



曲秀秀

裂纹-碰摩耦合故障动力学建模及实验分析

曲秀秀 陈 果 乔保栋

(南京航空航天大学 民航学院 南京 210016)

摘 要:建立了含裂纹-碰摩耦合故障的连续梁转子-轴承动力学模型。在模型中,转子考虑为两端无约束的等截面自由欧拉梁,两端由相同轴承支承,考虑了转静碰摩以及转轴疲劳裂纹故障,并运用模态截断法,结合数值积分方法获取转子系统的振动响应;并运用时域波形图、轴心轨迹图、频谱图、Poincare图、分岔图等研究了裂纹-碰摩耦合故障转子的非线性行为。最后,利用 ZT-3 转子试验台进行了裂纹-碰摩耦合故障实验,验证了含耦合故障的连续梁转子系统动力学模型的正确性。

关 键 词:转子动力学;连续梁;呼吸裂纹;碰摩;耦合故障

中图分类号:O322;TH113.1 文献标识码:A 文章编号:1003-8728(2012)02-0310-07

Dynamic Modeling and Experiment Analysis of Crack-rubbing Coupling Faults

Qü Xiuxiu, Chen Guo, Qiao Baodong

(College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract: In this paper, a dynamic model of cracked rotor coupled with rubbing is established. In the model, the rotor shaft is considered as equisection Euler beam, which is supported on bearing at both ends. The nonlinear dynamic responses are obtained by using numerical integral method with modal truncation. The nonlinear dynamic behaviors of the crack-rubbing coupling system are analyzed using the time waveforms, the orbits, frequency spectra, Poincare map and bifurcation plot. Finally, rubbing-crack coupling faults experiments are conducted on ZT-3 type test rig and the results verify the correctness of this new dynamic model.

Key words: rotor dynamics; cracked beam; breathing crack; rubbing; coupling fault

转子系统的转轴裂纹是旋转机械中常见的故障,也是引起机械系统失效的主要原因之一。Zheng J B 等全面研究了裂纹转子的稳态响应、稳定性及系统参数对它的影响规律^[1]。杨积东等研究了裂纹扩展对转子动特性的影响^[2]。Freund 用线弹簧模型对纯弯状态下无限长弹性裂纹梁的动态断裂进行了分析^[3]。Miyazaki 用线弹簧模型和一维有限元对 3 点弯曲和 4 点弯曲梁的线弹性动态断裂进行了研究^[4],均取得了令人满意的结果。且对于裂纹耦

合故障的振动分析问题,目前也有很多研究方法。闻邦椿等研究了裂纹转子以及含裂纹等耦合故障的转子系统非线性动力学行为^[5]。罗跃纲等人研究了转子-轴承系统裂纹-碰摩耦合故障的非线性特性^[6],但其建模时候转轴视为质量点。S. Prabhakar 等人对转子系统中裂纹故障进行检测,并讨论了裂纹位置及深度对系统响应的影响^[7]。Tejas H 等人建立了含有碰摩的转子-机匣系统模型,考虑了呼吸裂纹对系统振动特性的影响并通过了实验验证^[8]。

以非线性动力学和转子动力学理论为基础,建立了具有含裂纹-碰摩耦合故障的连续梁转子-轴承耦合系统动力学模型。在模型中,转子考虑为两端无约束的等截面自由欧拉梁,两端由轴承支承,运用模态截断法,结合数值积分方法获取转子系统的振动响应,对系统在裂纹和碰摩故障作用下的非线性动力

收稿日期:2010-12-01

基金项目:国家自然科学基金项目(50705042)和航空科学基金项目(2007ZB52022)资助

作者简介:曲秀秀(1985-),硕士研究生,研究方向为转子动力学、智能诊断与专家系统, qiaoxiu1985@sina.com;陈果(联系人)教授,博士生导师, cgyx@263.net

学行为进行了详细分析,最后建立含裂纹-碰摩耦合故障的转子试验台,对裂纹-碰摩耦合故障的动力学特征进行了分析,并对动力学模型进行了验证。

1 含裂纹-碰摩耦合故障的连续梁转子-轴承动力学模型

为了与实验装置一致,本文参考文献[9]建立了基于等截面欧拉梁的裂纹转子-轴承耦合系统动力学模型,如图1所示。图1中: m_{rp} 、 k_p 、 c_p 分别为转子圆盘质量、转轴与圆盘之间的连接刚度和阻尼,在耦合动力学模型中转子两端由相同的轴承支撑。坐标 $o-xyz$ 为固结于转轴左端的直角坐标系,考虑转轴在 oyz 平面和 oxz 平面的横向弯曲振动。转子轴采用连续欧拉梁模型;考虑转盘的质量,将两个相同的转盘分别放在轴跨中位置和轴长 $3/4$ 处,忽略陀螺力矩。裂纹故障出现在跨中转子根部,并且只影响转轴的截面积和截面惯性矩,同时考虑转盘与静子的碰摩。

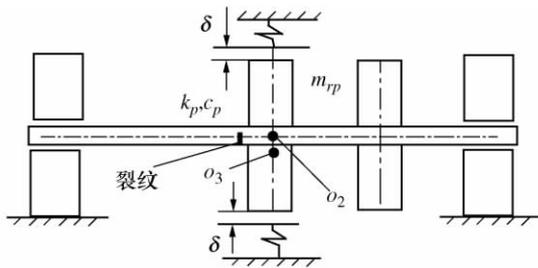


图1 带裂纹连续梁转子-轴承耦合动力学模型

1.1 连续梁转子-轴承力学模型

1.1.1 连续梁转轴动力学模型^[9]

转子受力分析模型见图2所示,该转子模型为两端自由的欧拉梁模型。图2中: F_{xp1} 和 F_{yp1} 分别为中间转盘与转轴之间的 x 和 y 向作用力; F_{xp2} 和 F_{yp2} 分别为 $3/4$ 处转盘与转轴之间的 x 和 y 向作用力; F_{xbL} 、 F_{ybL} 和 F_{xbR} 、 F_{ybR} 分别为左右两端轴承在 x 和 y 向的作用力; E 、 I 、 L 、 ρ 、 A 分别为转轴的弹性模量、截面惯性矩、转轴长度、转轴密度、转轴截面积。

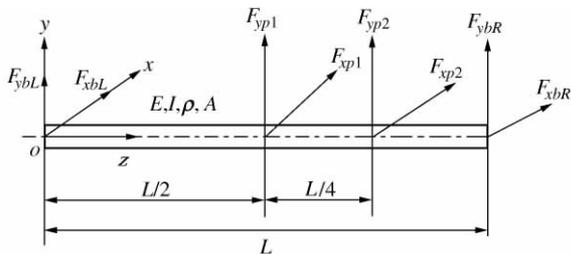


图2 连续梁转子受力示意图

该模型将转轴考虑为等截面自由欧拉梁模型,

转子与轴承通过线性支撑力进行耦合,并采用模态截断法将偏微分方程转化为常微分方程。

1) oxz 平面的横向弯曲振动

设转轴的振动位移变量为 $x(z, t)$ 。采用模态截断法,选择 NM 个低阶模态 X_n ($n = 1 \sim NM$)。文中取 $NM = 5$,可以得到高压轴在 oxz 平面中转轴振型坐标下的二阶常微分方程组 ($n = 1 \sim NM$)。

$$\ddot{T}_{xn}(t) + \frac{EI\beta_n^4}{\rho A} T_{xn}(t) = \frac{F_{xbL}}{\rho AL} X_n(0) + \frac{F_{xbR}}{\rho AL} X_n(L) + \frac{F_{xp1}}{\rho AL} X_n(0.5L) + \frac{F_{xp2}}{\rho AL} X_n(0.75L) \quad (1)$$

此即在 oxz 平面中转轴振型坐标下的二阶常微分方程组 ($n = 1 \sim NM$) 的基本形式。

2) oyz 平面的横向弯曲振动

设转轴在 oyz 平面的横向弯曲振动位移变量 $y(z, t)$,同理选择 NM 个低阶模态 Y_n ($n = 1 \sim NM$) 可以得在 oyz 平面中转轴振型坐标下的二阶常微分方程组 ($n = 1 \sim NM$)。

$$\ddot{T}_{yn}(t) + \frac{EI\beta_n^4}{\rho A} T_{yn}(t) = \frac{F_{ybL}}{\rho AL} Y_n(0) + \frac{F_{ybR}}{\rho AL} Y_n(L) + \frac{F_{yp1}}{\rho AL} Y_n(0.5L) + \frac{F_{yp2}}{\rho AL} Y_n(0.75L) + \frac{\rho Ag}{\rho AL} \int_0^{Lz} Y_n(z) dz \quad (2)$$

1.1.2 转子圆盘动力学模型

转子圆盘与转轴之间 x 和 y 向均用刚度 k_p 和阻尼 c_p 进行连接,考虑转盘的质量偏心 e 所产生的不平衡力。由牛顿第二定律,可得其运动微分方程为

$$m_{rp} \ddot{x}_p(t) + k_p [x_p(t) - x_r(L/2, t)] + c_p [\dot{x}_p(t) - \dot{x}_r(L/2, t)] = m_{rp} e \omega^2 \cos(\omega t) + P_x \quad (3)$$

$$m_{rp} \ddot{y}_p(t) + k_p [y_p(t) - y_r(L/2, t)] + c_p [\dot{y}_p(t) - \dot{y}_r(L/2, t)] = m_{rp} e \omega^2 \sin(\omega t) + P_y - m_{rp} g \quad (4)$$

$$m_{rp} \ddot{x}_p(t) + k_p [x_p(t) - x_r(3L/4, t)] + c_p [\dot{x}_p(t) - \dot{x}_r(3L/4, t)] = m_{rp} e \omega^2 \cos(\omega t) \quad (5)$$

$$m_{rp} \ddot{y}_p(t) + k_p [y_p(t) - y_r(3L/4, t)] + c_p [\dot{y}_p(t) - \dot{y}_r(3L/4, t)] = m_{rp} e \omega^2 \sin(\omega t) - m_{rp} g \quad (6)$$

式中: $\ddot{x}_p(t)$ 、 $\dot{x}_p(t)$ 、 $x_p(t)$ 分别为转子圆盘在 oxz 平面内的振动加速度、速度、位移; $\ddot{y}_p(t)$ 、 $\dot{y}_p(t)$ 、 $y_p(t)$ 分别为转子圆盘在 oyz 平面内的振动加速度、速度、位移; $\dot{x}_r(L/2, t)$ 、 $x_r(L/2, t)$ 、 $\dot{y}_r(L/2, t)$ 、 $y_r(L/2, t)$ 分别为中间转盘在 oxz 、 oyz 平面内的振动速度、位移; $\dot{x}_r(3L/4, t)$ 、 $x_r(3L/4, t)$ 、 $\dot{y}_r(3L/4, t)$ 、 $y_r(3L/4, t)$ 分别为转轴长 $3/4$ 处转盘在 oxz 、 oyz 平面内的振动速度、位移。

1.1.3 支承力模型

为了获得与实际最为接近的仿真模型,文中假设转轴与支承之间通过线性集中力的形式相互作用,并设轴承处的支承刚度和支承阻尼分别为 k_b 、 c_b ,由此可得左右支承的线性力方程,即

$$F_{xbL} = -k_b x_r(0,t) - c_b \dot{x}_r(0,t) \quad (7)$$

$$F_{ybL} = -k_b y_r(0,t) - c_b \dot{y}_r(0,t) \quad (8)$$

$$F_{xbR} = -k_b x_r(L,t) - c_b \dot{x}_r(L,t) \quad (9)$$

$$F_{ybR} = -k_b y_r(L,t) - c_b \dot{y}_r(L,t) \quad (10)$$

式中: $\dot{x}_r(0,t)$ $x_r(0,t)$ 分别为转轴左端在 oxz 平面内的振动速度、位移; $\dot{x}_r(L,t)$ $x_r(L,t)$ 分别为转轴右端在 oxz 平面内的振动速度、位移; $\dot{y}_r(0,t)$ $y_r(0,t)$ 分别为转轴左端在 oyz 平面内的振动速度、位移; $\dot{y}_r(L,t)$ $y_r(L,t)$ 分别为转轴右端在 oyz 平面内的振动速度、位移。

1.2 故障模型

1.2.1 裂纹故障模型

考虑具有弓形裂纹的连续梁转子模型,建立固定坐标系 $o-xyz$, z 轴与两端支承的中心线重合。过圆盘几何中心建立固结在转子上的旋转动坐标系 $o'-\xi\eta\zeta$ ^[9],如图3所示。

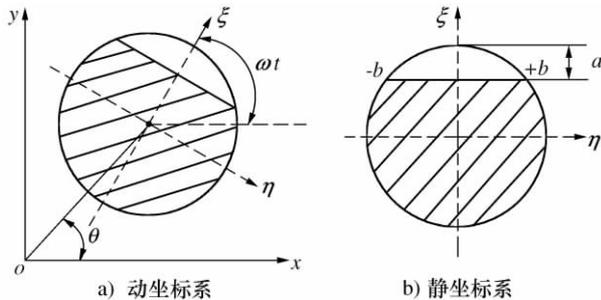


图3 裂纹转子模型

假设裂纹轴的主刚度方向分别沿 ξ 和 η 坐标方向,则裂纹宽度 $2b = 2\sqrt{R^2 - (R-a)^2}$, R 为转轴半径, a 为裂纹深度;裂纹开闭角度 $\psi = \omega t - \theta + \pi$ 。裂纹轴截面积 $A = \pi R^2 - R^2 \arctan \frac{b}{R-a} + b(R-a)$ 。

为方便得到裂纹张开与闭合时的转轴截面积和截面惯性矩,裂纹开闭模型采用简单的方波模型,即

$$f(\psi) = \begin{cases} 1 & 2k\pi + \pi/2 \leq \psi \leq 2k\pi + 3\pi/2 \\ 0 & 2k\pi - \pi/2 \leq \psi \leq 2k\pi + \pi/2 \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

为使问题简化,对于转子系统,轴上裂纹张开时局部截面惯性矩的变化,等效为整个转轴的截面积 A 及截面惯性矩 I_x 、 I_y 发生变化。设动坐标系中裂纹沿 ξ 和 η 两个主坐标方向的惯性矩分别为

$$\begin{cases} I_\xi = \int_{-R}^{R-a} 2\xi^2 \sqrt{R^2 - \xi^2} d\xi \\ I_\eta = \int_{-R}^{-b} 2\eta^2 \sqrt{R^2 - \eta^2} d\eta + \int_{-b}^b \eta^2 (\sqrt{R^2 - \eta^2} + R - a) d\eta + \int_b^R 2\eta^2 \sqrt{R^2 - \eta^2} d\eta \end{cases} \quad (12)$$

则利用坐标转换可得固定坐标系下的截面惯性矩

$$\begin{cases} I_x = I_\xi \cos(\omega t) + I_\eta \sin(\omega t) \\ I_y = I_\xi \sin(\omega t) - I_\eta \cos(\omega t) \end{cases} \quad (13)$$

当呼吸裂纹处于张开状态时,连续梁转轴模型的截面积和截面惯性矩参数均发生了改变;而在裂纹闭合时参数保持不变。

1.2.2 碰摩力模型

图4为碰摩力模型示意图。

设: r 为转子圆盘径向相对位移,表达式为 $r = \sqrt{x_{rp}^2 + y_{rp}^2}$,当 $r < \delta$ 时,不发生碰摩,即: $P_x = P_y = 0$ 。当 $r \geq \delta$ 时,发生碰摩,此时碰摩力为

$$\begin{cases} P_x = k_r(1 - \delta/r)(-x_{rp} + \mu \cdot y_{rp}) \\ P_y = k_r(1 - \delta/r)(-y_{rp} - \mu \cdot x_{rp}) \end{cases} \quad (14)$$

式中: δ 为转子圆盘和静子的间隙; k_r 为定子径向刚度; μ 为摩擦系数。

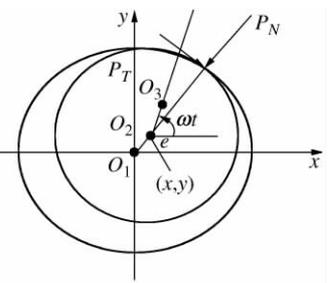


图4 碰摩力模型示意图

2 裂纹梁转子系统非线性动力学行为分析

由于连续梁转子-轴承耦合系统故障动力模型自由数较多,且为存在大量非线性因素,因此本文采用适合于求解大型非线性系统的新型显示积分法^[10]对微分方程组进行数值积分求解,来获取系统响应,从而说明参数变化对于转子系统动态特性的影响。

计算中设转子系统参数为转子圆盘的质量 $m_{rp} = 0.6$ kg,转轴与圆盘之间的连接刚度和阻尼分别取 $k_p = 2.5 \times 10^7$ N/m, $c_p = 1000$ N·s/m,轴承支承刚度和支承阻尼分别取 $k_b = 1 \times 10^9$ N/m, $c_b = 1000$ N·s/m,质量偏心量 $e = 0.1$ mm,碰摩刚度 $k_r = 6 \times 10^7$ N/m,摩擦系数 $\mu = 0.1$,转静间隙 $\delta = 0.5$ mm,裂纹深度 $a = 1$ mm,截断模态数目 $NM = 5$,转轴半径 $R = 4.5$ mm,转轴的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11}$ Pa,截面惯性矩 $I_y = I_x = 3.998 \times 10^{-10}$ m⁴,转轴线密度 $\rho A = 0.5543$ kg/m,

转轴长度 $L = 0.26 \text{ m}$ 。

图 5a) ~ 图 5d) 为不同裂纹深度下连续梁转子-轴承系统响应随转速变化的分岔图。图 5a) 中裂纹深度 $a = 0$,从图 5 中可见 ,无裂纹状态下系统响应

主要表现为周期运动。一旦裂纹故障出现以后 ,如图 5b) ~ 图 5d) 所示 ,随着转速的变化 ,系统响应存在周期运动、拟周期运动和混沌运动等复杂的运动形式。

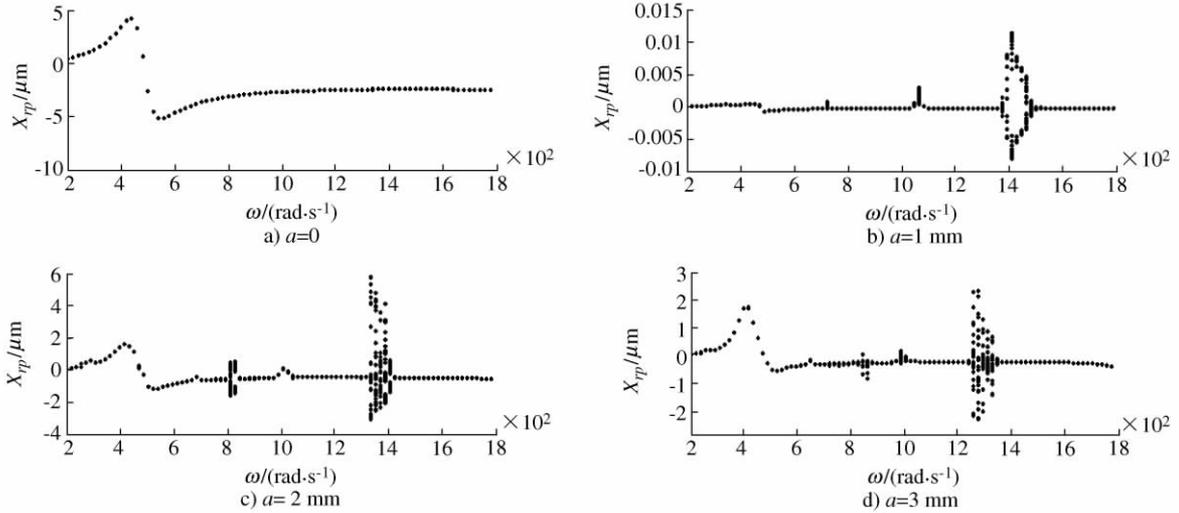


图 5 不同裂纹深度下系统响应随转速变化的分岔图

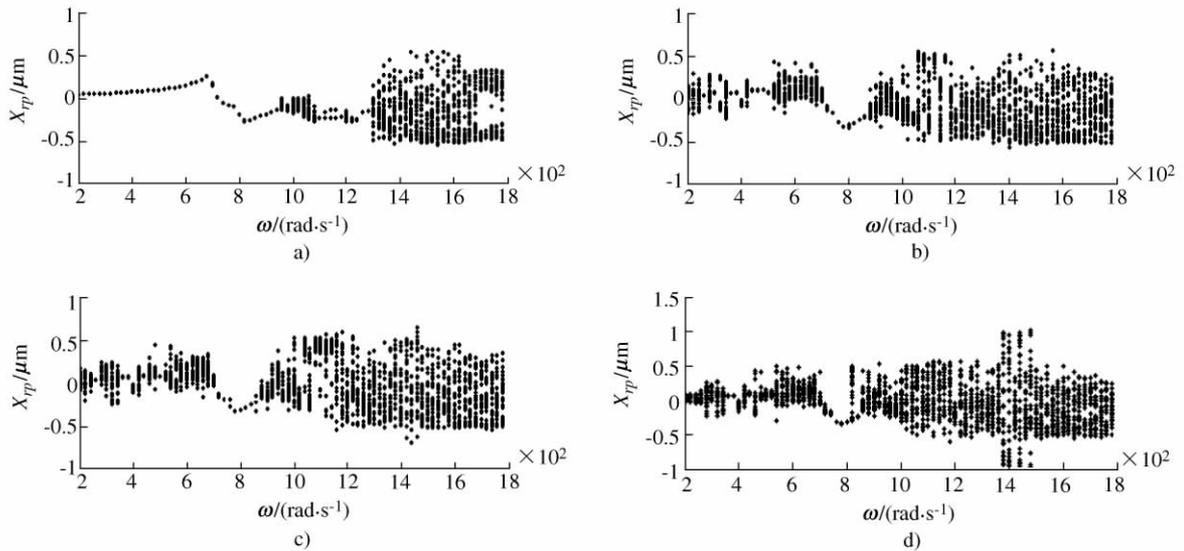


图 6 不同裂纹深度下系统响应随转速变化的分岔图(含碰摩)

图 6a) ~ 图 6d) 为不同裂纹深度下碰摩转子-轴承系统响应随转速变化的分岔图。图 6a) 中裂纹深度 $a = 0$,从图 6 中可见 ,无裂纹状态下系统响应主要体现碰摩故障 ,响应以周期运动为主 ,高转速时出现混沌现象。一旦裂纹故障出现以后 ,如图 6b) ~ 图 6d) 所示 ,在转静碰摩和裂纹时开时闭的共同作用下 ,随着转速的变化 ,系统响应存在周期运动、拟周期运动和混沌运动等复杂的运动形式。并且通过

比较图 6a) ~ 图 6d) 我们还可以发现在同等碰摩程度下 ,随着裂纹深度的增加 ,系统响应混沌程度加重 ,进入混沌运动的转速区间越来越宽 ,而且开始进入混沌的转速越来越低。

通过比较图 5 和图 6 可以得出:

- 1) 在无裂纹和碰摩故障时 ,系统一阶临界转速约为 450 rad/s ,运用表现了转速频率的周期运动。无拟周期和混沌运动。

2) 当系统出现裂纹故障时,随着裂纹深度的加剧,系统的运动开始变得不稳定,逐渐出现了混沌运动。

3) 当系统同时出现碰摩故障时,转静碰摩提高了转子的支承刚度,使一阶临界转速提高到 650 rad/s,同时受到裂纹的影响临界转速有所降低,从图 6 所示的分岔图可以发现,在临界转速以前,碰摩主要产生高倍频,临界转速以后产生大量分频;

4) 当裂纹故障与碰摩故障耦合时,使得系统在临界转速前后的运动状态均产生了变化,倍频振动分量增加,系统出现了更多的混沌区域,运动变得更加不稳定。

为了更加清楚地分析多种运动形式的运动特点,观察运动规律,文中将不同运动状态下的系统响应图进行罗列对比,如图 7 ~ 图 9 所示。图 7 为图 5a) 中无故障时转速为 300 rad/s 时的时间波形图、频谱图、Poincare 映射图和轴心轨迹图,可以看出系统的周期运动,其轴心轨迹图是一个圆;图 8 为图 6a) 图中转速 1 150 rad/s 时的时间波形图、频谱图、Poincare 映射图和轴心轨迹图,可以看出,此时,系统的运动出现了二分频;图 9 为图 6d) 中转速为 1 000 rad/s 时的时间波形图、频谱图、Poincare 映射图和轴心轨迹图。可以看出系统具有明显的混沌特征。

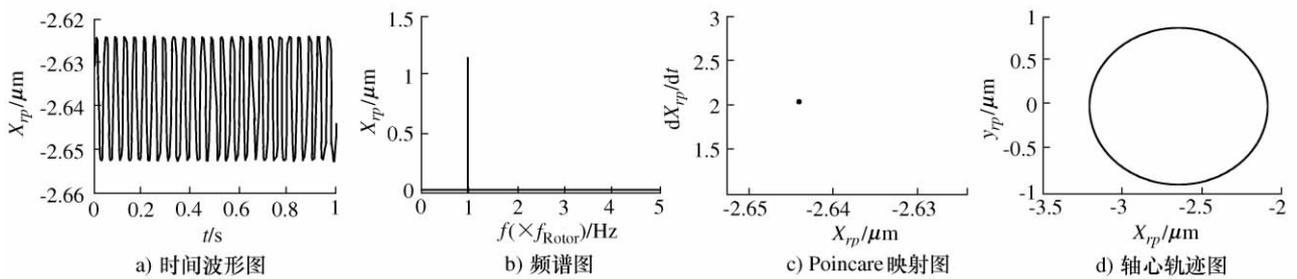


图 7 $\omega = 300 \text{ rad/s}$ 时转子系统响应

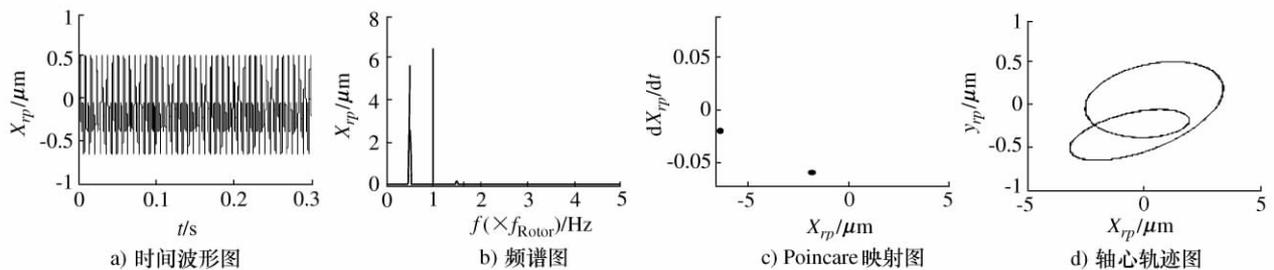


图 8 $\omega = 1\,150 \text{ rad/s}$ 时转子系统响应

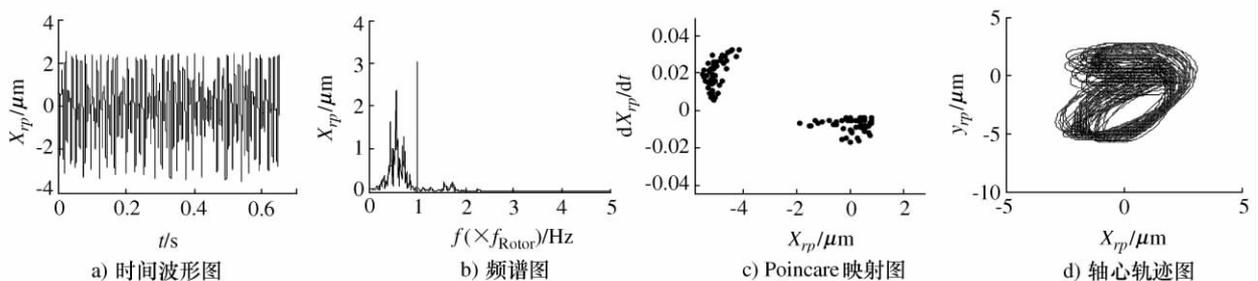


图 9 $\omega = 1\,000 \text{ rad/s}$ 时转子系统响应

3 基于 ZT-3 转子试验台的裂纹故障实验

为了进一步验证所建立裂纹-碰摩故障动力学模型的正确性,在 ZT-3 型转子振动模拟实验台上进行了故障实验。实验台及传感器安装见图 10。在

实验中,利用线切割技术人为的在转轴上锯开一道宽 0.2 mm,深 3 mm 的缝隙来模拟裂纹故障,见图 10 裂纹局部放大图。

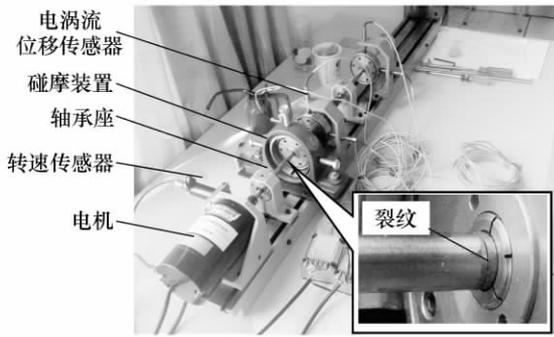


图 10 ZT-3 型转子试验台

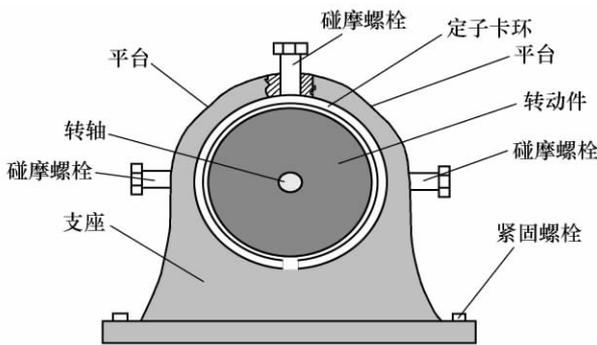


图 11 转子碰摩实验装置

本文中自行设计的转子碰摩装置,如图 11 所示。该装置主要包括支座、定子卡环、转动件、碰摩螺栓和紧固螺栓组成。它是靠支座上的紧固螺栓固定在实验台上的,两个平台相互垂直,可用来安装

传感器,完成实验过程中数据采集。其中定子卡环是非整圆周的,而具有缝隙;转动件固定在转轴上位于定子卡环内侧,并与定子卡环存有间隙。通常状态下 3 个碰摩螺栓都是松动的,转动件正常运转不受阻碍。当需要做碰摩实验时,拧动 3 个碰摩螺栓来调节定子卡环与转动件之间的间隙,从而能够很方便地实现单点、多点、局部及整周碰摩方式。

通过调节转速可以得到不同转速下转子系统的振动位移响应,实验转速在临界转速以下,图 12a)~图 12d) 分别是不平衡、碰摩、裂纹、碰摩加裂纹状态下试验台圆盘处 X 方向位移响应的三维瀑布图。图 12a) 表明不平衡时系统响应以基频为主;图 12b) 中碰摩时主要表现为基频,且有幅值较小的 2 倍频成分;而从图 12c)、图 12d) 中可以看出在裂纹状态下系统处于周期运动状态,有明显 2X、3X、4X 倍频成分存在,转速稍高时还有较小 1/3、2/3 分频成分出现;尤其图 12d) 图表现更为明显,在裂纹和碰摩共同作用下系统响应的 2、3、4 等高倍频分量的振动加剧。而且通过对比图 12a)、图 12b)、图 12c) 可以发现,碰摩使得系统一阶临界转速增加,而裂纹会使一阶临界转速降低且谱峰分裂,该结果与仿真计算的结果基本一致,也符合参考文献 [11] 的结论。由于实验转速在临界转速以下,故分频现象很少,也未能观察到混沌现象。

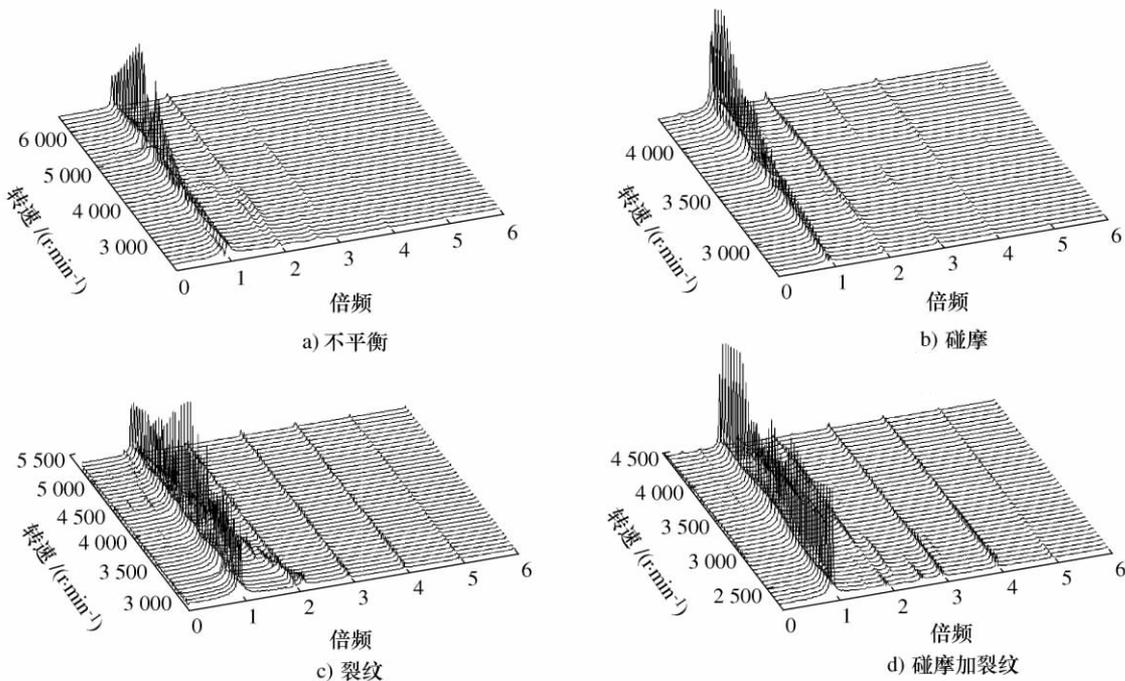


图 12 不同故障状态下转子响应三维瀑布图

4 结论

1) 建立了带裂纹-碰摩耦合故障的连续梁转子-轴承系统动力学模型。并结合数值积分算法计算了在不同转速、不同裂纹深度下碰摩转子系统的响应。

2) 在无裂纹和碰摩故障时,系统表现出转速频率的周期运动。当系统出现裂纹故障时,随着裂纹深度的加剧,系统的运动开始变得不稳定,逐渐出现了混沌运动;当系统同时出现碰摩故障时,在临界转速以前,碰摩主要产生高倍频,临界转速以后产生大量分频;当裂纹故障与碰摩故障耦合时,使得系统在临界转速前后的运动状态均产生了变化,倍频振动分量增加,系统出现了更多的混沌区域,运动变得更加不稳定。

3) 利用转子实验台进行了裂纹-碰摩耦合故障实验,实验结果在一定程度上验证了仿真分析的正确性。

[参考文献]

- [1] Zheng J B, Meng G. Dynamic behavior of a cracked flexible rotor supported on journal bearing [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 1997, 10(1): 28 ~ 35
- [2] 杨积东, 徐培民, 闻邦椿. 裂纹扩展对转子动特性的影响 [J]. *东北大学学报* 2001, 22(4): 203 ~ 206
- [3] Freund L B, Herrmann G. Dynamic fracture of a beam or plate in plane bending [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1976, 43(1): 112 ~ 116
- [4] Miyazaki N. Application of line-spring model to dynamic stress intensity factor analysis of pre-cracked bending specimen [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1991, 35: 321 ~ 326
- [5] 闻邦椿, 武新华, 丁千等. 故障旋转机械非线性动力学的理论与试验 [M]. 北京: 科学出版社, 2004
- [6] 罗跃纲, 张松鹤, 闻邦椿. 转子-轴承系统裂纹-碰摩耦合故障的非线性特性研究 [J]. *振动与冲击* 2005, 24(3): 43 ~ 46
- [7] Prabhakar S, et al. Crack detection by measurement of mechanical impedance of a rotor-bearing system [J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 2002, 112(6): 2825 ~ 2830
- [8] Patela T H, Darpeb A K. Vibration response of a cracked rotor in presence of rotor-stator rub [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 317: 841 ~ 865
- [9] 陈果. 含碰摩故障的新型转子-滚动轴承-机匣耦合动力学模型 [J]. *振动工程学报* 2009, 22(5): 538 ~ 545
- [10] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002
- [11] 屈梁生. 机械故障的全息诊断原理 [M]. 北京: 科学出版社, 2008

(上接第309页)

4 结束语

基于 Lemaitre and Chaboche 非线性随动强化理论的基础上,对原有背应力计算公式进行了修正,提出了一种有效的背应力修正参数。将 Chaboche 的各向同性强化模型与该修正的随动强化模型相结合,给出了一种新的混合强化模型。基于 Mises 屈服准则,推导了复杂加载模式下非线性混合强化材料模型的弹塑性应力应变本构关系。采用了高效的 Backward Euler 切向预测径向返回算法更新应力应变增量。引入了一种高效的非线性回归法来根据有限的实验数据来确定材料的强化参数。通过典型的单轴拉伸实验,分析了各个材料参数对本文的强化模型的影响。计算结果与实验数据的比较表明,提出的混合强化模型较好地反映了单轴拉伸情况下应力应变之间的关系。

[参考文献]

- [1] Prager W. A new method to analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids [J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1956, 78
- [2] Zeigler H. A modification of Prager's hardening rule [J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1959, 17: 55 ~ 65
- [3] Mroz Z. On the description of anisotropic work hardening [J]. *Journal of Mechanical Physics and Solids*, 1967, 15: 163 ~ 175
- [4] Dafalias Y F, Popov E P. Plastic internal variables formulation of cyclic plasticity [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1976, 43
- [5] Armstrong P J, Frederick C O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect [J]. *Materials at High Temperatures*, 2007, 24(1)
- [6] Chaboche J L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity [J]. *International Journal of Plasticity*, 1989, 5: 247 ~ 302
- [7] Lemaitre J, Chaboche J L. *Mechanics of Solid Materials* [D]. Cambridge University Press, 1990
- [8] Wang H, Barkley M E. Strain space formulation of the Armstrong-Frederick family of plasticity models [J]. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 1998, 12(3): 230 ~ 235
- [9] Geng L, Wagoner R H. *Springback Analysis with a Modified Nonlinear Hardening Model* [R]. SAE2000, 01041-01-0768
- [10] Phillips A, Tang J L, Ricciuti M. Some new observations on yield surfaces [J]. *Acta Mechanica*, 1974, 20: 23 ~ 39
- [11] Voyiadjis G Z, et al. A plasticity model for multiaxial cyclic loading and ratchetting [J]. *Acta Mechanica*, 1998, 126
- [12] Chaboche J L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratcheting effects [J]. *International Journal Plasticity*, 1991, 7: 661 ~ 678