

# 航空发动机整机耦合动力学模型及振动分析<sup>1)</sup>

陈 果<sup>2)</sup>

(南京航空航天大学民航学院, 南京 210016)

**摘要** 面向航空发动机整机振动, 建立了航空发动机转子-滚动轴承-机匣耦合动力学模型. 该模型具有如下特点: (1) 考虑转子、滚动轴承及机匣之间的耦合作用; (2) 考虑了实际航空发动机的弹性支承及挤压油膜阻尼效应; (3) 将转子考虑为等截面自由欧拉梁模型, 运用模态截断法进行分析; (4) 考虑了滚动轴承间隙、非线性赫兹接触力以及变柔性 VC(Varying compliance) 振动; (5) 考虑了转子与机匣之间的碰摩故障. 运用数值积分方法研究了航空发动机的整机振动规律, 包括: 滚动轴承 VC 振动分析、弹性支承刚度对耦合系统临界转速的影响、转轴模态截断阶数 NM 对系统响应的影响分析、挤压油膜阻尼器参数对系统响应的影响分析、突加不平衡的瞬态响应分析以及转静碰摩故障特性分析等.

**关键词** 航空发动机, 整机振动, 耦合动力学, 碰摩

**中图分类号:** O322, TH113.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2010)03-0548-12

## 引 言

通常, 航空发动机的转子通过轴承支承在定子机匣上, 而机匣支承在基础上或悬挂在飞机上, 为了减少转子的振动以及调节转子的临界转速, 在轴承与轴承座之间往往加有弹性支承和挤压油膜阻尼器, 因此, 它们之间的运动相互耦合、相互影响, 从而在结构和动力学上构成了转子-轴承-机匣耦合系统. 随着航空发动机性能的不断提高, 人们试图通过修改结构几何构形以充分利用材料特性来更大提高推力/重量比和结构效率. 其重要措施之一就是缩小发动机转静件的间隙, 并在转静件上采用封严结构(如氧化锆、蜂窝结构等), 使之达到最小间隙, 这就加剧了转静件间的碰摩可能性. 转静碰摩故障的严重后果将使转静件间隙增大、轴承磨损、叶片折断直至机械失效<sup>[1]</sup>.

国内外学者对碰摩擦故障进行了深入研究<sup>[1-5]</sup>, 但是这些研究基本上是针对形如 Jeffcott 转子的简单模型, 其缺点在于模型参数与实际转子系统相差较大, 难于模拟实际航空发动机的耦合振动效应和碰摩故障振动特征. 传递矩阵法和有限元法对于计算复杂转子系统的临界转速和计算简单的不平衡响应, 已经形成了较为完善的理论和方法<sup>[5]</sup>, 文献<sup>[6]</sup>

基于 NASTRAN 中实体单元编制的转子动力特性计算程序, 对发动机整机进行了动力特性计算; 在分析中发现了高阶转子弯曲振动模态与机匣振动耦合现象及其变化规律, 在计算分析的基础上研究了在考虑机匣振动耦合时转子系统临界转速的确定方法. 文献<sup>[7]</sup>运用有限元方法研究了单/双转子-滚动轴承系统的振动特性. 文献<sup>[8]</sup>提出了一个详细考虑滚动轴承和挤压油膜阻尼器非线性的柔性双转子有限元模型, 进行了叶片丢失的瞬态响应模拟. 文献<sup>[9]</sup>提出了一个双转子燃气涡轮发动机有限元模型, 利用数值积分方法计算了叶片丢失下产生的突加不平衡响应, 考虑了滚动轴承的接触非线性、挤压油膜力的非线性以及在叶片丢失期间轴承部件的热增长效应. 文献<sup>[10]</sup>建立了一个带非线性挤压油膜阻尼器轴承的双转子动力学模型, 结合 NASTRAN 有限元软件和 MATLAB 软件进行非线性数值仿真分析, 其计算速度得到了很大提高. 然而, 这些整机振动有限元模型对于计算含碰摩故障的强非线性转子系统响应, 其求解过程非常复杂, 计算量大, 且无法达到满意的效果<sup>[9-10]</sup>.

因此, 本文将建立一个新型的转子动力学模型, 该模型将转子考虑为两端无约束的等截面自由欧拉梁模型, 轴承力以集中力的方式施加于转子两端,

2008-11-12 收到第 1 稿, 2009-04-02 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(50705042)和航空科学基金(2007ZB52022)资助项目.

2) E-mail: cgzyx@263.net

转盘与转子之间也通过集中约束力来实现连接，转子响应可以通过截取有限个模态来获取。在该转子动力学模型的基础上，考虑其与滚动轴承和机匣之间的耦合作用、弹性支承和挤压油膜阻尼器效应、滚动轴承的非线性接触力、VC 振动以及转子圆盘与机匣的碰摩作用，从而最终构成含碰摩故障的新型转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统动力学模型，最后通过数值积分方法获取系统的非线性响应，研究航空发动机整机振动规律。

### 1 航空发动机转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统动力学模型

#### 1.1 新模型示意图

图 1 为含航空发动机转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统动力学模型。转子考虑为等截面自由欧拉梁

模型，转轴与轴承和转盘间通过集中力实现约束，转子两端由 2 个相同的滚动轴承支承，考虑弹性支承和挤压油膜阻尼器效应。同时，考虑转盘的质量不平衡，当转子旋转时，由于不平衡故障的激励，将激发起转子很大的横向挠动，当其超过转子与机匣的间隙，则转静碰摩故障将产生。

图 1 中， $m_c$  为机匣(定子)质量； $m_{rp}$  为转子圆盘质量； $m_{wL}, m_{wR}$  分别为左右滚动轴承外圈质量； $m_{bL}, m_{bR}$  分别为左右轴承支座质量； $E, I, L, \rho, A$  分别为转轴的弹性模量、截面惯性矩、转轴长度、转轴密度、转轴截面积； $k_r$  为碰摩接触刚度； $k_p, c_p$  分别为转轴与圆盘之间的连接刚度和阻尼； $k_{tLH}, k_{tLV}$  分别为左轴承外圈与左端轴承支座之间的横向和垂向弹性支承刚度； $c_{tLH}, c_{tLV}$  分别为左轴承外圈与左

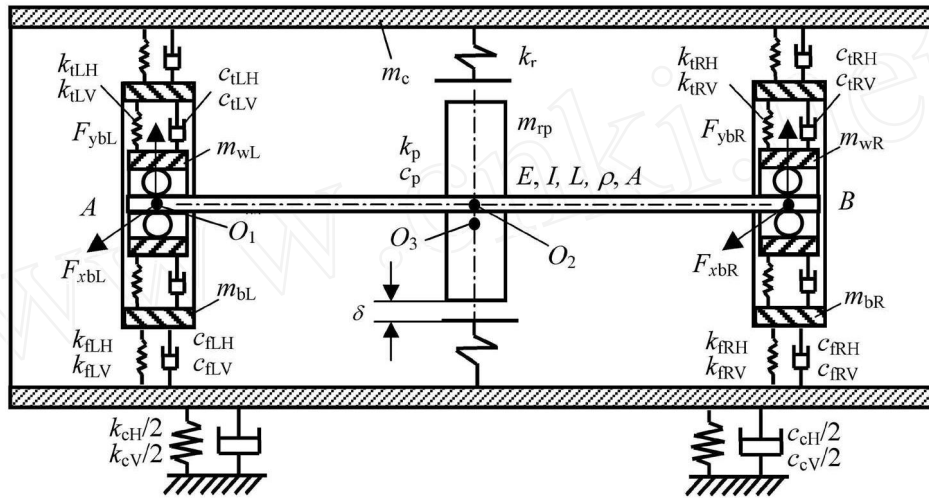


图 1 航空发动机转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统动力学模型

Fig.1 The rotor-ball bearing-stator coupling model for aero-engine

端轴承支座之间的横向和垂向挤压油膜阻尼(此处考虑为非线性挤压油膜阻尼力)； $k_{tRH}, k_{tRV}$  分别为右轴承外圈与右端轴承支座之间的横向和垂向弹性支承刚度； $c_{tRH}, c_{tRV}$  分别为右轴承外圈与右端轴承支座之间的横向和垂向挤压油膜阻尼(此处考虑为非线性挤压油膜阻尼力)； $k_{fLH}, k_{fLV}$  分别为机匣与左端轴承支座之间的横向和垂向支承刚度； $c_{fLH}, c_{fLV}$  分别为机匣与左端轴承支座之间的横向和垂向支承阻尼； $k_{fRH}, k_{fRV}$  分别为机匣与右端轴承支座之间的横向和垂向支承刚度； $c_{fRH}, c_{fRV}$  分别为机匣与右端轴承支座之间的横向和垂向支承阻尼； $k_{cH}, k_{cV}$  分别为机匣与基础之间的横向和垂向支承刚度； $c_{cH}, c_{cV}$  分别为机匣与基础之间的横向和垂向支承阻尼； $O_1,$

$O_2, O_3$  分别为轴承几何中心、转子几何中心、转子质心； $\delta$  为转子圆盘和静子的间隙； $e$  为质量偏心距； $F_{xbL}, F_{ybL}$  分别为左端轴承的支承反力； $F_{xbR}, F_{ybR}$  分别为右端轴承的支承反力； $P_T, P_N$  分别为碰摩力在切向和法向的分量。

#### 1.2 模型运动微分方程

##### 1.2.1 基于等截面自由梁的转子动力学模型

转子分析模型为两端自由的欧拉梁模型(见图 2)。图中， $F_{xp}$  和  $F_{yp}$  分别为圆盘对转轴的  $x$  和  $y$  向作用力。 $F_{xbL}, F_{ybL}$  分别为左端轴承对转轴的  $x$  和  $y$  向作用力。 $F_{xbR}, F_{ybR}$  分别为右端轴承对转轴的  $x$  和  $y$  向作用力。 $L$  为转轴的长度，不失一

般性, 设圆盘在转轴的正中位置, 模型中不考虑圆盘的陀螺效应. 图中, 坐标  $o-xyz$  为固结于转轴左端的直角坐标系, 考虑转轴在  $oyz$  平面和  $oxz$  平面的横向弯曲振动.

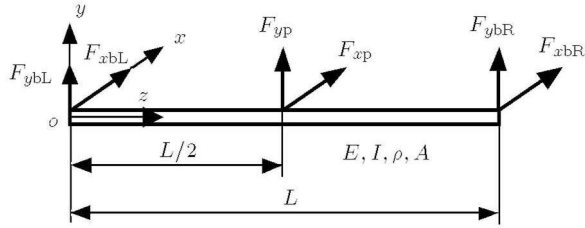


图 2 基于等截面欧拉自由梁的转子模型

Fig.2 Rotor model based on equal-section Euler free beam

(1)  $oxz$  平面的横向弯曲振动

设转轴的振动位移变量为  $x_r(z, t)$ , 转轴的弹性模量为  $E$ , 截面转动惯量为  $I$ , 密度为  $\rho$ , 截面积为  $A$ . 则转轴的振动微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 x_r(z, t)}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 x_r(z, t)}{\partial t^2} = F_{xbL} \delta(z) + F_{xbR} \delta(z - L) + F_{xp} \delta(z - L/2) \quad (1)$$

其中,  $F_{xp} = k_p[x_p(t) - x_r(L/2, t)] + c_p[\dot{x}_p(t) - \dot{x}_r(L/2, t)]$ ,  $F_{xbL}$  和  $F_{xbR}$  分别为轴承作用力,  $x_p(t)$  为转盘  $x$  向的振动位移. 为了进行数值分析, 需要将方程 (1) 转化为有限自由度的二阶常微分方程组, 由于梁的振动主要由少数几个低阶振动模态决定, 因此, 采用模态截断法, 选择  $NM$  个低阶模态来研究自由梁的振动. 为此引入自由梁正交函数系  $X_n(n = 1 \sim NM)^{[1]}$ , 即

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= 1 \\ X_2 &= \sqrt{3}(1 - 2z/L) \\ X_m &= (\cosh \beta_m z + \cos \beta_m z) - \\ &C_m (\sinh \beta_m z + \sin \beta_m z), \quad m > 2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中,  $C_m, \beta_m$  为常数.  $C_m, \beta_m L$  的取值见表 1.

表 1 自由梁函数系数

Table 1 Coefficients for free beam functions

$m$	1	2	3	4	5	$\geq 6$
$C_m$	—	—	0.982 502	1.000 777	0.999 966	1.000 000
$\beta_m L$	0	0	4.730 040	7.853 200	10.995 600	$(2m - 3)\pi/2$

转轴在  $oxz$  平面的横向弯曲振动可近似表示为

$$x_r(z, t) = \sum_{n=1}^{NM} X_n(z) T_{xn}(t) \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (1), 并在等式两边同乘  $X_p(z), p = 1, 2, \dots, NM$ , 然后在转轴全长范围内对  $z$  积分, 利用模态正交性和  $\delta$  函数的性质可得

$$\rho A \ddot{T}_{xn}(t) \int_0^L X_n^2(z) dz + EI T_{xn}(t) \int_0^L X_n(z) \cdot \frac{d^4 X_n(z)}{dz^4} dz = F_{xbL} X_n(0) + F_{xbR} X_n(L) + F_{xp} X_n(L/2) \quad (4)$$

因为  $\int_0^L X_n^2(z) dz = L, \int_0^L X_n(z) \cdot \frac{d^4 X_n(z)}{dz^4} dz = L \cdot \beta_n^4$ , 所以, 式 (4) 可以化为

$$\ddot{T}_{xn}(t) + \frac{EI \beta_n^4}{\rho A} T_{xn}(t) = \frac{F_{xbL}}{\rho A L} X_n(0) + \frac{F_{xbR}}{\rho A L} X_n(L) + \frac{F_{xp}}{\rho A L} X_n(L/2) \quad (5)$$

此即在  $oxz$  平面中转轴振型坐标下的二阶常微分方程组 ( $n = 1 \sim NM$ ) 的基本形式.

(2)  $oyz$  平面的横向弯曲振动

设转轴在  $oyz$  平面的横向弯曲振动位移变量  $y_r(z, t)$ , 转轴的振动微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 y_r(z, t)}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_r(z, t)}{\partial t^2} = F_{ybL} \delta(z) + F_{ybR} \delta(z - L) + F_{yp} \delta(z - L/2) + \rho A \cdot g \quad (6)$$

其中,  $F_{yp} = k_p[y_p(t) - y_r(L/2, t)] + c_p[\dot{y}_p(t) - \dot{y}_r(L/2, t)]$ ,  $F_{ybL}$  和  $F_{ybR}$  为轴承作用力,  $y_p(t)$  为转盘  $y$  向的振动位移. 同样, 截取梁的  $NM$  个低阶模态, 并引入自由梁正交函数系  $Y_n(n = 1 \sim NM)$ , 转轴在  $oyz$  平面的横向弯曲振动可近似表示为

$$y_r(z, t) = \sum_{n=1}^{NM} Y_n(z) T_{yn}(t) \quad (7)$$

同理, 在  $oyz$  平面中转轴振型坐标下的二阶常微分方程组 ( $n = 1 \sim NM$ ) 为

$$\ddot{T}_{yn}(t) + \frac{EI \beta_n^4}{\rho A} T_{yn}(t) = \frac{F_{ybL}}{\rho A L} Y_n(0) + \frac{F_{ybR}}{\rho A L} Y_n(L) + \frac{F_{yp}}{\rho A L} Y_n(L/2) + \frac{\rho A \cdot g}{\rho A L} \int_0^L Y_n(z) dz \quad (8)$$

1.2.2 转子圆盘模型

转子圆盘与转轴之间用  $x$  和  $y$  向的刚度  $k_p$  和阻

尼  $c_p$  进行连接, 考虑转盘的质量偏心所产生的不平衡力以及转盘与静子间的碰摩. 由牛顿第二定律, 可得其运动微分方程为

$$\begin{aligned} m_{rp}\ddot{x}_p + k_p[x_p(t) - x_r(L/2, t)] + \\ c_p[\dot{x}_p(t) - \dot{x}_r(L/2, t)] = \\ P_x + m_{rp}e\omega^2 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} m_{rp}\ddot{y}_p + k_p[y_p(t) - y_r(L/2, t)] + \\ c_p[\dot{y}_p(t) - \dot{y}_r(L/2, t)] = \\ P_y + m_{rp}e\omega^2 \sin(\omega t) - m_{rp}g \end{aligned} \quad (10)$$

### 1.2.3 碰摩力模型

设  $r$  为转子圆盘与机匣的径向相对位移, 表达式为  $r = \sqrt{(x_{rp} - x_c)^2 + (y_{rp} - y_c)^2}$ . 当  $r < \delta$  时, 不发生碰摩, 即  $P_x = P_y = 0$ ; 当  $r \geq \delta$  时, 发生碰摩, 假设摩擦符合库仑定律, 则

$$\left. \begin{aligned} P_N &= k_r \cdot (e - \delta) \\ P_T &= f \cdot P_N \end{aligned} \right\}$$

其中,  $k_r$  为定子径向刚度,  $f$  为摩擦系数, 将碰摩力分解在  $x$  和  $y$  轴, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} P_x &= k_r(1 - \delta/r)[-(x_{rp} - x_c) + f \cdot (y_{rp} - y_c)] \\ P_y &= k_r(1 - \delta/r)[-(y_{rp} - y_c) - f \cdot (x_{rp} - x_c)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

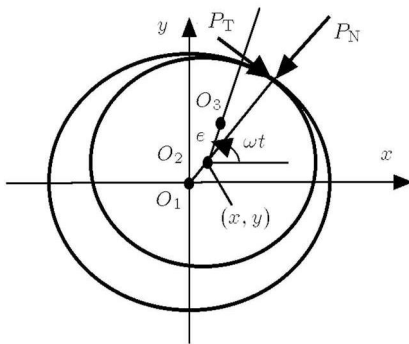


图 3 碰摩力模型  
Fig.3 Rubbing force model

### 1.2.4 滚动轴承作用力模型

滚动轴承模型示意图 (图 4), 设轴承中滚珠在内、外滚道之间等距排列, 滚珠与滚道之间为纯滚动. 设一滚珠与外圈接触点的线速度为  $v_{Out}$ , 与内圈接触点的线速度为  $v_{In}$ , 轴承外圈的旋转角速度为  $\omega_{Outer}$ , 轴承内圈的旋转角速度为  $\omega_{Inner}$ , 外滚道半径为  $R$ , 内滚道半径为  $r$ , 则  $v_{Out} = \omega_{Outer} \times R$ ,  $v_{In} = \omega_{Inner} \times r$ .

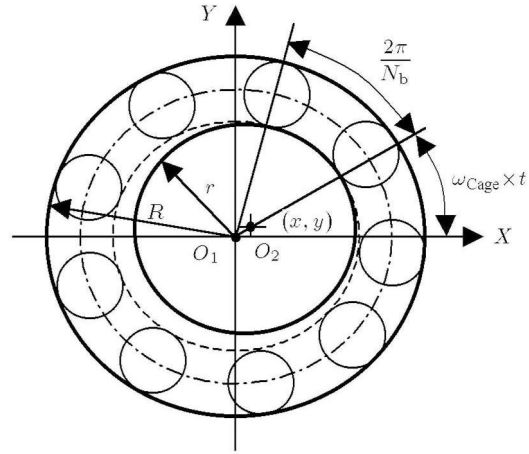


图 4 滚动轴承模型

Fig.4 Ball bearing model

保持架 (即滚珠中心) 线速度为:  $v_{Cage} = (v_{Out} + v_{In})/2$ , 由于外圈固定, 因此有  $v_{Out} = 0$ , 则  $v_{Cage} = v_{In}/2$ . 所以, 保持架角速度为

$$\omega_{Cage} = \frac{V_{Cage}}{(R+r)/2} = \frac{(\omega_{Inner} \times r)/2}{(R+r)/2} = \frac{\omega_{Inner} \times r}{(R+r)} \quad (12)$$

由于内圈固定在轴上, 故有  $\omega_{Inner} = \omega_{Rotor}$ , 所以, 设轴承滚珠数为  $N_b$ , 则 VC 频率即为滚珠通过频率, 有

$$\omega_{VC} = \omega_{Cage} \times N_b = \omega_{Rotor} \times \left( \frac{r}{R+r} \times N_b \right) = \omega_{Rotor} \times B_N \quad (13)$$

其中,  $B_N$  为 VC 频率与旋转频率之比. 设第  $j$  个滚珠的角位置为  $\theta_j$ , 有  $\theta_j = \omega_{Cage} \times t + \frac{2\pi}{N_b}(j-1)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_b$ , 则设内圈中心在  $X$  和  $Y$  方向产生振动位移分别为  $x$  和  $y$ , 同时假设轴承间隙为  $r_0$ , 则第  $j$  个滚珠与滚道的法向接触变形量为

$$\delta_j = x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0 \quad (14)$$

由非线性赫兹接触理论, 可以得到由于滚动接触, 第  $j$  个滚珠与滚道所产生的接触压力  $F_j$ , 同时考虑到滚珠与滚道间只能产生法向正压力, 所以只有  $\delta_j > 0$  时才有作用力, 利用亥维塞函数  $H$ , 则有

$$F_j = C_b[\delta_j]^{3/2} = C_b(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)^{3/2}.$$

$$H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0) \quad (15)$$

其中,  $C_b$  为赫兹接触刚度, 与相互接触的材料和形状有关.  $F_j$  在  $X$  和  $Y$  方向的分量为

$$F_{jx} = F_j \cos \theta_j, F_{jy} = F_j \sin \theta_j \quad (16)$$



所以, 滚动轴承所产生的轴承力为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \sum_{j=1}^{N_b} F_{jx} = \sum_{j=1}^{N_b} F_j \cos \theta_j \\ F_y &= \sum_{j=1}^{N_b} F_{jy} = \sum_{j=1}^{N_b} F_j \sin \theta_j \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由此可得图 4 中滚动轴承所产生的轴承力:

(1) 当  $x = x_r(L, t) - x_{wR}, y = y_r(L, t) - y_{wR}$ , 则  $F_{xbR} = F_x, F_{ybR} = F_y$

(2) 当  $x = x_r(0, t) - x_{wL}, y = y_r(0, t) - y_{wL}$ , 则  $F_{xbL} = F_x, F_{ybL} = F_y$

1.2.5 挤压油膜阻尼器作用力模型

轴颈长度为  $L_J$ , 轴颈半径为  $R_J$ , 油膜半径间隙  $c$ , 润滑油黏度  $\mu$ , 轴承中心  $O_B$ , 轴颈中心  $O_J$ , 轴颈偏心距  $e$ , 偏心率  $\varepsilon$ , 轴颈进动角  $\phi_J$ . 在短轴承假设下, 半油膜无端封情况下, 油膜力为

$$\left. \begin{aligned} F_r &= \frac{\mu R_J L_J^3}{c^2} \left[ \frac{2\Omega_J \cdot \varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2)^2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\dot{\varepsilon}(1+2\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2)^{5/2}} \right] \\ F_t &= \frac{\mu R_J L_J^3}{c^2} \left[ \frac{\pi \Omega_J \cdot \varepsilon}{2(1-\varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{2\varepsilon \dot{\varepsilon}}{(1-\varepsilon^2)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \varepsilon &= e/c = \sqrt{x_J^2 + y_J^2}/c \\ \dot{\varepsilon} &= \dot{e}/c = \frac{x_J \cdot \dot{x}_J + y_J \cdot \dot{y}_J}{c\sqrt{x_J^2 + y_J^2}} \\ \phi_J &= \arctan\left(\frac{y_J}{x_J}\right) \\ \Omega_J &= \dot{\phi}_J = \frac{x_J \cdot \dot{y}_J - y_J \cdot \dot{x}_J}{x_J^2 + y_J^2} \end{aligned}$$

所以, 在  $xy$  固定坐标系下的油膜力为

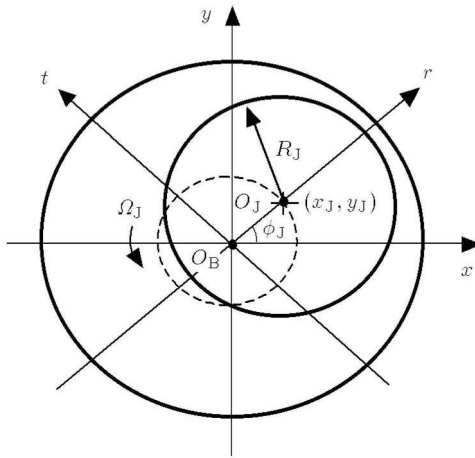


图 5 挤压油膜阻尼器模型  
Fig.5 SFD model

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_r \cdot \cos \phi_J - F_t \cdot \sin \phi_J \\ F_y &= F_t \cdot \cos \phi_J + F_r \cdot \sin \phi_J \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

本文考虑在左右支点轴承  $A, B$  处设置挤压油膜阻尼器

(1) 当  $x_J = x_{wL} - x_{bL}, y_J = y_{wL} - y_{bL}; \dot{x}_J = \dot{x}_{wL} - \dot{x}_{bL}, \dot{y}_J = \dot{y}_{wL} - \dot{y}_{bL}$ ,

则  $F_{SFDxL} = F_x, F_{SFDyL} = F_y$

(2) 当  $x_J = x_{wR} - x_{bR}, y_J = y_{wR} - y_{bR};$

$\dot{x}_J = \dot{x}_{wR} - \dot{x}_{bR}, \dot{y}_J = \dot{y}_{wR} - \dot{y}_{bR}$ ,

则  $F_{SFDxR} = F_x, F_{SFDyR} = F_y$

1.2.6 轴承外圈

$$\begin{aligned} m_{wL} \ddot{x}_{wL} + k_{tLH}(x_{wL} - x_{bL}) + \\ c_{tLH}(\dot{x}_{wL} - \dot{x}_{bL}) + F_{xbL} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} m_{wL} \ddot{y}_{wL} + k_{tLH}(y_{wL} - y_{bL}) + \\ c_{tLH}(\dot{y}_{wL} - \dot{y}_{bL}) + F_{ybL} = -m_{wL}g \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} m_{wR} \ddot{x}_{wR} + k_{tRH}(x_{wR} - x_{bR}) + \\ c_{tRH}(\dot{x}_{wR} - \dot{x}_{bR}) + F_{xbR} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} m_{wR} \ddot{y}_{wR} + k_{tRH}(y_{wR} - y_{bR}) + \\ c_{tRH}(\dot{y}_{wR} - \dot{y}_{bR}) + F_{ybR} = -m_{wR}g \end{aligned} \quad (23)$$

1.2.7 轴承座

$$\begin{aligned} m_{bL} \ddot{x}_{bL} + k_{fLH}(x_{bL} - x_c) + c_{fLH}(\dot{x}_{bL} - \dot{x}_c) + \\ k_{tLH}(x_{bL} - x_{wL}) + c_{tLH}(\dot{x}_{bL} - \dot{x}_{wL}) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} m_{bL} \ddot{y}_{bL} + k_{fLH}(y_{bL} - y_c) + c_{fLH}(\dot{y}_{bL} - \dot{y}_c) + \\ k_{tLH}(y_{bL} - y_{wL}) + c_{tLH}(\dot{y}_{bL} - \dot{y}_{wL}) = -m_{bL}g \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} m_{bR} \ddot{x}_{bR} + k_{fRH}(x_{bR} - x_c) + c_{fRH}(\dot{x}_{bR} - \dot{x}_c) + \\ k_{tRH}(x_{bR} - x_{wR}) + c_{tRH}(\dot{x}_{bR} - \dot{x}_{wR}) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} m_{bR} \ddot{y}_{bR} + k_{fRH}(y_{bR} - y_c) + c_{fRH}(\dot{y}_{bR} - \dot{y}_c) + \\ k_{tRH}(y_{bR} - y_{wR}) + c_{tRH}(\dot{y}_{bR} - \dot{y}_{wR}) = -m_{bR}g \end{aligned} \quad (27)$$

1.2.8 机匣

$$\begin{aligned} m_c \ddot{x}_c + k_{cH}x_c + c_{cH}\dot{x}_c + k_{fRH}(x_c - x_{bR}) + \\ k_{fLH}(x_c - x_{bL}) + c_{fRH}(\dot{x}_c - \dot{x}_{bR}) + \\ c_{fLH}(\dot{x}_c - \dot{x}_{bL}) = -P_x \end{aligned} \quad (28)$$

$$m_c \ddot{y}_c + k_{cH} y_c + c_{cH} \dot{y}_c + k_{fRH} (y_c - y_{bR}) + k_{fLH} (y_c - y_{bL}) + c_{fRH} (\dot{y}_c - \dot{y}_{bR}) + c_{fLH} (\dot{y}_c - \dot{y}_{bL}) = -P_y - m_c g \quad (29)$$

1.3 计算参数

选取的转子系统的初始参数如下：

$$E = 2.07 \times 10^{11} \text{ Pa}, I = 5.2 \times 10^{-8} \text{ m}^4, L = 0.45 \text{ m},$$

$$\rho A = 1.543 \text{ kg/m}, m_{rp} = 14.059 \text{ kg},$$

$$m_{wL} = m_{wR} = 2.0 \text{ kg}, c_{rb} = 1050 \text{ N}\cdot\text{s/m},$$

$$e = 0.01 \text{ mm}, m_c = 50 \text{ kg}, m_{bL} = m_{bR} = 10 \text{ kg},$$

$$k_{fLH} = k_{fLV} = k_{fRH} = k_{fRV} = 2.5 \times 10^8 \text{ N/m},$$

$$c_{fLH} = c_{fLV} = c_{fRH} = c_{fRV} = 2100 \text{ N}\cdot\text{s/m},$$

$$k_{tLH} = k_{tLV} = k_{tRH} = k_{tRV} = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m},$$

$$k_{cH} = k_{cV} = 2.5 \times 10^9 \text{ N/m}, c_{cH} = c_{cV} = 2100 \text{ N}\cdot\text{s/m},$$

$$k_r = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}, \delta = 0.01 \text{ mm}, f = 0.02.$$

假设转轴与转盘固接，因此给定一很大的连接刚度，即  $k_p = 1.0 \times 10^9 \text{ N/m}$ ,  $c_p = 1000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ .

选取文献 [12] 的 JIS6306 滚动轴承，考虑左右支点轴承处的挤压油膜阻尼器，滚动轴承与挤压油膜阻尼器的参数分别如表 2 和表 3 所示。

表 2 滚动轴承主要计算参数

Table 2 The main parameters of ball bearings

R/mm	r/mm	N <sub>b</sub>	C <sub>b</sub> /(N·m <sup>-2/3</sup> )	r <sub>0</sub> /μm	BN
63.9	40.1	8	13.34×10 <sup>9</sup>	5	3.08

表 3 挤压油膜阻尼器的主要计算参数

Table 3 The main parameters of squeeze film damper

2R/mm	L/mm	2c/mm	μ/(Pa·s)
73.4	19.3	0.2	2.013×10 <sup>-3</sup>

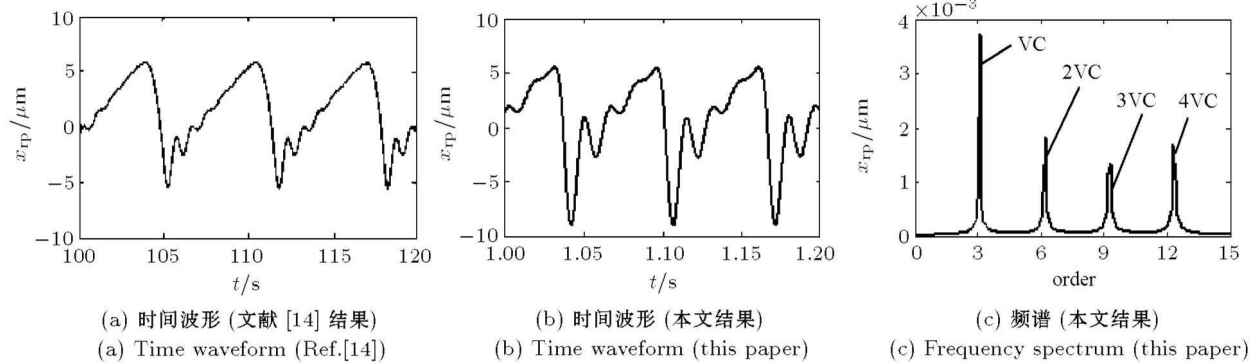


图 6 转子圆盘处 X 向响应 (转速为 300 r/min)  
Fig.6 The response in X direction (rotating speed is 300 r/min)

2 转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统动力响应分析

2.1 新型显式数值积分法 —— 翟方法

由于所建立的转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合模型是典型的大型复杂非线性系统，采用文献 [13] 所提出的适合求解大型非线性微分方程组的新颖快速显式积分法 (翟方法) 进行数值积分来获取转子响应。系统的动力学方程可表示成如下统一形式

$$[M] \{A\} + [C] \{V\} + [K] \{X\} = \{P\}$$

式中，[M],[C],[K] 分别为系统惯量、阻尼、刚度矩阵，{X} 为系统的广义位移向量，{V} 为系统的广义速度向量，{A} 为系统的广义加速度向量，{P} 为系统的广义载荷向量。积分格式为

$$\left. \begin{aligned} \{X\}_{n+1} &= \{X\}_n + \{V\}_n \Delta t + \left( \frac{1}{2} + \psi \right) \{A\}_n \Delta t^2 - \psi \{A\}_{n-1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} &= \{V\}_n + \{1 + \phi\} \{A\}_n \Delta t - \phi \{A\}_{n-1} \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中，Δt 为时间积分步长；下标 n 为代表 t = nΔt 瞬时；下标 n + 1 为代表 t = (n + 1)Δt 瞬时；下标 n - 1 为代表 t = (n - 1)Δt 瞬时；ψ, φ 为积分参数，通常 ψ = φ = 1/2。

2.2 滚动轴承变柔性 VC(Varying compliance) 振动分析

采用与文献 [14] 中相同的滚动轴承进行比较分析，其中轴承间隙直径为 40μm。图 6(a) 为在转速为 300 r/min 时，Mevel 在文献 [14] 中计算得到的转盘处 X 方向的振动位移；图 6(b) 为在转速为 300 r/min

时, 本文在弹性支承刚度  $k_t = 2.5 \times 10^6 \text{ N/m}$  和阻尼  $c_t = 3000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$  的条件下, 仿真计算得到的转盘  $X$  方向振动位移. 其中, 所采用的滚动轴承参数完全一致, 转子系统参数则存在较大差异, 文献 [14] 是基于 Jeffcott 转子模型, 而本文是基于连续梁模型, 然而, 二者计算结果比较一致.

从图 6(a) 和图 6(b) 可以看出,  $X$  方向和  $Y$  方向的运动是周期的, 并明显地表现出滚珠的通过频率, 当一个滚珠离开载荷区的时候, 转子下降, 并接触一个新的滚珠, 使颤振迅速出现和消失. 从信号频谱上可以看出, 如图 6(c), 振动表现出 VC 频率 (滚珠通过频率) 及其谐波. Fukata 等 [12] 的研究也表明, 当转速在远离  $X$  和  $Y$  方向两个临界转速时, 运动是周期的, 表现出滚珠的转动频率和它的谐波. 显然本文计算结果与此吻合, 另外, 本文计算结果与文献 [4] 中基于 Jeffcott 转子的转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合模型的计算结果也基本一致.

### 2.3 系统支承对转子运动特性的影响

现代航空发动机的转子 - 支承系统通常采用弹性支承, 其目的在于: (1) 通过改变弹性支承的刚性, 调整和控制临界转速, 满足转子系统临界转速

设计准则的要求; (2) 改变转子 - 机匣系统应变能的分布以符合设计准则的要求; (3) 利用弹性支承本身的变形使支承处阻尼产生明显的减振作用, 从而吸收转子 - 支承系统的振动能量, 起到一定的减振作用.

假设系统支承刚度  $k_{tLH} = k_{tLV} = k_{tRH} = k_{tRV} = k_t$ , 为了简化问题, 将挤压油膜阻尼简化为线性黏性阻尼, 即  $c_{tLH} = c_{tLV} = c_{tRH} = c_{tRV} = 1050 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ , 仿真计算了不同支承刚度下转子的响应规律, 其中振幅 - 转速曲线为各转速下的稳态振幅值; 转轴振型以左端振动位移为标准进行归一化处理.

图 7 为不同弹性支承刚度下转子响应的振幅 - 转速曲线. 从图中可以发现: (1) 当弹性支承刚度较大时, 即  $k_t = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ , 转子响应仅出现一个共振峰, 对应于转子一阶临界转速 (5780 rpm), 如图 7(a) 所示, 其临界转速处的振型如图 8(a) 所示, 从振型中可以看出, 转子出现了较大的弯曲变形; (2) 当弹性支承刚度较低时, 即  $k_t = 7.5 \times 10^5 \text{ N/m}$ , 如图 7(b) 所示, 此时, 转子响应中出现了两个共振峰, 分别对应于两个临界转速, 其中低的临界转速对应于转子的刚体平动, 所对应的振型如图 8(b) 所示,

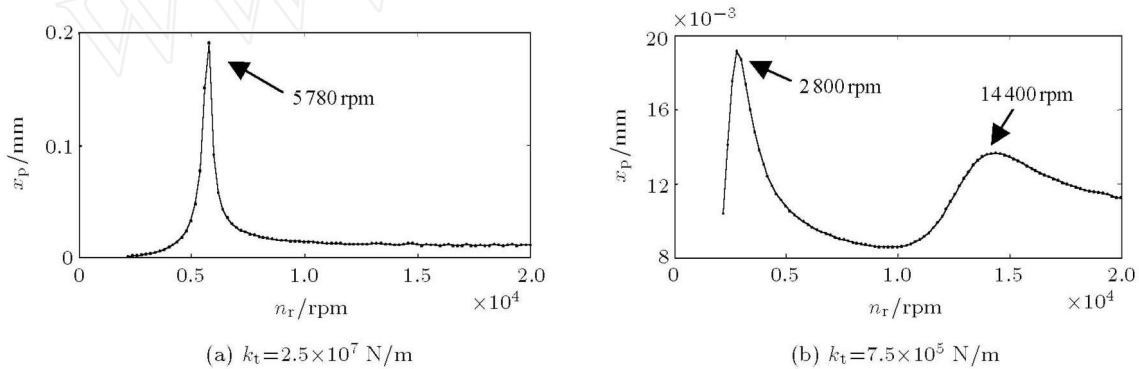


图 7 不同支承刚度下转子响应的振幅 - 转速曲线

Fig.7 Amplitude-rotating speed curves of rotor response under various support stiffness

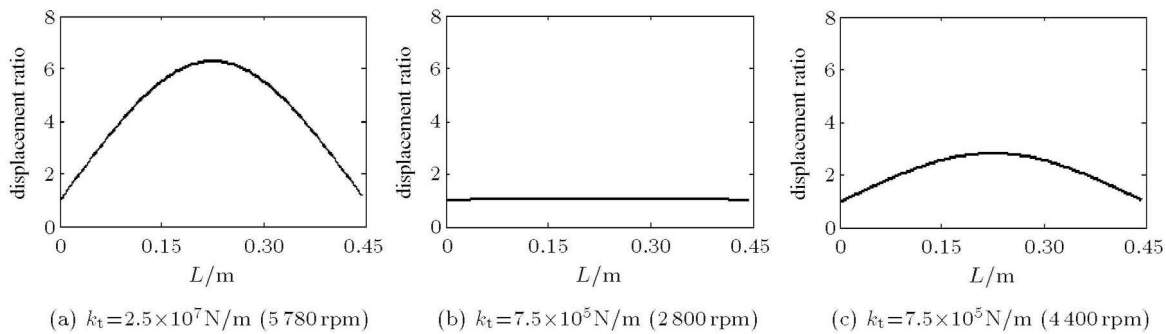


图 8 不同支承刚度的临界转速下的转子振型

Fig.8 Vibration modes of rotor response at critical speed under various support stiffness

高的临界转速对应于转子的一阶弯曲临界转速，如图 8(c) 所示。(3) 从图中不难看出，采用低刚度弹性支承后，可使振动较大、比较危险的弯曲临界转速提高 2.49 倍(即  $14400/5780=2.49$ )。同时，比较不同支承刚度下的转子响应大小，可以发现，在弹性支承下，转子共振时的响应比刚性支承下的共振响应幅值要小得多。由此可见，采用低刚度弹性支承不仅可以使转子工作转速有效避开转子弯曲临界转速，而且能够利用弹性支承本身的变形使支承处阻尼产生明显的减振作用从而有效地降低临界转速下转子振动。仿真计算清楚地表明了此规律。

#### 2.4 转轴截断模态 $NM$ 对转子系统响应的影响

由式 (3) 和式 (7) 可知，转轴的振动响应是通过截取其有限个低阶模态  $NM$  来近似的，因此，需要

研究截断模态数  $NM$  对转子响应的影响。假定 2 种计算条件，Case1: 支承刚度  $k_t=2.5\times 10^7\text{N/m}$  时，转速为一阶弯曲临界转速为  $n_r=5780\text{rpm}$ ；Case2: 支承刚度  $k_t=7.5\times 10^5\text{N/m}$ ，转速为一阶弯曲临界转速为  $n_r=14400\text{rpm}$ 。对该两个情况，仿真计算不同截断模态数  $NM$  时，转子中间转盘处的响应位移、速度和加速度均方值，计算结果见图 9。

从图 9 中可以发现，由于自由梁的振型中，前两个是刚体振型，第 3 个是一阶弯曲振型，因此，当  $NM \geq 3$  时，位移、速度及加速度响应均达到了足够的精度。通常，过大的截断模态数  $NM$  一方面将增加方程的数目，另一方面将需要更小的积分步长，因此将导致计算量增大。由此可见，本文选取  $NM=5$  较为合适。

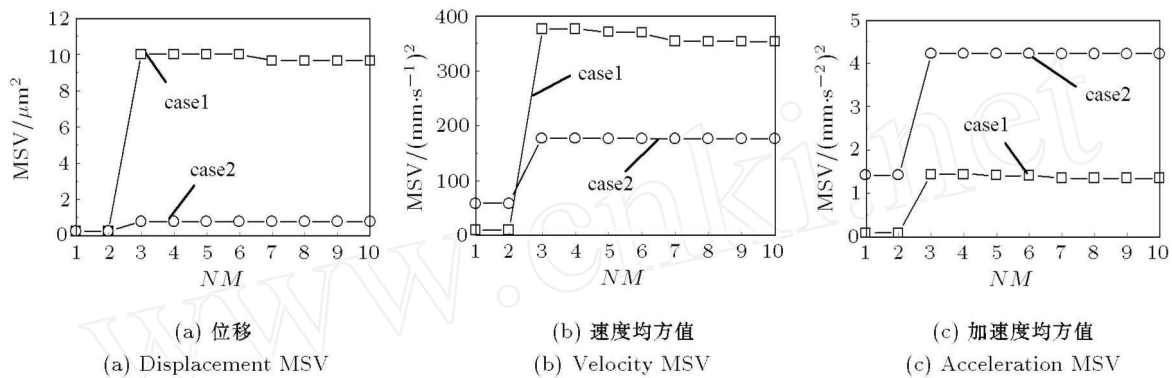


图 9 截断模态数  $NM$  对转子响应的影响

Fig.9 The effect of cutting mode number on the rotor responses

#### 2.5 挤压油膜阻尼器对转子运动特性的影响

挤压油膜阻尼器的主要作用在于减小转子通过共振时的振幅和支承外传力，目前广泛应用于航空发动机中。假设左右支点轴承均设置了挤压油膜阻尼器，仿真计算了弹性支承刚度  $k_t=7.5\times 10^5\text{N/m}$  下在转子一阶临界转速附近的转子振动响应，比较了不同挤压油膜直径和不同同心度下的振动响应。本文在计算中通过人为增加转子轴颈的“偏心距”来保证在弹性支承受到转子重力作用时，弹性支承与阻尼器外环同心。在本文计算参数下，当弹性支承刚度  $k_t=7.5\times 10^5\text{N/m}$ ，该“偏心距”为  $0.12\text{mm}$ ，而该“偏心距”为  $0$  时，由于转子重力作用，弹性支承与阻尼器外环将出现不同心。

图 10(a) 和图 10(b) 分别为在转子轴颈中心与轴承中心完全同心和不同心的情况下，不同油膜直径的振幅 - 转速曲线；对比图 10(a) 与图 10(b)，可以得出如下结论：(1) 小的挤压油膜直径  $2c$  具有更好的

减振效果，但非线性更强。(2) 转子轴颈与轴承的同心度对转子动力响应具有较大的影响。在不同心的情况下，由于具有较大的偏心率，转子轴颈对油膜的挤压作用较大，因此其减振效果更好，但是由于不同心将导致油膜间隙不均，从而产生轴颈与轴承座的碰摩以及弹性支承的疲劳损伤，因此，在设计中，应计及弹性支承在转子重力作用下引起的变形，使弹性支承的中心线相对于其安装定位面有一个向上的“偏心距”，以保证弹性支承与阻尼器外环同心。

#### 2.6 突加不平衡响应分析

航空发动机设计规定，必须进行转子系统瞬态(叶片丢失突加不平衡)响应特性分析，以确定挤压油膜阻尼器的设计是否能够吸收转子振动能量，使发动机不平衡敏感度降低。假设左右支点轴承处带同心型挤压油膜阻尼器，并保持转子轴颈与轴承同心。仿真计算了在圆盘处突加不平衡量  $100\text{g}\cdot\text{cm}$  时系统的瞬态响应，其中原始不平衡为  $14\text{g}\cdot\text{cm}$ ，旋转

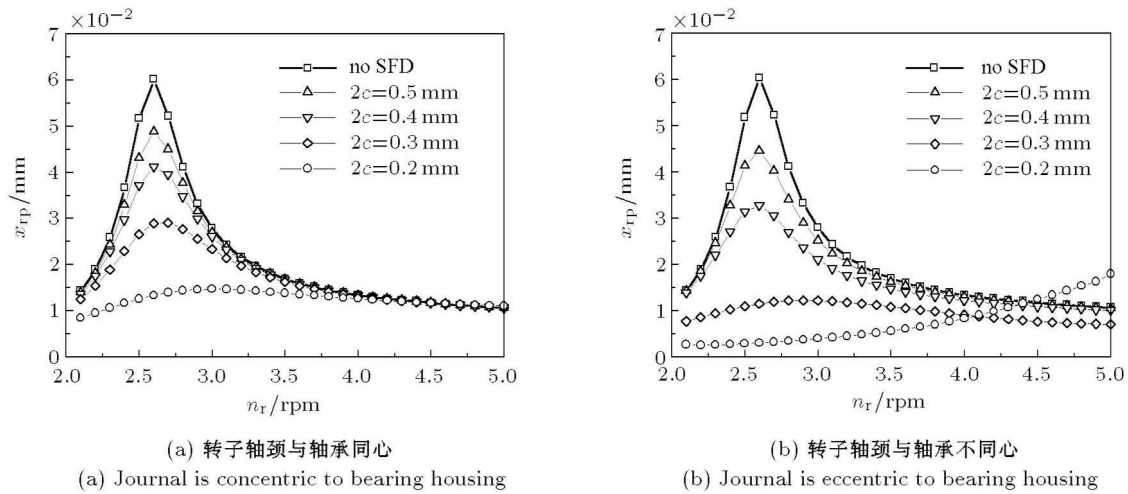


图 10 挤压油膜阻尼器对转子振动响应的影响

Fig.10 Effect of SFD on rotor vibration response

速度为 10 000 rpm, 弹性支承  $k_t=7.5 \times 10^5 \text{ N/m}$ .

图 11 和图 12 分别为当挤压油膜直径  $2c = 0.3 \text{ mm}$  和  $2c = 0.2 \text{ mm}$  时左轴承 A 处轴颈的运动轨

迹、轴颈的 X 向振动位移及机匣 X 向振动速度. 计算结果表明, 不平衡突加后的瞬态过程非常短暂, 通常只有几周时间, 很快在新的振动水平上稳定下来,

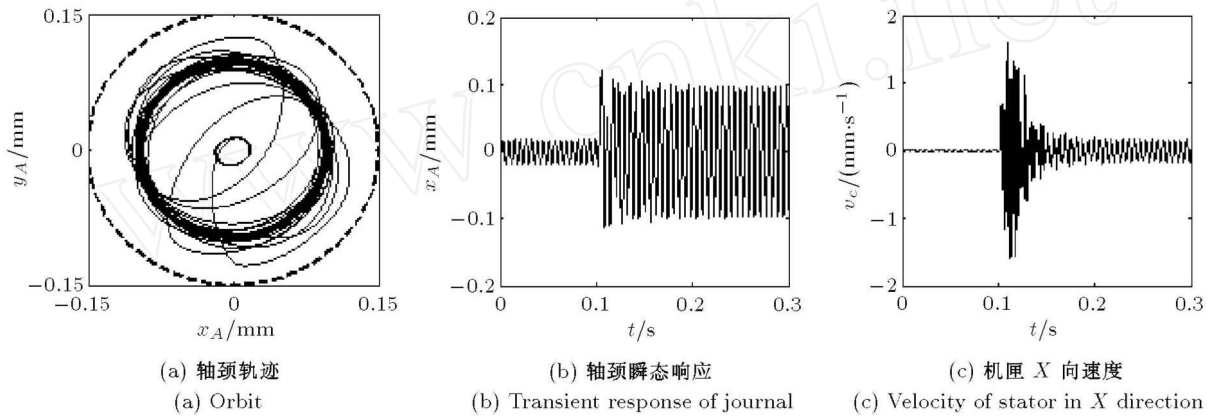


图 11 突加不平衡后的瞬态响应 ( $2c = 0.3 \text{ mm}$ )

Fig.11 Transit response after adding sudden unbalance ( $2c = 0.3 \text{ mm}$ )

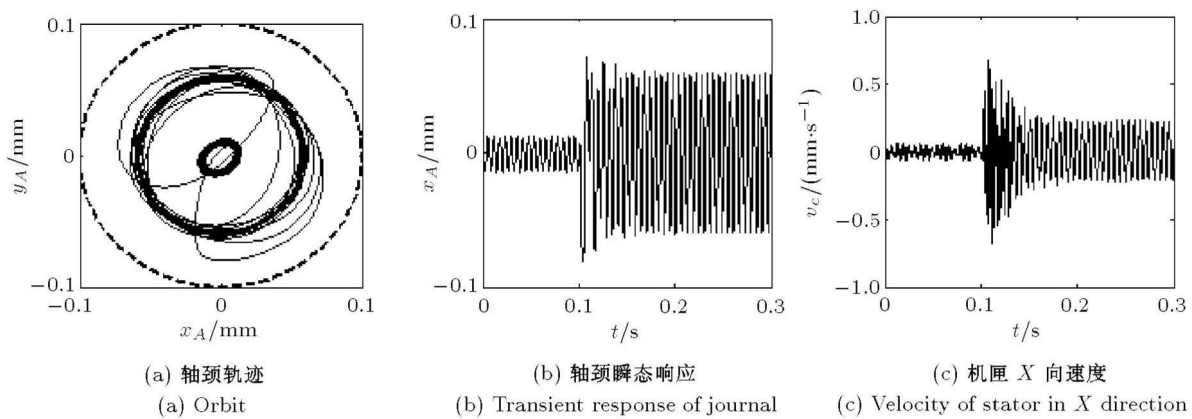


图 12 突加不平衡后的瞬态响应 ( $2c = 0.2 \text{ mm}$ )

Fig.12 Transit response after adding sudden unbalance ( $2c = 0.2 \text{ mm}$ )



此时，虽然振动较大，但是尚能继续生存下去，同时，也可看出小的挤压油膜直径具有更好的减振效果。

### 2.7 碰摩故障特性分析

本文通过仿真计算得到碰摩故障响应。计算条件为：碰摩刚度  $k_t=2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ ，偏心距

$e=0.01 \text{ mm}$ ，转静间隙为  $0.01 \text{ mm}$ ，摩擦系数  $f=0.02$ 。并通过调节转盘位置保证转盘与机匣同心。图 13(a),(b),(c),(d) 分别为支承刚度  $k_t=7.5 \times 10^5 \text{ N/m}$  和  $k_t=2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$  下油膜直径  $2c=0.2 \text{ mm}$  和  $2c=0.3 \text{ mm}$  时的转子圆盘 X 向响应瀑布图；图 14(a),(b),(c),(d) 分别为相应高速区的系统响应分叉图。

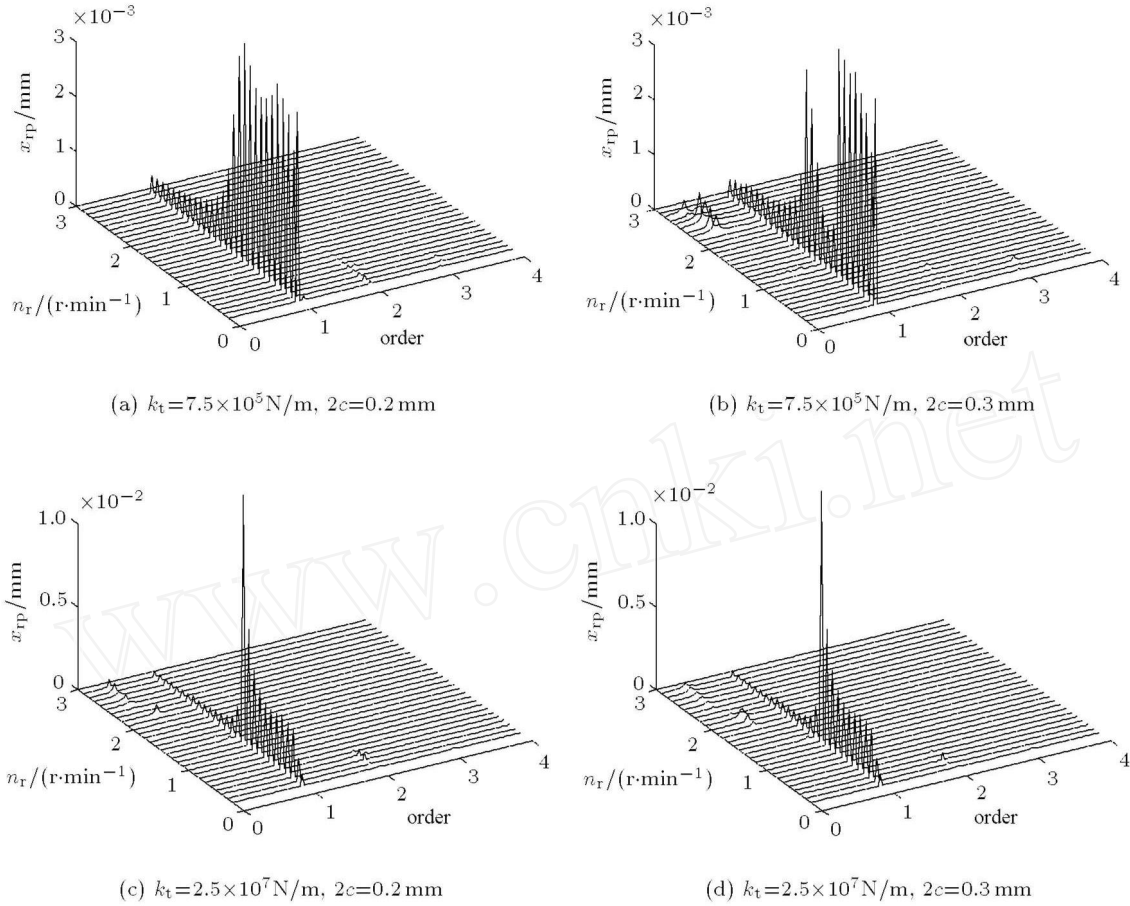


图 13 转子响应瀑布图

Fig.13 Waterfall plots of rotor response

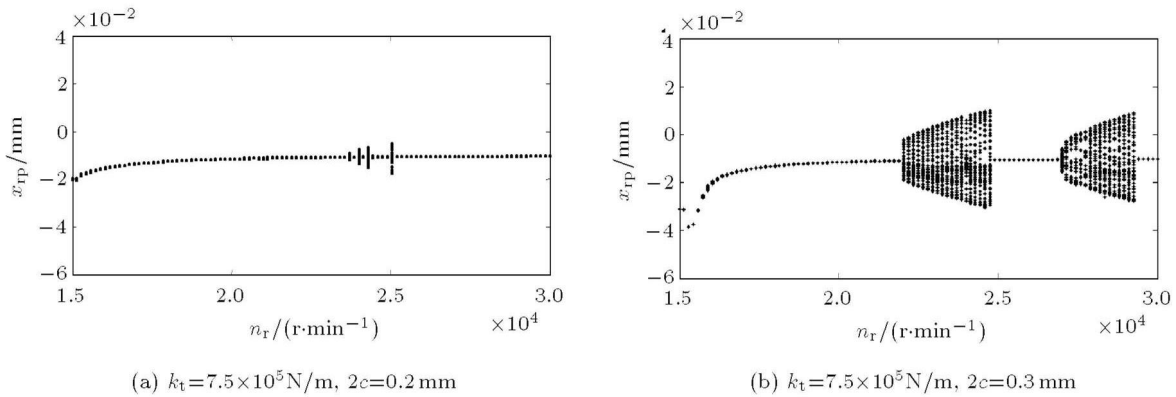


图 14 响应分叉图

Fig.14 Bifurcation plots of rotor responses

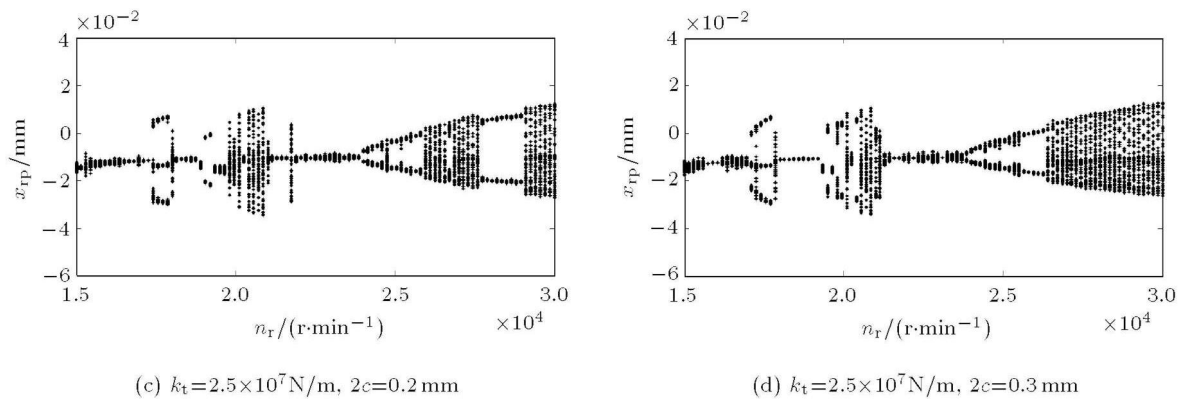


图 14 响应分叉图 (续)

Fig.14 Bifurcation plots of rotor responses (continued)

从图 13 和图 14, 可以得出如下结论: (1) 转静碰摩在低速区 (1 阶临界转速以下) 将出现倍频, 其中主要以 2 倍频为主; 在高速区 (1 阶临界转速以上) 将出现分频、拟周期以及混沌现象; (2) 挤压油膜阻尼器在小的油膜直径下所产生的油膜阻尼力更大, 因此具有更好的减振作用, 大大减少了系统出现分频和拟周期以及混沌运动的可能性; (3) 挤压油膜阻尼器在弹性支承刚度低的情况下, 由于轴颈对油膜的挤压作用增强, 阻尼力增加, 减振效果更好, 因此, 在相同的油膜直径下, 低刚度的弹性支承下将出现更少的分频、拟周期和混沌现象。

### 3 结 论

(1) 面向航空发动机整机振动, 建立了航空发动机转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合动力学模型, 在转子模型中, 将转子考虑为两端自由的欧拉梁模型, 并通过截取有限个模态进行转子动力学分析; 滚动轴承模型中, 充分考虑了由于滚动轴承的支撑刚度变化而产生的 VC 振动, 赫兹非线性接触力以及轴承间隙. 同时考虑了系统弹性支承与挤压油膜阻尼器; 在转子系统故障中充分考虑了转子不平衡和碰摩故障. 并利用适于大型非线性微分方程的新型显式积分方法 (翟方法) 进行了数值积分.

(2) 通过计算仿真研究了滚动轴承的 VC 振动规律, 与现有研究进行了对比, 表明了本文模型的正确性. 同时研究了转轴模态的截取数目对振动响应的影响.

(3) 计算仿真表明, 采用弹性支承不仅可以使转子工作转速有效避开转子弯曲临界转速; 而且能够有效地降低临界转速下转子的振动. 小直径油膜阻尼器具有更好的减振动效果, 和更强的非线性特征,

轴颈与轴承的不同心也具有更好的减振动效果, 但是容易导致其他设计问题.

(4) 计算仿真表明: 在临界转速以下, 碰摩故障将产生较大的高次谐波, 其中 2 倍频较大; 在临界转速以后, 碰摩故障将产生较大的分数次谐波. 同时, 较低的支承刚度和较小的油膜直径将大大减少由碰摩所产生的倍频、分频、拟周期和混沌现象.

(5) 本文的研究工作将为进一步分析真实航空发动机的复杂转子 - 滚动轴承 - 机匣耦合系统非线性动力学响应规律、研究航空发动机双转子及多盘转子动力响应规律、提取转子与滚动轴承耦合故障特征提供了新的方法和思路.

### 参 考 文 献

- 1 航空发动机设计手册总编委会. 航空发动机设计手册 (第 19 分册): 转子动力学及整机振动. 北京: 航空工业出版社, 2000. 208-226 (Editorial Board of Aero-engine Design Manual. Aero-engine design manual (19th Part): Rotor Dynamics and Whole Machine Vibration. Beijing: Aerospace Industry Press, 2000. 208-226 (in Chinese))
- 2 闻邦椿, 武新华, 丁千等. 故障旋转机械非线性动力学的理论与试验. 北京: 科学出版社, 2004. 44-54 (Wen Bangchun, Wu Xinhua, Ding Qian, et al. The Nonlinear Dynamics Theory and Experiments of Rotational Mechanism with Faults. Beijing: Science Press, 2004. 44-54 (in Chinese))
- 3 Muszynska A. Rotor-to-stationary element rub-related vibration phenomena in rotating machinery. *Shock and Vibration Digest*, 1989, 21: 3-11
- 4 陈果, 李成刚, 王德友. 航空发动机转子 - 滚动轴承 - 支承 - 机匣耦合系统的碰摩故障分析与验证. 航空动力学报, 2008, 23(7): 1304-1311 (Chen Guo. Nonlinear dynamic analysis and experiment verification of rubbing faults of rotor-ball-bearing-support-stator coupling system for aero-engine. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(7): 1304-1311 (in Chinese))
- 5 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波等. 高等转子动力学. 北京: 机械工业出版社, 2000 (Wen Bangchun, Gu Jialiu, Xia Songbo, et al.

- Higher Rotor Dynamics. Beijing: Chinese Machine Press, 2000(in Chinese))
- 6 陈萌, 马艳红, 刘书国等. 航空发动机整机有限元模型转子动力学分析. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(9): 1013-1016 (Chen Meng, Ma Yanhong, Liu Shuguo, et al. Rotor dynamic analysis of whole aero-engine models based on finite element method. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(9): 1013-1016 (in Chinese))
- 7 Chiang HW, Hsu CN, Tu SH. Rotor-bearing analysis for turbomachinery single- and dual-rotor systems. *Journal of Propulsion and Power*, 2004, 20(6): 1096-1104
- 8 Sun G, Kaushik N, Palazzolo A, et al. An effective algorithm for blade loss simulations using a high fidelity ball bearing and damper model. In: Proceeding of American Society of Mechanical Engineering 19th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Chicago, USA, September 2003, DETC 2003/VIB 48424
- 9 Sun G, Palazzolo A, Provenza A, et al. Long duration blade loss simulations including thermal growths dual-rotor gas turbine engine. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 316: 147-163
- 10 Hai P M, Bonello P. An impulsive receptance technique for the time domain computation of the vibration of a whole aero-engine model with nonlinear bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318: 592-605
- 11 曹志远. 板壳振动理论. 北京: 中国铁道出版社, 1989. 445-446 (Cao Zhiyuan. The Vibration Theory of Plate and Shell. Beijing: China Railway Publishing House, 1989. 445-446 (in Chinese))
- 12 Fukata S, Gad EH, Kondou T, et al. On the radial vibration of ball bearings (computer simulation). In: Bulletin of the JSME 28, 1985. 899-904
- 13 Zhai Wanming. Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996, 39(24): 4199-4214
- 14 Mevel B, Guyader JL. Routs to chaos in ball bearing. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, 162(3): 471-487

(责任编辑: 何漫丽)

## COUPLING DYNAMIC MODEL AND DYNAMIC ANALYSIS FOR WHOLE AERO-ENGINE<sup>1)</sup>

Chen Guo<sup>2)</sup>

(College of Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** In this paper, a rotor-ball bearing-stator coupling dynamic model for whole aero-engine vibration is established. The main characteristics of the new model are as follows: 1) the coupling effect between rotor, ball bearing and stator is considered fully; 2) the flexible support and the squeeze film damper (SFD) are considered; 3) the rotor is considered as Equisection Euler Free Beam model, and its vibration is analyzed through cutting limited modes; 4) nonlinear factors of ball bearing are modeled, such as the clearance of bearing, nonlinear Hertzian contact force, and the varying compliance; 5) rubbing fault between rotor and stator is considered. In this paper, the numerical integral method is employed to obtain system's responses, and the whole aero-engine vibration characteristics are studied. Research topics are investigated, such as ball bearing VC vibration analysis, effect of elastic support stiffness on the system critical speeds, effect of cutting modes number on system responses, sudden-adding imbalance transient response simulation, and rotor-stator rubbing fault characteristics analysis.

**Key words** aero-engine, whole aero-engine vibration, coupling dynamics, rubbing

Received 12 November 2008, revised 2 April 2009.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50705042) and the Aviation Science funds of China (2007ZB52022).

2) E-mail: cgzyx@263.net