



李 爱

航空发动机油样光谱分析的 PSO – LSSVM 组合预测方法

李 爱¹ 陈 果¹ 侯民利²

(¹南京航空航天大学 民航学院 南京 210016;

²成都飞机工业(集团)有限责任公司 制造工程部 成都 610092)

摘 要: 油样光谱分析是航空发动机磨损状态监测与故障诊断的重要技术,基于光谱数据的航空发动机状态预测有利于发现航空发动机的早期磨损故障。根据光谱数据特征,选取 AR 模型、BP 神经网络模型以及 GM(1,1) 预测模型作为基础模型,建立了基于最小二乘支持向量机的组合预测模型,同时,用粒子群算法对 LSSVM 的正则化参数以及核函数参数进行了优化。最后利用两组实际的航空发动机光谱分析数据对模型进行了验证,与基础模型的对比结果充分表明,提出的带粒子群优化的最小二乘支持向量机(the Least Squares Support Vector Machines with Particle Swarm Optimization-PSO-LSSVM)的非线性变权重组合预测模型具有更好的预测精度。

关 键 词: 组合预测; 最小二乘支持向量机; 光谱油样分析; 粒子群优化

中图分类号: TP182 文献标识码: A 文章编号: 1003-8728(2013)01-0120-06

Combinational Forecast Method Based on PSO-LSSVM in Spectrometric Oil Analysis of the Aircraft Engine

Li Ai¹, Chen Guo¹, Hou Minli²

(¹ College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016;

² Chengdu Aircraft Industry (Group) Co., Chengdu 610092)

Abstract: The spectrometric oil analysis (SOA) is an important technique for aircraft engine state monitoring and fault diagnosis, and forecasting aircraft engine state through SOA results has an advantage of finding out aircraft engine wear fault early. According to the characteristics of the SOA data, the combinational forecast model was set up based on the least squares support vector machine after Auto Regressive (AR) model, GM(1,1) model and back propagation (BP) neural network model. In addition, the particle swarm algorithm was used to optimize the regularization parameter of least squares support vector machines (LSSVM) and the parameter of kernel function. Finally, two time series of SOA data were used to verify this model. By comparing with the foundation models, the result of combinational forecasting model shows better effect and higher precision of forecast by using the non-linear variable weight and the least squares support vector machines with particle swarm optimization.

Key words: combinational forecast; least squares support vector machines; spectrometric oil analysis; particle swarm optimization; aircraft; engines

目前,对航空发动机润滑油的光谱分析,是预测和诊断传动系统、齿轮和滚动轴承故障的重要手段。将光谱分析仪器作为监测发动机磨损状态的必

要手段的原因是:

- 1) 振动等监测手段由于采样频率不够高和易受基地因素干扰等问题,难于在现场使用。
- 2) 由于磨损金属成分与对应的摩擦副材质相对应,所以可以利用光谱分析进行故障定位。
- 3) 由于发动机磨损状态是一个逐步发展的过程,因此可以利用光谱分析来进行机械系统磨损状态的预测,以期尽早对故障的发展趋势进行预测和评估,从而避免重大事故的发生和及时安排维修工作。

收稿日期: 2011-11-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(61179057)和成都飞机工业(集团)有限责任公司项目资助

作者简介: 李 爱(1987-),博士研究生,研究方向为智能诊断与专家系统, nanhangliai@163.com; 陈 果(联系人),教授,博士生导师, czzyx@263.net

由此可见对航空发动机进行光谱分析,并在此基础上对航空发动机磨损状态进行可靠的预测具有十分重大的意义。现有的预测模型主要有时间序列预测模型、灰色预测模型^[1]、BP 神经网络预测模型^[2]等,一般来说,采用的预测模型不同,预测的结果也不同。

然而,利用单个预测模型进行预测存在一些缺陷,如信息源的不广泛性、对模型设定形式敏感等,这使得单一模型的预测效果往往不能令人满意。有必要考虑对光谱数据进行组合预测。组合预测方法的系统研究始于 20 世纪 60 年代末期。此后,组合预测^[3]的理论与应用成为预测领域的重要且受关注的问题,目前国内外学者提出的各种不同的组合预测方法中,实际应用和理论研究最多的是以某种绝对误差最小作为最优准则来计算组合预测方法的权系数向量。文献[4]建立了以误差平方和达到最小的最优组合预测模型,利用组合预测绝对误差信息矩阵的性质判断简单平均方法是非劣性组合预测、优性组合预测的条件;文献[5]进一步研究了非负约束的误差平方和的最优组合预测模型;文献[6]提出了基于预测有效度的组合预测模型,给出其线性规划的解法,同时研究了基于预测有效度的组合预测模型的性质;文献[7]提出了基于相关性指标的最优组合预测模型。

上述的组合预测模型大多是以某一种最优化标准来寻找一个固定的权重,由于组合预测的权重应该是随着预测步数而变化的,即变权重。油样光谱分析数据具有小样本、贫信息的特点,该特点决定了现行的预测技术并非都能适用于光谱数据预测建模。支持向量机处理小样本数据具有其它模型无法比拟的优势,且 SVM 回归方法具有良好的拟合和外推能力。因此,本文考虑同时采用多种不同的预测模型对光谱分析数据进行预测,然后将各种预测结果进行综合,经过 SVM 二次预测,得到比单个预测模型更全面的组合预测模型,以提高预测模型的精度和有效性。并且本文中采用的最小二乘支持向量机^[8]将标准支持向量机中的不等式约束改成等式约束,并把经验风险由误差的一范数改为二范数,这样,求解二次优化的问题就转化成了求解一次线性方程组问题,极大提高了算法的收敛速度。

1 基于 LSSVM 的组合预测模型

1.1 LSSVM 回归算法原理

给定一个训练集 $T = \{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\} \in (\mathcal{X} \times \mathcal{Y})^l$, 其中 $x_i \in \mathcal{X} = R^k$, $y_i \in \mathcal{Y} = R$, $i = 1, \dots, l$; x_i 是

k 维单一预测模型的预测值, y_i 是模型样本输出。则模型问题就是要找出一个函数 f , 使之通过样本训练后,对于样本以外的 x ,通过 f 找出对应的 y 。通过一个非线性映射 $x \rightarrow \varphi$, 将数据集映射到高维特征空间 H , 并在这个空间进行线性回归。具体的函数形式可表示为

$$f(x) = \omega^T \varphi(x_i) + b \quad (1)$$

式中: ω 为拟合样本集, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l)$; b 为常值偏差; $\varphi(x_i)$ 为非线性映射。

非线性映射 $\varphi(x_i)$ 把数据集从输入空间映射到特征空间,以便使输入空间中的非线性拟合问题变成高维特征空间中的线性拟合问题。根据结构风险最小化原理,综合考虑函数复杂度和拟合误差,回归问题可以表示为约束优化问题

$$\min_{\omega, b, \rho} J(\omega, \rho) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^l e_i^2 \quad (2)$$

约束条件为

$$y_i = \omega^T \varphi(x_i) + b + e_i, \quad i = 1, \dots, l \quad (3)$$

式中: C 为正则化参数; e_i 为误差。

为了求解上述优化问题,把约束优化问题变成无约束优化问题,建立 Lagrange 函数

$$L(\omega, b, \rho, \alpha) = J(\omega, \rho) - \sum_{i=1}^l \alpha_i \{ \omega^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i \} \quad (4)$$

式中: α_i 为 Lagrange 因子, $\alpha_i \in R$, 根据 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 最优条件,并对于 $i = 1, \dots, l$, 消去 e_i 和 ω 后,得到线性方程组

$$\begin{bmatrix} 0 & E^T \\ E & Q + 1/C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $y = [y_1, y_2, \dots, y_l]^T$; $E = [1, 1, \dots, 1]^T$; $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l]^T$; $Q_{ij} = \phi(x_i) \cdot \phi(x_j) = K(x_i, x_j)$, $i, j = 1, 2, \dots, l$, 有多种核函数 $K(x_i, x_j)$ 可选择,根据实际油样光谱分析数据的特性,本文拟采用高斯径向基核函数 $K(x_i, x_j) = \exp(-g \|x_i - x_j\|^2)$ 。

由式(5)可知,LSSVM 的算法优化问题可转化为以最小二乘法求解式表示的线性方程组,而不像标准支持向量机那样要求解一个二次型规划问题,解线性方程组比求解二次规划更简单快速。

可得如下 LSSVM 回归模型

$$f(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i K(x, x_i) + b \quad (6)$$

1.2 基于 PSO 的 LSSVM 回归模型优化

在选取高斯径向基核函数的条件下,影响 LSSVM 回归模型精度的 2 个核心参数包括核函数参数 g 以及 LSSVM 中正则化参数 C 。因此本文使用粒子

群算法^[10]来优化这两个参数。将 g 和 C 分别作为粒子的 x 轴坐标和 y 轴坐标, 群体规模设为 M , 最大迭代次数为 h_{\max} , 优化步骤如下:

1) 初始化粒子群, 随机设置粒子的初始位置 x 和速度 v ;

2) 计算每个粒子的适应度值 $fitness$ 。在每个粒子位置, 运用训练样本数据训练得到 LSSVM 回归模型, 并用训练好的模型计算得到测试样本的预测值, 并将测试样本的真实值与预测值的平均绝对误差作为粒子的适应度值;

3) 对所有的 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$, 如果 $fitness_i > Pbest_i$ ($Pbest_i$ 为第 i 个粒子曾经达到的最大适应度值), 则令 $Pbest_i = fitness_i$, $x_i^{Pbest} = x_i$ (x_i^{Pbest} 为粒子曾经到达的最大适应度值时对应的位置), 如果 $fitness_i > gbest$ ($gbest$ 为在群体所有粒子经历过的最好位置), 则重新设置 $gbest$ 的索引号 a ;

4) 每一个粒子的位置 x_i 和速度 v_i 的计算式为

$$v_i = wv_i + c_1r_1(x_i^{Pbest} - x_i) + c_2r_2(x_i^{gbest} - x_i) \quad (7)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (8)$$

式中: r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 之间的随机数; c_1 和 c_2 为加速度系数, 一般为 $c_1 + c_2 \geq 4$, 本文取 $c_1 = c_2 = 2$; w 为惯性权值, 它使粒子保持运动惯性, 较大的 w 值有利于跳出局部极小点, 而较小的 w 值有利于算法收敛。本文中选用文献[11]中的自适应的惯性权值 $w = w_{ini} - hw_h + sw_s$, 既保持粒子多样性, 又能较快得到最优解。

5) 检查停止条件, 如果达到最大迭代次数则停止迭代, 否则返回 2)。

6) 得到最优参数 g 和 C 并建立相应的 LS-SVM 回归模型。

1.3 单一预测模型的选取

在航空发动机中, 随着运行时间的增加, 油液光谱分析数据是呈明显的上升趋势并且夹杂着一定的随机趋势。由于灰色 GM(1, 1) 预测法对时间序列短、信息不完全、统计数据少的建模具有独特功能, 并且在反映系统的确定性趋势方面具有较大优势, 是组合预测选用的基础模型之一。自回归 AR 模型善于预测随机序列, 故本文引入 AR 模型作为组合预测的第 2 个基础模型。BP 神经网络可实现输入输出的高度非线性映射功能等等, 对处理非线性数据具有很大优势, 因此本文引入 BP 神经网络作为组合预测的第 3 个基础模型之一。

1.4 误差指标

采用平均绝对百分比误差作为评价模型预测精度的指标

$$\begin{cases} E_{Tr} = \frac{1}{n_{Tr}} \sum_{i=1}^{n_{Tr}} \frac{|\hat{y}_{Tri} - y_{Tri}|}{y_{Tri}} \times 100\% \\ E_{Te} = \frac{1}{n_{Te}} \sum_{i=1}^{n_{Te}} \frac{|\hat{y}_{Tei} - y_{Tei}|}{y_{Tei}} \times 100\% \\ E_s = E_{Tr} + E_{Te} \end{cases} \quad (9)$$

式中: \hat{y}_{Tri} 、 y_{Tri} 和 n_{Tr} 分别为训练集拟合值、实际值和样本量; E_{Tr} 为拟合误差; i 代表某个时间点; \hat{y}_{Tei} 、 y_{Tei} 和 n_{Te} 分别为测试数据拟合值、实际值和样本量; E_{Te} 为外推误差。

本研究以拟合和外推的误差之和 E_s 作为衡量模型精度的综合指标。

1.5 获取训练样本

通过 AR 模型^[9]、BP 神经网络模型以及 GM(1, 1) 模型 3 种预测方法得到初步预测结论作为 LSSVM 组合预测样本 $(x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, y_t)$, $t = 1, 2, \dots, n$, 其中 y_t 为第 t 时刻的实测数据值, (x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}) 分别表示 AR 模型、BP 神经网络模型和 GM(1, 1) 模型预测得到的第 t 时刻的预测值, 训练样本输入为

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & x_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1t} & x_{2t} & x_{3t} \end{bmatrix} \quad (10)$$

输出值为

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_t]^T \quad (11)$$

用非线性映射 $\varphi(X)$ 将样本 X 从原空间映射到高维特征空间, 在高维特征空间中进行线性回归。设回归模型为

$$H(X) = \omega^T \varphi(X) + b \quad (12)$$

由约束条件式(3)建立 Lagrange 函数, 得到最小二乘支持向量机组合模型。求解得到最小二乘支持向量机模型。

1.6 组合预测步骤

1) 确定训练集和测试集

对于油样中某元素给定时间序列的实际测试值, 将它们分为训练集 T_r 和测试集 T_e 。 y_{Tri} 和 n_{Tr} 分别代表训练集 T_r 的实际值和样本量。 y_{Tei} 和 n_{Te} 分别代表测试集的实际值和样本量。

2) 数据预处理

为了加快训练模型的收敛性, 采用极差标准化对训练集 T_r 和测试集 T_e 的实测数据进行标准化处理, 标准化后的数值在 $[0, 1]$ 范围内。

3) 利用训练集 T_r 进行建模

利用训练集 T_r 中的 y_{Tri} 作为样本完成 3 种单一模型—AR 模型、BP 神经网络模型以及 GM(1, 1) 模型的建模, 得到各模型的参数。对于 AR 模型的阶

数 利用 AIC 准则与 FPE 准则 ,对不同的模型阶数 p 计算出不同的 AIC 值与 FPE 值。取平均值 ,最小值时的 p 就是适用模型的阶数 ,相应的模型即为最佳适用模型。并将该值作为 BP 神经网络模型的嵌入维数 ,BP 神经网络模型的隐层神经元数目由经验公式给出^[12]

$$n_H = \sqrt{n_I + n_O} + l$$

式中: n_H 为隐含层神经元数目; n_I 为输入层神经元数目; n_O 为输出层神经元数目; l 为 1 ~ 10 之间的整数。

对 3 种单一模型分别输入对应的参数 ,得到训练集中数据 y_{Tri} 的拟合值 \hat{y}_{Tri} ,形成训练样本 ,利用得到的训练样本训练生成 LSSVM 模型 ,应用粒子群算法确定正则化参数 C 以及核函数参数 g ,并求得参数 α 和 b 。利用训练好的 LSSVM 模型对训练集中的 y_{Tri} 进行拟合 ,得到时间序列 T 的二次拟合值 ,同时通过式(8) 求出各模型的拟合误差 E_{Tr} 。

4) 利用测试集 T_e 数据进行数据预测

利用已建立的 3 种单一模型分别进行外推预测 ,得到某种元素在预测时间点的 3 个预测值 [Y_{Ai} , Y_{Bi} , Y_{Ci}] 用这 3 个预测值作为 LSSVM 模型的输入 ,得到该元素在预测时间点的预测值。同时通过式(9) 求出各模型的外推误差 E_{Te} 、拟合误差和外推误差之和 E_s 。

2 航空发动机油液光谱分析数据组合预测分析

为了验证本文方法的有效性 ,将分别用 2 组某型军用飞机发动机的光谱数据对所建模型进行验证。该光谱数据是采用美国某公司的原子发射光谱仪获得。

算例 1

编号为 $\times \times \times$ 的某型航空发动机从 2 h 到 85 h 的运行过程中 ,采集得到的 24 个光谱油样分析数据 ,选取其中 Cu 元素的含量 ($10^{-6} \mu\text{g}/\text{mL}^{-1}$) 对所建模型进行验证。本文分别在测试样本与训练样本比例为 70%、80%、90% 下进行验证 ,以验证本文方法的有效性。

分别使用 BP 神经网络模型、AR 模型、GM(1,1) 模型得到样本值并计算其样本误差 ,单一模型建模过程中求得各模型参数如表 1 所示。再利用 PSO-LSSVM 组合预测方法 ,将 3 种单一模型预测得到的训练数据的预测值作为样本数据进行训练 ,然后用测试数据来验证得到的模型 ,本文设定粒子群规模 $M = 30$,最大进化代数 $h_{\max} = 100$, $C \in [1, 10\ 000]$, $g \in [0, 1]$ 求得的 LSSVM 组合预测模型的参数 C 和 g 如表 1 所示 ,各模型预测误差如表 2 所示。

表 1 各样本比例下 PSO-LSSVM 组合预测模型参数

样本比例	阶数 p (AR 模型)	隐层神经元数目 (BP 模型)	g	C
70%	5	13	0.492 6	58.326 0
80%	5	13	0.216 0	43.774 9
90%	2	12	0.426 0	33.669 5

表 2 各种预测方法对 Cu 的预测误差比较

样本比例	误差	BP 模型	GM(1,1) 模型	AR 模型	LS-SVM 组合模型
70%	E_{Tr}	0.014 3	0.421 5	0.012 7	0.000 0
	E_{Te}	0.126 5	0.306 6	0.118 2	0.040 1
	E_s	0.140 8	0.728 2	0.131 0	0.040 1
80%	E_{Tr}	0.088 2	0.448 7	0.013 0	0.000 0
	E_{Te}	0.314 4	0.184 0	0.157 2	0.039 2
	E_s	0.402 6	0.632 6	0.170 2	0.039 2
90%	E_{Tr}	0.057 9	0.415 5	0.052 2	0.000 0
	E_{Te}	0.124 3	0.298 3	0.136 7	0.028 0
	E_s	0.182 3	0.713 8	0.188 9	0.028 0

由表 2 可以看出: 在不同样本比例下采用 LSSVM 方法建立的组合预测模型的预测结果的误差明显小于 BP 神经网络、AR 模型以及 GM(1,1) 模型的预测误差 ,验证了本文方法的有效性以及优越性。尤其是在样本比例为 90% 时 ,预测效果最好。图 1 ~ 图 3 为 3 种单一模型预测得到的结果图 ,图 4 为本文基于 PSO-LSSVM 的组合预测方法得到的结果图。从图中都可以很明显的看出基于 PSO-LSSVM 的组合预测方法得到了更佳的预测效果。

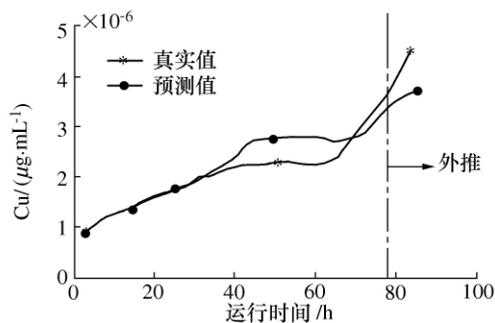


图 1 BP 模型预测结果

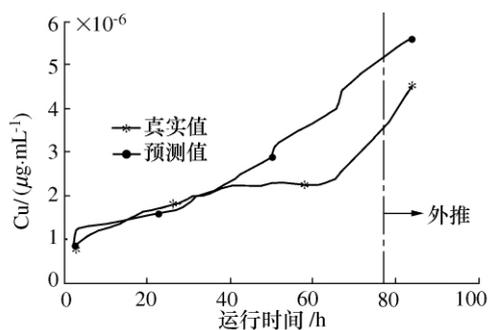


图 2 GM(1,1) 模型预测结果

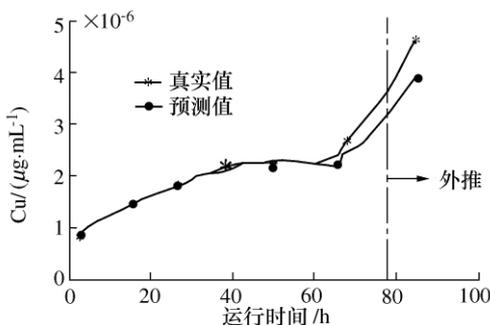


图 3 AR 模型预测结果

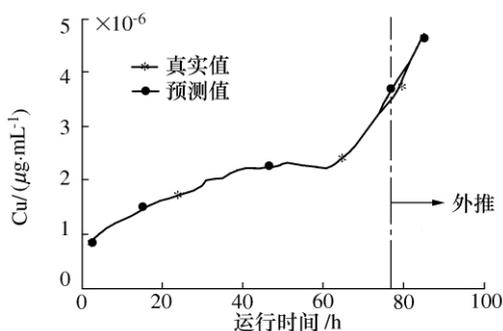


图 4 PSO-LSSVM 组合模型预测结果

算例 2

型号为 $\times \times \times$ 的航空发动机从 192 h 到 341 h 的运行过程中,采集到 102 个光谱油样分析数据,选取其中 Fe 元素的含量 ($10^{-6} \mu\text{g}/\text{mL}$) 对所建模型进行验证。将采样数据分成两个部分,用其中 80% 的数据建模,剩余的 20% 数据来进行外推验证。采用算例 1 的方法,设定粒子群规模 $M=30$,最大进化代数 $h_{\max}=100$, $C \in [1, 10000]$, $g \in [0, 1]$ 。建模过程中求得的 AR 模型的阶数为 47, BP 神经网络模型的隐层神经元数目为 17, LSSVM 组合预测模型参数 $g=0.2267$ 和 $C=134.8$, 得到实验结果如图 5 ~ 图 8 所示。计算得误差如表 3 所示。从图中可看出,对于具有波动趋势的光谱数据,基于 PSO-LSSVM 的组合预测模型同样得到了比单项预测模型更好的预测效果,进一步验证了本文方法的优越性。

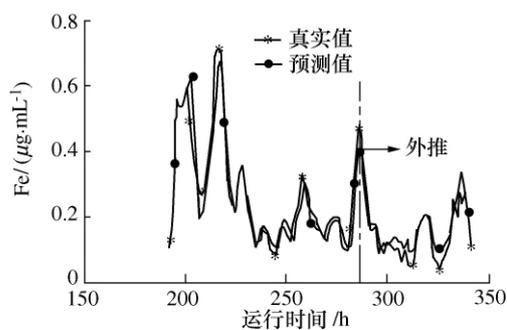


图 5 BP 模型预测结果

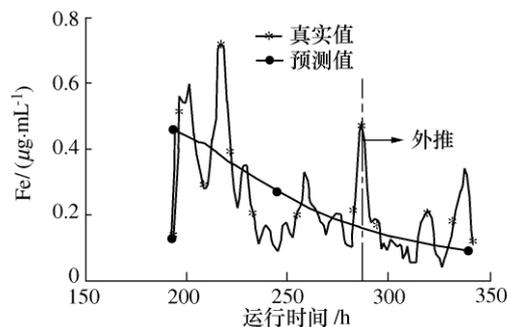


图 6 GM(1,1) 模型预测结果

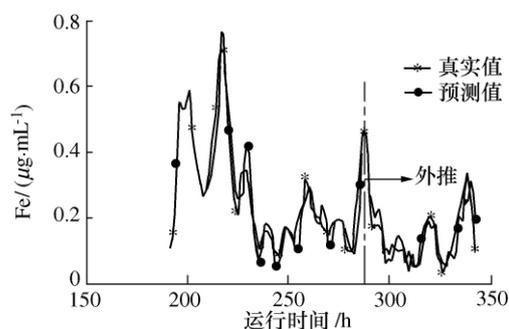


图 7 AR 模型预测结果

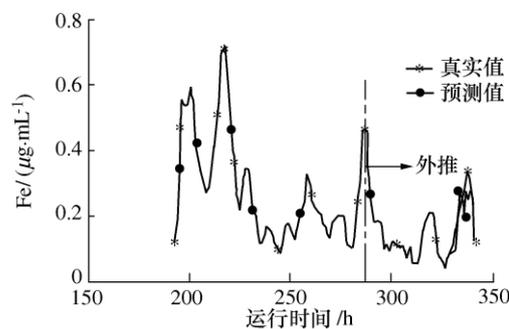


图 8 PSO-LSSVM 组合模型预测结果

表 3 各种预测方法的预测误差

预测方法	BP 模型	GM(1,1) 模型	AR 模型	PSO-LSSVM
E_{Tr}	0.317 9	0.697 7	0.266 5	0.000 0
E_{Te}	0.370 5	0.598 6	0.335 2	0.224 4
E_s	0.688 5	1.296 4	0.601 7	0.224 4

3 结束语

1) 提出了用带粒子群优化的最小二乘支持向量机组合预测模型预测航空发动机油样光谱分析数据的方法。根据数据特征,选取 AR 模型、GM(1,1)、BP 神经网络模型 3 个单一预测方法构成预测模型群,然后对模型群的预测结果进行基于 LSSVM 的组合预测,并用粒子群算法对模型中核参数以及正则化参数进行了优化,构建了基于 PSO-LSSVM 的组合预测模型。

2) 用某航空发动机的实测光谱数据为例,利用基于 PSO-LSSVM 的组合预测模型,实现了发动机油样光谱数据的精确预测,并且与 AR 模型、GM(1,1)、BP 神经网络模型进行了比较,充分验证了本文方法的有效性和优越性。

3) 通过实例验证表明该模型能较好地满足工程需要,可以作为航空发动机光谱数据预测的有效工具,对于有效地实现发动机状态监测和视情维修具有重要意义。

[参考文献]

- [1] 尹树悦,陈东林.航空发动机磨损趋势预测的 GM(1,1) 模型方法[J].润滑与密封,2005,(5):96~97
- [2] 陈果,杨虞微.航空发动机复杂磨损趋势的神经网络多变量预测模型[J].中国机械工程,2007,18(1):70~74
- [3] Bates J M, Granger C W J. Combination of forecasts[J]. *Journal of Operational Research Quarterly*, 1969,(20):451~468
- [4] 唐小我.组合预测误差信息矩阵研究[J].电子科技大学学报,1992,21(4):448~454
- [5] 马永开,唐小我,杨桂元.非负权重最优组合预测方法的基本理论研究[J].运筹与管理,1997,6(2):1~8
- [6] 陈华友,侯定丕.基于预测有效度的优性组合预测模型的研究[J].中国科学技术大学学报,2002,32(2):172~180
- [7] 王应明.基于相关性的组合预测方法研究[J].预测,2002,21(2):58~62
- [8] 邓乃扬,田英杰.支持向量机—理论、算法与拓展[M].北京:科学出版社,2009:182~184
- [9] 胡金海,谢寿生.基于 AR 模型对滑油中金属含量的预测[J].燃气涡轮实验与研究,2003,16(1):32~36
- [10] Shi Y, Eberhart R C. Particle swarm optimization: developments applications and resources [A]. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation* [C], Piscataway, USA: IEEE Service Center, 2001:81~86
- [11] 张选平,杜玉平,秦国强,覃征.一种动态改变惯性权的自适应粒子群算法[J].西安交通大学学报,2005,10,39(10):1039~1042
- [12] 吴今培,肖健华.智能故障诊断与专家系统[M].北京:科学出版社,1997

(上接第 119 页)

5 结论

求解齿轮的固有振动频率是超声珩齿振动系统设计的基础,基于厚板理论推导了一种求解阶梯变厚度齿轮固有频率的方法,计算简便,从与有限元模态分析结果的比较中看,求解精度较高。在图 1 中,当厚度 $t_1 = t_2$ 时,耦合方程(5a)自然相等,舍去,则频率方程(7)就退化为普通等厚齿轮或圆环板轴对称弯曲振动的频率方程。

对于既有轮毂又有轮缘的齿轮,本文的方法同样适用。由内孔和外缘的边界条件构成 4 个约束方程(见式(5b)、式(8)、式(9)),在轮毂与腹板厚度突变出外及腹板与轮缘厚度突变出外分别有耦合方程式(5a),共 12 个平衡方程,这样在频率方程式(7)中的矩阵为 12 阶方阵,用 Matlab 编程可以方便的求解其固有频率。

频率的计算精度主要受厚径比及轮毂与腹板厚度比的影响,在齿轮最大厚径比小于 0.5,轮毂与腹板厚度比小于等于 2 的情况下,频率计算结果都有较高的精度,完全满足工程需要。

[参考文献]

- [1] 张云电,李建林,喻家英等.韧性材料超声珩磨机理研究进展[J].电加工,1998,(1):31~34
- [2] 魏冰阳,王立公,杨建军等.超声加工及其在齿轮制造中的应用与展望[J].现代制造工程,2004,(7):102~105
- [3] 王时英,吕明,轧钢.非谐环盘及变幅杆组成的变幅器动力学特性研究[J].声学学报,2008,33(5):462~468
- [4] 曹志远,杨昇田.厚板动力学理论及其应用[M].北京:科学出版社,1983
- [5] Cortinez V H, Laura P A A. Analysis of vibrating rectangular plates of discontinuously varying thickness by means of the Kantorovich extended method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, 137(3):457~461
- [6] 张英世,蒋持平.阶梯式矩形板的振动[J].应用力学学报,1998,15(4):109~115
- [7] 黄玉盈,梁广基.变厚度圆板的轴对称弯曲[J].华中工学院学报,1982,(2):119~124
- [8] 陈殿云,任宝生.径向任意变厚度圆板轴对称横向振动频率的计算[J].洛阳工学院学报,1998,19(2):86~90
- [9] 陈殿云,梁斌,杨民献.阶梯状或线性变厚度正交异性圆板的横向振动[J].工程力学,2002,19(6):154~158
- [10] 武兰河.求解不连续中厚板自由振动的微分容积解法[J].计算力学学报,2004,21(1):121~128