

文章编号: 1000-8055(2007)01-0001-07

# 非线性时间序列的动力学混沌 特征自动提取技术

陈 果

(南京航空航天大学 民航学院, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 提出了一种非线性时间序列混沌特征的自动提取方法. 该方法直接根据非线性时间序列, 依次计算出延迟时间、嵌入维数、相关维数、最大李雅普诺夫指数、相轨迹特征以及 Poincare 特征等混沌特征, 整个特征的提取过程自动完成, 毋须人工干预. 最后用算例表明了该方法的有效性和正确性. 该方法对于利用非线性混沌特征进行非线性系统故障诊断和趋势预测具有重要意义.

**关 键 词:** 航空、航天推进系统; 非线性时间序列分析; 混沌; 特征提取; 故障诊断

**中图分类号:** TP206.3; O329

**文献标识码:** A

## Dynamic chaos features auto-extracting technique of non-linear time series

CHEN Guo

(College of Civil Aviation,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A new method is put forward, which can implement auto-extracting of chaos features of nonlinear time series. It can directly from non-linear time series compute the chaos features such as delay time, embedded dimensions, correlation dimension, maximum Lyapunov exponents, phase track features and Poincare map features, and the whole features extracting process is carried out automatically without manpower intervention. Finally, examples show the validity and correctness of the new method. The new chaos features extracting method has important meaning to fault diagnosis of nonlinear system by nonlinear chaos feature.

**Key words:** aerospace propulsion system; nonlinear time series analysis; chaos; feature extracting; fault diagnosis

非线性时间序列分析方法是基于相空间重构, 研究如何将响应信号变换到重构的相空间中, 并从中抽取动力学特征信息的重要技术, 同时它也是对时间序列混沌运动进行识别的有效方法.

非线性时间序列分析用一维观测量的延迟时间变量, 构成  $m$  维相空间坐标, 进而在重构成相空间的基础上研究观察轨道的不变量, 如李雅普

诺夫指数、各种分维数等. 重构相空间是非线性时间序列分析的基础, 一般采用时延法进行, 其关键在于如何选取嵌入空间维数  $m$  和延迟时间.

文献[1]采用计算重构误差最小的方法获取最优延迟时间, 文献[2]采用相互信息法计算最优延迟时间, 文献[1]在获得延迟时间的基础上, 通过不断增加嵌入空间维数  $m$ , 使得相关维不

收稿日期: 2005-10-24; 修订日期: 2006-02-26

作者简介: 陈果(1972-), 男, 四川武胜人, 南京航空航天大学民航学院副教授, 主要从事航空发动机状态监测与故障诊断、智能诊断与专家系统、非线性转子动力学、机器学习与知识获取及图像处理及模式识别等领域研究.

断达到饱和从而得到最优  $m$ , 文献[2]利用近邻法获取了最优  $m$ . 这些方法均具有一定的有效性, 但基本上均无法自动完成计算, 需要人工参与以获取相应的最优值. 由此可见, 在非线性时间序列分析中, 由于混沌参数的计算均非常复杂, 导致对于混沌特征的自动提取问题难度较大.

有鉴于此, 本文在改进现有方法的基础上, 提出一套自动计算非线性混沌特征参数的方法和流程, 整个过程不需要人工参与而能自动完成. 本文方法能够提高非线性时间序列特征提取的自动化程度, 对于利用非线性混沌特征参数进行机械设备故障诊断具有重要意义.

## 1 相空间重构理论

在工程应用中, 由于条件所限, 一般只能得到系统的一个状态变量的输出, 通常以离散的时间序列  $\{x_i\}, i = 1, 2, \dots, N$  的形式出现. 原则上讲它是系统中各要素相互作用的结果, 因此它应该包含该动力系统的信息. 为了研究系统的动力学特征, 就要从这个时间序列中抽取动力系统, 重构相空间.

设观测的时间序列为  $\{x_i\} i = 1, 2, \dots, N$ , 其采样时间间隔为  $t$ , 建立一个  $m$  维嵌入空间, 将  $\{x_i\}$  映射到该嵌入空间中, 这时可对  $\{x_i\}$  进行延迟采样, 延迟时间为  $\tau$ , 为  $t$  的整数倍, 即  $\tau = J \cdot t$  ( $J$  为整数), 将得到若干新的时间序列.

$$V_i = (x_i, x_{i+J}, x_{i+2J}, \dots, x_{i+(m-1)J}), \\ i = 1, 2, \dots, N - (m-1)J \quad (1)$$

$V_i$  对应于  $m$  维相空间的一个点,  $N - (m-1)J$  个点形成了相空间中一条动力学轨道. 由此可见, 嵌入维数和延迟时间的选择和确定是需要首先考虑的问题. 其他混沌特征参数均是建立在此两个参数的基础上. 虽然许多研究者均对此进行了详细研究<sup>[3-7]</sup>, 但所提出的方法几乎均需要人工干预才能获得最佳的特征参数. 有鉴于此, 本文在改进现有方法的基础上, 提出了自动计算非线性时间序列所有混沌参数的方法. 从而充分保证了非线性时间序列混沌特征参数提取的自动化程度.

## 2 非线性时间序列混沌特征参数的自动提取技术

### 2.1 延迟时间的自动选取方法

当用式(1)表示信号时, 希望矢量中的每个分量都能提供有关信号的新信息. 分量之间的动力学差别是通过信号源在时间  $\tau = J \cdot t$  内演化得到

的. 如果  $\tau$  选择过小, 那么  $x(i)$  与  $x(i+J)$  之间数值上相当接近, 以至于不能表达成两个基本点独立无关的坐标, 每个分量不能显著地提供系统动力学新的信息; 如果  $\tau$  选择过大, 则  $x(i)$  与  $x(i+J)$  在统计意义上可能完全独立不相关, 而动力轨道在吸引子上的投影将分布在两个完全无关的方向, 这与物理系统由于惯性所致的连续相关相矛盾, 所重构的相空间也就无法真实刻划出原动力系统的特征. 所以合适的  $\tau$ , 使得坐标之间既不线性相关又非完全独立, 将对建于该空间的数据模型的性能好坏有着至关重要的影响.

事实上, 信号分析中的采样定理, 描述了信号采集必须遵循的规律, 那就是采样的频率要大于或等于两倍最高分析频率. 即  $f_s \geq 2f_m$ , 否则信号将产生失真. 在数据采集中, 为了保证信号不失真, 通常  $f_s = 10f_m$ , 显然实际的信号均存在很大的冗余信息.

由此可见, 最佳延迟时间  $\tau$  的选择要求相邻数据点之间的信息既不线性相关也不完全独立, 而当信号的采样频率正好满足采样定理时, 此时, 信号数据点间的信息应该是既不线性相关又不完全独立, 由此可见, 可以根据采样定理来确定当前信号的最佳延迟时间  $\tau$ . 具体步骤为:

Step1: 对原信号零均值处理后, 进行频谱分析, 确定实际信号的最高频率  $f_m$ , 在频谱上搜索  $f_m$  的方法是: 首先获取频谱最大值  $A_{\max}$ , 然后从最高频率向最低频率搜索, 当出现大于  $A_{\max}/100$  的频谱值时, 则对应的频率则为最高频率  $f_m$ ;

Step2: 按采样定理计算刚好不失真时的采样频率  $f_s = 2f_m$ , 并得到采样时间间隔  $T_s = 1/f_s$ ;

Step3: 得到时间序列的实际采样时间间隔  $T$ ;

Step4: 计算延迟时间  $\tau = T_s/T$ .

### 2.2 嵌入维数与相关维数的自动计算

嵌入定理<sup>[1]</sup>指出: 如果原吸引子的维数为  $d$ , 则嵌入空间的维数  $m \geq 2d + 1$ . 即嵌入空间的维数一般至少为吸引子维数的两倍才能保证伪相空间和系统的状态空间的动力学特性定性相同.

虽然嵌入定理提供了如何选择嵌入维数的方法, 但实际工程应用中, 一般情况下, 由于缺乏对系统动力维数的先验知识, 导致其选取困难. 目前, 相关研究均采用尝试法来选择  $m$ , 其基本思想是逐渐增大嵌入维数, 直到相关维数收敛.

对于相空间中的  $N$  个采样点  $V_i \in R^m$ , 记  $l_{ij}$

$= \sqrt{V_i - V_j}$  为任意两点  $V_i$  和  $V_j$  间的欧氏距离,定义相关积分

$$C = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N (1 - l_{ij}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(1 - l_{ij})$$

$$H(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ 0 & s < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$C$  表示相空间中的  $N$  个采样点中,点对  $(V_i, V_j)$  之间的距离  $l_{ij} < 1$  的点对比例. 如果  $C$  选得太小,一切点对的距离都不会超过它,因而  $C = 1$ , 这反映不了系统内部的动力特性.  $C$  也不能太小, 否则系统中的一切偶然噪声都会表现出来.

利用相关维数求取最佳嵌入维数的方法是, 对于时间序列  $\{x_i\}$ , 给定一个嵌入维数  $m$ , 进行相空间重构, 计算  $C$ , 在  $\ln(C) - \ln m$  图上, 若有一段是直线, 则该线段的斜率就是相关维数  $D$ . 然后增加  $m$ , 用相同的方法在对数坐标上计算  $D$ , 直到  $D$  达到饱和为止.

显然, 上述计算过程, 需要人工确定  $C$  的值、 $\ln(C) - \ln m$  图的直线段以及相关维是否饱和等情况. 因而整个过程无法实现自动计算. 本文在此基础上进行改进, 提出在延迟时间  $\tau$  已经确定的情况下, 自动计算最佳嵌入维数和对应相关维数的方法. 具体步骤为:

Step1: 从嵌入维数  $m = 1$  开始;

Step2: 按式(1)重构相空间, 得到新的时间序列  $V_i (i = 1, 2, \dots, N - (m - 1)J)$ ;

Step3: 计算重构相空间中, 任意两点  $V_i$  和  $V_j$  间的欧氏距离  $l_{ij} = \sqrt{V_i - V_j}$ , 同时将  $l_{ij}$  归一化, 变换为 0 到 1 之间的值;

Step4: 按  $(i) = e^{-i \times s / IP}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, IP$ ,  $IP$  为计算的点数, 按式(2)计算  $C(i)$ . 经过大量计算发现: 在  $\ln C$  等于  $[-3, -2]$  的范围内, 能够充分保证  $\ln(C)$  与  $\ln m$  之间的线性关系, 在其他区间则较难保证. 由最小二乘法计算  $\ln(C) - \ln m$  图上的斜率从而得到相关维数  $D(m)$ ;

Step5: 计算嵌入维数为  $m$  时的  $\ln(C) - \ln m$  曲线与嵌入维数  $m - 1$  时  $\ln(C) - \ln m$  曲线之间的间隔. 可以按式(3)进行计算:

$$\text{Interval}(m) = \frac{1}{IP} \sqrt{\sum_{i=1}^{IP} [\ln(C_{(m)}) - \ln(C_{(m-1)})]^2} \quad (3)$$

Step6: 计算  $\text{Interval}(m)$  与  $\text{Interval}(m - 1)$  的比值  $d\text{Inv}$ . 如果  $d\text{Inv} < 0.3$ , 则判断此时曲线  $\ln(C) - \ln m$  曲线已经饱和, 确定最佳嵌入维数为  $m$

- 1, 对应的相关维数为  $D(m - 1)$ , 计算停止; 否则, 则判断曲线  $\ln(C) - \ln m$  曲线未饱和,  $m = m + 1$  转到 Step2 继续计算.

### 2.3 李雅普诺夫指数的自动计算

李雅普诺夫指数是描述奇异吸引子性质的一种测度和统计量. 李雅普诺夫指数是针对系统运动轨道而言的. 在  $n$  维离散系统中存在  $n$  个李雅普诺夫指数. 正的李雅普诺夫指数表明在该维方向, 系统运动轨道迅速分离, 长时间行为对初始条件很敏感, 系统的运动是混沌的; 若最大李雅普诺夫指数  $\max > 0$ , 则系统一定存在混沌, 实际操作时采用长度演化法计算最大李雅普诺夫指数  $\max$ . 但是, 最大李雅普诺夫指数  $\max$  计算非常困难, 且很难实现自动计算, 本文在改进小数据量方法<sup>[2]</sup>的基础上, 提出了自动计算  $\max$  的方法和流程. 设嵌入维数和时间延迟均已确定. 具体计算步骤为:

Step1: 按式(1)重构相空间, 得到相空间向量  $\{V_j\} [V_1^T, V_2^T, V_3^T, \dots, V_p^T]$ ;

Step2: 找相空间中每个点  $V_j$  的最近邻点  $V_j$ , 即:

$$d_j(0) = \min_{j=1,2,\dots,p} V_j - V_j \quad (4)$$

Step3: 对相空间中的每个点  $V_j$ , 计算出该邻点对的  $i$  个离散时间步后的距离  $d_j(i)$

$$d_j(i) = \sqrt{V_{j+i} - V_{j+i}}$$

$$i = 1, 2, \dots, \min(M - j, M - j)$$

Step4: 对每个  $i$ , 求出  $j$  的  $\ln d_j(i)$  平均  $y(i)$ , 即:

$$y(i) = \frac{1}{q} \sum_{t_j=1}^q \ln d_j(i) \quad (5)$$

其中  $q$  为非零  $d_j(i)$  的数目, 并用最小二乘法作出回归直线, 该直线的斜率就是最大李雅普诺夫指数  $\max$ . 但是对于周期和准周期时间序列, 在  $y(i) - i$  曲线上很难找出具有明显线性规律的部分, 研究发现, 对于混沌时间序列,  $i$  在 0 到 50 之间, 曲线具有明显的线性趋势. 因此, 本文在得到  $y(i) - i$  曲线后, 对开始 50 个数据点用最小二乘法进行线性回归分析, 然后对回归得到的直线进行显著性检验<sup>[8]</sup>, 如果回归点不具有显著的线性规律, 则认为此时间序列为周期或准周期序列, 则将其最大李雅普诺夫指数令为 0; 如果回归点具有显著的线性规律, 则认为此时间序列为混沌序列, 其最大李雅普诺夫指数及为得到的直线斜率.

### 2.4 准相图数字特征自动计算

对于离散序列的相平面图而言, 常用准相

图——信号的导数用信号的适当延迟来代替所表示的相图,以定性说明系统的运动是否具有混沌特征,同时也可通过准相图形状的变化区分不同的系统状态:准相图为简单的闭环曲线 $\Leftarrow$ 系统作周期运动;准相图为自身交叉的闭环曲线 $\Leftarrow$ 系统作准周期运动;准相图具有无限精细的分形结构 $\Leftarrow$ 系统作混沌运动.因此在确定了适当的时间延迟后,准相图很容易获取,关键在于如何提取准相图的数字特征以表示其形状进而识别出系统的运动状态.本文提出用相轨迹非圆度  $FYD$  和相轨迹无序度  $WXD$  来提取准相图数字特征.

(1) 非圆度:衡量相轨迹的非圆程度,如果系统作周期运动,准相图近似为圆或椭圆,因此非圆度将很低;如果系统作准周期或混沌运动,准相图将自身交叉,近似为圆或椭圆,因此非圆度将很高.设通过时延法得到的准相图二维坐标分别为  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ . 其计算步骤为:

Step 1:将  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$  归一化,取值变换为 0 到 1 之间;

Step 2:将二维平面的两个坐标轴均划分为  $m$  等份,从而形成  $m \times m$  个网格;

Step 3:根据坐标  $(x_1(i), x_2(i))$  在网格上的不同位置进行加权求和,设准相图的相点落在点  $(i, j)$ , 则加权公式如式(6);

$$Value = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left[ A \exp\left[-\frac{(i-u)^2}{2^2}\right] \times A \exp\left[-\frac{(j-u)^2}{2^2}\right] \right] \quad (6)$$

式中: $u = (m-1)/2$ ,  $A = 1$ ,  $= m/8$ . 需要注意的是网格上的点只作一次加权求和,如有多个相点落在网格  $(i, j)$  上,则只能计算一次.

Step 4:设网格上所有点均有相点,则得到最大的值  $Value_{max}$ ,则可定义非圆度为:

$$FYD = Value / Value_{max} \quad (7)$$

显然,相轨迹非圆度的计算中,给予网格中间处的加权值最高,四周最低,对于呈现封闭的圆或椭圆曲线,由于网格中间无相点,因此非圆度  $FYD$  很低;相反,对于交叉或杂乱的曲线,网格中间的相点将大大增加,从而非圆度  $FYD$  将很高.

式(6)中的参数值对  $FYD$  的值影响较大,太小则  $FYD$  的值完全由网格中间的相点决定,当相轨迹为椭圆和杂乱无章时,该值均接近 1,因此无法区分两种形状;太大时则  $FYD$  的值受网格四周的相点影响较大,相轨迹为圆、椭圆和杂乱无章时,该值比较接近 1,区分能力降低,因此式(6)中

的参数经过仔细计算表明了最好的分辨能力.

(2) 无序度:非圆度仅能区分周期运动,无法将准周期运动和混沌运动区分开,因此再利用无序度将混沌运动区分开.其基本原理是,周期运动和准周期运动,其相轨迹是有序的,相邻相点之间的距离将变化很小,对于混沌运动,由于相轨迹混乱,从有序变为无序,相邻相点之间的距离将变化很大.设通过时延法得到的准相图二维坐标分别为  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ . 其计算步骤为:其计算步骤为:

Step 1:将  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$  归一化,取值变换为 0 到 1 之间;

Step 2:计算相邻相点之间的距离,其计算公式为;

$$Dis(i) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} [(x_1(i) - x_1(i-1))^2 + (x_2(i) - x_2(i-1))^2]} \quad (8)$$

Step 3:计算两相邻距离的差:  $dDis(i) = Dis(i) - Dis(i-1)$

Step 4:计算变化次数  $N_{change}$ .

$$\begin{cases} N_{change} = N_{change} + 1 \\ N_{change} = N_{change} + 0 \end{cases}$$

$$(Dis(i) - Dis(i-1)) \times dDis(i-1) < 0$$

$$(Dis(i) - Dis(i-1)) \times dDis(i-1) \geq 0$$

Step 5:定义相轨迹无序度为;

$$WXD = N_{change} / N \quad (9)$$

显然,相轨迹无序度能够区分开混沌运动,但周期运动和准周期运动的无序度比较接近,因此无法分开,结合相轨迹非圆度,最终应该能够实现将周准周期和混沌运动分开.

## 2.5 Poincare 图数字特征自动计算

尽管式(1)重构了相空间,但是由于重构的相空间一般是高维空间,难以直观表示,另外还要考虑信号序列存在噪声使得信号特征模糊化,为此将奇异吸引子投影到  $R^M$  中的能充分反映原系统动力特性相轨道的那些基上.设由向量集  $\{V_i\}$  构造轨道矩阵  $V$ ,

$$V = [V_1^T, V_2^T, V_3^T, \dots, V_p^T] \quad (10)$$

对  $V$  构造协方差矩阵  $S = V^T V$ ,通过满秩线性变换使其成为重构的相空间  $R^M$  的一组完全正交基.选择最大的两个基本点特征值所对应的特征向量为主轴,将奇异吸引子投影到这两个主轴构成的平面上,得到奇异吸引子的 Poincare 截面.若

Poicare 截面显示的点集非有限或非闭环,则系统运动是混沌的,而周期或准周期则为闭环曲线。

显然对于 Poicare 截面的数字特征的计算,可以采用与准相图非圆度计算近似的方法.本文定义 Poicare 截面数字特征为数据点的混乱度 *HLD*. 设得到的 Poicare 截面的二维坐标分别为  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . 其计算步骤为:

Step 1: 将  $x_1(i)$  和  $x_2(i)$  归一化,取值变换为 0 到 1 之间;

Step 2: 将二维平面的两个坐标轴均划分为  $m$  等份,从而形成  $m \times m$  个网格;

Step 3: 根据坐标  $(x_1(i), x_2(i))$  在网格上的不同位置进行加权求和,设准相图的相点落在点  $(i, j)$ , 则加权公式如式(11);

$$Value = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left( A \exp\left[-\frac{(i-u)^2}{2^2}\right] * A \exp\left[-\frac{(j-u)^2}{2^2}\right] \right) \quad (11)$$

式中:  $u = (m - 1)/2$ ,  $A = 1$ ,  $= m/8$ . 需要注意的是网格上的点只作一次加权求和,如有多个相点落在网格  $(i, j)$  上,则只能计算一次。

Step 4: 设网格上所有点均有相点,则得到最大的值  $Value_{max}$ ,则可定义 Poicare 混乱度为:

$$HLD = Value / Value_{max} \quad (12)$$

### 2.6 混沌特征参数计算流程

根据上述计算方法,本文的混沌特征自动提取流程图如图 1 所示。

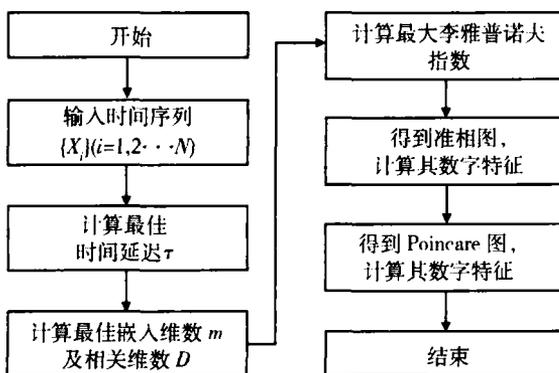


图 1 混沌特征自动计算流程

Fig. 1 Auto-Computing flow of chaos features

首先,针对时间序列  $\{x_i\} (i = 1, 2, \dots, N)$ ,按本文方法进行时间延迟的自动计算,获取最佳时间延迟,使重构的相空间能够代表原相空间;其次,在确定了最佳时间延迟的基础上,运用本文方法自动计算最佳的嵌入维数  $m$  及对应的相关维数  $D$ ;然后,根据确定出的嵌入维数  $m$  和时间

延迟,计算最大李雅普诺夫指数.最后计算准相图和 Poicare 图的数字特征.整个计算过程可以完全自动完成,不需要人工干预,因此,便于非线性时间序列混沌特征的自动提取。

### 3 算例

为验证本文的非线性时间序列混沌特征自动提取算法的有效性,列举两组算例进行计算分析.一组算例为标准非线性方程<sup>[1]</sup>产生的周期、准周期和混沌时间序列,另一组算例为由一简单的 Jeffcott 转子碰摩运动微分方程<sup>[2]</sup>在不同的参数下所产生周期运动、准周期运动和混沌运动。

图 2、图 3 和图 4 为第一组时间序列的计算结果,它们分别为范德波尔方程产生的周期时间序列、准周期时间序列和洛伦兹方程产生的混沌时间序列的时间波形、相图、伪相图及 Poicare 图.其中时间波形和相图是通过求解微分方程得到,伪相图和 Poicare 图是通过重构相空间得到.表 1 列出了自动计算出的所有特征参数。

图 5、图 6 和图 7 为第二组时间序列的计算结果,它们分别为 Jeffcott 转子的整周碰摩微分方程在不同的参数下得到的周期时间序列、准周期时间序列和混沌时间序列的时间波形、相图、伪相图及 Poicare 图.其中时间波形和相图是通过求解微分方程得到的,伪相图和 Poicare 图是通过重构相空间得到的.表 1 从列出了全部自动计算出的所有特征参数。

从图 2~图 7 和表 1 中的计算结果,可以得出以下结论:

(1) 时间延迟 的计算合理,重构的相空间反映了原吸引子的形态.周期序列的相图为简单封闭曲线,准周期为自身交叉的闭环曲线,混沌序列的相图具有无限精细的分形结构。

(2) 嵌入维数和相关维数的计算结果正确,通常周期运动的相关维数为 1,准周期为 2,混沌为大于 2 或不为整数,计算结果基本上反映了此规律;

(3) 最大李雅普诺夫指数的计算非常有效,通常周期和准周期的最大李指数为零,最大李指数大于零,则系统必然存在混沌,计算结果很好地反映了此规律;

(4) 从重构的相空间得到的 Poicare 截面图,对于周期和准周期时间序列,该截面图为一封闭曲线,对于混沌序列,该截面的点集分布杂乱无章.从图中很容易观察出此规律;

(5) 相轨迹非圆度  $FYD$  和无序度  $WXD$  是

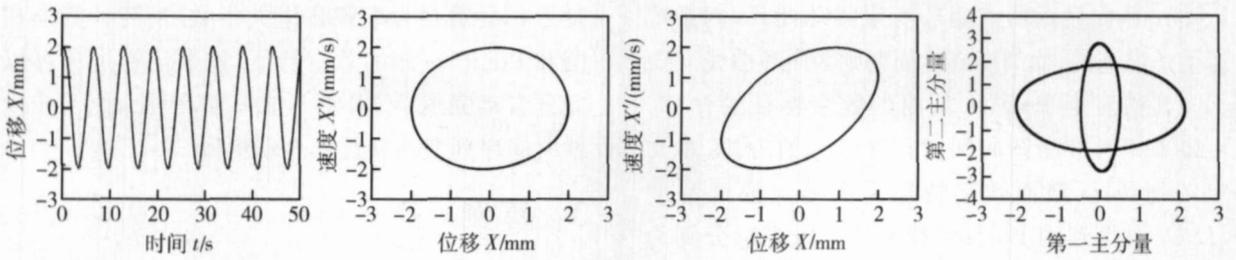


图 2 范德波尔方程产生的周期时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincaré 图

Fig. 2 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincaré map of periodic time series by Van der pol equation

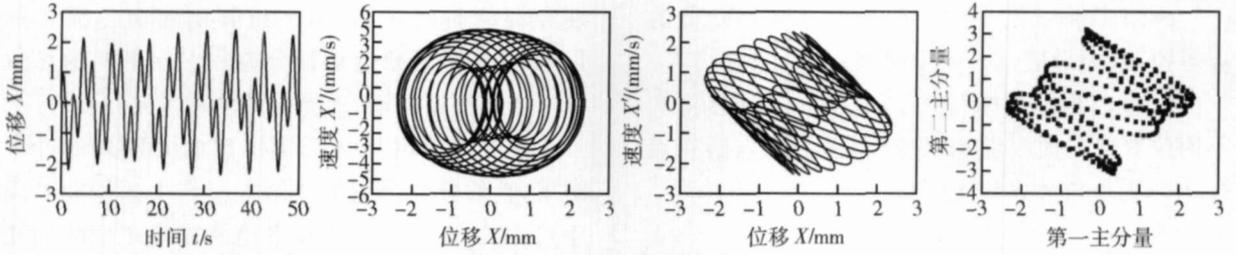


图 3 范德波尔方程产生准周期时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincaré 图

Fig. 3 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincaré map of quasi-periodic time series by Van der pol equation

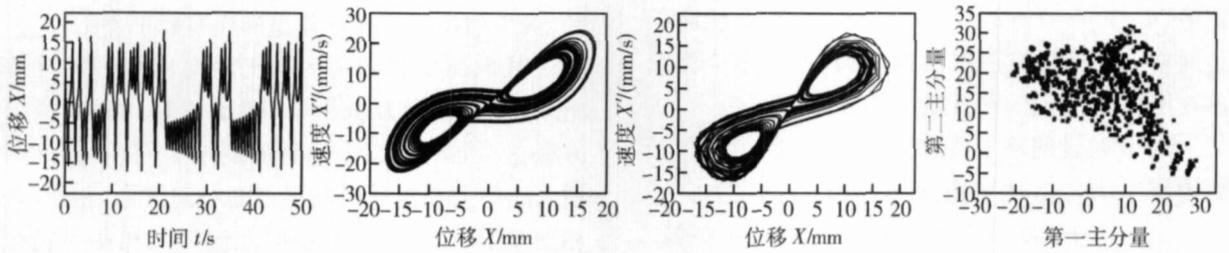


图 4 洛伦兹方程产生混沌时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincaré 图

Fig. 4 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincaré map of quasi-periodic time series by Lorenz equation

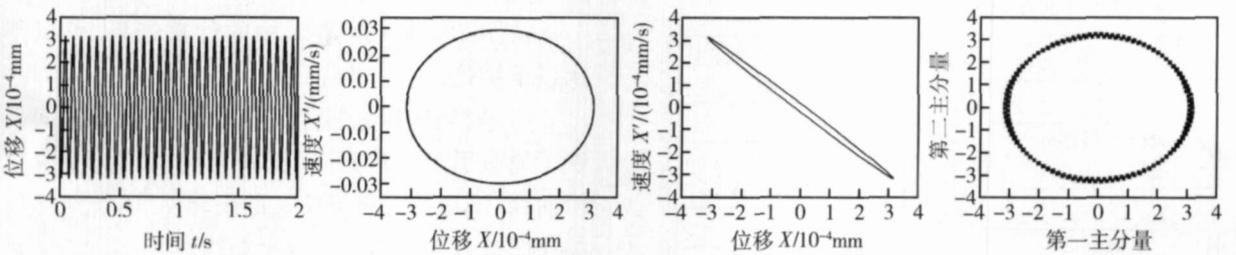


图 5 转子碰摩方程产生周期时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincaré 图

Fig. 5 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincaré map of quasi-periodic time series by rotor rubbing equation

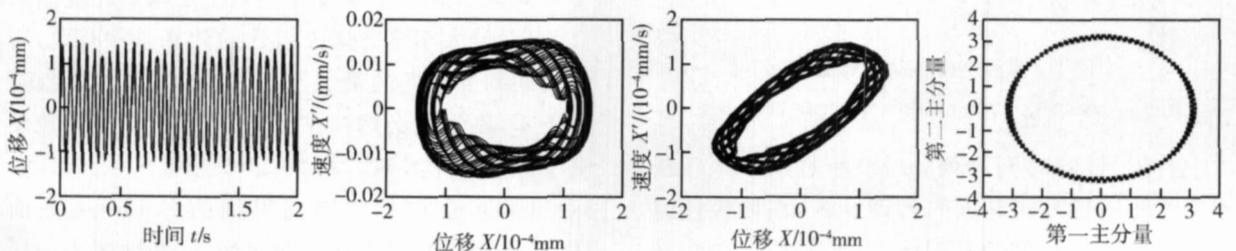


图 6 转子碰摩方程产生准周期时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincaré 图

Fig. 6 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincaré map of quasi-periodic time series by rotor rubbing equation

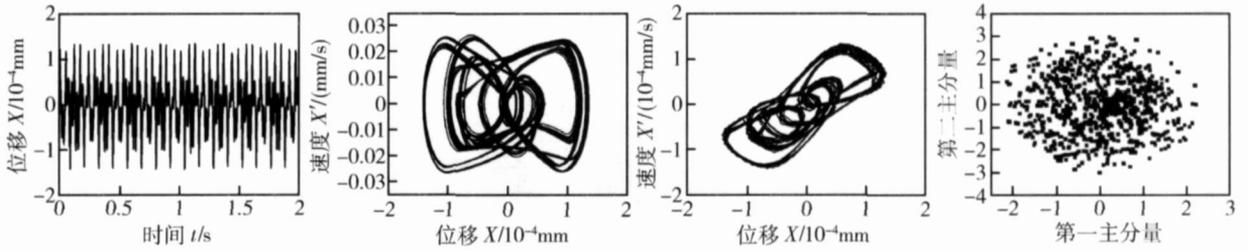


图 7 转子碰摩方程产生混沌时间序列的时间波形、相轨迹、伪相图、Poincare 图

Fig. 7 Time waveform, phase track, quasi-phase plot, Poincare map of quasi-periodic time series by rotor rubbing equation

从伪相图中提取的数字特征,计算表明周期信号相轨迹非圆度  $FYD$  通常较小,但在伪相图变形大时,该值也较大,而相轨迹无序度  $WXD$  通常较小.准周期运动的相轨迹非圆度  $FYD$  较大,无

序度  $WXD$  较小.混沌信号的相轨迹非圆度  $FYD$  和无序度  $WXD$  均很大.周期信号的 Poincare 截面混乱度  $HLD$  通常较小,准周期信号的  $HLD$  可能大也可能小;混沌信号的  $HLD$  通常最大,接近 1.

表 1 时间序列的混沌参数计算结果

Table 1 Computation results of Chaos parameters of time series

时间序列类别	时间序列来源	时间延迟	嵌入维数 $m$	相关维数 $D$	最大李指数	相轨迹非圆度 $FYD$	相轨迹无序度 $WXD$
周期序列	范德波尔方程	21	2	0.8081	0.0000	0.0116	0.0008
	转子碰摩方程	17	2	0.8132	0.0000	0.7212	0.0093
准周期序列	范德波尔方程	20	3	1.6984	0.0000	0.9991	0.0034
	转子碰摩方程	4	4	2.1503	0.0000	0.3173	0.0170
混沌序列	洛伦兹方程	2	17	2.0221	0.7141	0.8312	0.0209
	转子碰摩方程	2	11	1.5251	7.4972	0.9881	0.0624

## 4 结 论

本文提出了自动提取所有非线性时间序列混沌特征的流程.提出了依据采样定理的时间序列相空间重构的时间延迟的选取方法.对嵌入维数  $m$  和相关维数  $D$  的计算方法进行了改进,实现了两个参数的自动计算.对最大李雅普诺夫指数的数值方法进行了改进,实现了自动计算.提取了通过相空间重构得到的伪相图和 Poincare 截面图的数字特征,提出了相轨迹的非圆度  $FYD$ 、相轨迹无序度  $WXD$  和 Poincare 截面混乱度  $HLD$  三个指标,定量反映了周期序列、准周期序列和混沌序列的运动特征.最后应用两组算例进行了计算分析,结果充分表明了本文方法的有效性和正确性.

## 参考文献:

[1] 徐章遂,房立清,王希武,等.故障信息诊断原理及应用

[M].北京:国防工业出版社,2000:185-224.  
 [2] 任辉.转子碰摩故障诊断的信号分析方法研究[D].西北工业大学,2001:1-82.  
 [3] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors[J]. Physica, 1982, D9: 189-208.  
 [4] Abraham N B, Albano A M. Calculating the dimension of attractors from small data sets[J]. Physics Letter, 1986, 114A(5):217-221.  
 [5] Rosenrein M T, Collins J J and Luca C J D. Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times[J]. Physia, 1994, D73: 82-98.  
 [6] 张雨.设备状态信息的现代辨识[M].长沙:国防科技大学出版社,2002:1-52.  
 [7] 关惠玲,韩捷.设备故障诊断专家系统原理及实践[M].北京:机械工业出版社,2000:56-72.  
 [8] 顾玉娣,过天晴,杨纪龙.概率论与数理统计[M].北京:航空工业出版社,2002:174-179.