

# 图像阈值分割的两种新技术

陈 果 左洪福

(南京航空航天大学 民航学院 南京 210016)

**摘 要** 本文针对基于准则函数的图像阈值分割技术,提出了两种适用于图像阈值分割的新方法.其一是最小偏态指标法,它引入数理统计中的偏态指标作为图像分割的准则函数,分割阈值对应于其最小值;其二是最大 Fisher 评价函数法,它引入模式识别理论中的 Fisher 评价函数作为图像分割的准则函数,分割阈值即对应于其最大值.本文对两种新方法进行了详尽的图像分割验证,并与 Otsu 法、最大熵法和最小误差准则法进行了详细比较,结果表明本文提出的两种新方法具有分割精度高、计算速度快以及对目标大小影响小等优点,是两种很好的图像阈值分割方法.

**关键词** 图像分割, 阈值, 偏态指标, Fisher 评价函数

**中图分类号** TP391.4

## 1 引 言

图像分割是计算机视觉的必经阶段,由于其问题复杂性,长期以来一直是计算机视觉技术的一个瓶颈,现有的图像分割方法数以百计,但仍然没有一种方法能对所有的图像均适合,也没有一种图像均适用于所有方法.阈值分割是图像分割技术的主要方法,其目的是将图像按给定的阈值划分为有意义的区域,从复杂的背景中提取出目标,为后续的图像识别提供前提.由此可见图像阈值分割的重要性所在,而阈值的选择是图像阈值分割的关键.若阈值取得过高或过低,都将产生目标和背景像素点的误判,甚至会使目标失落.现有的图像阈值分割算法,主要有直方图法与直方图变换法、最大类间方差法、矩量保持法、简单统计法、最小误差分割法以及最大熵法等.

阈值分割方法中,准则函数法是一种常用的分割方法,其基本思想是通过构造一个准则函数,计算各灰度级下准则函数值,分割阈值将选择在使该准则函数最大或最小值的位置,其中著名的准则函数法有最大类间方法(Otsu 法)<sup>[1]</sup>、最大熵法<sup>[2]</sup>以及最

小误差准则分割法<sup>[3]</sup>等.本文提出了两种新的准则函数,取得很好的分割效果.

## 2 图像的两种阈值分割技术

### 2.1 图像阈值分割的最小偏态指标法

众所周知,在数理统计中<sup>[4]</sup>,随机样本数据的均值为样本的一阶统计矩,它衡量数据的平均值大小;方差为样本的二阶统计中心矩,它衡量随机数据离散的程度;而偏态指标为样本的三阶中心统计矩,它衡量随机数据分割偏离正态分布的程度,如图 1 所示.设随机样本为  $x(t)$ , 其概率密度分布函数为  $p(x)$ , 则其定义分别为

$$\mu_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \mu_i]^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_i)^2 p(x) dx; \end{aligned} \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_i)^3 p(x) dx}{\sigma_i^3}. \quad (3)$$

设一幅图像只由目标物和背景组成,其灰度分

布范围  $0 \sim G$ ; 已知其灰度级分布概率密度分别为  $P_1(t)$  和  $P_2(t)$ , 不失一般性, 假设  $P_1(t)$  和  $P_2(t)$  均服从正态分布, 其灰度均值分别为  $\mu_1(t)$  和  $\mu_2(t)$ , 方差分别为  $\sigma_1^2(t)$  和  $\sigma_2^2(t)$ , 偏态指标分别为  $K_{3_1}(t)$  和  $K_{3_2}(t)$ . 设图像灰度级按阈值  $t$  划分为目标和背景两类, 这里认为图像是由亮背景上的暗物体所组成, 因此凡是灰度级小于  $t$  的像素皆标认为目标物, 大于的像素皆作为背景. 设图像归一化直方图为  $h(i)$ , ( $i = 0 \sim G$ ), 目标物像素占全图像像素数的比为  $\theta(t)$ , 则

$$\theta(t) = \sum_{i=0}^t h(i), \quad (4)$$

$$\mu_1(t) = \frac{\sum_{i=0}^t h(i)i}{\theta(t)}, \quad \mu_2(t) = 1 - \mu_1(t), \quad (5)$$

$$\sigma_1^2(t) = \frac{\sum_{i=0}^t [i - \mu_1(t)]^2 h(i)}{\theta(t)},$$

$$\sigma_2^2(t) = \frac{\sum_{i=t+1}^G [i - \mu_2(t)]^2 h(i)}{(1 - \theta(t))}, \quad (6)$$

$$K_{3_1}(t) = \frac{\sum_{i=0}^t [i - \mu_1(t)]^3 h(i)}{[\sigma_1(t)]^3 \cdot \theta},$$

$$K_{3_2}(t) = \frac{\sum_{i=t+1}^G [i - \mu_2(t)]^3 h(i)}{[\sigma_2(t)]^3 \cdot (1 - \theta)}, \quad (7)$$

定义图像的偏态指标

$$K_3(t) = |K_{3_1}(t)| + |K_{3_2}(t)|. \quad (8)$$

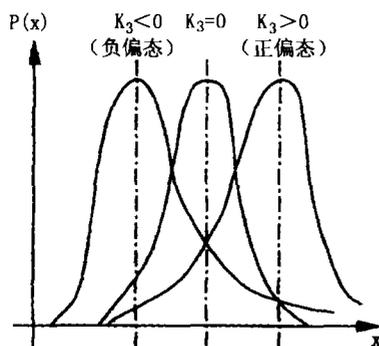


图 1 偏态指标  $K_3$  对概率密度函数的影响

由于  $K_{3_1}(t)$  和  $K_{3_2}(t)$  可以为正值(正偏态)或为负值(负偏态), 因此其绝对值即表明了偏离正态分布的绝对大小, 所以图像总的偏态指标  $K_3(t)$  表明目标和背景两区域像素灰度分布偏离正态分布的程度大小. 显然, 当阈值  $t$  为最佳阈值时, 被阈值  $t$  划分的

目标和背景灰度分布最接近正态分布, 偏离正态分布的程度最小, 因此图像总的偏态指标应为最小值; 而在其他阈值处时, 目标和背景区域像素点的统计概率分布必然与正态分布相差很大, 显然图像总的偏态指标值一定要增大. 由此可见, 图像偏态指标可以作为图像分割阈值选取的准则函数, 其选择准则为

$$t^* = \text{Arg} \min_{0 < t < G} [K_3(t)]. \quad (9)$$

## 2.2 图像阈值分割的最大 Fisher 评价函数法

众所周知, 在模式识别理论<sup>[5]</sup>中, 可以利用评价函数进行特征选择, 假设  $n$  维特征  $X$  在一直线上投影, 即研究使  $n$  维特征从  $n$  维减少到一维的情况. 这时, 怎样选取投影直线, 能使类间的距离最好呢? 如图 2 所示. 对于两个类别  $\omega_1$  和  $\omega_2$ , 假定各类的特征是二维分布(图 2 中 A、B 部分), 将它们在  $Y_1$  和  $Y_2$  直线上投影, 可以明显看出, 类间分离在  $Y_2$  直线上为好. 一般情况下, 特征向量  $X$  的线性组合  $y$  表示为

$$y = Y^T X. \quad (10)$$

当  $\|Y\| = 1$  时, 则  $y$  就是  $X$  向  $Y$  方向直线上的投影.

图 2 中, A 表示  $X$  属于  $\omega_1$  的分布; B 表示  $X$  属于  $\omega_2$  的分布; C 表示  $Y_1^T X$ ,  $X$  属于  $\omega_2$  的分布; D 表示  $Y_1^T X$ ,  $X$  属于  $\omega_1$  的分布; E 表示  $Y_2^T X$ ,  $X$  属于  $\omega_1$  的分布; F 表示  $Y_2^T X$ ,  $X$  属于  $\omega_2$  的分布.

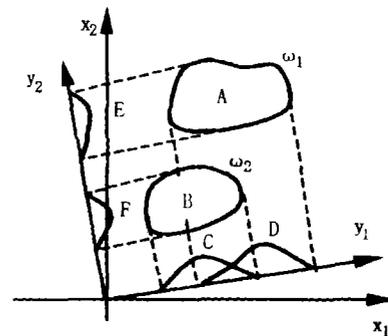


图 2 二维特征向量在直线上的投影

另外, 属于  $\omega_i$  类的特征向量  $X$  的平均值  $\mu_i$  用式 (11) 表示:

$$\mu_i = \frac{1}{n_i} \sum_{X \in \omega_i} X, \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

其中  $n_i$  表示属  $\omega_i$  类  $X$  的个数, 所以用式 (10) 变换  $X$ , 得到  $y$  的平均值  $m_i$  和  $y$  类内方差  $\sigma_i^2$  为

$$m_i = \frac{1}{n_i} \sum_{X \in \omega_i} Y^T X = Y^T \mu_i, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{y \in \omega_i} (y - m_i)^2, \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

显然,为了能对  $\omega_1$  和  $\omega_2$  进行有效的识别,两类的特征应该分得越开越好,因此必须用一个评价函数来衡量两个类别间分离度,著名的 Fisher 评价函数  $J(Y)$  就是基于这个思想提出的,它可以对两个类别间的分离度进行定量描述,其定义为

$$J(Y) = \frac{|m_1 - m_2|^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (14)$$

从式(14)可以看出,当两个类别平均值间距离很大,且各类方差很小时, $J(Y)$  取最大值.同时,还可求得  $J(Y)$  取最大值时所对应的最佳投影直线方向.

从上述分析可以看出,Fisher 评价函数  $J(Y)$  不仅可以获取  $n$  维特征的最佳一维投影方向,而且它也是判定类别分离程度的有效准则.众所周知,在一幅灰度图像中,其像素点一般可以分为目标物和背景两类,阈值分割的目的就是选取一个最佳灰度阈值,使目标和背景达到最佳分离.由于 Fisher 评价函数  $J(Y)$  正好就是一个十分有效的判定类别分离程度的准则,因此,本文将 Fisher 评价函数  $J(Y)$  作为图像阈值分割的准则函数,并探讨其准则函数的特征和图像分割性能.下面将推导 Fisher 评价函数  $J(Y)$  在图像分割中的表达式.

同样假设图像的灰度分布范围为  $0 \sim G$ ; 图像仅由目标和背景两类像素组成,其灰度均值分别为  $\mu_1$  和  $\mu_2$ , 方差分别为  $\sigma_1^2$  和  $\sigma_2^2$ , 并以阈值  $t$  划分目标和背景,灰度级小于  $t$  的像素为目标物,大小  $t$  的为背景.设图像归一化直方图为  $h(i)$ , ( $i = 0 \sim G$ ), 目标物像素占全图像像素数比为  $\theta$ , 即目标和背景的先验概率分别为  $\theta$  和  $1 - \theta$ , 则  $\theta$ 、 $\mu_1$  和  $\mu_2$ 、 $\sigma_1^2$  和  $\sigma_2^2$  的计算与式(4)、式(5)和式(6)相同.

在进行图像分割时,必须考虑目标和背景像素的先验概率  $\theta$  和  $1 - \theta$ , 所以在考虑了类别先验概率的情况下, Fisher 评价函数应该为

$$J(t) = \frac{|\theta\mu_1 - (1 - \theta)\mu_2|^2}{\theta\sigma_1^2 + (1 - \theta)\sigma_2^2} \quad (15)$$

显然,当  $t$  为最佳阈值时,被  $t$  划分的目标和背景分离度必然达到最大值,表明目标和背景分离得最好,自然图像的分割效果也应最佳.由此可见,将 Fisher 评价函数作为图像阈值分割的准则函数,其阈值选择准则为

$$t^* = \text{Arg} \max_{0 < t < G} [J(t)]. \quad (16)$$

### 3 基于两种新的准则函数的图像阈值分割

上面通过引入数理统计中的偏态指标和模式识别理论中的 Fisher 评价函数,提出了图像分割的最小偏态指标法和最大 Fisher 评价函数法.为了说明两种新方法的有效性,下面将针对具有不同特点的真实图像来具体讨论新的准则函数特性及其分割效果.同时假设图像仅由目标和背景两类像素构成,即为单阈值分割情况,对于多阈值分割问题,不难从单阈值分割加以推广而得到.

本文选择了三幅有代表性的磨粒图像(其中的目标代表机械磨损微粒,为图像的低灰度区域),分别如图 3(a,b,c)所示,其直方图分别如图 4(a,b,c).不难看出,图 3a 中磨粒目标在整幅图中所占的比例较大,图 3b 较小,而图 3c 最小(已达到 1% 以下).图 5(a,b,c)分别为图 3(a,b,c)的偏态指标值.图 6(a,b,c)为 Fisher 评价函数值.图 7(a,b,c)为最小偏态指标法对磨粒图像的分割结果.图 8(a,b,c)分别为最大 Fisher 评价函数法对磨粒图像分割结果.

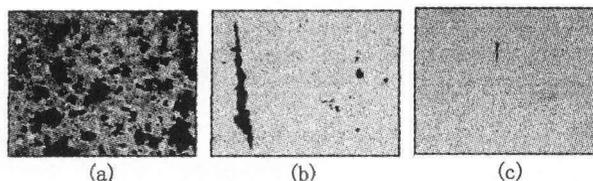


图 3 原始磨粒图像

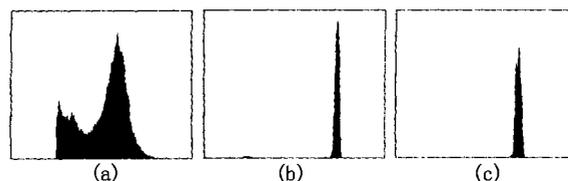


图 4 磨粒图像的直方图

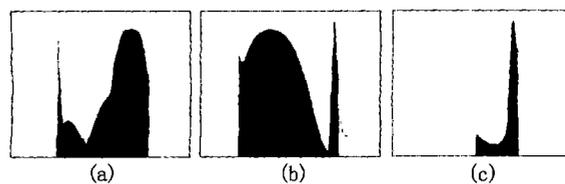


图 5 磨粒图像的偏态指标

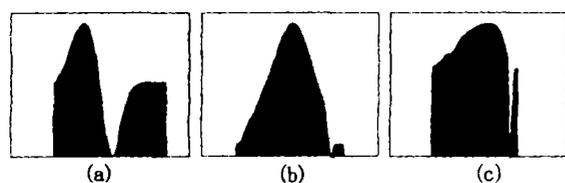


图 6 磨粒图像的 Fisher 评价函数

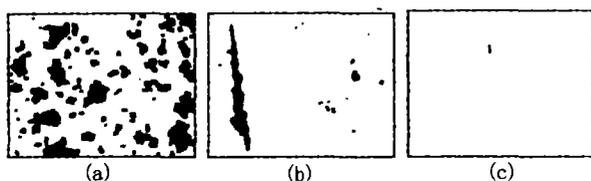


图 7 最小偏态指标法的分割结果

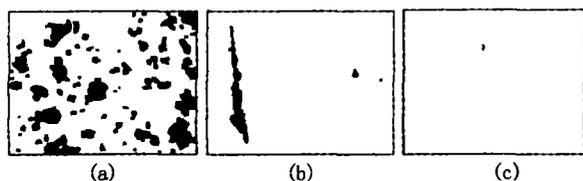


图 8 最大 Fisher 评价函数法的分割结果

从图 5 可以看出,对于不同形状的直方图,偏态指标曲线上存在若干局部极小值,这些局部极小值一般对应于直方图上的一个“谷”,极小值越小,其对应的“谷”越深,所以当图像的偏态指标达到最小值时,表明其对应于最深的“谷”,此时,如将此处确定为最佳阈值,由该阈值划分开的目标和背景区域偏离正态分布的程度即为最小;而在其它极小值处确定阈值时,划分开的目标和背景区域偏离正态分布的程度只是达到极小,从对应的直方图上不难看出该规律.显然,对单阈值分割情况,应确定图像偏态指标的最小值处对应于最佳分割阈值.而从图 6 可以看出 Fisher 评价函数的极大值也有多个,其最大值点表明了图像目标和背景像素的最大分离程度,因此其最佳分割阈值应对应于 Fisher 评价函数的最大值.

对比磨粒图像 a、b 和 c 的直方图,不难看出,磨粒图像 a 的直方图上双峰明显;磨粒图像 b 的直方图上的双峰差别很大,双峰间的谷宽广且平坦;磨粒图像 c 的直方图几无双峰,表现出明显的单峰特性.图 7 和图 8 分别为三幅图像的最小偏态指标和最大 Fisher 评价函数法分割结果,可以看到,两种方法确定的分割阈值均实现了三幅图像的有效分割,其中最小偏态指标法略优于最大 Fisher 评价函数法.同时分割实验也充分证明了本文提出的最小偏态指标法和最大 Fisher 评价函数法不仅适于分割目标较大的图像,而且对目标很小的极不平衡图像分割效果均能达到很

好的效果,显然说明了本文新方法的有效性.

#### 4 与 Otsu 法、最大熵法和最小误差准则法的比较

在基于准则函数的图像阈值分割法中,比较著名的有:①由 Otsu<sup>[1]</sup>于 1978 年提出的最大类间方差法;②由 Kapur 等人<sup>[2]</sup>于 1985 年提出的最大熵法;③由 Kittler 和 Illingworth<sup>[3]</sup>于 1986 年提出的最小误差准则分割法.

下面将本文提出的最小偏态指标法和最大 Fisher 评价函数法与上面 3 种基于准则函数的图像分割方法进行比较.图 9(a、b、c)分别为 3 幅磨粒图像类间方差,图 10(a、b、c)分别为 3 幅磨粒图像的熵,图 11(a、b、c)分别为 3 幅磨粒图像的误差准则函数.图 12、图 13 和图 14 分别为 3 幅磨粒图像用 Otsu 法、最大熵法及最小误差准则法的分割结果.

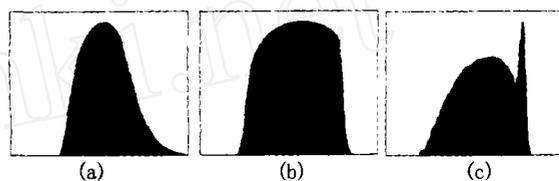


图 9 类间方差准则函数

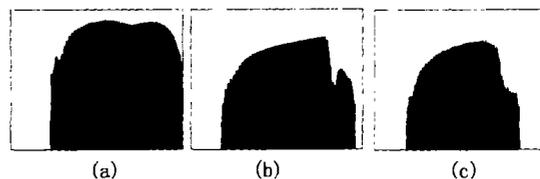


图 10 熵准则函数

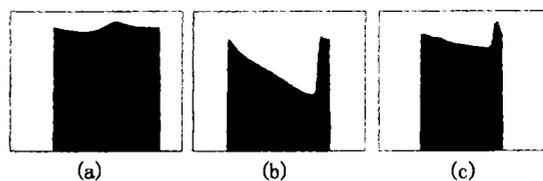


图 11 最小误差准则函数

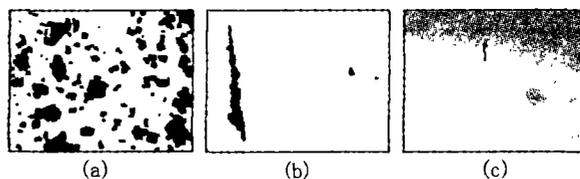


图 12 Otsu 法分割结果

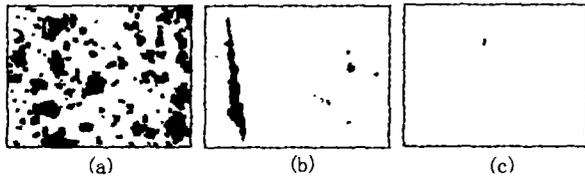


图 13 最大熵法分割结果

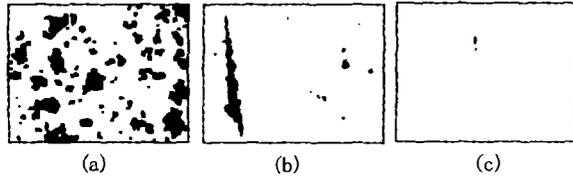


图 14 最小误差准则法分割结果

从图 9 可以看到,类间方差准则在图像目标较大时将出现唯一的极大值,即对应于最佳阈值,其分割结果比较有效(如图 12a、图 12b),当目标很小时将出现多个极大值,且此时的最大值有时并不是最佳阈值,因此导致分割失败(如图 12c);对比图 10、图 11 可以看到,图像的熵准则和最小误差准则虽也具有多个极值点,但其最大或最小值所对应的阈值是图像的最佳分割阈值,均能实现图像的有效分割,其分割结果见图 13 和图 14. 该结果与文献[6]的比较结果是基本一致,表明最小误差分割法和最大熵法是目前公认的具有分割精度高和受目标大小影响小等优点的方法. 而本文提出的两种新方法在分割精度上与最小误差分割法和最大熵法基本相当,具有很高的分割精度.

另外,在计算速度方面比较,从四种准则函数的计算可以看出,本文提出的最小偏态指标法和最大 Fisher 评价函数法与 Otsu 法的计算量相当,而最大熵法和最小误差准则法由于涉及到对数运算,所以速度较慢.

综上所述,通过与 Otsu 法、最大熵法和最小误差准则法三种基于准则函数的图像分割方法的比

较,结果表明:本文提出的最小偏态指标和最大 Fisher 评价法具有分割精度高、计算速度快以及对目标大小影响小等优点,不失为两种实用的图像阈值分割法.

## 5 结 论

本文通过引入数理统计中衡量数据分布偏离正态分布的统计特征量——偏态指标及模式识别理论中的 Fisher 评价函数作为图像分割的准则函数,利用图像直方图计算各灰度级下的偏态指标值和 Fisher 函数法,偏态指标值的最小值和 Fisher 函数法的最大值即对应于最佳分割阈值. 本文通过对具有不同直方图分割的三幅磨粒图像的分割验证,并与公认有效的 Otsu 法、最大熵法和最小误差法进行了详细比较,结果表明本文提出的两种新方法具有分割精度高、计算速度快以及对目标大小影响小等优点,是两种非常实用的图像阈值分割法.

## 参 考 文 献

- [1] Otsu N. A Threshold Selection Method from Gray-Level Histogram. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1979, 15: 652 - 655
- [2] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A New Method for Gray-Level Picture Thresholding Using the Entropy of the Histogram. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29: 273 - 285
- [3] Kittler J, Illingworth J. Minimum Error Thresholding. Pattern Recognition, 1986, 19(1): 41 - 47
- [4] 李国华, 张永忠, 编著. 机械故障诊断. 北京: 化学工业出版社, 1999, 36 - 39
- [5] 王积分, 张新荣, 编著. 计算机图像识别. 北京: 中国铁道出版社, 1988
- [6] 刘文萍, 吴立德. 图像分割中阈值选择方法比较研究. 模式识别与人工智能, 1997, 10(3): 271 - 277

## TWO NEW TECHNIQUES OF IMAGE THRESHOLDING

Chen Guo, Zuo Hongfu

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

### ABSTRACT

In this paper, aiming at image thresholding based on criterion function, two new techniques are put forward. The first new method is minimum bias-normal index method. The bias-normal distribution index in mathematical statistics is introduced and regarded as the criterion function for image segmentation. The segmentation threshold is determined at the minimum value of bias-normal distribution indexes. The second new method is Fisher evaluation function method. The Fisher evaluation function in pattern recognition theory is introduced and regarded as the criterion function for image segmentation. The segmentation threshold corresponds with the maximum value of Fisher evaluation function. In this paper, the two new methods are testified. They are compared with the Otsu method, the maximum entropy method, and the minimum error criterion function method in detail. The results show that the two proposed new methods possess those advantages such as high segmentation precision, fast computation speed, and minor influence by the size of object.

**Key Words** Image Segmentation, Threshold, Bias-Normal Distribution Index, Fisher Evaluation Function