

文章编号:1000-8055(2012)02-0241-14

# 航空发动机整机振动耦合动力学 模型及其验证

陈 果

(南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对航空发动机整机振动,建立了一种通用的复杂转子-支承-机匣耦合动力学模型.在模型中,利用有限元方法对转子和机匣系统进行建模.支承系统采用集总参数模型,计入了滚动轴承和挤压油膜阻尼器的非线性,定义了多种支承和连接方式,以适应多转子和多机匣的复杂结构建模.运用数值积分获取系统非线性动力学响应.针对两个实际的航空发动机转子实验器,建立了整机耦合动力学模型,进行了整机模态实验验证,结果表明了航空发动机整机振动耦合动力学建模方法的正确有效性.

**关 键 词:** 航空发动机; 整机振动; 耦合动力学; 数值仿真; 有限元; 模态分析

中图分类号: V231.9

文献标志码: A

## A coupling dynamic model for whole aero-engine vibration and its verification

CHEN Guo

(College of Civil Aviation College,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In order to study the whole aero-engine vibration, a generalized complex rotor-support-casing coupling dynamic model was established. In the model, the rotor and casing systems were modeled by means of the finite elements method; the support systems were modeled by the lumped parameter model, and the nonlinear factors of ball bearings and the squeeze film dampers were also included; the complex structures with multi-rotor and multi-casing was considered. A numerical integral method was used to obtain the system responses. Two aero-engine rotor testers were designed to verify the new model. The coupling dynamic model was established for the tester according to the new method, and the modal tests were carried out. The computation results were compared with the experiments results. The results indicate the effectiveness of the new method.

**Key words:** aero-engine; whole aero-engine vibration; coupling dynamic; numerical simulation; finite element analysis; model analysis

目前,航空发动机整机振动的研究已经成为  
一项专门课题,计算转子-支承系统的临界转速和

不平衡稳态响应的主要方法是常规的传递矩阵  
法、有限元法和子结构模态综合法等<sup>[1]</sup>.文献<sup>[2]</sup>

收稿日期:2011-03-07; 修订日期:2011-06-23

基金项目:国家自然科学基金(50705042); 航空科学基金(2007ZB52022); 国家安全重大基础研究项目(613139)

作者简介:陈果(1972-),男,四川武胜人,教授,博士,主要从事航空发动机整机振动、转子动力学、状态监测与故障诊断、智能诊断与专家系统、机器学习与知识获取、图像处理及模式识别等领域研究.

利用子结构传递矩阵法进行了航空发动机整机振动计算和分析. 文献[3]应用整体传递矩阵法对某型发动机转子-支承-机匣-安装节系统进行了整机临界转速及应变能分布的计算与分析. 文献[4]将模态综合法与有限元素法相结合, 对发动机转子-支承-机匣系统的整机振动特性进行分析. 文献[5]针对转子支承动刚度对转子动力特性的影响, 分别运用静刚度、动刚度和整机有限元模型对某型发动机进行了转子动力特性计算. 文献[6]提出了一个详细考虑滚动轴承和挤压油膜阻尼器非线性的柔性双转子有限元模型, 进行了叶片丢失的瞬态响应模拟. 文献[7]提出了一个双转子燃气涡轮发动机有限元模型, 利用数值积分方法计算了叶片丢失下产生的突加不平衡响应, 考虑了滚动轴承的接触非线性、挤压油膜力的非线性以及在叶片丢失期间轴承部件的热增长效应. 文献[8]建立了一个带非线性挤压油膜阻尼器轴承的双转子动力学模型, 首先利用 NASTRAN 有限元软件求取线性无阻尼系统的模态参数, 然后用 MATLAB 软件进行非线性数值仿真分析, 其计算速度与传统方法相比有很大提高.

然而模态综合法、有限元法、阻抗耦合法由于模型复杂和计算工作量大而在实际应用中受到限制. 传递矩阵法只能处理简单边界条件. 子结构传递法计算精度与模型简化误差关系很大. 另外现有的方法主要是针对线性系统进行分析, 事实上在复杂的转子系统中, 存在许多非线性因素, 如滚动轴承间隙、非线性接触力、变柔性(VC)振动、挤压油膜阻尼器的非线性油膜力, 特别是当转子产生碰摩、松动、不对中等故障, 轴承产生故障时, 转子-支承-机匣耦合系统将具有很强的非线性, 现有的方法对于含故障的强非线性问题不能胜任, 而求解复杂非线性系统响应的唯一有效方法则是直接积分法. 文献[9]建立了一种新型的转子-滚动轴承-机匣耦合动力学模型, 考虑了弹性支承及挤压油膜阻尼效应、滚动轴承非线性以及碰摩故障, 将转子考虑为等截面自由欧拉梁模型, 运用模态截断法进行分析, 最后利用数值积分方法获取了系统响应, 研究了航空发动机的整机振动规律. 但是该方法难于胜任复杂的变截面转子建模.

由此可见, 由于发动机结构复杂化, 要想建立有效的整机有限元模型是非常困难的, 即便能够建立模型, 巨大的计算量也使计算机难以胜任, 同时, 求解航空发动机的复杂非线性响应也是一个非常重要的难题. 有鉴于此, 本文在综合目前方法

的优点的基础上, 针对航空发动机整机振动, 提出一种转子-支承-机匣耦合动力学通用模型, 利用有限元方法对转子和机匣系统进行建模, 将支承系统考虑为集总参数模型, 定义多种支承和连接类型以适应多转子、多机匣的复杂转子-支承-机匣系统建模, 同时考虑系统存在的非线性因素, 最后通过数值积分法得出系统非线性响应. 并针对两个实际的航空发动机转子实验器建模, 利用模态分析实验对本文航空发动机整机耦和动力学建模方法进行了验证.

## 1 复杂转子-支承-机匣动力学模型

### 1.1 转子模型

转子考虑为由若干支承和转盘组成, 转子利用有限元方法离散为普通梁单元, 考虑转子系统的剪切变形、陀螺力矩及转动惯量. 转子与其他转子、机匣以及支承之间通过非线性力和力矩耦合. 另外转子节点上还将承受来自外部的激励力. 图 1 为本文建立的有限元转子动力学模型.

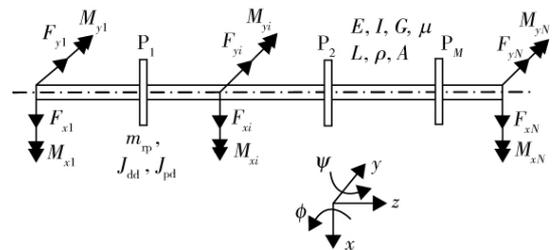


图 1 有限元转子动力学模型

Fig. 1 Finite element rotor dynamic model

转子由分布质量和弹性轴、离散的刚性盘组成, 设转子有  $N$  个节点和  $M$  个盘, 如图 1 所示: 对每个转轴单元,  $E, I, G, \mu, L, \rho, A$  分别为转轴单元的弹性模量、截面惯性矩、剪切模量、泊松比、转轴长度、转轴密度、转轴截面积; 对圆盘  $P_i$ ,  $m_{pi}, J_{ddi}, J_{pdi}$  为圆盘质量、赤道转动惯量、极转动惯量;  $F_{xi}, F_{yi}$  为转子第  $i$  个节点所受力;  $M_{xi}, M_{yi}$  为转子第  $i$  个节点所受力矩.

建立坐标系如图 1 所示, 其中  $x, y, z$  为固定坐标系. 变形状态下, 任意截面相对于固定坐标系的位置按以下方法确定: 以  $x$  向位移  $x(s, t)$ ,  $y$  向位移  $y(s, t)$  确定弹性中心线位置、以绕  $x$  向转角  $\phi(s, t)$ 、绕  $y$  向转角  $\psi(s, t)$  确定横截面方位, 横截面还绕其自身中心线  $z$  向旋转.

#### 1.1.1 刚性盘元素运动方程

设盘的质量为  $m_p$ , 赤道转动惯量为  $J_{dd}$ , 极转

动惯量为  $J_{pd}$ ,  $\omega$  为盘的转动角速度. 利用拉格朗日方程可得刚性盘相对固定坐标系的运动方程为

$$(\mathbf{M}_{td} + \mathbf{M}_{rd})\ddot{\mathbf{q}}_d - \omega \mathbf{G}_d \dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{Q}_d \quad (1)$$

式中  $\mathbf{Q}_d$  为广义外力向量;  $\mathbf{M}_{td}$  和  $\mathbf{M}_{rd}$  分别为质量矩阵和质量惯性矩阵;  $\mathbf{G}_d$  为陀螺矩阵;  $\mathbf{q}_d$  为广义位移向量,  $\mathbf{q}_d = [x, y, \phi, \psi]$ . 其中

$$\mathbf{M}_{td} = \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{rd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{dd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{dd} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J_{pd} \\ 0 & 0 & J_{pd} & 0 \end{bmatrix}$$

### 1.1.2 普通梁元素运动方程

设单元弹性模量为  $E$ , 剪切模量为  $G$ , 泊松比为  $\mu$ , 内径为  $d$ , 外径为  $D$ , 长度为  $L$ , 则截面惯性矩  $I$

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$$

横截面面积  $A$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$\mathbf{M}_{te} = \frac{\rho L}{(1 + \phi_s)^2} \begin{bmatrix} M_{t1} & 0 & 0 & M_{t4} & M_{t3} & 0 & 0 & -M_{t5} \\ 0 & M_{t1} & -M_{t4} & 0 & 0 & M_{t3} & M_{t5} & 0 \\ 0 & -M_{t4} & M_{t2} & 0 & 0 & -M_{t5} & M_{t6} & 0 \\ M_{t4} & 0 & 0 & M_{t2} & M_{t5} & 0 & 0 & M_{t6} \\ M_{t3} & 0 & 0 & M_{t5} & M_{t1} & 0 & 0 & -M_{t4} \\ 0 & M_{t3} & -M_{t5} & 0 & 0 & M_{t1} & M_{t4} & 0 \\ 0 & M_{t5} & M_{t6} & 0 & 0 & M_{t4} & M_{t2} & 0 \\ -M_{t5} & 0 & 0 & M_{t6} & -M_{t4} & 0 & 0 & M_{t2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中

$$M_{t1} = \frac{13}{15} + \frac{7}{10}\phi_s + \frac{1}{3}\phi_s^2; \quad M_{t2} = \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\phi_s + \frac{1}{120}\phi_s^2\right)L^2;$$

$$M_{t3} = \frac{9}{70} + \frac{3}{10}\phi_s + \frac{1}{6}\phi_s^2; \quad M_{t4} = \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi_s + \frac{1}{24}\phi_s^2\right)L;$$

$$M_{t5} = \left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi_s + \frac{1}{24}\phi_s^2\right)L; \quad M_{t6} = -\left(\frac{1}{140} + \frac{1}{60}\phi_s + \frac{1}{120}\phi_s^2\right)L^2$$

有效抗剪面积  $A_s$

$$A_s = \frac{A}{\frac{10}{9}\left(1 + \frac{1.6D \times d}{D^2 + d^2}\right)}$$

或

$$A_s = \frac{A}{\frac{7 + 6\mu}{6(1 + \mu)}\left[1 + \frac{20 + 12\mu}{7 + 6\mu}\left(\frac{D \times d}{D^2 + d^2}\right)^2\right]}$$

剪切变形系数  $\phi_s$

$$\phi_s = \frac{12EI}{GA_s L^2}$$

每个梁单元具有 2 个节点, 8 个自由度, 每个节点具有 4 个自由度, 即  $x, y$  方向及绕它们的转角. 单元的随时间而变化的横截面位移同时也是沿单元轴线位置  $s$  的函数. 单元端点随时间而变化的广义位移为

$$\mathbf{q}_e(t) = [q_{1e} \ q_{2e} \ q_{3e} \ q_{4e} \ q_{5e} \ q_{6e} \ q_{7e} \ q_{8e}]^T$$

由拉格朗日方程, 可得梁单元相对于固定坐标的运动方程

$$(\mathbf{M}_{te} + \mathbf{M}_{re})\ddot{\mathbf{q}}_e + (-\omega \mathbf{G}_e)\dot{\mathbf{q}}_e + (\mathbf{K}_{be} - \mathbf{K}_{ae})\mathbf{q}_e = \mathbf{Q}_e \quad (2)$$

式中  $\mathbf{Q}_e$  为广义外力向量;  $\mathbf{M}_{te}$  和  $\mathbf{M}_{re}$  分别为质量矩阵和质量惯性矩阵;  $\mathbf{G}_e$  为陀螺矩阵;  $\mathbf{K}_{be}$  为单元弯曲和剪切刚度矩阵;  $\mathbf{K}_{ae}$  为单元拉伸刚度矩阵. 其中

$$\mathbf{M}_{re} = \frac{\rho L}{(1 + \phi_s)^2} \left( \frac{r_\rho}{L} \right)^2 \begin{bmatrix} M_{r1} & 0 & 0 & M_{r4} & -M_{r1} & 0 & 0 & M_{r4} \\ 0 & M_{r1} & -M_{r4} & 0 & 0 & -M_{r1} & -M_{r4} & 0 \\ 0 & -M_{r4} & M_{r2} & 0 & 0 & M_{r4} & M_{r3} & 0 \\ M_{r4} & 0 & 0 & M_{r2} & -M_{r4} & 0 & 0 & M_{r3} \\ -M_{r1} & 0 & 0 & -M_{r4} & M_{r1} & 0 & 0 & -M_{r4} \\ 0 & -M_{r1} & M_{r4} & 0 & 0 & M_{r1} & M_{r4} & 0 \\ 0 & -M_{r4} & M_{r3} & 0 & 0 & M_{r4} & M_{r2} & 0 \\ M_{r4} & 0 & 0 & M_{r3} & -M_{r4} & 0 & 0 & M_{r2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} M_{r1} &= \frac{6}{5}; \quad M_{r2} = \left( \frac{2}{15} + \frac{1}{6}\phi_s + \frac{1}{3}\phi_s^2 \right) L^2; \\ M_{r3} &= \left( -\frac{1}{30} - \frac{1}{6}\phi_s + \frac{1}{6}\phi_s^2 \right) L^2; \quad M_{r4} = \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{2}\phi_s \right) L; \quad r_\rho = \sqrt{\frac{I}{A}} \\ \mathbf{G}_e &= \frac{\rho}{15L} \left( \frac{r_\rho}{1 + \phi_s} \right)^2 \begin{bmatrix} 0 & -G_1 & G_2 & 0 & 0 & G_1 & G_2 & 0 \\ G_1 & 0 & 0 & G_2 & -G_1 & 0 & 0 & G_2 \\ -G_2 & 0 & 0 & -G_4 & G_2 & 0 & 0 & G_3 \\ 0 & -G_2 & G_4 & 0 & 0 & G_2 & -G_3 & 0 \\ 0 & G_1 & -G_2 & 0 & 0 & -G_1 & -G_2 & 0 \\ -G_1 & 0 & 0 & -G_2 & G_1 & 0 & 0 & -G_2 \\ -G_2 & 0 & 0 & G_3 & G_2 & 0 & 0 & -G_4 \\ 0 & -G_2 & -G_3 & 0 & 0 & G_2 & G_4 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中

$$G_1 = 36; \quad G_2 = 3L - 15L\phi_s; \quad G_3 = L^2 + 5L^2\phi_s - 5L^2\phi_s^2; \quad G_4 = 4L^2 + 5L^2\phi_s + 10L^2\phi_s^2$$

$$\mathbf{K}_{be} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} K_{b1} & 0 & 0 & K_{b4} & -K_{b1} & 0 & 0 & K_{b4} \\ 0 & K_{b1} & -K_{b4} & 0 & 0 & -K_{b1} & -K_{b4} & 0 \\ 0 & -K_{b4} & K_{b2} & 0 & 0 & K_{b4} & K_{b3} & 0 \\ K_{b4} & 0 & 0 & K_{b2} & -K_{b4} & 0 & 0 & K_{b3} \\ -K_{b1} & 0 & 0 & -K_{b4} & K_{b1} & 0 & 0 & -K_{b4} \\ 0 & -K_{b1} & K_{b4} & 0 & 0 & K_{b1} & K_{b4} & 0 \\ 0 & -K_{b4} & K_{b3} & 0 & 0 & K_{b4} & K_{b2} & 0 \\ K_{b4} & 0 & 0 & K_{b3} & -K_{b4} & 0 & 0 & K_{b2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} K_{b1} &= \frac{12}{1 + \phi_s}; \quad K_{b2} = \frac{4 + \phi_s}{1 + \phi_s} L^2; \quad K_{b3} = \frac{2 - \phi_s}{1 + \phi_s} L^2; \quad K_{b4} = \frac{6}{1 + \phi_s} L \\ \mathbf{K}_{ae} &= \frac{H}{30L(1 + \phi_s)^2} \begin{bmatrix} K_{a1} & 0 & 0 & K_{a4} & -K_{a1} & 0 & 0 & K_{a4} \\ 0 & K_{a1} & -K_{a4} & 0 & 0 & -K_{a1} & -K_{a4} & 0 \\ 0 & -K_{a4} & K_{a2} & 0 & 0 & K_{a4} & K_{a3} & 0 \\ K_{a4} & 0 & 0 & K_{a2} & -K_{a4} & 0 & 0 & K_{a3} \\ -K_{a1} & 0 & 0 & -K_{a4} & K_{a1} & 0 & 0 & -K_{a4} \\ 0 & -K_{a1} & K_{a4} & 0 & 0 & K_{a1} & K_{a4} & 0 \\ 0 & -K_{a4} & K_{a3} & 0 & 0 & K_{a4} & K_{a2} & 0 \\ K_{a4} & 0 & 0 & K_{a3} & -K_{a4} & 0 & 0 & K_{a2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中

$$\begin{cases} K_{a1} = 36 + 60\phi_s + 30\phi_s^2 \\ K_{a2} = 4L^2 + 5L^2\phi_s + 2.5L^2\phi_s^2 \\ K_{a3} = -(L^2 + 5L^2\phi_s + 2.5L^2\phi_s^2) \\ K_{a4} = 3L \end{cases}$$

### 1.1.3 转子系统运动方程

将单元的运动方程进行组装,可得到转子系统运动方程,即

$$M_s \ddot{q}_s + (C_s - \omega G_s) \dot{q}_s + K_s q_s = Q_s \quad (8)$$

式中  $Q_s$  为系统广义外力向量;  $M_s$  为系统质量矩阵;  $G_s$  为系统陀螺矩阵;  $K_s$  为系统刚度矩阵;  $C_s$  为系统阻尼矩阵.

本文将  $C_s$  假设为比例阻尼,即  $C_s = \alpha_0 M_s + \alpha_1 K_s$ , 其中  $\alpha_0, \alpha_1$  为常数,可以得到第  $i$  阶阻尼比为

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_0}{\omega_i} + \alpha_1 \omega_i \right) \quad (9)$$

显然通过模态实验得到转子任意两阶固有频率和阻尼比,即可解出  $\alpha_0, \alpha_1$ , 并进而得到系统比例阻尼系数矩阵  $C_s$ .

### 1.2 机匣模型

对于机匣可以采用 3 种不同的处理方法:梁单元、锥壳单元和曲面壳单元. 虽然机匣是一种壳体结构,其振动模态呈多种形式,包括具有周向波数为 0, 1, 2, ... 的模态,但是当其与转子耦合时,只能是周向波数为 1, 与转子耦合节点上产生弯矩,并与转子发生弯曲耦合. 至于其他周向波数的振动模态,与转子耦合节点上产生的力矩是自平衡的,与转子弯曲没有耦合. 因此在转子动力学分析中,通常考虑机匣周向波数为 1 的振动模态. 此时,机匣横截面不变形,仍然为圆形,而其轴向呈弯曲模态. 据此,目前通用的处理方法是按梁单元方式处理,相当于按不旋转的轴(梁单元结构)处理,也需考虑剪切效应和转动惯量<sup>[1]</sup>.

因此为不失一般性,本文将机匣处理为不旋转的梁,与转子模型的处理方法相同,用有限元方法可以得到机匣的运动微分方程,即

$$M_c \ddot{q}_c + C_c \dot{q}_c + K_c q_c = Q_c \quad (10)$$

式中  $Q_c$  为机匣系统广义外力向量;  $M_c$  为机匣系统质量矩阵;  $K_c$  为机匣系统刚度矩阵;  $C_c$  为机匣系统阻尼矩阵. 同样,将  $C_c$  假设为比例阻尼.

### 1.3 离散支承模型

为了对实际航空发动机的多转子、多机匣进行耦合系统建模,需要全面考虑转子、机匣间的连接和支承关系. 为此本文定义了多种支承连接关

系,即:转子-机匣间的支承连接、转子与转子间的中介轴承支承连接、转子与转子间联轴器间的连接、机匣与机匣间的支承连接、机匣与基础间(安装节)弹性支承. 综合运用这些支承和连接方式可以对任意多转子、多机匣复杂结构形式的航空发动机进行整机建模.

#### 1.3.1 转子-机匣间的支承连接

对于每个转子与机匣间的支承  $RC_i (i=1, 2, \dots, N)$ , 包括了滚动轴承、挤压油膜阻尼器、轴承座等部件. 其中  $m_{wi}$  为滚动轴承外圈质量;  $m_{bi}$  轴承座质量;  $k_{ti}$  为滚动轴承外圈与轴承座之间的弹性支承刚度,  $c_{ti}$  为滚动轴承外圈与轴承座之间的阻尼系数, 如果存在挤压油膜阻尼器, 则该阻尼为非线性阻尼;  $k_{fi}, c_{fi}$  分别为机匣与轴承座之间的支承刚度和阻尼. 如图 2 所示, 其中  $F_{yri}$  和  $F_{xri}$  为转子作用于支承的力,  $F_{yxi}$  和  $F_{xci}$  为机匣作用于支承的力. 设  $i$  个支承  $RC_i$  与转子的第  $m$  个节点和机匣的第  $n$  个节点相连.

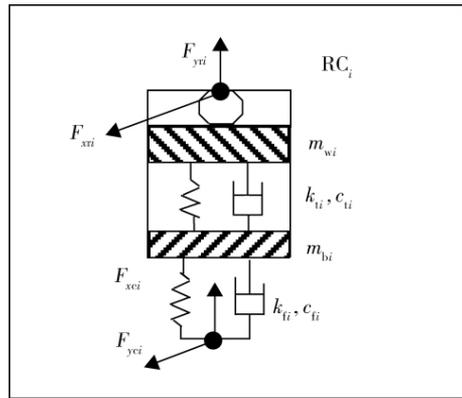


图 2 转子-机匣支承

Fig. 2 Rotor-casing support

本文设定轴承外圈固定在轴承座上,内圈固定在转轴上,设转子第  $m$  个节点位移为  $x_{rm}$  和  $y_{rm}$ , 令  $x = x_{rm} - x_{wi}, y = y_{rm} - y_{wi}$ , 参考文献[10-11], 可以得到转子作用于第  $i$  个支承的轴承力为

$$\begin{cases} F_{xri} = \sum_{j=1}^N C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)^{3/2} \cdot \\ \quad H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0) \cos \theta_j \\ F_{yri} = \sum_{j=1}^N C_b (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)^{3/2} \cdot \\ \quad H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0) \sin \theta_j \end{cases} \quad (11)$$

式中  $C_b$  为赫兹接触刚度,由内外圈和滚珠的赫兹接触弹性分析可得到.  $H(\cdot)$  是亥维塞函数,当函

数变量大于 0 时,函数值是 1,否则为 0.  $\theta_j$  为第  $j$  个滚珠处的角度位置,有  $\theta_j = \omega_{\text{cage}} \times t + \frac{2\pi}{N_b}(j-1)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_b$ , 其中  $N_b$  为滚珠个数.  $\omega_{\text{cage}}$  为保持架旋转速度,设外滚道半径为  $R$ ,内滚道半径为  $r$ ,有  $\omega_{\text{cage}} = \frac{\omega \times r}{R+r}$ ,  $\omega$  为转轴旋转角速度. 因此滚动轴承外圈的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{wi}\ddot{x}_{wi} + k_{ti}(x_{wi} - x_{bi}) + F_{dxi} = F_{xri} \\ m_{wi}\ddot{y}_{wi} + k_{ti}(y_{wi} - y_{bi}) + F_{dyi} = F_{yri} - m_{wi}g \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (12)$$

其中  $F_{dxi}$  和  $F_{dyi}$  为阻尼力,如果考虑为黏性阻尼,则

$$\begin{cases} F_{dxi} = c_{ti}(\dot{x}_{wi} - \dot{x}_{bi}) \\ F_{dyi} = c_{ti}(\dot{y}_{wi} - \dot{y}_{bi}) \end{cases} \quad (13)$$

如果存在挤压油膜阻尼器,则需要考虑为非线性油膜力,设轴颈长度为  $L_j$ ,轴颈半径为  $R_j$ ,油膜半径间隙  $c$ ,润滑油黏度  $\mu$ ,轴承中心  $O_b$ ,轴颈中心  $O_j$ ,轴颈偏心距  $e$ ,偏心率  $\epsilon$ ,轴颈进动角  $\phi_j$ . 在短轴承假设下,半油膜无端封情况下,油膜力为<sup>[9]</sup>

$$\begin{cases} F_r = \frac{\mu R_j L_j^3}{c^2} \left[ \frac{2\Omega_j \cdot \epsilon^2}{(1-\epsilon^2)^2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\dot{\epsilon}(1+2\epsilon^2)}{(1-\epsilon^2)^{5/2}} \right] \\ F_t = \frac{\mu R_j L_j^3}{c^2} \left[ \frac{\pi\Omega_j \cdot \epsilon}{2(1-\epsilon^2)^{3/2}} + \frac{2\epsilon\dot{\epsilon}}{(1-\epsilon^2)^2} \right] \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon &= e/c = \sqrt{x_j^2 + y_j^2}/c, \\ \dot{\epsilon} &= \dot{e}/c = \frac{x_j \cdot \dot{x}_j + y_j \cdot \dot{y}_j}{c\sqrt{x_j^2 + y_j^2}}, \\ \phi_j &= \arctan\left(\frac{y_j}{x_j}\right), \\ \Omega_j &= \dot{\phi}_j = \frac{x_j \cdot \dot{y}_j - y_j \cdot \dot{x}_j}{x_j^2 + y_j^2}. \end{aligned}$$

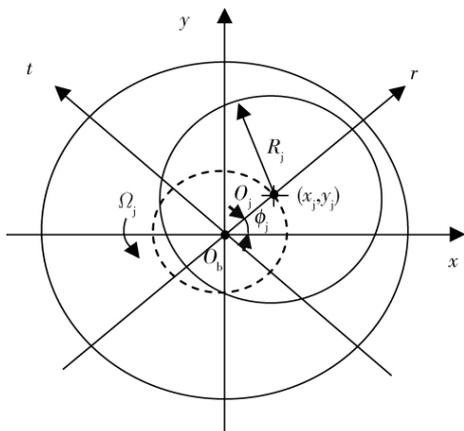


图 3 挤压油膜阻尼器模型

Fig. 3 SFD (squeeze oil-film damper) model

所以在  $x, y$  固定坐标系下的油膜力为

$$\begin{cases} F_x = F_r \cdot \cos\phi_j - F_t \cdot \sin\phi_j \\ F_y = F_t \cdot \cos\phi_j + F_r \cdot \sin\phi_j \end{cases} \quad (15)$$

当

$$\begin{aligned} x_j &= x_{wi} - x_{bi}, & y_j &= y_{wi} - y_{bi} \\ \dot{x}_j &= \dot{x}_{wi} - \dot{x}_{bi}, & \dot{y}_j &= \dot{y}_{wi} - \dot{y}_{bi} \end{aligned}$$

则

$$F_{dxi} = F_x, F_{dyi} = F_y$$

又设机匣第  $n$  个节点位移为  $x_{cn}$  和  $y_{cn}$ , 支承  $RC_i$  的轴承座的位移为  $x_{bi}$  和  $y_{bi}$ , 则机匣作用于支承  $RC_i$  的力为

$$\begin{cases} F_{xci} = k_{fi}(x_{cn} - x_{bi}) + c_{fi}(\dot{x}_{cn} - \dot{x}_{bi}) \\ F_{y ci} = k_{fi}(y_{cn} - y_{bi}) + c_{fi}(\dot{y}_{cn} - \dot{y}_{bi}) \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (16)$$

因此支承  $RC_i$  的轴承座的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{bi}\ddot{x}_{bi} + k_{ti}(x_{bi} - x_{wi}) - F_{dxi} = F_{xci} \\ m_{bi}\ddot{y}_{bi} + k_{ti}(y_{bi} - y_{wi}) - F_{dyi} = F_{y ci} - m_{bi}g \\ i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (17)$$

### 1.3.2 转子-转子间的中介轴承支承

对于每个转子与转子间的中介轴承支承  $RRM_i (i=1, 2, \dots, N)$ , 包括了滚动轴承、轴承座等部件. 其中  $m_{wi}$  为滚动轴承外圈质量;  $m_{bi}$  轴承座质量;  $k_{ti}, c_{ti}$  分别为轴承外圈与轴承座之间的弹性支承刚度和阻尼系数;  $k_{fi}, c_{fi}$  分别为外转子与轴承座之间的支承刚度和阻尼. 如图 4 所示, 其中  $F_{yrii}$  和  $F_{xrii}$  为内转子作用与支承的力,  $F_{yro i}$  和  $F_{xro i}$  为外转子作用于支承的力. 设  $i$  个支承  $RRM_i$  与内转子第  $m$  个节点和外转子第  $n$  个节点相连.

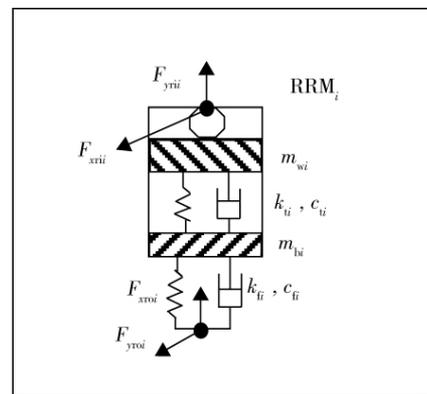


图 4 转子间中介轴承支承

Fig. 4 Inter-shaft bearing support between rotors

中介轴承外圈固定在外转子上随外转子一起旋转, 转速为  $\omega_{\text{out}}$ , 内圈固定在内转子上随内转子一起旋转, 转速为  $\omega_{\text{in}}$ . 轴承力计算公式与式(11)

相同,不同的是在计算保持架旋转频率时,由于轴承内外圈均旋转,所以有

$$\omega_{\text{cage}} = \frac{\omega_{\text{in}} \times r + \omega_{\text{out}} \times R}{R + r}$$

设内转子第  $m$  个节点支承在第  $i$  个支承的滚动轴承上,其位移为  $x_{rm}$  和  $y_{rm}$ ,令  $x = x_{rm} - x_{wi}$ ,  $y = y_{rm} - y_{wi}$ ,代入式(11)可得转子作用于第  $i$  个支承的轴承力  $F_{xri}$ ,  $F_{yri}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). 因此滚动轴承外圈的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{wi}\ddot{x}_{wi} + k_{ti}(x_{wi} - x_{bi}) + c_{ti}(\dot{x}_{wi} - \dot{x}_{bi}) = F_{xri} \\ m_{wi}\ddot{y}_{wi} + k_{ti}(y_{wi} - y_{bi}) + c_{ti}(\dot{y}_{wi} - \dot{y}_{bi}) = \\ F_{yri} - m_{wi}g \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (18)$$

又设外转子第  $n$  个节点支承在第  $i$  个支承上,其位移为  $x_{ron}$  和  $y_{ron}$ ,支承  $\text{RRM}_i$  的轴承座的位移为  $x_{bi}$  和  $y_{bi}$ ,则外转子作用于支承  $\text{RRM}_i$  的力为

$$\begin{cases} F_{xroi} = k_{fi}(x_{ron} - x_{bi}) + c_{fi}(\dot{x}_{ron} - \dot{x}_{bi}) \\ F_{yroi} = k_{fi}(y_{ron} - y_{bi}) + c_{fi}(\dot{y}_{ron} - \dot{y}_{bi}) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (19)$$

因此支承  $\text{RRM}_i$  的轴承座的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{bi}\ddot{x}_{bi} + k_{ti}(x_{bi} - x_{wi}) + c_{ti}(\dot{x}_{bi} - \dot{x}_{wi}) = F_{xroi} \\ m_{bi}\ddot{y}_{bi} + k_{ti}(y_{bi} - y_{wi}) + c_{ti}(\dot{y}_{bi} - \dot{y}_{wi}) = \\ F_{yroi} - m_{bi}g \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (20)$$

### 1.3.3 转子-转子间的联轴器连接

对于转子间的联轴器连接  $\text{RRC}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),设左转子第  $i$  个节点与右转子第  $j$  个节点用联轴器相连,联轴器的径向刚度为  $k_{rr}$ ,角向刚度为  $k_{ra}$ ,径向阻尼为  $c_{rr}$ ,角向阻尼为  $c_{ra}$ ,设左转子第  $i$  个节点的位移为  $x_{rli}$ ,  $y_{rli}$ ,  $\phi_{rli}$ ,  $\psi_{rli}$ ,速度为  $\dot{x}_{rli}$ ,  $\dot{y}_{rli}$ ,  $\dot{\phi}_{rli}$ ,  $\dot{\psi}_{rli}$ ;右转子第  $j$  个节点的位移为  $x_{rj}$ ,  $y_{rj}$ ,  $\phi_{rj}$ ,  $\psi_{rj}$ ,速度为  $\dot{x}_{rj}$ ,  $\dot{y}_{rj}$ ,  $\dot{\phi}_{rj}$ ,  $\dot{\psi}_{rj}$ . 则作用在左转子节点  $i$  上的力和力矩  $F_{xri}$ ,  $F_{yri}$ ,  $M_{xri}$ ,  $M_{yri}$ ,以及作用在右转子节点  $j$  上的力和力矩  $F_{rxj}$ ,  $F_{ryj}$ ,  $M_{rxj}$ ,  $M_{ryj}$  为

$$\begin{cases} F_{xri} = k_{rr}(x_{rj} - x_{rli}) + c_{rr}(\dot{x}_{rj} - \dot{x}_{rli}) \\ F_{yri} = k_{rr}(y_{rj} - y_{rli}) + c_{rr}(\dot{y}_{rj} - \dot{y}_{rli}) \\ M_{xri} = k_{ra}(\phi_{rj} - \phi_{rli}) + c_{ra}(\dot{\phi}_{rj} - \dot{\phi}_{rli}) \\ M_{yri} = k_{ra}(\psi_{rj} - \psi_{rli}) + c_{ra}(\dot{\psi}_{rj} - \dot{\psi}_{rli}) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} F_{rxj} = -F_{xri} & F_{ryj} = -F_{yri} \\ M_{rxj} = -M_{xri} & M_{ryj} = -M_{yri} \end{cases} \quad (22)$$

### 1.3.4 机匣-机匣间的弹性连接

对于机匣间的弹性连接  $\text{CC}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),设机匣 1 第  $i$  个节点与机匣 2 第  $j$  个节点用螺栓相连,螺栓的径向刚度为  $k_{cr}$ ,角向刚度为  $k_{ca}$ ,径向阻尼为  $c_{cr}$ ,角向阻尼为  $c_{ca}$ ,设机匣 1 第  $i$  个节点的位移为  $x_{cli}$ ,  $y_{cli}$ ,  $\phi_{cli}$ ,  $\psi_{cli}$ ,速度为  $\dot{x}_{cli}$ ,  $\dot{y}_{cli}$ ,  $\dot{\phi}_{cli}$ ,  $\dot{\psi}_{cli}$ ;机匣 2 第  $j$  个节点的位移为  $x_{c2j}$ ,  $y_{c2j}$ ,  $\phi_{c2j}$ ,  $\psi_{c2j}$ ,速度为  $\dot{x}_{c2j}$ ,  $\dot{y}_{c2j}$ ,  $\dot{\phi}_{c2j}$ ,  $\dot{\psi}_{c2j}$ . 则作用在机匣 1 节点  $i$  上的力和力矩  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $M_{xi}$ ,  $M_{yi}$ ,以及作用在机匣 2 节点  $j$  上的力和力矩  $F_{xj}$ ,  $F_{yj}$ ,  $M_{xj}$  为

$$\begin{cases} F_{c1xi} = k_{cr}(x_{c2j} - x_{cli}) + c_{cr}(\dot{x}_{c2j} - \dot{x}_{cli}) \\ F_{c1yi} = k_{cr}(y_{c2j} - y_{cli}) + c_{cr}(\dot{y}_{c2j} - \dot{y}_{cli}) \\ M_{c1xi} = k_{ca}(\phi_{c2j} - \phi_{cli}) + c_{ca}(\dot{\phi}_{c2j} - \dot{\phi}_{cli}) \\ M_{c1yi} = k_{ca}(\psi_{c2j} - \psi_{cli}) + c_{ca}(\dot{\psi}_{c2j} - \dot{\psi}_{cli}) \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} F_{c2xj} = -F_{c1xi} & F_{c2yj} = -F_{c1yi} \\ M_{c2xj} = -M_{c1xi} & M_{c2yj} = -M_{c1yi} \end{cases} \quad (24)$$

### 1.3.5 机匣-基础间(安装节)弹性支承

对于机匣与基础间安装节的弹性支承  $\text{CB}_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),设机匣第  $i$  个节点与基础用弹性支承相连,支承的连接刚度为  $k_{cx}$ ,  $k_{cy}$ ,连接阻尼为  $c_{cx}$ ,  $c_{cy}$ ,设机匣第  $i$  个节点的位移为  $x_{ci}$ ,  $y_{ci}$ ,速度为  $\dot{x}_{ci}$ ,  $\dot{y}_{ci}$ . 则作用在机匣节点  $i$  上的力  $F_{cxi}$ ,  $F_{cyi}$  为

$$\begin{cases} F_{cxi} = -k_{cx}x_{ci} - c_{cx}\dot{x}_{ci} \\ F_{cyi} = -k_{cy}y_{ci} - c_{cy}\dot{y}_{ci} \end{cases} \quad (25)$$

## 1.4 时域数值仿真求解方法

由于复杂转子-支承-机匣耦合系统动力学模型自由数较多,且存在大量非线性因素,求取系统非线性响应的唯一有效方法是数值积分法. 本文采用 Newmark- $\beta$ 法和一种改进的 Newmark- $\beta$ 法(新型显示积分法——翟方法<sup>[12]</sup>)相结合的方法对微分方程组进行求解,其中利用 Newmark- $\beta$ 法对容易形成矩阵的转子和机匣有限元模型进行求解,利用翟方法对不需要形成矩阵的支承连接部件进行求解. 该方法的特点是只需要组装单个转子或机匣部件的动力学矩阵,而不需要形成整个系统庞大的矩阵,求解效率很高. 流程图如图 5 所示.

设系统的动力学方程可表示成如下统一形式:

$$[\mathbf{M}]\{\mathbf{A}\} + [\mathbf{C}]\{\mathbf{V}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{P}\} \quad (26)$$

式中  $[\mathbf{M}]$ ,  $[\mathbf{C}]$ ,  $[\mathbf{K}]$  分别为系统惯量、阻尼、刚度

矩阵;  $\{X\}$  为系统的广义位移向量;  $\{V\}$  为系统的广义速度向量;  $\{A\}$  为系统的广义加速度向量;  $\{P\}$  为系统的广义载荷向量。

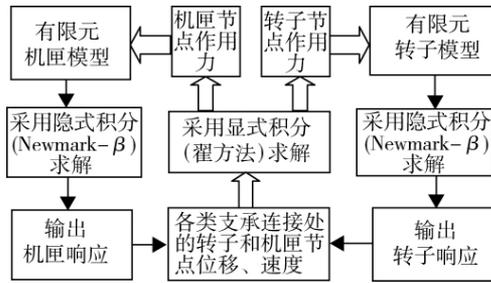


图 5 复杂转子-支承-机匣耦合动力学求解流程  
Fig. 5 Solving flow for element rotor-support coupling dynamics

Newmark- $\beta$  法的假定为

$$\begin{cases} \{X\}_{n+1} = \{X\}_n + \{V\}_n \Delta t + \\ \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \{A\}_n \Delta t^2 + \alpha \{A\}_{n+1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} = \{V\}_n + (1 - \beta) \{A\}_n \Delta t + \\ \beta \{A\}_{n+1} \Delta t \end{cases} \quad (27)$$

式中  $\alpha, \beta$  为控制参数, 通常  $\alpha=0.25, \beta=0.5$ . Newmark- $\beta$  法的求解步骤为

### 1) 初始计算

① 形成刚度矩阵  $[K]$ , 质量矩阵  $[M]$  及阻尼矩阵  $[C]$ ; ② 获得初始值  $\{X_0\}, \{V_0\}, \{A_0\}$ ; ③ 选择步长  $\Delta t$ 、参数  $\alpha, \beta$ , 计算常数

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, & a_1 = \frac{\beta}{\alpha \Delta t}, \\ a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, & a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, \\ a_4 = \frac{\beta}{\alpha} - 1, & a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha} - 2\right), \\ a_6 = \Delta t(1 - \beta), & a_7 = \beta \Delta t \end{cases} \quad (28)$$

### ④ 形成有效刚度矩阵

$$[\tilde{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C]$$

### ⑤ 求逆矩阵 $[\tilde{K}]^{-1}$ .

### 2) 对于每个时间步长计算

#### ① $n+1$ 时刻的载荷向量

$$\{\tilde{P}_{n+1}\} = \{P_n\} + [M](a_0 \{X_n\} + a_2 \{V_n\} + a_3 \{A_n\}) + [C](a_1 \{X_n\} + a_4 \{V_n\} + a_5 \{A_n\}) \quad (29)$$

#### ② 求 $n+1$ 时刻的位移、速度及加速度

$$\{X_{n+1}\} = [\tilde{K}]^{-1} \{\tilde{P}_{n+1}\} \quad (30)$$

$$\{A_{n+1}\} = a_0 (\{X_{n+1}\} - \{X_n\}) - a_2 \{V_n\} - a_3 \{A_n\} \quad (31)$$

$$\{V_{n+1}\} = \{V_n\} + a_6 \{A_n\} + a_7 \{A_{n+1}\} \quad (32)$$

对于式(26), 翟方法的积分格式

$$\begin{cases} \{X\}_{n+1} = \{X\}_n + \{V\}_n \Delta t + \\ \left(\frac{1}{2} + \phi\right) \{A\}_n \Delta t^2 - \phi \{A\}_{n-1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} = \{V\}_n + (1 + \phi) \{A\}_n \Delta t - \\ \phi \{A\}_{n-1} \Delta t \end{cases} \quad (33)$$

式中  $\Delta t$  为时间积分步长; 下标  $n$  代表  $t = n\Delta t$  瞬时; 下标  $n+1$  代表  $t = (n+1)\Delta t$  瞬时; 下标  $n-1$  代表  $t = (n-1)\Delta t$  瞬时;  $\psi, \phi$  为积分参数, 通常选取  $\psi = \phi = 1/2$ .

对比两种方法可以发现, Newmark- $\beta$  法需要形成动力学矩阵, 但是不要求质量矩阵对角化, 而翟方法不要求形成动力学矩阵, 可以直接从微分方程进行求解, 但是要求质量阵为对角阵, 因此本文采用隐式积分的 Newmark- $\beta$  和显式积分的翟方法相结合的方法来进行求解, 可以避免形成庞大的动力学矩阵, 大大提高了系统建模的效率和求解的速度。

本文根据流程图 5, 自行开发了航空发动机整机振动建模与分析系统软件 EVDYNA (aero-engine vibration dynamic analysis).

## 2 基于转子实验器的模型验证

### 2.1 基于转子-滚动轴承实验器的模型验证

#### 2.1.1 转子-滚动轴承故障实验器

由沈阳航空发动机设计研究所设计制造的转子-滚动轴承故障实验器能有效地模拟航空发动机转子不平衡以及滚动轴承常见故障。转子-滚动轴承故障实验器实物图及动力学模型如图 6 所示。该转子故障实验器包括转轴、转子圆盘、法兰连接盘、轴承座、调速电动机、齿轮增速器等, 该实验器上可以灵活地安装振动位移、转速、加速度传感器, 进行综合性的振动测试。该实验器为一个单跨双盘转子, 转盘的振动位移由水平和垂直两个方向的电涡流位移传感器测取, 转速为一个安装在增速器和转轴连接处的电涡流传感器测取, 该传感器感受由旋转引起的位移脉冲, 通过计数来获取转速。

在转子-支承耦合系统模型图中, 具有两个转盘  $P_1$  和  $P_2$ , 其中  $P_1$  为转子圆盘;  $P_2$  为法兰盘, 其与齿轮输出轴相连。两个支承  $S_1, S_2, L_1, L_2, L_3, L_4$  为各部分在转轴上的位置。

#### 2.1.2 模态分析验证

##### 1) 实验模态分析

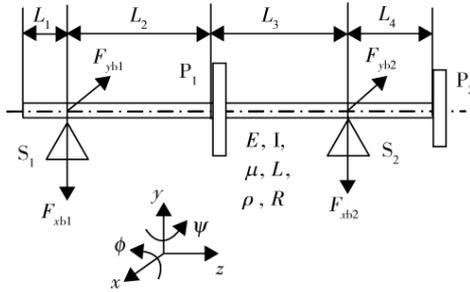
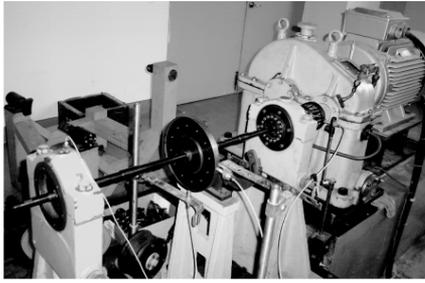


图 6 转子-滚动轴承实验器  
Fig. 6 Rotor-ball bearing tester

本文对实验器进行自然支承状态下的模态分析,采用锤击法来进行模态实验,主要仪器设备包括:美国 NI(National Instrument)公司的 NI9234 动态信号采集模块、美国 ENDEVCO 公司的 30927 型力锤及丹麦 B & K(Bruel and Kjaer)公司的 4508 型 ICP (intergrated circuit piezoelectric)加速度传感器。采取单测量点、多点激励的方案。将实验器转轴从支承  $S_1$  到支承  $S_2$  均匀敲击 20 个点,记为点 1、点 2、...、点 20,加速度传感器布置在第 4 点上,测取加速度响应信号,最后将力信号和加速度信号同时输入采集器,并通过模态分析软件得到实验器模态参数。

2) 计算模态分析

对于有限元转子-支承耦合动力学模型,将转轴从左端到右端等分为 24 个单元,得到 25 个节点,支承  $S_1$  在节点 4,支承  $S_2$  在节点 22,锤击点固定在节点 7,测点从节点 1 到节点 25 变化,这样得到的是频率响应函数矩阵的一列,而实验中得到的是一行,它们同样都包含了所有模态信息。在计算中模拟实验的敲击法是对节点 7 施加一个脉冲力,通过仿真计算得到转子各节点的加速度响应,然后将响应输入到模态分析软件,得到系统固有频率和固有振型。

3) 计算模态与实验模态分析结果比较

模型动力学参数如表 1~表 3 所示。其中表 1 为转子计算参数;表 2 为滚动轴承参数;表 3 为支承参数。

表 1 转子主要计算参数

Table 1 Parameters of rotor-ball bearing test rig

计算参数	数值
弹性模量 $E/10^{11}$ Pa	2.1
轴直径 $D/m$	0.019
密度 $\rho/10^3$ (kg/m <sup>3</sup> )	7.8
泊松比 $\mu$	0.3
比例阻尼系数 $\alpha_0$	5
比例阻尼系数 $\alpha/10^{-5}$	1.35
$L_1/mm$	100
$L_2/mm$	342
$L_3/mm$	370
$L_4/mm$	130
盘 $P_1$ 质量 $m_p/kg$	2.4
盘 $P_1$ 极惯性矩 $J_{dp1}/(kg \cdot m^2)$	0.0125
盘 $P_1$ 赤道惯性矩 $J_{dd1}/(kg \cdot m^2)$	0.00625
盘 $P_2$ 质量 $m_{p2}/kg$	0.45
盘 $P_2$ 极惯性矩 $J_{dp2}/(kg \cdot m^2)$	0.00025
盘 $P_2$ 赤道惯性矩 $J_{dd2}/(kg \cdot m^2)$	0.000125

表 2 滚动轴承参数

Table 2 Parameters of ball bearings

参数	数值
节圆直径 $D_m/mm$	36
滚珠直径 $d/mm$	9.6
外滚道半径 $r/mm$	22.8
内滚道半径 $r/mm$	13.2
滚珠个数 $N_b$	7
接触刚度 $C_b/10^9$ (N/m <sup>3/2</sup> )	11.67
轴承间隙 $r_0/\mu m$	0
外圈质量 $m_w/kg$	0.08
轴承座质量 $m_b/kg$	76

表 3 支承参数

Table 3 Parameters of supports

$k_t/10^8$ (N/m)	$c_t/(N \cdot s/m)$	$k_t/10^7$ (N/m)	$c_t/(N \cdot s/m)$
1.0	500	3.0	2000

图 7 为实验和仿真得到的原点幅频响应函数,表 4 为实验模态和计算模态参数的比较,图 8 为对应于前 4 阶固有频率的振型比较。在振型图

的比较中,由于实验模态分析仅仅敲击了  $S_1$  到  $S_2$  之间的轴,因此所得到的振型为图 8 虚线之间的部分,而计算模态分析可以得到从最左端到最右端的整个转轴的振型,因此其振型还包括了图 8 中虚线以外的部分.

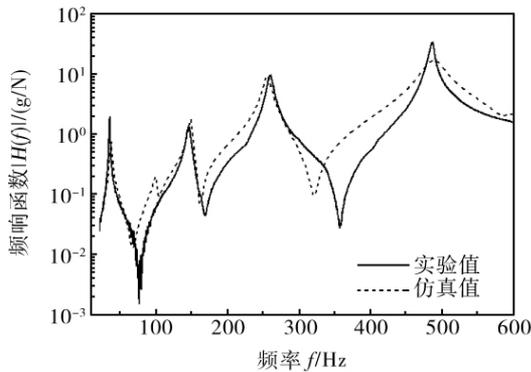


图 7 原点幅频响应函数比较

Fig. 7 Comparison of origin amplitude frequency response functions

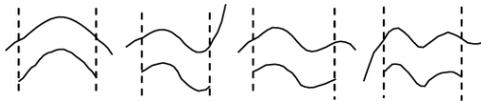


图 8 前 4 阶振型比较

Fig. 8 Comparison of the first vibration shapes

从图 7、图 8 及表 4 对比分析可知,耦合系统的各阶仿真计算值均接近于实验值,转子计算振型较接近实验振型,仿真值与实验值吻合较好,证明了本文建模方法的正确有效性.

表 4 频率识别结果

Table 4 Frequency recognition results

	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶	第 4 阶
实验频率/Hz	35.75	146.38	260.20	485.79
仿真频率/Hz	37.81	148.86	255.80	488.12

### 2.1.3 转子不平衡响应分析

在转子-滚动轴承故障实验器上进行临界转速验证,调节电机转速从 1 600 r/min 变化到 4 000 r/min,通过位于转子圆盘处水平和垂直方向的电涡流位移传感器来拾取其振动位移信号,由此可以得到转子响应的转速-振幅关系图.运用本文提出的新型耦合动力学模型,进行仿真计算,转子和支承参数,参照表 1~表 3.在设置转盘偏心距为 0.03 mm 的情况,改变转速,通过数值积

分方法得转子系统响应.仿真和实验得到的转子不平衡响应的转速-振幅图如图 9 所示.在图 9 中,由于系统临界转速下转盘处振幅过大,超过了电涡流传感器的测量范围,因此未能测得其实验值.从图中可以看出,实验结果和模型仿真结果达到很好的一致性.

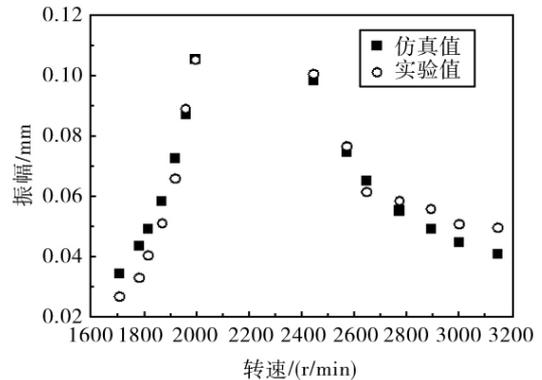


图 9 转子水平响应的转速-幅值图

Fig. 9 Amplitude-rotating speed curve of rotor response in x direction

## 2.2 基于转子-滚动轴承-机匣实验器的模型验证

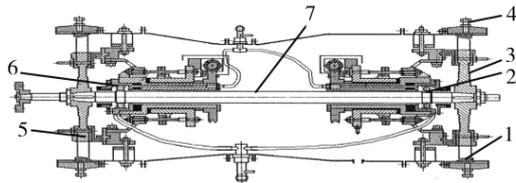
### 2.2.1 转子-滚动轴承-机匣实验器

为了与真实的航空发动机接近,由沈阳航空发动机设计研究所设计制造的航空发动机转子故障实验器.该实验器在结构设计上,首先考虑在外形上与发动机核心机的机匣一致,尺寸缩小 3 倍;内部结构作了必要简化,将核心机简化为 0-2-0 支承结构形式,并设计了可调刚度支承结构以调整系统的动特性;多级压气机简化为单级的盘片结构;叶片简化为斜置平面形状;封严蓖齿为可拆卸的;轴为实心按刚性设计,最大工作转速为 7 000 r/min.压气机盘与轴、涡轮盘与轴、接手与轴的连接采用圆锥形配合面和 180°双键连接.采用电机驱动,取消了火焰筒,即得到一个单转子系统模型.该实验器的真实图片如图 10(a)所示,剖面图如图 10(b)所示.

图 11 为实验器转子和机匣结构示意图,转子包括三个圆盘,其中  $P_1$  为法兰盘, $P_2$  为压气机盘, $P_3$  为涡轮盘;机匣包括 7 段,即 AB,BC,CD,DE,EF,FG,GH,机匣之间为螺栓连接,转子和机匣之间存在两个支承连接,即  $RC_1$  和  $RC_2$ .基本尺寸如图 11 中标注所示.其他详细参数见表 5~表 11 所示.



(a) 航空发动机转子实验器实物图

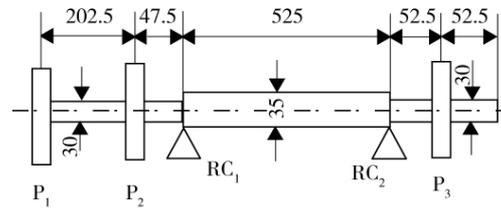


(b) 航空发动机转子试验器剖面图

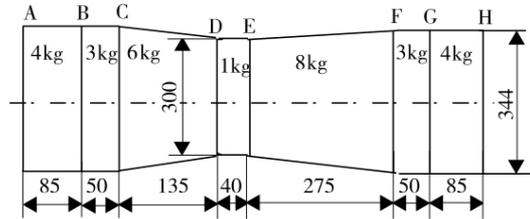
1 碰摩环; 2 球轴承; 3 涡轮盘; 4 碰摩环顶螺栓;  
5 压气机轮盘; 6 滚珠轴承; 7 轴

图 10 航空发动机转子实验器

Fig. 10 Aero-engine rotor rig



(a) 转子



(b) 机匣

图 11 航空发动机转子实验器结构示意图(单位:mm)

Fig. 11 Structure sketch map of aero-engine rotor rig (unit:mm)

表 5 转子与机匣有限元模型的单元数目

Table 5 Unit number of rotor and casings

转子	机匣 AB	机匣 BC	机匣 CD	机匣 DE	机匣 EF	机匣 FG	机匣 GH
21	2	2	5	2	5	2	2

表 6 转子主要计算参数

Table 6 Main parameters of rotor

参数	盘 P <sub>1</sub>	盘 P <sub>2</sub>	盘 P <sub>3</sub>
质量 $m_p$ /kg	0.5	10	10
极惯性矩 $J_{dp}$ /(kg·m <sup>2</sup> )	0.005	0.05	0.05
赤道惯性矩 $J_{dd}$ /(kg·m <sup>2</sup> )	0.0025	0.025	0.025
弹性模量 $E/10^{11}$ Pa	2.1	2.1	2.1
泊松比 $\mu$	0.3	0.3	0.3
密度 $\rho/10^3$ (kg/m <sup>3</sup> )	7.8	7.8	7.8
比例阻尼系数 $\alpha_0$	5	5	5
比例阻尼系数 $\alpha_1/10^{-5}$	1.35	1.35	1.35

表 7 机匣主要计算参数

Table 7 Main parameters of casings

壁厚/mm		弹性模量 $E/10^{11}$ Pa	密度 $\rho/10^3$ (kg/m <sup>3</sup> )	泊松比 $\mu$	比例阻尼系数 $\alpha_0$	比例阻尼系数 $\alpha_1/10^{-5}$					
AB	BC						CD	DE	EF	FG	GH
2	10	2	2	2	10	2	2.1	7.8	0.3	5	1.35

表 8 滚动轴承主要参数  
Table 8 Main parameters of ball bearing

节圆直径 $D_m/\text{mm}$	滚珠直径 $d/\text{mm}$	外滚道半径 $R/\text{mm}$	内滚道半径 $r/\text{mm}$	滚珠个数 $N_b$	接触刚度 $C_b/10^9(\text{N}/\text{m}^{3/2})$	轴承间隙 $r_0/\mu\text{m}$	外圈质量 $m_w/\text{kg}$	轴承座质量 $m_w/\text{kg}$
36	9.6	22.8	13.2	7	11.67	5	0.08	10

表 9 转子-机匣支承参数  
Table 9 Support parameters of rotor-casing

支承	转子节点	机匣(节点)	$k_t/(10^6\text{N}/\text{m})$	$c_t/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$	$k_t/10^6(\text{N}/\text{m})$	$c_t/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$
RC <sub>1</sub>	7	BC(2)	3.5	500	5.0	500
RC <sub>2</sub>	20	FG(2)	3.5	500	5.0	500

表 10 机匣-机匣连接参数  
Table 10 Connection parameters of casing-casing

连接	左机匣(节点)	右机匣(节点)	$k_t/10^7(\text{N}/\text{m})$	$k_a/10^5(\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad})$	$c_t/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$	$c_a/(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad})$
CC <sub>1</sub>	AB(3)	BC(1)	5.0	1.0	500	100
CC <sub>2</sub>	BC(3)	CD(1)	5.0	1.0	500	100
CC <sub>3</sub>	CD(6)	DE(1)	5.0	1.0	500	100
CC <sub>4</sub>	DE(3)	EF(1)	5.0	1.0	500	100
CC <sub>5</sub>	EF(6)	FG(1)	5.0	1.0	500	100
CC <sub>6</sub>	FG(3)	GH(1)	5.0	1.0	500	100

表 11 机匣-基础连接参数  
Table 11 Connection parameters of casing-base

连接	机匣(节点)	$k_c/10^7(\text{N}/\text{m})$	$k_a/(\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad})$	$c_c/(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$	$c_a/(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad})$
CB <sub>1</sub>	BC(2)	5.0	0	500	0
CB <sub>2</sub>	FG(2)	5.0	0	500	0

### 2.2.2 整机模态实验验证

本文对实验器进行自然支承状态下的模态分析,采用锤击法和正弦扫描法两种方法来进行模态实验,主要仪器设备包括:美国 NI 公司的 NI9234 动态信号采集模块、美国 ENDEVCO 公司的 30927 型力锤、南京航空航天大学振动工程研究所 HEV-50A 激振器及丹麦 B&K 公司的 4508 型 ICP 加速度传感器。实验实物图如图 12 所示。

利用本文计算模型,在转子的对应节点进行锤击和正弦激励,在对应的机匣测点获取加速度响应,利用实验和仿真计算得到的激励点和测试点间的跨点频响函数如图 13 和图 14 所示。

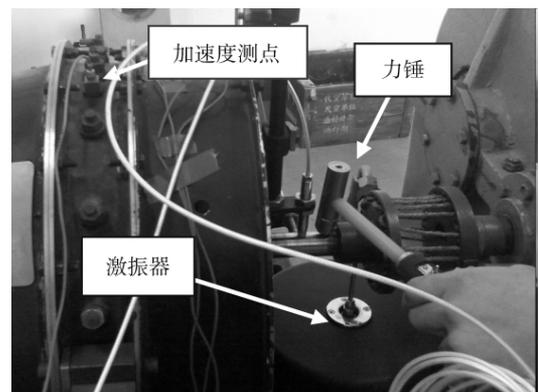


图 12 实验器模态实验实物图  
Fig. 12 Modal test of rotor tester

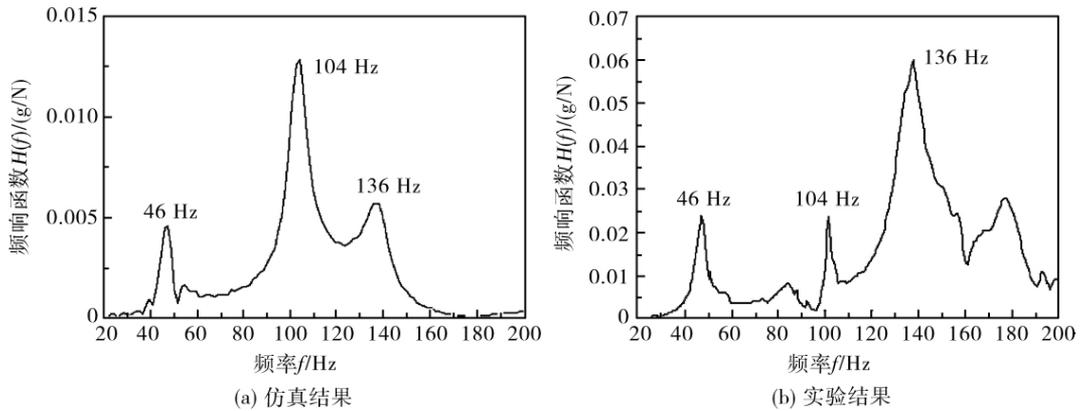


图13 锤击法得到的跨点频响函数

Fig. 13 Frequency response function by hammer

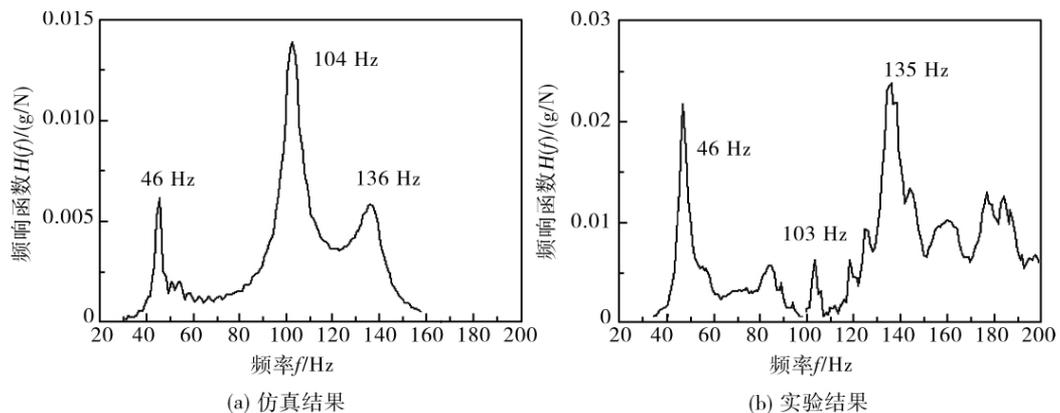


图14 正弦扫描法得到的跨点频响函数

Fig. 14 Frequency response function by sine scanning

从图13和图14中可以看出,整机模态频率在50,100 Hz和140 Hz附近的吻合较好,而实验中出现的87 Hz和186 Hz的频率仿真未模拟出来,这可能是由于理论模型与实际模型的差异所在,不过该结果在一定程度上反映了理论模型与实际模型的接近程度。

### 3 结论

1) 针对航空发动机整机振动,建立了一种新的整机耦合动力学模型.在模型中利用有限元方法对转子和机匣系统进行建模,考虑转子和机匣的剪切变形和转动惯量,以及转子旋转产生的陀螺力矩,计入了滚动轴承、挤压油膜阻尼器的非线性.运用时域直接数值积分获取系统动力学响应。

2) 定义了多种支承连接方式,即:转子-机匣间的支承连接、转子间联轴器连接、转子间中介轴承联结、机匣间螺栓连接以及机匣间弹性支承连接等.多种连接方式可以自由组合从而形成复杂的转子-支承-机匣结构。

3) 针对实际转子-滚动轴承实验台、转子-滚动轴承-机匣故障实验器,建立了转子-支承耦合动力学模型和转子-支承-机匣耦合动力学模型,利用转子实验器进行了模态实验,并与计算结果进行了比较,结果达到了较好的一致性,在一定程度上表明本文所建立建模方法的正确有效性。

4) 本文研究工作对于进一步建立更为复杂的航空发动机整机模型,模拟含故障的航空发动机整机振动响应以及动力学特征提供了重要方法和思路。

5) 限于篇幅,关于论文中的挤压油膜阻尼器建模和转子联轴器连接建模、以及双转子建模等方面的实验验证工作将在后续工作中深入研究。

致谢:

感谢沈阳发动机设计研究所王德友研究员、李成刚高级工程师等设计的转子实验器,感谢沈阳发动机设计研究所王德友研究员、李成刚高级工程师以及冯国全研究员对本文工作的美好建议,感谢作者研究生赵文涛、杨飞益和王晶同学等

在实验方面所做的协助工作.

## 参考文献:

- [ 1 ] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册第 19 册: 转子动力学及整机振动[M]. 北京: 航空工业出版社, 2000: 208-226.  
Aeroengine Design Manual Compiling Committee. Aeroengine design manual 19th part: rotor dynamics and whole-engine vibration [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2000: 208-226(in Chinese)
- [ 2 ] 苏民, 戴远建. 复杂转子整机振动计算[J]. 热能动力工程, 1988, 3(6): 44-50.  
SU Min, DAI Yuanjian. Dynamic analysis of complex composite rotor systems[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 1988, 3(6): 44-50. (in Chinese)
- [ 3 ] 郑旭东, 张连祥, 刘廷毅. 航空发动机整机振动特性及应变能计算与分析[J]. 航空发动机, 2000(2): 42-46.  
ZHENG Xudong, ZHANG Lianxiang, LIU Tingyi. Analysis of vibration characteristics and potential energy of whole aero-engine[J]. Aeroengine, 2000, (2): 42-46. (in Chinese)
- [ 4 ] 欧园霞, 李平. 用模态综合法分析发动机整机振动特性[J]. 航空动力学报, 1987, 2(3): 209-281.  
OU Yuanxia, LI Ping. Mode synthesis analysis of vibration characteristics of entire engine[J]. Journal of Aerospace Power, 1987, 2(3): 209-281. (in Chinese)
- [ 5 ] 洪杰, 王华, 肖大为, 等. 转子支承动刚度对转子动力特性的影响分析[J]. 航空发动机, 2008, 34(1): 23-27.  
HONG Jie, WANG Hua, XIAO Dawei, et al. Effects of dynamic stiffness of rotor bearing on rotordynamic characteristics[J]. Aeroengine, 2008, 34(1): 23-27. (in Chinese)
- [ 6 ] Sun G, Kaushik N, Palazzolo A B, et al. An effective algorithm for blade loss simulations using a high fidelity ball bearing and damper model[C]// Proceedings of the 19th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise. Chicago, USA: ASME, 2003: 1011-1020.
- [ 7 ] Sun G, Palazzolo A, Provenza A, et al. Long duration blade loss simulations including thermal growths dual-rotor gas turbine engine[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 316(1-5): 147-163.
- [ 8 ] Hai P M, Bonello P. An impulsive receptance technique for the time domain computation of the vibration of a whole aero-engine model with nonlinear bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 318(3): 592-605.
- [ 9 ] Chen G. A new rotor-ball bearing-stator coupling dynamic model for whole aero-engine vibration [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(6): 061009(9 pages).
- [ 10 ] Chen G, Li C G, Wang D Y. Nonlinear dynamic analysis and experiment verification of rotor-ball bearings-support-stator coupling system for aeroengine with rubbing coupling faults[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(2): 022501(9 pages).
- [ 11 ] Chen G. Study on nonlinear dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearing[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(6): 061001(9 pages).
- [ 12 ] Zhai W M. Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1996, 39(24): 4199-4214.