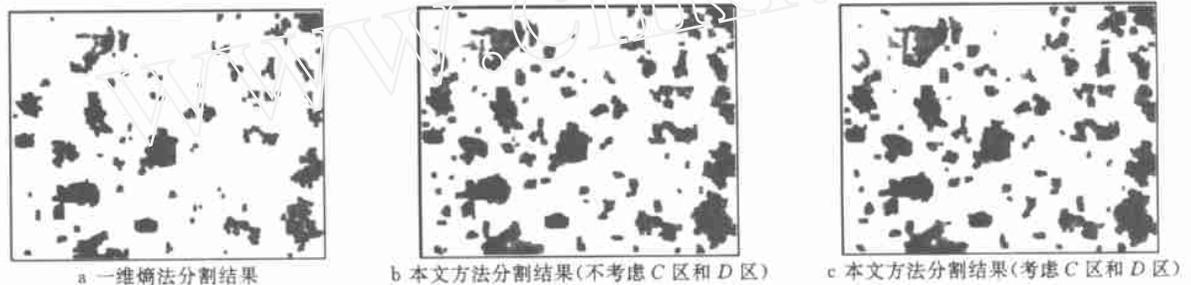


图 6 噪声磨粒图像的分割结果

从计算速度上看,在种群数为 30 时,本文的遗传二维最大熵法通过 10 代遗传后,收敛到最佳阈值,共计算了  $n_1 = 30 \times 10 = 300$  次熵判别函数;但是如果采用简单推广的二维最大熵分割法<sup>[4]</sup>,运用穷举搜索法求取最佳分割阈值,则需计算  $n_2 = 256 \times 256 = 65536$  次熵判别函数,相比之下,本文方法的速度提高  $S = n_2/n_1 = 65536/300 \approx 218$ (倍)。一维最大熵法由于仅考虑一维直方图,所以只需计算 256 次熵判别函数,显然,本文方法与一维最大熵法相比,计算速度基本相同。文献[8]提出的二维最大熵递推算法尽管速度也很快,但需要的存储空间要大得多,且方法的复杂性也大为增加。

文献[4]中 A butaleb 曾认为穷举搜索法是二维最大熵法求取二维阈值矢量的唯一方法,二维最大熵法以计算时间为代价获取了比一维熵法更佳的分割精度。显然,本文提出的遗传二维最大熵法从根本上否定了 A butaleb 的观点,本文方法不仅在图像分割精度上达到了最佳,且计算速度也基本与一维最大熵法相同。由此可见,与其它方法相比,权衡其分割精度和计算速度,本文提出的遗传二维最大熵法不失为一种非常实用有效的图像阈值分割方法。

### 5 结 论

本文将遗传算法运用于二维最大熵图像阈值分割法,构

造出了图像分割的遗传二维最大熵法,并以真实磨粒图像为例,同时叠加服从正态分布  $N(0,400)$  的随机噪声,对噪声磨粒图像进行了分割实验。对本文的基于遗传算法的二维最大熵法与一维最大熵法进行比较,结果表明本文方法对噪声图像的分割效果很好,其分割精度明显优于一维最大熵法,而计算速度基本与一维最大熵法相同。所以本文提出的遗传二维最大熵法是一种实用有效的图像阈值分割法。

### 参 考 文 献

- [1] Pun T. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of histogram [J]. Signal Processing, 1980 (2): 223~ 237
- [2] Johannsen G, Bile J. A threshold selection method using information measures[A]. In: Proceedings of the 6th ICPR, 1982. 140~ 143
- [3] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985(29): 273~ 285

- [4] Abutaleb A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimension entropy[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1989(47): 22~ 32
- [5] Pal N R, Pal S K. Entropy thresholding[J]. Signal Processing, 1989(16): 97~ 108
- [6] Wong A K C, Sahoo P K. A gray-level threshold selection method based on maximum entropy principle[J]. The Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions, 1989, SM C-19(4): 866~ 871
- [7] Zhang Yijun, Wu Xueqing, Xia Liangzheng. Fast recurrence algorithm of image thresholding using 2D entropy[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1997, 10(3): 259~ 264 (in Chinese)  
(张毅军, 吴雪青, 夏良正. 二维熵图像阈值分割的快速递推算法[J]. 模式识别与人工智能, 1997, 10(3): 259~ 264)
- [8] Li Liyuan, Gong Jian, Chen Weinan. Image segmentation method based on optimum 1D projection of 2D gray histogram[J]. Acta Automatica Sinica, 1996, 22(3): 315~ 322 (in Chinese)  
(李立源, 龚坚, 陈维南. 基于二维灰度直方图最佳一维投影的图像分割方法[J]. 自动化学报, 1996, 22(3): 315~ 322)
- [9] Gong Jian, Li Liyuan, Chen Weinan. Image segmentation method based on Fisher linear segmentation of 2D gray histogram[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1997, 10(1): 1~ 7 (in Chinese)  
(龚坚, 李立源, 陈维南. 基于二维灰度直方图 Fisher 线性分割的图像分割方法[J]. 模式识别与人工智能, 1997, 10(1): 1~ 7)
- [10] Davis L. Handbook of Genetic Algorithm[M]. New York: van Nostrand, 1991
- [11] Xia Liangzheng. Digital Image Processing[M]. Nanjing: Southeast University Publishing House, 1999. 223~ 228 (in Chinese)  
(夏良正. 数字图像处理[M]. 南京: 东南大学出版社, 1999. 223~ 228)

## 中国计算机学会 全国第四次程序设计语言发展与教学学术会议

### 征文通知

全国第四次程序设计语言发展与教学学术会议定于 2003 年春季在江苏扬州召开. 本次会议由东南大学承办, 扬州大学、南京大学、武汉大学等院校协办, 现将有关事项通知如下:

#### 一、征文范围

- |   |  |
|---|--|
| <p>A. 程序设计语言历史、现状与发展</p> <p>B. 面向对象语言及相关技术</p> <p>C. 各类建模语言及其设计、实现与应用</p> <p>D. 面向网络应用的程序设计语言 (XML, HTML, PERL 等)</p> <p>E. 其它各种新型程序设计语言 (包括逻辑型语言、函数型语言等)</p> <p>F. 程序设计语言分析、评价与比较</p> <p>G. 程序设计语言语法、语义与语用以及形式化描述技术与</p> | <p>方法</p> <p>H. 并发、并行与实时程序设计语言</p> <p>I. 软件开发过程中各类描述语言 (包括软件体系结构描述语言等)</p> <p>J. 第四代语言与数据库语言</p> <p>K. 程序设计语言教学、教材与课件</p> <p>L. 各类写作语言与工具</p> <p>M. 其它</p> |
|---|--|

#### 二、征文要求

来稿一般不得超过 6000 字, 并且未被其它会议、期刊录用或发表. 为了便于正式出版论文集, 来稿必须附中英文摘要、关键词与主要参考文献, 注明作者姓名、工作单位、详细通讯地址 (包括电子邮件地址与电话) 与作者简介.

欢迎电子投稿, 来稿不退, 请自留底稿

#### 三、来稿地址

南京东南大学计算机科学与工程系 徐宝文 邮编: 210096  
电话: (025) 3793977; E-mail: bwxu@seu.edu.cn

#### 四、重要日期

征文截止日期: 2002 年 10 月 15 日  
录用通知发出日期: 2002 年 11 月 15 日  
修改稿截止日期: 2002 年 12 月 15 日