

中图分类号: V231.96
学科分类号: 086100

论文编号: 102872025-SZ001

硕士学位论文

叶片裂纹-碰摩耦合故障振动分析

研究生姓名	刘富海
专业类别	交通运输
专业领域	
指导教师	陈果 教授

南京航空航天大学

研究生院 通用航空与飞行学院

二〇二五年三月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics

The Graduate School

College of General Aviation And Flight

Blade Crack - Impact-Coupling Fault Vibration Analysis

A Thesis in
Transportation

by

LIU Fuhai

Advised by

Prof. CHEN Guo

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

March, 2025

承诺书

本人声明所呈交的博/硕士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

本人授权南京航空航天大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本承诺书）

作者签名： 刘 高海
日 期： 2025年3月17日

摘 要

航空发动机叶片裂纹和碰摩故障是常见的动力学故障类型，且二者常以耦合方式并存，导致复杂的系统动力学行为和故障特征。为了深入研究裂纹-碰摩耦合故障对叶片振动响应的影响，本文基于整机动力学建模，进行了叶片裂纹-碰摩耦合故障振动分析。

主要研究内容及创新点如下：

首先，本文建立了部件级的裂纹叶片动力学模型，使用有限元法建立叶片动力学模型，基于断裂力学理论建立了裂纹模型。通过裂纹截面的呼吸裂纹模型，考虑了裂纹面四个端点的应力情况。分析表明，裂纹深度显著影响叶片叶尖的弯曲振动响应，尤其在激励频率接近系统的固有频率时，振动响应表现出明显的峰值。低转速时，气流激励频率的二倍频及高倍频分量较为显著，而高转速下，这些分量逐渐消失，叶片表现为带裂纹的线性系统。裂纹深度的增加对振动影响较大，尤其是裂纹接近叶根时，振动响应的变化更显著。

其次，本文进一步建立了包含机匣振动的叶片-转子-机匣-支承耦合动力学模型，分析了碰摩故障的振动响应，并进一步分析了裂纹与碰摩耦合故障对整机振动响应的影响。模型中，考虑了作用在转盘上的不平衡量、气流激励以及离心力的影响。研究结果表明，裂纹故障主要体现在叶片的振动响应上，对转子和机匣的影响较为微弱。相较之下，碰摩故障的特征则主要体现在转子和机匣的振动响应上，叶片上的故障特征较不明显。

最后，对本文所建立的叶片裂纹模型和叶片-机匣碰摩模型进行试验验证。一方面，由于基于机匣加速度无法检测裂纹故障，目前流行的方法是仍然是直接检测叶片振动方法，因此，本文基于振动台进行了裂纹叶片的振动试验，提取了裂纹叶片的振动特征，并与仿真结果进行了详细比较，验证了本文所建立的叶片裂纹模型的正确有效性；另一方面，由于叶片产生裂纹后往往会导致叶片碰摩，因此，从转静碰摩监测可以间接实现叶片裂纹的诊断，因此本文利用带机匣的转子试验器进行碰摩故障模拟试验，验证了本文碰摩模型。

本文通过建立裂纹与碰摩耦合故障的动力学模型，结合理论分析与试验验证，揭示了裂纹和碰摩故障对航空发动机叶片振动特征的影响，为故障诊断与健康管理提供了重要的理论依据。

关键词：航空发动机，叶片裂纹，转静碰摩，耦合故障，整机振动

ABSTRACT

The crack and rub-impact faults of aircraft engine blades are common dynamic fault types, and they often coexist in a coupled manner, leading to complex system dynamics and fault characteristics. In order to thoroughly investigate the impact of crack-rub-impact coupled faults on blade vibration responses, this paper conducts vibration analysis based on the full-machine dynamic modeling of blade crack-rub-impact coupled faults.

The main research content and innovations are as follows:

First, a component-level dynamic model of cracked blades was established in this study, using the finite element method to build the blade dynamics model, and applying fracture mechanics theory to develop the crack model. The breathing crack model of the crack cross-section was used to consider the stress conditions at the four endpoints of the crack surface. The analysis shows that the crack depth significantly affects the bending vibration response at the blade tip, especially when the excitation frequency is close to the system's natural frequency, where the vibration response exhibits obvious peaks. At low rotational speeds, the twice-frequency and higher-order frequency components of the airflow excitation are more significant. At high rotational speeds, these components gradually disappear, and the blade behaves like a linear system with cracks. The increase in crack depth has a considerable effect on the vibration, especially when the crack approaches the root of the blade, where the vibration response changes more significantly.

Second, the study further developed a blade-rotor-casing-support coupled dynamic model that includes casing vibrations, and analyzed the vibration response of rub-impact faults. Additionally, the impact of the coupling of cracks and rub-impact faults on the overall vibration response of the system was further examined. In the model, the effects of unbalance on the rotor, airflow excitation, and centrifugal forces were considered. The research results show that the crack fault mainly manifests in the blade's vibration response, with relatively little effect on the rotor and casing. In contrast, the rub-impact fault features are mainly reflected in the vibration responses of the rotor and casing, with less noticeable fault features on the blade.

Finally, experimental validation was performed for the crack model and the blade-casing rub-impact model established in this paper. On one hand, due to the difficulty in detecting crack faults through casing acceleration alone, the commonly used method is still to directly detect blade vibrations. Therefore, a vibration table was used to conduct vibration experiments on cracked blades, extracting the vibration characteristics of the cracked blades and comparing them with simulation results to verify the correctness and effectiveness of the blade crack model established in this paper. On the other hand, since cracks in the blade often lead to rub-impact, blade crack diagnosis can be indirectly achieved

through monitoring rotor-stator rub-impact. Therefore, rub-impact fault simulation experiments were conducted using a rotor test rig with a casing to validate the rub-impact model.

This paper establishes a dynamic model for crack and rub-impact coupled faults, combining theoretical analysis and experimental validation, revealing the impact of crack and rub-impact faults on the vibration characteristics of aircraft engine blades, and providing important theoretical support for fault diagnosis and health management.

Keywords: Aircraft engine, blade crack, rotor-stator rubbing, coupled fault, overall vibration

目 录

第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 转子叶片裂纹故障非线性振动分析及在线监测方法研究现状	2
1.2.2 转子碰摩故障非线性动力学分析及诊断方法研究	6
1.3 本文的内容安排.....	8
第二章 叶片裂纹故障动力学建模与分析	10
2.1 引言	10
2.2 含呼吸裂纹叶片动力学模型.....	10
2.2.1 裂纹叶片动力学建模.....	10
2.2.2 呼吸裂纹模型.....	13
2.2.3 耦合动力学模型.....	14
2.3 模型验证	14
2.4 裂纹故障叶片振动特性分析.....	16
2.4.1 离心力和气流力复合激励下不同裂纹参数的振动响应	16
2.4.2 离心力和气流力复合激励下不同转速的振动响应	17
2.5 本章小结	18
第三章 叶片-机匣碰摩动力学建模与分析	20
3.1 引言	20
3.2 整机的有限单元建模方法.....	20
3.2.1 转子动力学模型.....	20
3.2.2 机匣模型.....	24
3.2.3 部件连接模型.....	24
3.3 激励载荷建模.....	27
3.3.1 转子不平衡力建模.....	27
3.3.2 气动力载荷建模.....	27
3.3.3 离心力建模.....	28
3.3.4 碰摩模型.....	28
3.4 模型参数	29
3.4.1 转子模型参数.....	30
3.4.2 机匣模型参数.....	31
3.4.3 转子-机匣支承信息	32
3.4.4 机匣-基础安装节连接信息	32
3.5 叶片-机匣碰摩故障振动特性分析	33
3.5.1 单点碰摩故障仿真.....	33
3.5.2 多点碰摩故障.....	35
3.6 本章小结	37
第四章 叶片裂纹-碰摩耦合故障整机振动分析	38
4.1 引言	38

4.2 裂纹-碰摩耦合故障动力学模型求解	38
4.3 裂纹故障在整机模型中的动力学响应.....	38
4.4 叶片裂纹转静碰摩故障在整机模型的下的动力学响应.....	44
4.5 本章小结	49
第五章 叶片裂纹及碰摩故障试验验证.....	50
5.1 引言	50
5.2 含裂纹叶片振动分析.....	50
5.2.1 叶片疲劳试验.....	50
5.2.2 含裂纹叶片振动试验分析.....	52
5.3 碰摩故障试验.....	54
5.3.1 碰摩试验介绍.....	54
5.3.2 碰摩故障试验验证.....	54
5.4 本章小结	57
第六章 总结	58
6.1 论文主要工作总结.....	58
6.2 后续研究及展望.....	59
参考文献	60
致 谢	66
在学期间的研究成果及发表的学术论文.....	67

图表清单

图 1.1 发动机叶片损伤实物图.....	1
图 1.2 常开裂纹示意图.....	2
图 1.3 方波呼吸裂纹模型.....	3
图 1.4 余弦呼吸裂纹模型.....	3
图 1.5 集中质量叶片模型.....	4
图 1.6 叶片裂纹有限元模拟图.....	4
图 1.7 含裂纹轴转子动力学矩阵组装示意图.....	5
图 1.8 有限元方法模拟叶片裂纹.....	5
图 1.9 航空发动机结构及典型部位的碰摩.....	6
图 1.10 本文总体框架图.....	9
图 2.1 盘叶片系统示意图.....	10
图 2.2 裂纹叶片单元示意图.....	11
图 2.3 裂纹面示意图	11
图 2.4 裂纹面应力点示意图.....	14
图 2.5 裂纹接触面积因子计算流程图.....	14
图 2.6 开裂叶片一阶固有频率结果.....	15
图 2.7 动态响应结果对比图.....	15
图 2.8 弯曲振动频谱图.....	16
图 2.9 不同频率分量幅值对比图.....	16
图 2.10 裂纹单元弯曲刚度系数时域图.....	16
图 2.11 裂纹截面 A 点轴向应力.....	16
图 2.12 弯曲振动频谱图.....	17
图 2.13 不同频率分量幅值对比图.....	17
图 2.14 叶尖弯曲振动瀑布图.....	18
图 2.15 不同转速弯曲刚度系数响应.....	18
图 3.1 转子段示意图	20
图 3.2 有限元转子动力学模型.....	21
图 3.3 叶片转子连接示意图.....	25
图 3.4 碰摩模型示意图.....	28
图 3.5 碰摩计算流程图.....	29
图 3.6 转子试验器模型图.....	30
图 3.7 碰摩模型间隙图.....	33
图 3.8 机匣 3 节点（安装节平面）径向水平加速度响应.....	34
图 3.9 各叶片法向碰摩力值.....	34
图 3.10 机匣 3 节点（安装节平面）径向水平加速度响应频谱图.....	35
图 3.11 叶片 1 弯曲方向（ y' ）振动加速度	35
图 3.12 叶片 1 弯曲方向（ y' ）振动加速度频谱图.....	35
图 3.13 两点碰摩机匣径向水平加速度时域结果图.....	36
图 3.14 两点碰摩机匣径向水平加速度频谱图.....	36
图 3.15 各叶片碰摩力结果图.....	36

图 3.16 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度	36
图 3.17 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度频谱图	37
图 4.1 含裂纹-碰摩故障转子-叶片-支承-机匣耦合动力学求解流程	38
图 4.2 叶片 1 弯曲振动位移响应 (2040r/min)	40
图 4.3 转盘振动加速度响应 (2040r/min)	40
图 4.4 机匣振动加速度响应 (2040r/min)	41
图 4.5 叶片 1 振动位移响应 (4080r/min)	41
图 4.6 转盘振动加速度响应 (4080r/min)	42
图 4.7 机匣振动加速度响应 (4080r/min)	42
图 4.8 叶片 1 弯曲振动位移三维瀑布图	43
图 4.9 转盘振动加速度三维瀑布图	43
图 4.10 机匣振动加速度三维瀑布图	44
图 4.11 叶片 1 弯曲振动位移响应 (2040r/min)	45
图 4.12 转盘振动加速度响应 (2040r/min)	45
图 4.13 机匣振动加速度响应 (2040r/min)	46
图 4.14 叶片 1 振动位移响应 (4080r/min)	46
图 4.15 转盘振动加速度响应 (4080r/min)	47
图 4.16 机匣振动加速度响应 (4080r/min)	47
图 4.17 叶片 1 弯曲振动位移三维瀑布图	48
图 4.18 转盘振动加速度三维瀑布图	48
图 4.19 机匣振动加速度三维瀑布图	49
图 5.1 苏试 DC-300 型电动振动台	50
图 5.2 疲劳试验实物图	51
图 5.3 叶片全寿命试验结果	51
图 5.4 直板叶片渗透检测结果	51
图 5.5 激光位移传感器测试现场布置图	52
图 5.6 裂纹叶片超谐共振 (25.12Hz) 下的叶尖振动结果	53
图 5.7 健康叶片超谐共振 (30.78Hz) 下的叶尖振动结果	53
图 5.8 裂纹叶片共振 (48.42Hz) 下叶尖振动结果	53
图 5.9 健康叶片共振 (62.12Hz) 下叶尖振动结果	53
图 5.10 航空发动机转子试验器	54
图 5.11 转子试验器剖面图	54
图 5.12 传感器安装图	54
图 5.13 碰摩装置	54
图 5.14 无碰摩情况下机匣加速度响应结果	55
图 5.15 碰摩机匣上测点加速度时域曲线图	56
图 5.16 碰摩机匣上测点加速度时域曲线局部放大图	56
图 5.17 碰摩机匣上测点加速度频谱图	56
图 5.18 碰摩机匣上测点加速度频谱局部放大 A	56
图 5.19 碰摩机匣上测点加速度频谱局部放大 B	57
表 2.1 叶片详细参数表	15
表 3.1 转子模型阶梯段	30

表 3.2 转子单元材料参数以及尺寸信息.....	30
表 3.3 转盘信息	31
表 3.4 叶片与转盘连接信息.....	31
表 3.5 机匣模型控制点.....	31
表 3.6 机匣模型单元信息.....	32
表 3.7 转子-机匣连接参数	32
表 3.8 转子-机匣连接支承的节点关系	32
表 3.9 机匣-基础安装节连接参数	33
表 3.10 机匣-基础安装节连接节点关系	33

注释表

n	叶片梁单元个数	$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$	位移、速度、加速度
l_k	第 k 个单元的长度	T	变换矩阵
b	叶片单元的宽度	K, M, G	单元刚度、质量、陀螺矩阵
h	叶片单元的厚度	$\mathcal{N}_{\varphi 1}, \mathcal{N}_{\varphi 2}, \mathcal{N}_{\varphi 3}, \mathcal{N}_{\varphi 4}$	形状函数
a	裂纹深度	$\mathbf{Q}$	外力
ζ	裂纹深度比	V, M, T	剪力、弯矩、扭矩
x	裂纹处与左节点的距离	E, G, I	弹性模量、剪切模量、面积
δ	裂纹位置比	ν	泊松比
P_i	梁单元上的作用力	A_c	裂纹横截面积
δ_i^e	单元的节点位移	K_i^I, K_i^{II}	应力强度因子
U, U^o, U^c	单元的应变能	G_c, g_{ij}	裂纹单元柔度矩阵及各项
$K_i^I, K_i^{II}, K_i^{III}$	应力强度因子	T	变换矩阵
I	面积矩	σ	应力
κ	剪切系数	r	裂纹接触面积因子
$\mathbf{C}$	阻尼矩阵	f_{c1}, f_{c2}	裂纹叶片固有频率
f_{closed}, f_{open}	开裂纹、正常叶片固有频率	f_r	旋转频率
f_e	气流激励频率	A	截面面积
$\mathbf{M}_{Te}$	转子质量矩阵	$\mathbf{M}_{Re}$	转子质量惯性矩阵
d, D	转子内径、外径	L	单元长度
J	截面极惯性矩	φ_s	剪切变形系数
A_s	有效抗剪面积	A_s	旋转矩阵
F, M	力、力矩	k, k_r	连接刚度、碰摩刚度
c	连接阻尼	Φ	不平衡相位
A_f	气流载荷幅值	EO	气流激励阶数
θ	角度	f	摩擦系数
C	变形量	D	初始间隙

缩略词

缩略词	英文全称
BTT	Blade tip timing
FOD	Foreign Object Damage

第一章 绪论

1.1 引言

航空发动机作为飞机的“心脏”，各部件的强度、寿命和可靠性对飞机的性能水平与运行稳定性起到决定性的作用。其中，叶片是影响航空发动机安全性和效率的关键部件之一，也是最薄弱的部件之一。据相关资料统计，由振动引发的故障数占航空发动机故障总数 60%以上，其中叶片振动引发的故障数又占振动引发的故障数的 70%以上^[1]。例如，某系列飞机的发动机在 1975 年至 2002 年 6 月期间，仅由叶片故障引发的较严重的发动机事故就多达 69 起^[2]。在国外，叶片故障曾导致 F-16 歼击机发生过 A 级重大事故及 RB21122B 型发动机的严重事故^[3]。

叶片损伤的来源复杂，包括制造过程中存在的初始缺陷、极端工作环境下复杂的气流激励、转子不平衡所产生的离心力等因素，这些都可能导致叶片产生高周疲劳进而导致出现裂纹。此外，发动机吸入小硬物颗粒造成叶片外物损伤(Foreign Object Damage, FOD)也是导致叶片故障的常见原因，这些损伤可能导致整机产生故障甚至发生重大事故。图 1.1 展示了一些发动机叶片的损伤实物图。因此，为了避免破坏性事故的发生，提升发动机运行安全性，开展叶片的在线监测研究显得尤为重要。

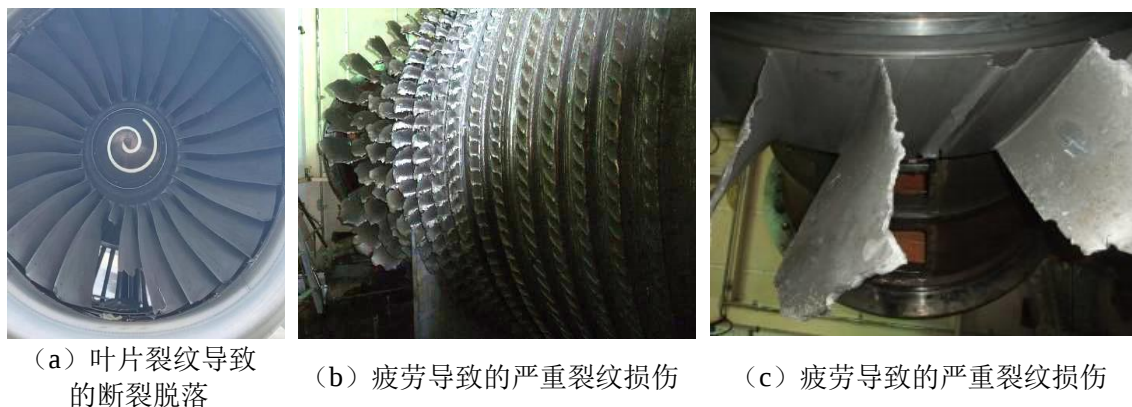


图 1.1 发动机叶片损伤实物图

在实际运行中，叶片裂纹和转静碰摩故障通常是以耦合故障的方式出现。具体来说，旋转的叶片一旦出现裂纹，叶尖间隙将会随之减小，从而导致转静碰摩故障的发生。而转静碰摩又会产生周期冲击力作用在叶片上，进一步促进裂纹的扩展。例如，在我国 AGT-110 型燃气轮机的叶片断裂故障中，该发动机压气机叶片的裂纹疲劳扩展循环次数为 1.94×10^5 次；若裂纹由碰摩引起，根据断口分析，裂纹萌生到断裂时间约为 64.6 分钟。这为有效监测叶片裂纹提供了宝贵的时间窗口。

然而，目前对裂纹与碰摩耦合故障引起的整机振动机理尚缺乏系统的理解，特别是裂纹和

碰摩之间诱发叶片复杂非线性动力学行为的机理尚未明晰。因此，为了实现叶片裂纹的在线监测，亟需深入研究叶片裂纹与碰摩耦合故障的动力学机理，提取相关故障特征，以为叶片裂纹和碰摩故障的监测与诊断提供理论基础和技术支撑。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 转子叶片裂纹故障非线性振动分析及在线监测方法研究现状

(1) 裂纹模型

旋转叶片在长期稳定运行过程中，受到持续的机械载荷、环境应力以及外部因素（如外物入侵和叶尖碰摩等）的影响，难以避免地会出现疲劳损伤。随着这些损伤的进一步发展，可能导致裂纹的萌生和扩展。裂纹的产生不仅会显著改变叶片的动态特性，还会影响其结构安全性。因此，裂纹的理论建模和分析成为旋转机械领域的研究热点。当前，常见的裂纹理论模型主要包括两类：即常开裂纹模型和呼吸裂纹模型。

常开裂纹模型是指裂纹面始终保持张开状态的裂纹模型。由于叶片的两个裂纹面不接触，存在该类型裂纹时，会导致叶片等效刚度的降低。PAPADOPOULOS 等^[4]通过理论推导给出了含常开裂纹单元的柔度矩阵，并分析了转轴上的裂纹对转子固有频率的影响，如图 1.2 所示。常开裂纹模型较为简单，适用于描述裂纹始终处于张开状态下叶片的动力学特性，并且已有较为成熟的研究成果。然而，在裂纹的萌生阶段，或当裂纹还未完全贯穿时，裂纹面的接触面积会随着叶片的振动而发生变化，并非一直处于张开状态。因此，在这些情况下，常开裂纹模型就无法准确反映裂纹的复杂动态行为。

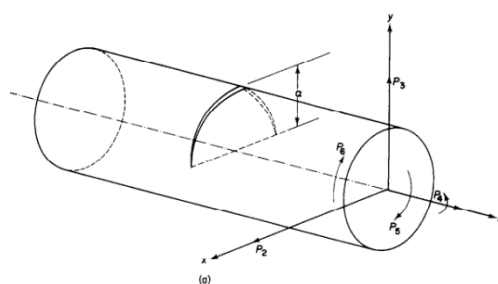


图 1.2 常开裂纹示意图

呼吸裂纹模型则是在实际应用中得到更广泛应用的一种模型。在旋转叶片中，裂纹的接触面会随着叶片振动周期性地开闭，这一现象类似于人体的呼吸过程，因此被称为“呼吸裂纹”^[5-13]。呼吸裂纹的关键特征是裂纹接触面在振动过程中是时变的。与非穿透裂纹或早期裂纹行为相似，这种动态变化常常被视作裂纹在振动下的时变特征。近年来，裂纹建模的研究逐步转向呼吸裂纹模型。

最早由 Gasch^[8]提出的方波裂纹模型是一种简化的呼吸裂纹建模方法。在这一模型中，裂纹

的开闭过程被模拟为铰链弹簧机制, 裂纹的接触状态瞬间发生跳变, 如图 1.3 所示。也就是说, 裂纹的开闭是一个突变过程, 且裂纹接触面随振动过程的中间状态变化未被考虑。方波模型假设裂纹要么完全张开, 要么完全闭合, 因此引发的叶片刚度变化呈跳跃式, 这也是该模型常被称为双线性裂纹模型的原因。Dimarogonas 等^[10]和 Patel 等^[11]均采用该方波模型, 对含裂纹旋转叶片的振动特性进行了研究。

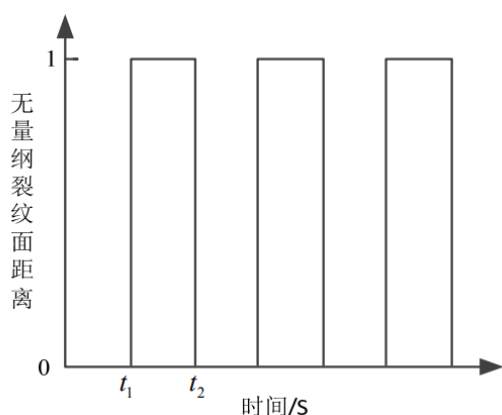


图 1.3 方波呼吸裂纹模型

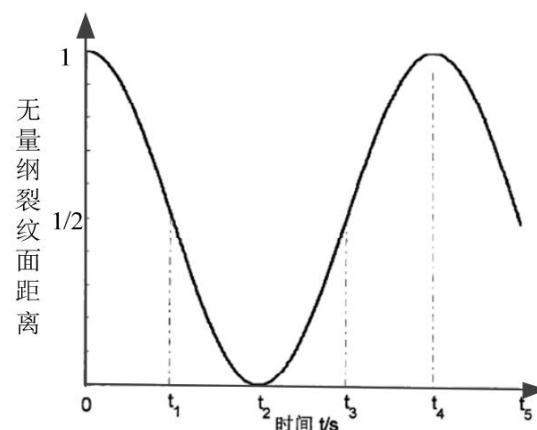


图 1.4 余弦呼吸裂纹模型

尽管方波模型简洁且易于计算, 但它未能准确模拟裂纹接触面开闭过程中的时变行为。为了更加精确地描述裂纹的时变特性, 后续研究者对裂纹建模方法进行了进一步改进。例如, 余弦呼吸裂纹模型基于裂纹接触面逐渐变化的特性, 提供了更精确的描述。Mayes 等^[12]采用一阶连续的余弦函数来描述裂纹开闭的过渡过程, 如图 1.4 所示, 该模型考虑了叶片振动引起裂纹接触面逐渐变化的过程, 能够比方波模型更真实地反映裂纹的行为特性, 因此被广泛应用于含裂纹叶片的理论建模中。为了进一步提升裂纹建模的精确性, Zhao 等^[13]提出了一种基于裂纹接触区域变化的模型, 进一步考虑了裂纹接触面在叶片振动过程中发生的非线性变化, 使得裂纹闭合和张开的过程得到更加真实的描述。与余弦模型相比, 这一模型能够更精确地描述裂纹的状态。

综上所述, 旋转叶片裂纹的建模方法已从最初的常开裂纹模型逐步发展为更加精确的呼吸裂纹模型。随着裂纹行为的复杂性不断增加, 研究者们持续对裂纹模型进行精细化改进, 从最简单的方波模型到考虑裂纹接触面时变特性的余弦模型, 再到基于裂纹接触区域变化的非线性模型, 裂纹建模方法的不断完善推动了其在工程实践中的广泛应用。

(2) 含裂纹叶片建模

早期关于含裂纹旋转叶片的动力学建模分析主要侧重于从机理层面进行研究, 采用集中参数模型对叶片进行简化建模。这种方法研究裂纹对叶片模态参数、振动响应特性等的影响, 主要目的是探讨裂纹对叶片振动特性的原理性影响。在这种模型中, 裂纹通常通过附加刚度和附加阻尼等方式引入, 反映裂纹对叶片动力学特性的改变。通过这种建模分析, 可以提取裂纹出

现后的叶片振动特征，为裂纹诊断提供理论基础和模型依据。Hou^[14]采用集中质量梁建立了多叶片盘模型，使用质量点和无质量弹簧模拟叶片，其将叶片裂纹表示为根部有贯通裂纹的梁，如图 1.5 所示。采用柔度矩阵法考虑了局部刚度的降低。分析了调谐系统和在叶片根部引入不同深度裂纹的失谐系统叶片盘的动态特性。

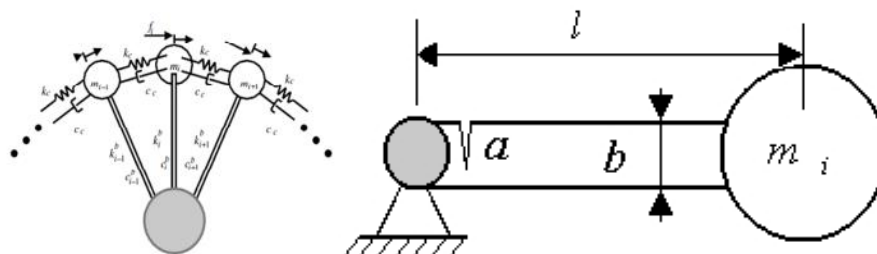


图 1.5 集中质量叶片模型

后期为进一步提高叶片模型的模拟精度，国内外部分学者采用连续参数模型对含裂纹单叶片进行振动建模分析。王璋奇等^[15]将裂纹用弹性铰链进行等效，含裂纹单叶片动力学建模问题转化为通过弹性铰链连接的两段梁的振动建模问题，研究了裂纹深度与位置的改变对含裂纹叶片固有频率的变化规律；Qian 等^[16]提出了基于 FRANC3D 和 ANSYS 软件的裂纹扩展路径联合仿真分析方法以及基于壳单元理论，其将裂纹考虑为双线性裂纹模型，如图 1.6 所示，对单叶片建立了具有真实裂纹扩展路径的悬臂板动力学模型。并进行了振动台单叶片带预制裂纹的共振疲劳试验，通过对比不同预制裂纹长度对固有频率的影响，以及不同裂纹扩展长度对固有频率的影响，得到了裂纹扩展长度与共振频率之间的关系可以用四次多项式表示的结论，验证了其模型的准确性。

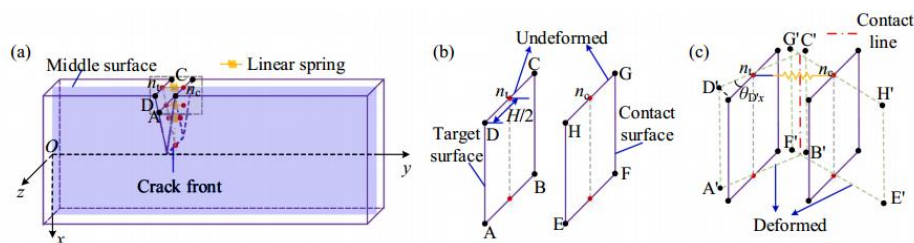


图 1.6 叶片裂纹有限元模拟图

吴志渊等^[17]基于有限元法，采用梁单元对转轴建模；基于假设模态法，采用 Kirchhoff 板理论对轮盘建模，并采用 Timoshenko 梁理论对叶片进行建模；同时考虑了呼吸裂纹，建立了转轴-轮盘-裂纹叶片耦合系统动力学模型。分析了气流激励、重力、转子不平衡力的单独激励以及复合激励对叶尖弯曲位移振动的影响，发现转子不平衡力会在叶片的弯曲振动上产生常值分量，出现裂纹后会使得常值分量增大。Zyad^[18]推导了转子系统及其部件运动方程的方程，并考虑了裂纹的影响。这些方程将基于有限元方法建模和分析裂纹转子-轴承系统支持的线性刚度轴承。这些方程将包括旋转惯量、陀螺仪力矩、不平衡、横向剪切、横向裂纹（开放和呼吸裂纹）以

及轴承的刚度和阻尼的影响。采用有限元方法建立了轴、盘和轴承的模型，矩阵组装如图 1.7 所示。张开裂纹和呼吸裂纹有限元模型的刚度矩阵均表示为时变矩阵。建立并说明了这些模型与裂纹效应的相互作用，以分析完整和裂纹转子-盘-轴承系统的动力学。建立了裂纹转子-盘-轴承系统及其部件运动方程的数学表达式。这些模型在 Matlab 环境下以脚本形式呈现，并使用商用有限元分析软件 Ansys 进行了验证。

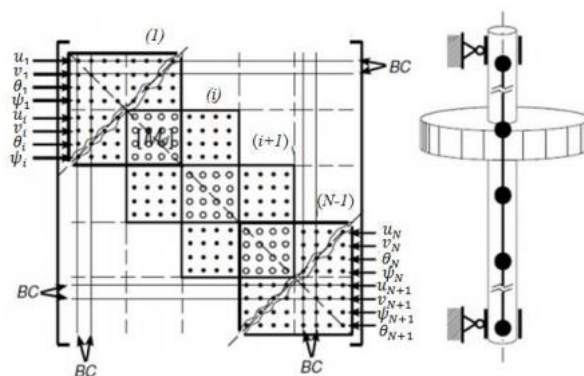


图 1.7 含裂纹轴转子动力学矩阵组装示意图

Shiryayev 等^[19]人利用有限元分析软件建立涡轮叶盘的整体有限元模型，有限元模型由四个基本部分组成：两个部分代表轮毂的左右半部分，两个部分组成每个叶片，如图 1.8 所示。叶片下部与轮毂外表面重合。这种模型结构为建模一个或多个裂缝以及选择它们的位置和大小提供了很大的灵活性。并对叶片出现裂纹时的振动特征进行仿真分析。

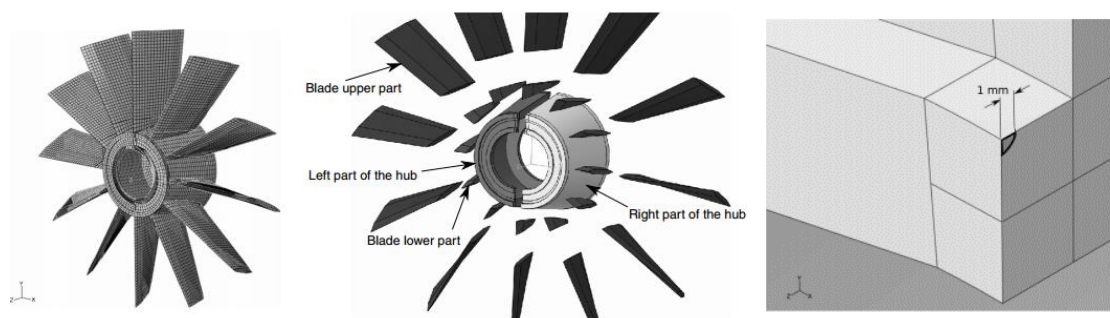


图 1.8 有限元方法模拟叶片裂纹

(3) 叶片裂纹在线监测方法

针对裂纹在线监测问题，徐海龙^[20]提出了一种基于叶尖定时（Blade Tip Timing, BTT）方法的试验装置，该装置包含三个传感器，并能够在叶片上施加气流激励。在叶片预先存在裂纹的情况下，系统通过同步共振条件下的叶尖定时技术，测量并获取各叶片的固有频率和振动幅值。实验结果表明，裂纹叶片的固有频率与振动幅值的比值与未裂纹叶片相比，其比值显著增大。进一步地，研究者采用压缩感知理论对 BTT 数据进行欠采样处理，并通过多叶片振动盲重构技术进行分析。结果显示，裂纹叶片在弯曲振动响应中的二次谐波成分明显高于其他叶片。这项

研究成功实现了旋转叶片裂纹的 BTT 非接触在线监测,为叶片健康监测提供了一种新的有效手段。

综上所述,关于含裂纹叶片的动力学建模研究经历了从集中质量模型到有限元模型的逐步发展。然而,在整机系统中考虑叶片裂纹的研究仍较为有限,需要进一步的探索和完善。

1.2.2 转子碰摩故障非线性动力学分析及诊断方法研究

航空发动机结构及典型部位的碰摩如图 1.9 所示。从图中可见,转静子整体极为紧凑,结构部件繁多,各部件特征差异大,在服役期内会出现多种多样的碰摩:(1)不同部位的碰摩,如静叶-旋转鼓筒^[21,22]、叶片-机匣/篦齿密封组件^[23-27]、高-低压转子轴间的碰摩等;(2)不同方式的碰摩,如轴向和径向的碰摩。其中,转子系统径向碰摩、叶片-机匣径向碰摩是航空发动机中最关注的 2 类碰摩故障。

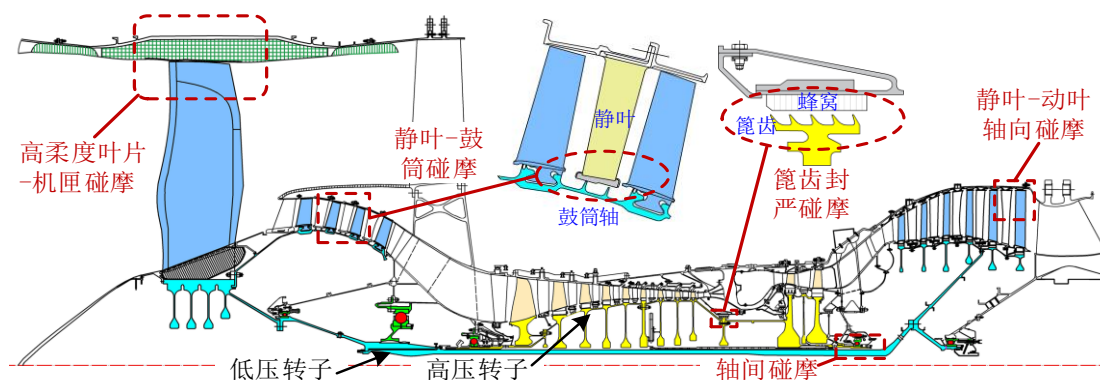


图 1.9 航空发发动机结构及典型部位的碰摩

由于不同部位的结构件力学特性差异较大,即使是同类碰摩,若发生位置不同,转静件的力学行为和系统响应特征也会表现出显著差异。按照转/静接触面积的不同可以将转/静碰摩分为:单点碰摩^[30]、局部碰摩、全周碰摩^[31-33]。

单点碰摩是指在旋转过程中,转子与静子发生点接触的故障现象,主要以碰撞反弹的冲击为主,类似于脉冲激励。北京航空航天大学李群宏^[34]讨论了一类刚性约束转子系统单点碰摩周期运动的存在性,给出了其存在的参数范围,用实例进行了验证,最后研究了单点碰摩周期运动的不存在性。胡芑庆^[35]使用圆盘和刚性顶杆模拟了单点碰摩试验,研究了转子系统中动静件发生激烈碰摩时系统的振动特征规律并且根据碰摩故障的发展历程,将碰摩严重程度划分为刚开始碰触、早期尖锐型触碰、中期半尖锐型碰摩和晚期平钝型碰摩 4 个阶段。

局部碰摩是指在旋转过程中,转子与静子上多点某一个或几个区域相接触的现象,相比于单点碰摩而言,其故障特征更复杂,涉及了摩擦和冲击耦合的影响。臧朝平^[36]分析了转子系统局部碰摩故障的模糊诊断、灰色关联诊断及神经网络模型诊断等方法,提出了一种转子碰摩故障模拟试验系统,并对试验结果进行了验证。姚红良^[37]采用 Raccati 传递矩阵和 Newmark- β 法相

结合的瞬态传递矩阵法,建立了多跨转子系统局部碰摩的动力学模型,发现了其中的拟周期混沌等丰富的非线性现象,同时验证了该方法的可行性。袁惠群^[38]研究了有无非线性碰摩力对局部碰摩转子系统分叉与混沌行为等非线性特征的影响,以及参数变化对转子混沌运动状态的影响。Torkhani^[39]提出了一种适用于实际旋转机械的模型,研究了轻度、中度和重度的局部碰摩,并进行了试验验证。

整周碰摩是指在旋转过程中,转子与静子始终接触且接触位置沿静子整周运动的碰摩形式。主要体现为转子的碰撞反弹,且转速越高,法向碰摩力越大,碰撞反弹越剧烈。转速和接触刚度都会产生很大的法向碰摩力,接触阻尼会衰减碰摩力,转静子摩擦因数会减弱法向碰摩力^[40]。整周碰摩还存在霍普夫分叉现象且是超临界分叉^[41]。闻静^[42]研究了单盘转子摩擦热碰摩响应特性,并与未考虑摩擦热效应的碰摩响应进行了对比。发现考虑摩擦效应时,发生同步整周碰摩的转速范围整体缩小,转子径向位移增大,摩擦热降低了同步整周碰摩的稳定性。

在碰摩故障动力学模型的研究方面,目前主要存在以下几种建模方法:1) 弹簧模型:根据法向摩擦力与侵入深度之间的关系,可将其分为线性弹簧和非线性弹簧两类^[43-47],这些模型在转子-定子碰摩的传统领域中得到了广泛应用。2) 脉冲函数模型:针对点摩或偏摩等典型的摩擦形式^[48],法向碰摩力往往呈现出周期脉冲载荷的特性,因此可以采用半正弦波脉冲、矩形脉冲、锯齿脉冲等多种脉冲力来模拟叶片-机匣局部碰摩现象^[49-54]。3) 基于准静态假设与碰撞能量守恒的碰摩模型:该模型能够充分考虑叶片的物理尺寸、转速、圆盘半径以及机匣刚度等因素对模型的影响^[55-57]。4) 碰摩约束模型:该模型考虑了接触带来的附加约束,可以更全面地描述叶片与机匣接触过程中的动态行为^[58]。5) 基于接触动力学的碰摩模型:该模型基于解析或有限元方法,将叶片-机匣碰摩模拟为包含冲击、摩擦和初始间隙的接触问题^[59-64]。然而,需要注意的是,现有文献主要基于健康叶片进行碰摩故障下叶片动力学特性分析,而对于存在裂纹的叶片,其变形机理将发生变化,这与现有碰摩模型的假设条件存在偏差,因此不适宜直接用于模拟裂纹叶片的碰摩故障。

关于转静子碰摩故障的诊断研究,陈果等^[65]利用航空发动机转子试验器进行了单点碰摩和多点碰摩故障试验,通过分析数据得到了碰摩过程中机匣的振动响应频谱中将出现叶片通过频率,以及附近出现边频带,并结合发动机数据进行了验证。Wang 等^[66,67]建立了考虑中间轴承和陀螺扭矩的双转子-叶片-机匣系统有限元模型,分析了转子和机匣的振动特性。研究发现,机匣振动加速度信号具有明显的周期性冲击特征,可用于叶片-机匣碰摩故障诊断。Thiery^[68]对具有三个刚性叶片的 Jeffcott 转子系统,忽略叶片的振动,研究了初始不对中引起的碰擦故障,分析了系统的非线性振动特性,并从分岔图和瀑布图两方面对数值模拟结果与实验结果进行了比较。

国内外学者关于碰摩故障下转子系统的动力学研究大多采用转静子碰摩模型,忽略叶片结

构；而对于叶片机匣的碰摩研究目前主要集中于碰摩故障对叶片和机匣振动的影响，对叶片-机匣碰摩故障下转子系统的研究主要针对于 Jeffcott 转子系统，对复杂转子系统在叶片-机匣碰摩故障下的动力学特性研究较少，叶片-机匣碰摩故障很少在整机振动中体现，碰摩与裂纹耦合故障研究也比较少见。需要开展裂纹-碰摩耦合故障在整机振动下的响应特征分析。

1.3 本文的内容安排

本文主要针对叶片裂纹-碰摩耦合故障问题，开展了单叶片系统的建模以及呼吸裂纹故障建模，分析了裂纹故障的故障特征。随后建立包含裂纹和碰摩故障的叶片-转子-机匣-支承动力学模型，分析了在整机下裂纹故障的叶片弯曲位移振动响应、机匣加速度振动响应和转盘的振动加速度响应，得到了裂纹故障和裂纹碰摩耦合故障的故障特征。随后进行了叶片裂纹振动台试验和单点碰摩试验对裂纹模型与碰摩模型进行了初步验证。

本文的主要章节安排如下：

第一章介绍了课题研究的背景和意义，以及国内外研究现状，主要包括裂纹故障模型的研究，含裂纹的叶片动力学模型研究，叶片裂纹的在线监测研究，碰摩故障的动力学建模研究以及碰摩故障诊断的相关内容。总结了本文的研究内容与后续的章节安排。

第二章，建立了旋转叶片裂纹故障动力学模型。首先，采用有限元法建立叶片模型，并从断裂力学角度推导出裂纹单元的柔度矩阵。然后，基于叶片振动过程中裂纹面端点的应力情况，构建了裂纹呼吸模型。通过对比裂纹叶片的固有频率和动态响应，验证了模型的有效性。最后，分析了不同裂纹深度对叶片叶尖弯曲振动响应、裂纹面弯曲刚度系数以及弯矩最大贡献点应力的影响。

第三章，建立了叶片-转子-机匣-支承耦合整机动力学模型，首先使用梁单元建立了转轴模型，使用集中质量模型建立了转盘模型，和转轴单元共同组装转子单元的矩阵。使用忽略旋转效应的梁建立机匣模型，机匣与转子模型之间使用弹簧力进行连接，而机匣与安装节也使用弹簧力进行连接，叶片与转子也在盘节点使用弹簧与转轴进行连接。同时，在整机模型中加入了考虑机匣局部变形的碰摩模型，进行了单点碰摩和多点碰摩的仿真。

第四章，将裂纹故障到第三章所建立的整机模型中，分析了裂纹故障下叶片振动位移，机匣和转盘振动加速度响应特征。在此基础上耦合上叶片-机匣碰摩故障，分析力叶片周向振动位移、机匣和转盘的加速度振动响应的特征。

第五章，为了验证裂纹故障模型和碰摩故障模型，首先在振动台上进行了叶片全寿命疲劳试验，在确定叶片产生裂纹后，在振动台上进行了含裂纹叶片的振动响应试验，与仿真结论进行了对比验证。同时在试验器上进行了转静子碰摩试验，并与仿真的碰摩故障特征进行了对比验证。

第六章，总结了本文主要研究内容，展望后续工作。

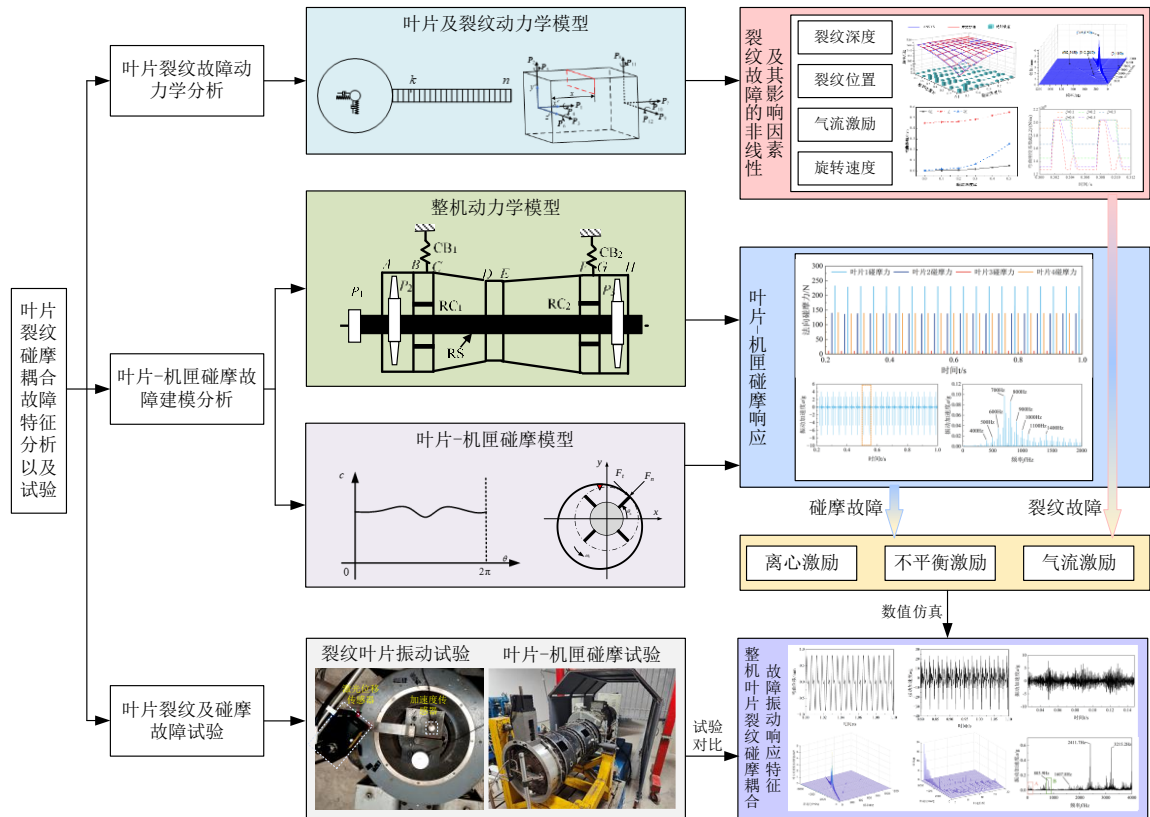


图 1.10 本文总体框架图

第二章 叶片裂纹故障动力学建模与分析

2.1 引言

叶片是航空发动机的关键部件之一，也是其最薄弱的环节。统计数据显示，由振动引发的故障占航空发动机总故障的 60% 以上，其中由叶片振动引起的故障占振动故障的 70% 以上。旋转叶片始终处于高温、高压、高转速等极端工作环境中。交变载荷、气动力和异物损伤引起的高周疲劳对叶片的使用寿命有一定影响，导致叶片出现裂纹，影响旋转机械的性能。因此，研究旋转裂纹叶片的振动特性，对于提高叶片的可靠性，为裂纹故障诊断提供辅助，具有重要的工程意义。

本章建立了叶片裂纹故障的动力学模型。首先，采用有限元法构建了叶片的动力学模型，并结合断裂力学理论推导出裂纹单元的柔度矩阵。然后，根据叶片振动过程中裂纹面端点的应力状态，提出了裂纹呼吸模型。通过对比分析裂纹叶片的固有频率和动态响应，验证了所建模型的有效性。在此基础上，进一步分析了不同裂纹深度比和不同裂纹位置比对叶片叶尖弯曲振动响应、裂纹面弯曲刚度系数以及弯矩最大贡献点应力的影响。

2.2 含呼吸裂纹叶片动力学模型

2.2.1 裂纹叶片动力学建模

将叶片离散为 n 个矩形梁单元，如图 2.1 所示。各单元均采用 6 自由度的 Timoshenko 梁单元进行建模，健康叶片单元刚度、质量矩阵已由文献[71]给出。对含裂纹的叶片梁单元进行单独建模，假设裂纹不影响单元的质量矩阵，只改变单元的刚度矩阵。矩形裂纹梁单元的示意图如图 2.2 和图 2.3 所示，假定其为第 k 个单元，其长度为 l_k ，宽度为 b ，厚度为 h ，裂纹深度为 a ，裂纹深度比 ζ 定义为裂纹深度与叶片厚度的比值，裂纹与左节点的距离为 x ，裂纹位置比 δ 则是 x 与叶片总长度的比值。

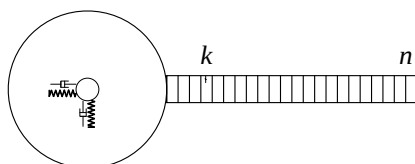


图 2.1 盘叶片系统示意图

在矩形梁单元上作用有剪力 P_2 、 P_3 和 P_8 、 P_9 ，弯矩 P_4 、 P_5 和 P_{11} 、 P_{12} ，轴向力 P_1 和 P_7 ，扭转矩 P_6 和 P_{10} 。单元的节点位移 δ_i^e 可由 Castigliano 定理确定：

$$\delta_i^e = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{P}_i} \quad (2.1)$$

式中, U 单元的总应变能, U 可分为无裂纹梁单元的应变能 U^o 和裂纹引起的附加应变能 U^c 。裂纹单元的柔度系数表示为:

$$g_{ij} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}_j} (\delta_i^e) = \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{P}_i \partial \mathbf{P}_j} (U^o + U^c) = g_{ij}^o + g_{ij}^c \quad (2.2)$$

式中, U^o 为无裂纹梁单元的应变能, U^c 为裂纹引起的附加应变能。

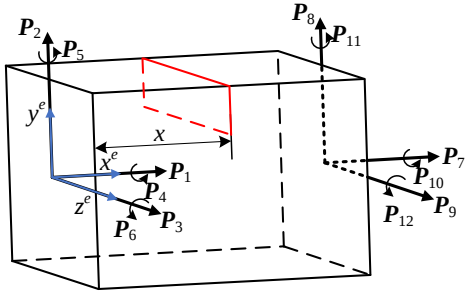


图 2.2 裂纹叶片单元示意图

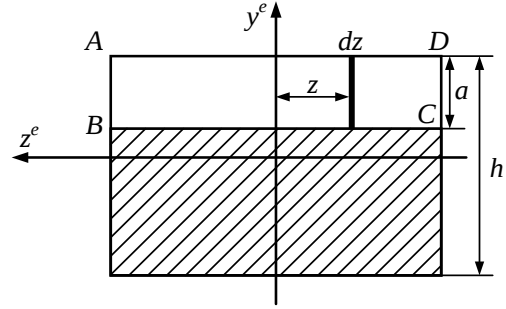


图 2.3 裂纹面示意图

在考虑轴向力、扭矩、弯矩和裂纹截面处的剪切作用情况下, 未开裂梁单元 U^o 的应变能可表示为:

$$U^o = \frac{1}{2} \int \left[\frac{\kappa V_1^2}{GA} + \frac{\kappa V_2^2}{GA} + \frac{M_1^2}{EI_1} + \frac{M_2^2}{EI_2} + \frac{T^2}{GI_o} + \frac{F^2}{AE} \right] dx \quad (2.3)$$

式中, V_1 、 V_2 为剪力, M_1 、 M_2 为弯矩, T 为扭转力矩, F 为轴向力。A 为梁单元截面面积, κ 为剪切系数, E 为弹性模量, G 为剪切模量, I_1 、 I_2 为截面的面积矩, I_o 为极惯性矩。

根据作用在有限元上的节点力以及单元参数, 式 (2.3) 可表示为:

$$U^o = \frac{1}{2} \int \left(\frac{P_1^2}{EA} + \frac{\kappa P_2^2}{GA} + \frac{\kappa P_3^2}{GA} + \frac{(xP_2 - P_6)^2}{EI_z} + \frac{(xP_3 + P_5)^2}{EI_y} + \frac{P_4^2}{G(I_z + I_y)} \right) dx \quad (2.4)$$

式中, P_2 、 P_3 为剪力, $xP_2 - P_6$ 、 $xP_3 + P_5$ 为弯矩, P_4 为扭矩, P_1 为轴向力。A 为梁单元截面面积, κ 为剪切系数, E 为弹性模量, G 为剪切模量, I_z 、 I_y 为截面的面积矩。

裂纹引起的附加应变能 U^c 可表示为^[9]:

$$U^c = \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_i^I \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{II} \right)^2 + (1+\nu) \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{III} \right)^2 \right] dA_c \quad (2.5)$$

式中, $E' = E/(1-\nu)$, ν 为泊松比, A_c 为裂纹横截面积。 K_i^I 、 K_i^{II} 、 K_i^{III} ($i=1,2,\dots,6$) 分别对应 I 型裂纹 (张开型)、II 型裂纹 (滑开型)、III 型裂纹 (撕开型) 的应力强度因子。针对横向裂纹, 轴向力 P_1 , 剪力 P_2 、 P_3 在裂纹截面引起的力矩, 弯矩 P_5 、 P_6 对 I 型裂纹有贡献; 剪力 P_2

和扭矩 P_4 对II型裂纹有贡献；剪力 P_3 和扭矩 P_4 对III型裂纹有贡献。应力强度因子可表示为：

$$K_1^I = \frac{P_1}{bh} \sqrt{\pi a} F_1(a/h), K_5^I = \frac{z(xP_3 + P_5)}{I_y} \sqrt{\pi a} F_1(a/h), K_6^I = \frac{h(xP_2 - P_6)}{2I_z} \sqrt{\pi a} F_2(a/h), K_2^I = K_3^I = K_4^I = 0 \quad (2.6)$$

$$K_2^{II} = \frac{\kappa P_2}{bh} \sqrt{\pi a} F_{II}(a/h), K_4^{II} = \frac{zP_4}{(I_y + I_z)} \sqrt{\pi a} F_{II}(a/h), K_1^{II} = K_3^{II} = K_5^{II} = K_6^{II} = 0 \quad (2.7)$$

$$K_3^{III} = \frac{\kappa P_3}{bh} \sqrt{\pi a} F_{III}(a/h), K_4^{III} = \frac{hP_4}{2(I_y + I_z)} \sqrt{\pi a} F_{III}(a/h), K_1^{III} = K_2^{III} = K_5^{III} = K_6^{III} = 0 \quad (2.8)$$

其中：

$$\begin{aligned} F_1(a/h) &= \sqrt{\frac{2h}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2h}\right)} \frac{0.752 + 2.02(a/h) + 0.37[1 - \sin(\pi a/2h)]^3}{\cos(\pi a/2h)}, \\ F_2(a/h) &= \sqrt{\frac{2h}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2h}\right)} \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi a/2h)]^4}{\cos(\pi a/2h)}, \\ F_{II}(a/h) &= \frac{1.122 - 0.561(a/h) + 0.085(a/h)^2 + 0.18(a/h)^3}{\sqrt{(1 - (a/h))}}, \\ F_{III}(a/h) &= \sqrt{\frac{2h}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

将式 (2.6) 至式 (2.9) 带入式 (2.5)，再带入式 (2.2) 可得裂纹梁单元柔度矩阵 G_c 的各项为：

$$\left\{ \begin{aligned} g_{11} &= \frac{L}{EA} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \frac{2}{b^2 h^2} \pi a F_1^2 dA_c, \\ g_{22} &= \frac{L^3}{3EI_z} + \frac{\kappa L}{GA} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\frac{2\kappa^2}{b^2 h^2} \pi a F_{II}^2 + \frac{h^2 x^2}{2I_z^2} \pi a F_2^2 \right] dA_c, \\ g_{33} &= \frac{L^3}{3EI_y} + \frac{\kappa L}{GA} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\frac{2(1+\nu)\kappa^2}{b^2 h^2} \pi a F_{III}^2 + \frac{2z^2 x^2}{I_y^2} \pi a F_1^2 \right] dA_c, \\ g_{44} &= \frac{L}{G(I_y + I_z)} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\frac{2z^2}{(I_z + I_y)^2} \pi a F_{II}^2 + \frac{2(1+\nu)h^2}{(2I_z + 2I_y)^2} \pi a F_{III}^2 \right] dA_c, \\ g_{55} &= \frac{L}{EI_y} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\frac{2z^2}{I_y^2} \pi a F_1^2 \right] dA_c, g_{66} = \frac{L}{EI_z} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \left[\frac{h^2}{2I_z^2} \pi a F_2^2 \right] dA_c, \\ g_{21} &= \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \frac{\pi a F_1 F_2}{b I_z} dA_c, g_{43} = \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \frac{\kappa(1+\nu)}{b(I_z + I_y)} \pi a F_{III}^2 dA_c, \\ g_{53} &= \frac{L^2}{2EI_y} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} \frac{2z^2 x}{I_y^2} \pi a F_1^2 dA_c, g_{61} = \frac{1}{E'} \iint_{A_c} -\frac{\pi a F_1 F_2}{b I_z} dA_c, \\ g_{62} &= -\frac{L^2}{2EI_z} + \frac{1}{E'} \iint_{A_c} -\frac{h^2 x}{2I_z^2} \pi a F_2^2 dA_c \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

通过利用有限元静力平衡的变换矩阵 T ，可求得刚度矩阵。

$$q_{1-12} = T^T * q_{1-6} \quad (2.11)$$

变换矩阵为：

$$\mathbf{T}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & l_k \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -l_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

刚度矩阵为:

$$\mathbf{K}_{Crack} = \mathbf{T} * \mathbf{G}_c^{-1} * \mathbf{T}^T \quad (2.13)$$

而由于离心导致的刚度矩阵、旋转软化矩阵与健康单元一致。

2.2.2 呼吸裂纹模型

在裂纹面上, 轴向应力由轴向离心力 F_c 以及绕 y^e , z^e 轴的弯矩 M_y , M_z 共同作用。其中离心力^[71]和弯矩^[13]分别可表示为:

$$F_c = \rho \omega^2 \int_{L_c}^L (R_d + l) b h dl \quad (2.14)$$

$$M_y = -EI_y \frac{\partial \varphi}{\partial x}, M_z = EI_z \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.15)$$

式中, L 为叶片的总长度, L_c 为裂纹到叶根的距离, R_d 为盘的半径。 φ 和 ϕ 分别为绕 y^e 轴和 z^e 轴的转角, 可表示为^[72]:

$$\begin{aligned} \varphi &= \mathcal{N}_{\varphi 1} w_i + \mathcal{N}_{\varphi 2} \varphi_i + \mathcal{N}_{\varphi 3} w_j + \mathcal{N}_{\varphi 4} \varphi_j \\ \phi &= \mathcal{N}_{\phi 1} v_i + \mathcal{N}_{\phi 2} \phi_i + \mathcal{N}_{\phi 3} v_j + \mathcal{N}_{\phi 4} \phi_j \end{aligned} \quad (2.16)$$

式中, $\mathcal{N}_{\varphi 1}, \mathcal{N}_{\varphi 2}, \mathcal{N}_{\varphi 3}, \mathcal{N}_{\varphi 4}$ 为 $x^e o^e z^e$ 平面中弯曲的形状函数, $\mathcal{N}_{\phi 1}, \mathcal{N}_{\phi 2}, \mathcal{N}_{\phi 3}, \mathcal{N}_{\phi 4}$ 为 $x^e o^e y^e$ 平面中弯曲的形状函数。 v_i, v_j, w_i, w_j 分别为第 i, j 节点的 y^e 和 z^e 方向的弯曲位移, $\phi_i, \phi_j, \varphi_i, \varphi_j$ 分别为第 i, j 节点绕 z^e 和 y^e 轴的转动角度。

图 2.4 为裂纹面上各点示意图, 其上任意一点 $p(y_p, z_p)$ 处的轴向应力可表示为:

$$\sigma_p = \frac{M_z y_p}{I_z} - \frac{M_y z_p}{I_y} - \frac{F_c}{b h} \quad (2.17)$$

由于裂纹面平行于 $y^e o z^e$ 平面, 这意味着 M_y , M_z , F_c 都为定值, 故 σ_p 在平面上是单调变化的。因此, 可通过裂纹面四个端点的应力值来确定应力为零的边界线, 并据此求出边界上应力为零点的坐标。计算流程如图 2.5 所示。首先, 计算裂纹面四个端点处的应力值 $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C, \sigma_D$ 将大于 0 的设为 1, 小于 0 的设为 0, 并将这些应力值转换为四位二进制数 IF。基于这种二进制编码, 可以区分出 16 种应力分布状态。对于每一种状态, 可以确定应力为零点所在的边界线, 从而求得对应边界线上的应力为 0 点坐标 y_1, y_2, z_1, z_2 , 依此可计算裂纹接触面积因子 r , 其

中 $r = S_{open} / A_c$ ，其值可由式 (2.18) 计算得到。 $r=0$ 时裂纹全闭， $r=1$ 时裂纹全开。当 IF 为 5 和 10 时，理论上不会出现四个应力为零的点，所以该情况不会出现。

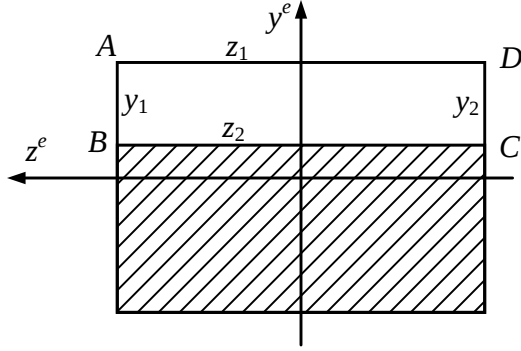


图 2.4 裂纹面应力点示意图

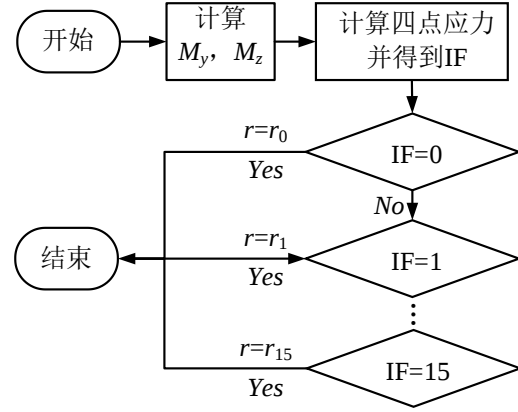


图 2.5 裂纹接触面积因子计算流程图

$$\begin{aligned}
 r_0 &= 0, r_1 = \frac{(z_1 + b/2)(h/2 - y_2)}{2ab}, r_2 = \frac{(z_2 + b/2)(y_2 - h/2 + a)}{2ab}, r_3 = \frac{z_1 + z_2 + b}{2b}, \\
 r_4 &= \frac{(-z_2 + b/2)(y_1 - h/2 + a)}{2ab}, r_5 = NULL, r_6 = \frac{y_2 + y_1 - h + 2a}{2a}, r_7 = 1 - \frac{(b/2 - z_1)(h/2 - y_1)}{2ab}, \\
 r_8 &= \frac{(b/2 - z_1)(h/2 - y_1)}{2ab}, r_9 = \frac{h - y_2 - y_1}{2a}, r_{10} = NULL, r_{11} = 1 - \frac{(y_1 - h/2 + a)(b/2 - z_2)}{2ab}, \\
 r_{12} &= \frac{h - z_1 - z_2}{2b}, r_{13} = 1 - \frac{(y_2 - h/2 + a)(b/2 + z_2)}{2ab}, r_{14} = \frac{(b/2 + z_1)(h/2 - y_2)}{2ab}, r_{15} = 1
 \end{aligned} \quad (2.18)$$

在振动过程中，裂纹单元的时变裂纹刚度矩阵可表示为： $\mathbf{K}_{Crack} = \mathbf{T} * (\mathbf{G}^o + r \mathbf{G}^c)^{-1} * \mathbf{T}^T$ 。

2.2.3 耦合动力学模型

将盘考虑为集中质量点，将单元的运动方程进行组装，可得到叶片运动方程：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} - \omega \mathbf{G})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q}_B \quad (2.19)$$

式中， $\mathbf{M}$ 为叶片的总体质量矩阵； $\mathbf{K}$ 为转子叶片总体刚度矩阵； $\mathbf{G}$ 为叶片系统总体陀螺矩阵； $\mathbf{Q}_B$ 为叶片系统所受外力列向量； $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ 为广义位移、速度和加速度向量； $\mathbf{C}$ 为瑞利阻尼矩阵，表达式为 $\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$ ，其中， α 为质量阻尼系数， β 为刚度阻尼系数。文中阻尼比取值为 $\zeta = 0.03$ ， f_{c1}, f_{c2} 为裂纹叶片的前两阶固有频率。其中

$$\alpha = \frac{4\pi f_{c1} f_{c2} \zeta}{f_{c1} + f_{c2}}, \beta = \frac{\zeta}{\pi(f_{c1} + f_{c2})}, f_{ci} = \frac{2 \cdot f_{closed}^i \cdot f_{open}^i}{f_{closed}^i + f_{open}^i} \quad (2.20)$$

其中 f_{closed}^i, f_{open}^i 分别为无裂纹和常开叶片第 i 阶固有频率。在本文均采用 Newmark- β 法和一种改进的 Newmark- β 法(翟方法)^[73]相结合的方法^[74]对所建立的运动方程进行数值积分求解。

2.3 模型验证

本文建立的叶片参数如表 2.1 所示，该尺寸适用于常见的航空发动机转子实验器。对所建立的无裂纹叶片模型进行一阶固有频率分析，ANSYS 的结果为 364.31Hz，本文所建立模型的计算结果为 365.991Hz。

表 2.1 叶片详细参数表

参数	值	参数	值
密度/(kg/m ³)	7850	宽度/mm	40
弹性模量/ Pa	2e11	厚度/mm	4
盘半径/mm	100	长度/mm	84

进一步使用 ANSYS 和此模型计算不同裂纹位置比和不同裂纹深度比裂纹叶片的一阶固有频率，结果和相对误差如图 2.6 所示。其中，最大相对误差为 1.36%，可以说明本文裂纹模型的有效性。

选取叶片裂纹深度比 0.5，裂纹位置比为 0.1，在超谐共振条件下（即旋转速度设置为 1980r/min）施加气流量进行振动响应分析。其中，气流量简化为每节点施加周向幅值为 50N，频率为 $5f_r$ 的正弦力^[13,17]，积分步长设置为 5e-5s，对叶片一端的位移进行约束，同时采用 ANSYS 的动态响应模块以该条件进行计算。动态响应结果如图 2.7 所示，本文所用方法与 ANSYS 的动态响应结果基本一致，证明了本文呼吸裂纹模型的有效性。

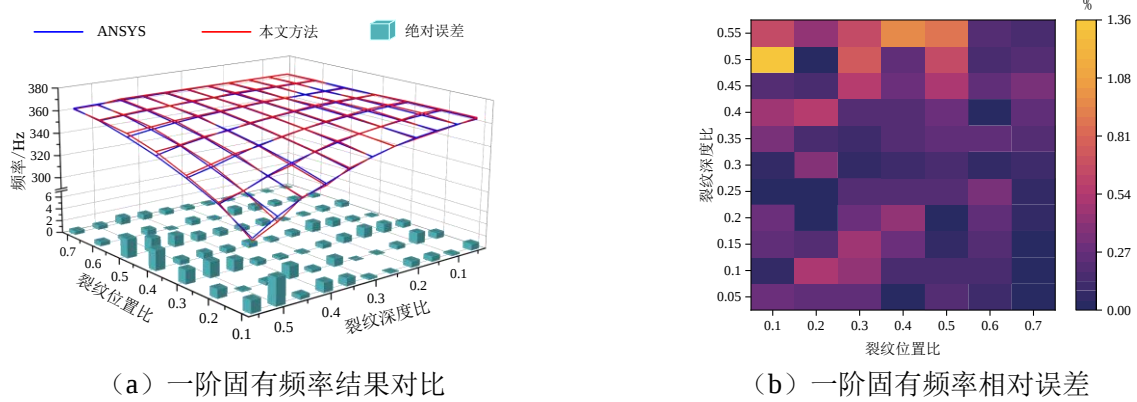


图 2.6 开裂叶片一阶固有频率结果

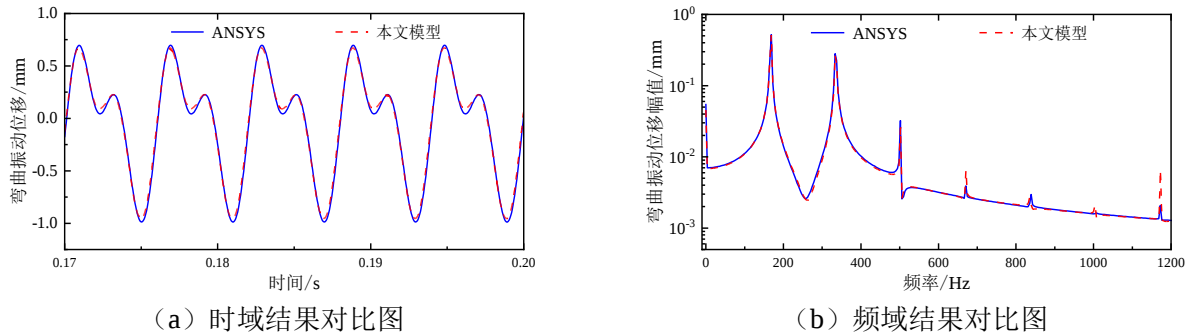


图 2.7 动态响应结果对比图

2.4 裂纹故障叶片振动特性分析

2.4.1 离心力和气流力复合激励下不同裂纹参数的振动响应

超谐共振条件下，即转速设置为 1980r/min，裂纹位置比设置为 0.1，气流力简化为每节点施加周向幅值为 50N，频率为 $f_e = 5f_r$ 的正弦力。不同裂纹深度比的叶尖弯曲振动位移的频谱如图 2.8 所示，可以看到，与无裂纹叶片相比，裂纹叶片叶尖的弯曲振动响应出现了显著的常值和倍频分量，一倍频分量值也更大。图 2.9 进一步对比了常值分量、气流激励的一倍频及二倍频分量的幅值。从图中可以看到随着裂纹增大，这三个频率分量的幅值也随之增大。

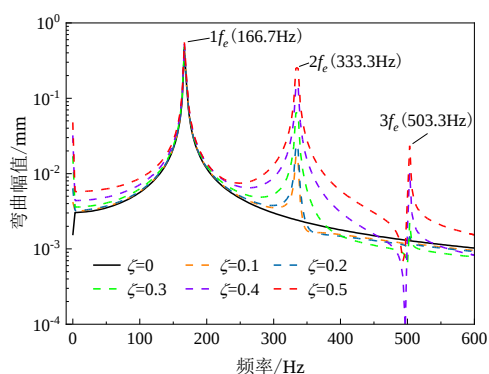


图 2.8 弯曲振动频谱图

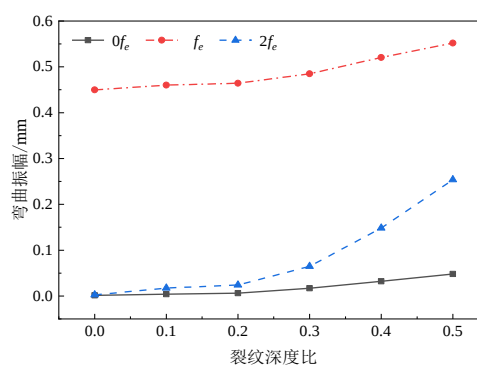


图 2.9 不同频率分量幅值对比图

裂纹单元弯曲刚度系数 $K(2,2)$ 的变化情况如图 2.10 所示。当裂纹较小时，刚度系数变化接近双线性模型。随着裂纹增大，裂纹的呼吸过程持续时间变长。当裂纹深度比为 0.4 和 0.5 时，1 阶固有频率随着裂纹深度比增大而减小，此时激励频率更接近固有频率的二分之一，此时会出现较大的二倍频分量，在图中表现为出现第二个小峰。对弯矩起最大贡献的点 A 的轴向应力进行分析，结果如图 2.11 所示。可以看到应力幅值随裂纹深度比增大而增大，且深度大于 0.3 时，应力曲线出现了与刚度矩阵弯曲刚度系数 $K(2,2)$ 值类似的第二个小峰。

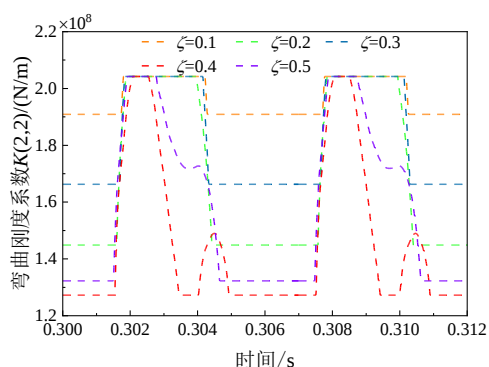


图 2.10 裂纹单元弯曲刚度系数时域图

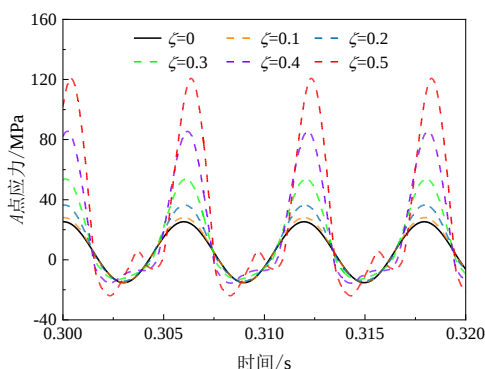


图 2.11 裂纹截面 A 点轴向应力

接下来，将对裂纹位置对叶片振动响应的影响进行详细分析。在本次研究中，设定裂纹深

度比为 0.5, 叶片转速保持为 1980 r/min, 并且气流激励简化为对每个节点施加周向幅值为 50N、频率为 $f_e = 5f_r$ 的正弦力。图 2.12 展示了不同裂纹位置比情况下叶尖弯曲位移响应的频谱图。从频谱图中可以观察到, 无裂纹叶片的弯曲振动响应主要表现为气流激励产生的一倍频分量, 且没有其他显著的频率成分。然而, 当叶片存在裂纹时, 不同裂纹位置比下的响应在频谱上显示出明显的变化。具体而言, 裂纹叶片的转速一倍频分量的幅值相较于无裂纹叶片的响应幅值有所增大。此外, 在裂纹叶片的响应频谱中, 除了转速一倍频分量外, 还能观察到常值分量以及气流激励频率的倍频分量。

进一步的分析如图 2.13 所示, 展示了不同裂纹位置比下叶片弯曲位移的常值幅值、气流激励一倍频分量幅值及气流激励的二倍频分量。仿真结果表明, 随着裂纹位置比的增大, 即裂纹位置离叶根越远, 叶片弯曲位移的常值幅值、气流激励一倍频分量的幅值以及二倍频分量的幅值均呈现出逐渐减小的趋势, 这也表明根部的裂纹将对叶片的弯曲振动响应产生更明显的影响。而叶根在振动过程中一般也将产生更大的应力, 所以更可能产生裂纹, 这也是前面在分析裂纹深度对叶片振动的影响的过程中将裂纹位置比设置为更靠近根部的原因。

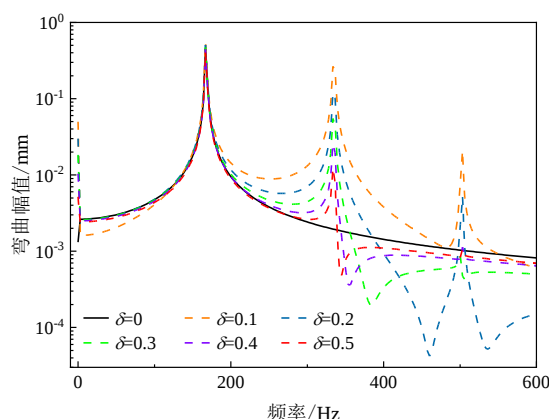


图 2.12 弯曲振动频谱图

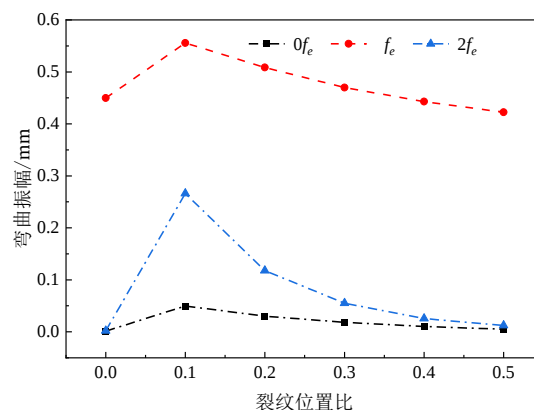


图 2.13 不同频率分量幅值对比图

2.4.2 离心力和气流力复合激励下不同转速的振动响应

叶片裂纹深度比设定为 0.5, 裂纹位置比设置为 0.1 与气流激励与上文一致, 旋转速度在 0 至 7000r/min 范围内每隔 50r/min 计算一次, 不同转速下的弯曲位移频谱瀑布图如图 2.14 所示。从图中可以看出, 存在有明显的常值分量, 且当激励频率接近固有频率时, 常值分量也会出现峰值。当转速低于 5400r/min 时, 会出现明显的气流激励频率的二倍频及高倍频分量; 而当转速超过 5400r/min 时这些分量消失, 此时在裂纹的呼吸过程中, 离心应力起主导作用, 导致裂纹始终保持张开状态, 表现为一个带开裂纹的线性系统。

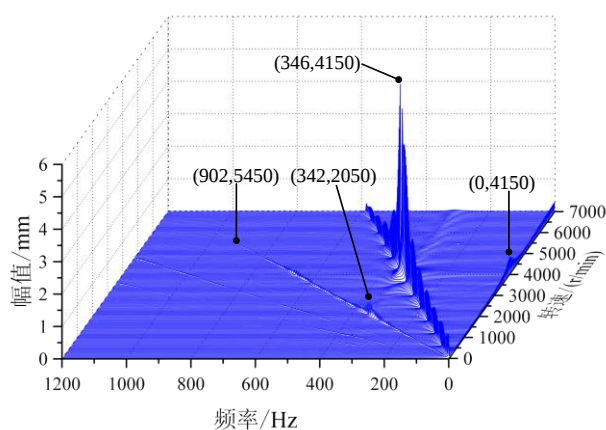


图 2.14 叶尖弯曲振动瀑布图

不同转速下的弯曲刚度系数 $K(2,2)$ 的变化如图 2.15 所示。可以看到，裂纹刚度系数的变化与弯曲振动和转速的变化密切相关。在 1 阶固有频率附近，弯曲振动的增大比离心应力随转速增加的变化更为显著，此时弯曲应力对呼吸作用起主导作用，裂纹呼吸也表现为双线性。当转速继续增大时激励频率远离 1 阶固有频率，离心应力在呼吸过程中起主导作用，导致裂纹的持续张开部分占比更大。在转速为 6000r/min 时，呼吸效应消失，裂纹刚度系数值与开裂纹时一致。

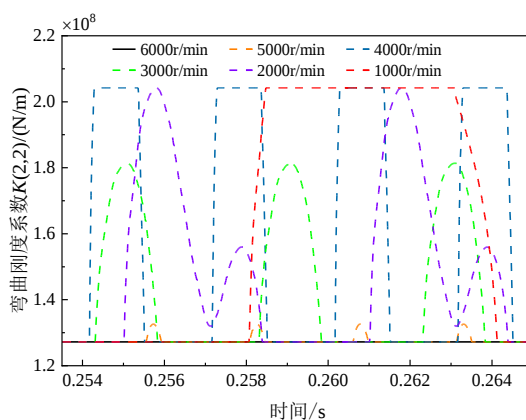


图 2.15 不同转速弯曲刚度系数响应

2.5 本章小结

本章建立了旋转叶片裂纹故障的动力学模型。首先，采用有限元法对叶片进行建模，并从断裂力学的角度推导出裂纹单元的柔度矩阵。接着，基于叶片在振动过程中裂纹面端点的应力特征，提出了裂纹呼吸效应模型。通过对比裂纹叶片的固有频率与动态响应，验证了所建立模型的有效性。在此基础上，深入分析了不同裂纹深度对叶片叶尖弯曲振动响应、裂纹面弯曲刚度系数及弯矩最大贡献点应力的影响。研究结果表明：

- (1) 当叶片存在裂纹时，叶尖弯曲位移的频谱中会出现明显的常值分量，并且在激励频率

接近叶片的固有频率时，频谱中会出现显著的峰值。此外，在较低转速下，气流激励频率的二倍频及其高次谐波分量会显现；而在较高转速下，这些频率成分则会消失，表现为一个具有裂纹的线性系统。

（2）裂纹的深度对叶片振动的影响呈正相关，即裂纹深度越大，叶片的振动响应越显著。而裂纹的位置对叶片振动响应的影响表现出一定的规律性。具体而言，裂纹位置比（裂纹距离叶根的比例）越大，即裂纹越靠近叶尖时，其对叶片振动的影响越小。

第三章 叶片-机匣碰摩动力学建模与分析

3.1 引言

在航空发动机中，机匣与旋转叶片之间的间隙是影响叶尖泄漏流动的一个重要因素。为了提高航空发动机的性能，现代设计中一直在减小间隙。间隙越小，叶片与机匣发生摩擦的可能性越大。摩擦可能导致高振幅振动，缩短叶片和机匣的寿命，甚至造成灾难性事故。因此，为了有效地检测故障，有必要建立航空发动机的整体模型，分析叶片-机匣碰摩的振动特性。

本章针对叶片裂纹和碰摩故障在航空发动机整机振动中的响应特征，建立了一个包括叶片、转子、机匣及支承结构的耦合动力学模型。具体而言，使用梁单元建立了转轴模型，利用集中质量模型构建了转盘模型，并与转轴单元一起组装为转子单元的矩阵。机匣则采用忽略旋转效应的梁模型进行建模，转子与机匣之间通过弹簧力进行连接，而机匣与安装节之间的连接也采用弹簧力表示。叶片与转子通过盘节点的弹簧与转轴连接，所有部件的运动方程通过数值积分方法进行求解。在此基础上，本章进一步分析了在考虑叶片振动的情况下的单点碰摩故障以及多点碰摩故障的振动响应特性。

3.2 整机的有限单元建模方法

整机模型的结构包含转子部分、机匣部分、叶片部分、以及各部分的连接支承。下面将对各部分建模进行介绍。

3.2.1 转子动力学模型

转子系统主要包含转轴、固定在转轴上的转盘以及支撑转子的支承。转轴可离散为多个 Timoshenko 梁单元。对于一个梁单元，它由两个节点构成，如图 3.1 所示，每个节点有 6 个自由度。所以每个梁单元具有 12 自由度，分别为在两个节点处的 3 个平动自由度和 3 个旋转自由度。而转盘则将其视为刚体，忽略转盘自身的变形，使用集中质量点模型进行建模。转子与机匣以及支承之间通过非线性力和力矩耦合。此外各节点还会受到各种外力。

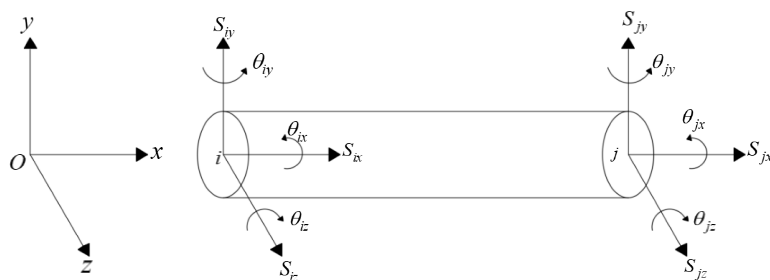


图 3.1 转子段示意图

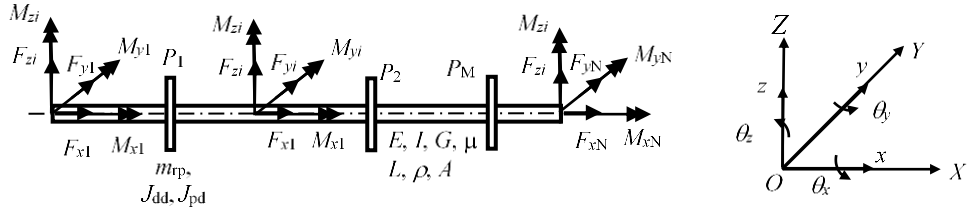


图 3.2 有限元转子动力学模型

转子系统的示意图如图 3.2 所示，转子由分布质量、弹性轴和离散的刚性盘组成，设转子有 N 个节点和 M 个盘：对每个转轴单元， E, I, G, m, L, ρ, A 分别为转轴单元的弹性模量、截面惯性矩、剪切模量、泊松比、转轴长度、转轴密度、转轴截面积；对圆盘 P_i ， m_{pi}, J_{ddi}, J_{pdi} 为圆盘质量、赤道转动惯量、极转动惯量； F_{xi}, F_{yi}, F_{zi} 为转子第 i 个节点所受力； M_{xi}, M_{yi}, M_{zi} 为转子第 i 个节点所受力矩。

(1) 普通梁单元运动方程

如图 3.1 所示，对于每个转子段，它由两个节点构成，每个节点有 6 个自由度。因此，一个转子段具有 12 个自由度。基于这些自由度和转子段的动力学特性，可以通过拉格朗日方程推导出梁单元相对于固定坐标系的运动方程为：

$$(\mathbf{M}_{Te} + \mathbf{M}_{Re})\ddot{\mathbf{q}}_e + (-\mathbf{wG}_e)\dot{\mathbf{q}}_e + (\mathbf{K}_{Be} - \mathbf{K}_{Ae})\mathbf{q}_e = \mathbf{Q}_e \quad (3.1)$$

式中， $\mathbf{Q}_e$ 为广义外力向量； $\mathbf{M}_{Te}$ 和 $\mathbf{M}_{Re}$ 分别为质量矩阵和质量惯性矩阵； $\mathbf{G}_e$ 为陀螺矩阵； $\mathbf{K}_{Be}$ 为单元弯曲和剪切刚度矩阵； $\mathbf{K}_{Ae}$ 为单元拉伸刚度矩阵； $\mathbf{q}_e$ 为广义位移向量，由梁单元两个节点的广义位移组成，即， $\mathbf{q}_e = [x_i, y_i, z_i, \theta_{ix}, \theta_{iy}, \theta_{iz}, x_j, y_j, z_j, \theta_{jx}, \theta_{jy}, \theta_{jz}]$ 。

梁单元的质量矩阵、刚度矩阵、陀螺矩阵如下所示^[74]。

1) 梁单元的质量矩阵为：

$$\mathbf{M}_{Te} = \frac{\rho L}{(1 + \varphi_s)^2} \times \begin{bmatrix} M_{Z1} & & & & & & & & & & & \\ 0 & M_{T1} & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & M_{T1} & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & M_{Z2} & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -M_{T4} & 0 & M_{T2} & & & & & & & \\ 0 & M_{T4} & 0 & 0 & 0 & M_{T2} & & & & & & \\ M_{Z3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{Z1} & & & & & \\ 0 & M_{T3} & 0 & 0 & 0 & M_{T5} & 0 & M_{T1} & & & & \\ 0 & 0 & M_{T3} & 0 & -M_{T5} & 0 & 0 & 0 & M_{T1} & & & \\ 0 & 0 & 0 & M_{Z4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{Z2} & & \\ 0 & 0 & M_{T5} & 0 & M_{T6} & 0 & 0 & 0 & M_{T4} & 0 & M_{T2} & \\ 0 & -M_{T5} & 0 & 0 & 0 & M_{T6} & 0 & -M_{T4} & 0 & 0 & 0 & M_{T2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \text{式中：} \quad M_{Z1} &= \frac{1}{3}(1 + \varphi_s)^2 ; \quad M_{Z2} = \frac{J}{3A}(1 + \varphi_s)^2 ; \quad M_{Z3} = \frac{1}{6}(1 + \varphi_s)^2 ; \quad M_{Z4} = \frac{J}{6A}(1 + \varphi_s)^2 \\ M_{T1} &= \frac{13}{35} + \frac{7}{10}\varphi_s + \frac{1}{3}\varphi_s^2 ; \quad M_{T2} = \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\varphi_s + \frac{1}{120}\varphi_s^2\right)L^2 ; \quad M_{T3} = \frac{9}{70} + \frac{3}{10}\varphi_s + \frac{1}{6}\varphi_s^2 ; \end{aligned}$$

$$M_{T4} = (\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\varphi_s + \frac{1}{24}\varphi_s^2)L; M_{T5} = (\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\varphi_s + \frac{1}{24}\varphi_s^2)L; M_{T6} = -(\frac{1}{140} + \frac{1}{60}\varphi_s + \frac{1}{120}\varphi_s^2)L^2$$

上式中, E 是梁单元弹性模量为, G 为剪切模量为, ν 为泊松比, d 是转子单元的内直径; D 是单元的外直径; L 为单元长度。则对应的截面惯性矩 I 、截面极惯性矩 J 、剪切变形系数 φ_s 、横截面面积 A 、有效抗剪面积 A_s 可通过以下公式计算得到:

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4), J = 2I = \frac{p}{32}(D^4 - d^4), \varphi_s = \frac{12EI}{GA_s L^2} \quad (3.3)$$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2), A_s = \frac{A}{\frac{7+6\nu}{6(1+\nu)}[1 + \frac{20+12\nu}{7+6\nu}(\frac{D \times d}{D^2 + d^2})^2]} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{M}_{Re} = \frac{\rho L}{(1+\varphi_s)^2} \left(\frac{\mathbf{r}_p}{L} \right)^2 \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & & \\ 0 & M_{R1} & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & M_{R1} & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & -M_{R4} & 0 & M_{R2} & & & & & & \\ 0 & M_{R4} & 0 & 0 & 0 & M_{R2} & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & -M_{R1} & 0 & 0 & 0 & -M_{R4} & 0 & M_{R1} & & & \\ 0 & 0 & -M_{R1} & 0 & M_{R4} & 0 & 0 & 0 & M_{R1} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -M_{R4} & 0 & M_{R3} & 0 & 0 & 0 & M_{R4} & 0 & M_{R2} \\ 0 & M_{R4} & 0 & 0 & 0 & M_{R3} & 0 & -M_{R4} & 0 & 0 & 0 & M_{R2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\text{上式中: } M_{R1} = \frac{6}{5}; M_{R2} = (\frac{2}{15} + \frac{1}{6}\varphi_s + \frac{1}{3}\varphi_s^2)L^2; M_{R3} = (-\frac{1}{30} - \frac{1}{6}\varphi_s + \frac{1}{6}\varphi_s^2)L^2;$$

$$M_{R4} = (\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\varphi_s)L; \mathbf{r}_p = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$\mathbf{K}_{Be} = \frac{EI}{L^3} \times \begin{bmatrix} K_{Z1} & & & & & & & & & & \\ 0 & K_{B1} & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & K_{B1} & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & K_{Z2} & & & & & & & \\ 0 & 0 & -K_{B4} & 0 & K_{B2} & & & & & & \\ 0 & K_{B4} & 0 & 0 & 0 & K_{B2} & & & & & \\ -K_{Z1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{Z1} & & & & \\ 0 & -K_{B1} & 0 & 0 & 0 & -K_{B4} & 0 & K_{B1} & & & \\ 0 & 0 & -K_{B1} & 0 & K_{B4} & 0 & 0 & 0 & K_{B1} & & \\ 0 & 0 & 0 & -K_{Z2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{Z2} & \\ 0 & 0 & -K_{B4} & 0 & K_{B3} & 0 & 0 & 0 & K_{B4} & 0 & K_{B2} \\ 0 & K_{B4} & 0 & 0 & 0 & K_{B3} & 0 & -K_{B4} & 0 & 0 & 0 & K_{B2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\text{上式中: } K_{Z1} = \frac{AL^2}{I}; K_{Z2} = \frac{GJL^2}{EI}; K_{B1} = \frac{12}{1+\varphi_s}; K_{B2} = (\frac{4+\varphi_s}{1+\varphi_s})L^2; K_{B3} = (\frac{2-\varphi_s}{1+\varphi_s})L^2;$$

$$K_{B4} = \left(\frac{6}{1 + \varphi_s} \right) L。$$

2) 梁单元刚度矩阵为:

$$K_{Ae} = \frac{H}{30L(1 + \varphi_s)^2} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & & & & \\ 0 & K_{A1} & 0 & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & K_{A1} & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -K_{A4} & 0 & K_{A2} & & & & & & & & \\ 0 & K_{A4} & 0 & 0 & 0 & K_{A2} & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & -K_{A1} & 0 & 0 & 0 & -K_{A4} & 0 & K_{A1} & & & & & \\ 0 & 0 & -K_{A1} & 0 & K_{A4} & 0 & 0 & 0 & K_{A1} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & -K_{A4} & 0 & K_{A3} & 0 & 0 & 0 & K_{A4} & 0 & K_{A2} & & \\ 0 & K_{A4} & 0 & 0 & 0 & K_{A3} & 0 & -K_{A4} & 0 & 0 & 0 & K_{A2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

上式中: $K_{A1} = 36 + 60\varphi_s + 30\varphi_s^2$; $K_{A2} = 4L^2 + 5L^2\varphi_s + 2.5L^2\varphi_s^2$; $K_{A3} = -L^2 - 5L^2\varphi_s - 2.5L^2\varphi_s^2$;

$$K_{A4} = 3L。$$

3) 梁单元陀螺矩阵为:

$$G_e = \frac{\rho}{15L} \left(\frac{r_p}{1 + \varphi_s} \right)^2 \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & & & & & \\ 0 & G_1 & 0 & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\ 0 & -G_2 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -G_2 & 0 & G_4 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & G_1 & 0 & -G_2 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & -G_1 & 0 & 0 & 0 & -G_2 & 0 & G_1 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & -G_2 & 0 & 0 & 0 & G_3 & 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & -G_2 & 0 & -G_3 & 0 & 0 & 0 & G_2 & 0 & G_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

式中: $G_1 = 36$; $G_2 = 3L - 15L\varphi_s$; $G_3 = L^2 + 5L^2\varphi_s - 5L^2\varphi_s^2$; $G_4 = 4L^2 + 5L^2\varphi_s + 10L^2\varphi_s^2$ 。

(2) 刚性盘单元运动方程

设盘的质量为 m_p , 赤道转动惯量为 J_{dd} , 极转动惯量为 J_{pd} , ω 为盘的转动角速度。利用拉格朗日方程可得刚性盘相对于固定坐标系的运动方程为:

$$(\mathbf{M}_{Td} + \mathbf{M}_{Rd})\ddot{\mathbf{q}}_d - \omega \mathbf{G}_d \dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{Q}_d \quad (3.9)$$

上式中的下标 d 代表刚性圆盘, 矩阵的含义与式 (3.1) 中的含义一致。其中,

$$\mathbf{M}_{Td} = \begin{bmatrix} m_p & & & & & \\ 0 & m_p & & & & \\ 0 & 0 & m_p & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{Rd} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & J_{pd} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{dd} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{dd} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_d = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{pd} & 0 \end{bmatrix}$$

(3) 转子系统运动方程

将各转子段梁单元已经刚性盘单元的矩阵进行组装^[75]的到转子系统的质量矩阵、刚度矩阵以及陀螺矩阵。其运动方程可表示如下：

$$(\mathbf{M}_s)\ddot{\mathbf{q}}_s + (\mathbf{C}_s - \omega\mathbf{G}_s)\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_s\mathbf{q}_s = \mathbf{Q}_s \quad (3.10)$$

式中， $\mathbf{M}$ 为转子系统的总体质量矩阵； $\mathbf{K}$ 为转子系统总体刚度矩阵； $\mathbf{G}$ 为转子系统总体陀螺矩阵； $\mathbf{Q}_B$ 为转子系统所受外力列向量； $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ 为广义位移、速度和加速度向量； $\mathbf{C}$ 为转子系统的阻尼矩阵，本文中将 $\mathbf{C}_s$ 假设为比例阻尼，即 $\mathbf{C}_s = \alpha_0\mathbf{M}_s + \alpha_1\mathbf{K}_s$ ，其中， α_0, α_1 为常数，可由模态实验得到。

3.2.2 机匣模型

机匣是一种壳体结构，一般采用梁单元、截锥模型以及曲面壳单元方法进行建模。对于自由状态的机匣模型，其振动模态较多，包括具有周向波数为 0, 1, 2, ... 的模态，但是当其与转子连接时，由于连接的作用，其周向波数只能为 1，与转子耦合节点上产生弯矩，并与转子发生弯曲耦合。至于其他周向波数的振动模态，与转子耦合节点上产生的力矩是自平衡的，与转子弯曲没有耦合。鉴于此，机匣也可以使用忽略旋转效应的梁单元进行建模。因此，本文中将使用这种方法进行建模。其运动微分方程可以表示为：

$$\mathbf{M}_c\ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{C}_c\dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{K}_c\mathbf{q}_c = \mathbf{Q}_c \quad (3.11)$$

3.2.3 部件连接模型

(1) 叶片转子连接模型

图 3.3 展示了叶片盘动力学模型的示意图，其中转轴和叶片盘的坐标系定义在地面坐标系中。假设地面坐标系的原点为 O ，其中 X 轴沿转轴的轴向方向， Y 轴为竖直方向， Z 轴为水平方向。叶片的建模方法已在第二章中进行了阐述，其中所使用的坐标系为局部坐标系。该局部坐标系的原点 O' 位于叶片与转盘的连接中心，局部坐标系中的 x 轴沿叶片的轴向设置，而 y, z 轴则分别是叶片的周向和展向。

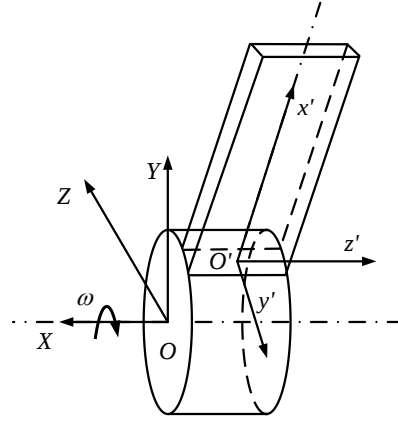


图 3.3 叶片转子连接示意图

在转子旋转过程中，叶片的局部坐标系会随着转子的旋转而发生变化。所以，叶片的局部坐标系与转子坐标系之间的关系随着时间的推移不断发生变化，这种变化需要通过适当的坐标变换来描述。在初始状态下，叶片的局部坐标系可以通过对地面坐标系进行旋转变换得到。随着转子的旋转，叶片坐标系的变化可以通过描述转轴旋转的角度来逐时刻计算。为了描述叶片在转子坐标系的位移，必须引入旋转矩阵来实现从地面坐标系到叶片局部坐标系的转换。

每个旋转步骤都可以通过相应的旋转矩阵来表示。绕单一坐标轴的旋转矩阵形式如式 (3.12) 所示，式中 A_3, A_2, A_1 分别为绕 X, Y, Z 轴旋转的旋转矩阵， $\theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}$ 分别为绕 X, Y, Z 旋转的角度，旋转角度的符号约定遵循右手螺旋法则。当右手握住旋转轴，使拇指指向旋转轴的正方向时，四指蜷曲的方向指示了正角度旋转的方向。通过将这些旋转矩阵按顺序相乘，我们可以得到描述地面坐标系到叶片局部坐标系的最终旋转矩阵。对于多次旋转，矩阵的乘积顺序非常重要，因为旋转矩阵的乘法不满足交换律。假设旋转顺序为：首先绕 Y 轴旋转，接着绕 Z^1 轴旋转，最后绕着 X^3 轴旋转，那么旋转矩阵可表示为： $T = A_3 \cdot A_1 \cdot A_2$ 。

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_{x1}) & \sin(\theta_{x1}) \\ 0 & -\sin(\theta_{x1}) & \cos(\theta_{x1}) \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{y1}) & 0 & -\sin(\theta_{y1}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_{y1}) & 0 & \cos(\theta_{y1}) \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{z1}) & \sin(\theta_{z1}) & 0 \\ -\sin(\theta_{z1}) & \cos(\theta_{z1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

在每一个时刻，叶片坐标系都可以通过相应的旋转矩阵从地面坐标系转换到叶片的局部坐标系。这保证了叶片上各个物理量（如角度、位移等）的精确计算，因此在分析过程中需要不断更新坐标系转换矩阵。以图中的坐标系相对关系为例，假设未旋转状态下叶片的局部坐标系的 x 轴与转子坐标系的 Y 轴同向，首先将坐标系 $OXYZ$ 绕着 Y 轴旋转 90° ，得到中间坐标系 $O^1X^1Y^1Z^1$ ，随后将坐标系 $O^1X^1Y^1Z^1$ 绕着 Z^1 旋转 90° ，得到第二中间坐标系 $O^1X^1Y^1Z^1$ ，随后绕 Z^2 轴旋转 ωt ，即可得到每个时刻的旋转矩阵 T 。

叶片与转盘之间使用弹簧连接，设第 i 个叶片的第一个节点与转子上的 k 节点上的盘进行连接，连接线刚度为 k_{br} ，角刚度为 $k_{b\alpha}$ ；阻尼为 c_{br} ，角阻尼为 $c_{b\alpha}$ 。设叶片 i 的第一个节点的

位移为 $x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}, \theta_{xi1}, \theta_{yi1}, \theta_{zi1}$ ，速度为： $\dot{x}_{i1}, \dot{y}_{i1}, \dot{z}_{i1}, \dot{\theta}_{xi1}, \dot{\theta}_{yi1}, \dot{\theta}_{zi1}$ ；转子盘节点 k 的位移转换到叶片坐标系下的位移为 $x_k, y_k, z_k, \theta_{xk}, \theta_{yk}, \theta_{zk}$ ，速度为： $\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k, \dot{\theta}_{xk}, \dot{\theta}_{yk}, \dot{\theta}_{zk}$ ，则作用在第 i 个叶片的节点 1 上的力和力矩 $F_{ix1}, F_{iy1}, F_{iz1}, M_{ix1}, M_{iy1}, M_{iz1}$ 为：

$$\begin{cases} F_{ix1} = k_{br1}(x_k - x_{i1}) + c_{br1}(\dot{x}_k - \dot{x}_{i1}) \\ F_{iy1} = k_{br2}(y_k - y_{i1}) + c_{br2}(\dot{y}_k - \dot{y}_{i1}) \\ F_{iz1} = k_{br3}(z_k - z_{i1}) + c_{br3}(\dot{z}_k - \dot{z}_{i1}) \\ M_{ix1} = k_{ba1}(\theta_{xk} - \theta_{xi1}) + c_{ba1}(\dot{\theta}_{xk} - \dot{\theta}_{xi1}) \\ M_{iy1} = k_{ba2}(\theta_{yk} - \theta_{yi1}) + c_{ba2}(\dot{\theta}_{yk} - \dot{\theta}_{yi1}) \\ M_{iz1} = k_{ba3}(\theta_{zk} - \theta_{zi1}) + c_{ba3}(\dot{\theta}_{zk} - \dot{\theta}_{zi1}) \end{cases} \quad (3.13)$$

在整体坐标系下，作用在转子盘所在的节点 k 上的作用力，可通过转换矩阵转换到转子坐标系中，其力以及力矩 $F_{xk}, F_{yk}, F_{zk}, M_{xk}, M_{yk}, M_{zk}$ 表示为：

$$\begin{aligned} [F_{xk}, F_{yk}, F_{zk}]^T &= T^{-1} * [F_{ix1}, F_{iy1}, F_{iz1}]^T \\ [M_{xk}, M_{yk}, M_{zk}]^T &= T^{-1} * [M_{ix1}, M_{iy1}, M_{iz1}]^T \end{aligned} \quad (3.14)$$

(2) 转子-机匣间的支承连接

转子与机匣之间采用线性弹簧连接 RC_k ($k=1,2,\dots,N$)，设转子的第 i 个节点与机匣的第 j 个节点用线性弹簧相连，其连接的径向刚度为 k_{RC} ，角向刚度为 $k_{RC\alpha}$ ，径向阻尼为 c_{RC} ，角向阻尼为 $c_{RC\alpha}$ ，设转子第 i 个节点的位移为： $x_{Ri}, y_{Ri}, z_{Ri}, \theta_{Rxi}, \theta_{Ryi}, \theta_{Rzi}$ ；速度为： $\dot{x}_{Ri}, \dot{y}_{Ri}, \dot{z}_{Ri}, \dot{\theta}_{Rxi}, \dot{\theta}_{Ryi}, \dot{\theta}_{Rzi}$ ；机匣第 j 个节点的位移为 $x_{Cj}, y_{Cj}, z_{Cj}, \theta_{Cxi}, \theta_{Cyi}, \theta_{Czi}$ 速度为： $\dot{x}_{Ci}, \dot{y}_{Ci}, \dot{z}_{Ci}, \dot{\theta}_{Cxi}, \dot{\theta}_{Cyi}, \dot{\theta}_{Czi}$ 。则作用在转子节点 i 上的力和力矩 $F_{Rxi}, F_{Ryi}, F_{Rzi}, M_{Rxi}, M_{Ryi}, M_{Rzi}$ ，以及作用在机匣节点 j 上的力和力矩 $F_{Cxj}, F_{Cyj}, F_{Czj}, M_{Cxj}, M_{Cyj}, M_{Czj}$ 为：

$$\begin{cases} F_{Rxi} = k_{RC}(x_{Cj} - x_{Ri}) + c_{RC}(\dot{x}_{Cj} - \dot{x}_{Ri}) \\ F_{Ryi} = k_{RC}(y_{Cj} - y_{Ri}) + c_{RC}(\dot{y}_{Cj} - \dot{y}_{Ri}) \\ F_{Rzi} = k_{RC}(z_{Cj} - z_{Ri}) + c_{RC}(\dot{z}_{Cj} - \dot{z}_{Ri}) \\ M_{Rxi} = k_{RC\alpha}(\theta_{Cxi} - \theta_{Rxi}) + c_{RC\alpha}(\dot{\theta}_{Cxi} - \dot{\theta}_{Rxi}) \\ M_{Ryi} = k_{RC\alpha}(\theta_{Cyi} - \theta_{Ryi}) + c_{RC\alpha}(\dot{\theta}_{Cyi} - \dot{\theta}_{Ryi}) \\ M_{Rzi} = k_{RC\alpha}(\theta_{Czi} - \theta_{Rzi}) + c_{RC\alpha}(\dot{\theta}_{Czi} - \dot{\theta}_{Rzi}) \end{cases} \quad (3.15)$$

$$[F_{Cxj}, F_{Cyj}, F_{Czj}, M_{Cxj}, M_{Cyj}, M_{Czj}]^T = -[F_{Rxi}, F_{Ryi}, F_{Rzi}, M_{Rxi}, M_{Ryi}, M_{Rzi}]^T \quad (3.16)$$

(3) 机匣-基础间（安装节）弹性支承

对于机匣与基础间安装节的弹性支承 CB_k ($k=1,2,\dots,N$)，设机匣第 i 个节点与基础用弹性支承相连，支承的连接径向刚度为 k_{cx}, k_{cy}, k_{cz} ；角向刚度为 $k_{c\alpha x}, k_{c\alpha y}, k_{c\alpha z}$ 。径向连接阻尼为 c_{cx}, c_{cy}, c_{cz} ，角向阻尼为 $c_{\alpha x}, c_{\alpha y}, c_{\alpha z}$ 设机匣第 i 个节点的位移为： $x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, \theta_{cxi}, \theta_{cyi}, \theta_{czi}$ ，速度为： $\dot{x}_{ci}, \dot{y}_{ci}, \dot{z}_{ci}, \dot{\theta}_{cxi}, \dot{\theta}_{cyi}, \dot{\theta}_{czi}$ 。则作用在机匣节点 i 上的力和力矩分别为：

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{cxi} = -k_{cx} x_{ci} - c_{cx} \dot{x}_{ci} \\ \mathbf{F}_{c yi} = -k_{cy} y_{ci} - c_{cy} \dot{y}_{ci} \\ \mathbf{F}_{c zi} = -k_{cz} z_{ci} - c_{cz} \dot{z}_{ci} \\ \mathbf{M}_{c xi} = -k_{c\alpha x} \varphi_{ci} - c_{\alpha x} \dot{\varphi}_{ci} \\ \mathbf{M}_{c yi} = -k_{c\alpha y} \psi_{ci} - c_{\alpha y} \dot{\psi}_{ci} \\ \mathbf{M}_{c zi} = -k_{c\alpha z} \theta_{ci} - c_{\alpha z} \dot{\theta}_{ci} \end{cases} \quad (3.17)$$

3.3 激励载荷建模

3.3.1 转子不平衡力建模

在转子系统中,由于转轴通常具有较小的直径,其自身的质量和偏心造成的不平衡量较小,因此在大多数情况下可以合理地忽略不计。因此,在分析转子系统中的不平衡引起的振动问题时,重点通常放在安装于转轴上的转盘所产生的不平衡力上。这些不平衡力的产生,主要源于转盘质量分布的不均匀,或转盘的几何中心与旋转中心之间的偏离。在本文的模型中有两个转盘,设转盘 1 的质量为 m_{d1} , 偏心距为 e_1 , 不平衡量初始相位为 Φ_1 ; 转盘 2 的质量为 m_{d2} , 偏心距为 e_2 , 不平衡量初始相位为 Φ_2 。

对于每个转盘而言,由于其质量分布不均或存在偏心,转盘在旋转过程中会产生离心力。这些离心力可以分解为两个分量:一是沿着转轴横向平面内的分量,二是沿着转轴方向的纵向分量。通常情况下,纵向分量对系统的影响较小,因此其引起的振动效应可以忽略不计。而横向分量则是引起机器振动的主要因素,因此对横向激振力的分析是十分重要的。

对于转盘 i , 其不平衡激振力的横向分量可以表示为:

$$\begin{cases} f_{iy}^u = m_{di} e_i \omega^2 \cos(\omega t + \Phi_i) \\ f_{iz}^u = m_{di} e_i \omega^2 \sin(\omega t + \Phi_i) \end{cases} \quad (3.18)$$

本文模型中转盘 1、转盘 2 分别位于转子的节点 5 和节点 15, 因此, 式 (3.10) 中的广义激振力列向量 $\mathbf{Q}_s$ 包含的不平衡激振力为:

$$\mathbf{Q}_s^u = \left\{ 0 \quad \cdots \quad \overbrace{0 \quad f_{1y}^u \quad f_{1z}^u \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{5 \text{号节点自由度}} \quad \cdots \quad \overbrace{0 \quad f_{2y}^u \quad f_{2z}^u \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{15 \text{号节点自由度}} \quad \cdots 0 \right\}^T \quad (3.19)$$

3.3.2 气动力载荷建模

气动力主要作用在叶片上, 气动力的大小和方向随着气流与叶片表面相互作用而变化。为了便于分析, 气动力通常通过一个简化的模型来表示, 其中包括气动载荷的幅值和相应的频率阶次。设气动载荷的幅值为 A_f , 其频率的阶次为 EO 。

因此, 叶片上的气动力可以用以下形式来表示:

$$F_{air} = A_f \cos(EO \cdot 2\pi f_r t + \phi) \quad (3.20)$$

其中, A_f 为气动载荷的幅值, EO 表示气动载荷的阶次, ϕ 为初始的相位角。气流力作用在每个叶片的周向上, 因此, 式 (2.19) 中的广义激振力列向量 $\mathbf{Q}_B$ 包含的气流振力为:

$$\mathbf{Q}_B^{air} = \left\{ \overbrace{0 \quad F_{air} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{1号节点自由度} \cdots \overbrace{0 \quad F_{air} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{最后节点自由度} \right\}^T \quad (3.21)$$

3.3.3 离心力建模

叶片上的离心力作用于叶片的轴向, 可以根据叶片各节点的距离来离散化分析。离散到叶片第 i_B 个节点所受的离心力 $F_{i_B}^c$ 参照式 (2.14) 可表示为:

$$F_{i_B}^c = \rho \omega^2 \int_{l_{i_B}}^L (R_d + l) b h dl \quad (3.22)$$

其中, l_{i_B} 为叶片第 i_B 个节点距离叶根的轴向距离, 式 (2.19) 中的广义激振力列向量 $\mathbf{Q}_B$ 包含的离心力为:

$$\mathbf{Q}_B^c = \left\{ \overbrace{F_{1_B}^c \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{1号节点自由度} \cdots \overbrace{F_{N_B}^c \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}^{N号节点自由度} \right\}^T \quad (3.23)$$

3.3.4 碰摩模型

针对航空发动机叶片与机匣碰摩故障, 本文采用一种基于机匣变形的碰摩模型, 该模型能够考虑转静间隙变化对碰摩力的影响。图 3.4 为叶片-机匣碰摩模型, 设转速为 ω_r , 转静间隙分布曲线 $c(\theta)$, 其中 θ 为机匣圆周角度, 碰摩刚度为 k_r , 摩擦系数为 f 。

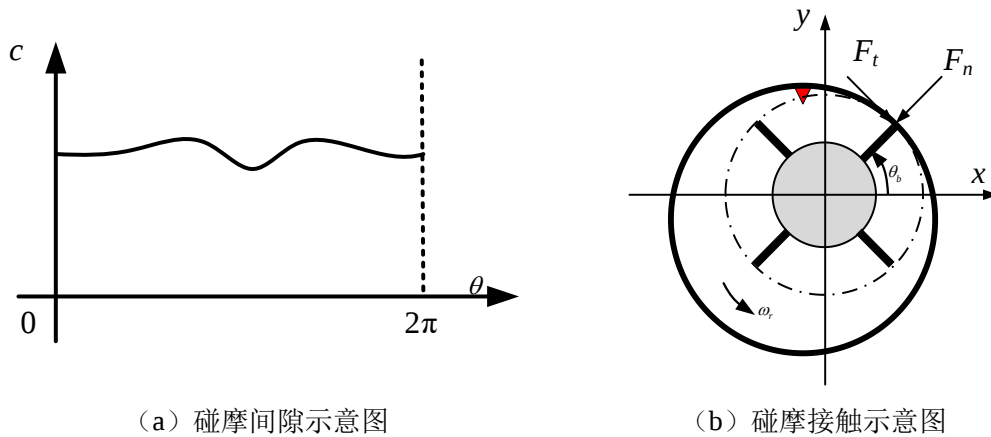


图 3.4 碰摩模型示意图

在实际的振动过程中不仅要考虑转子的振动, 而在振动过程中叶片也会产生振动以及机匣也会产生振动。在叶片与机匣的碰摩中, 主要为在转子的径向振动以及碰摩, 所以在本章的整

机动力学模型中，忽略了轴向振动。本章中引入了机匣振动这一变量。

在 t 时刻，叶片与 x 轴的夹角可表示为： $\theta_b = \omega_r \cdot t$ ，假设在径向界面上转子的振动位移为 (y_r, z_r) ，叶尖振动在转子坐标系下的位移为 (y_b, z_b) ，所以叶尖的位置 (y_{tip}, z_{tip}) 可表示为 $(y_r + y_b, z_r + z_b)$ 。此时，机匣的振动位移为 (y_c, z_c) 。在角度 θ_b 处，转静间隙为 $c(\theta_b)$ 。则在 t 时刻，叶片与机匣是否碰摩的判断条件为： $r_{tip} - r_c > c(\theta_b)$ 。如果不满足碰摩条件时，则碰摩力为零；若满足碰摩条件发生碰摩时，碰摩法向力和碰摩切向力计算流程如图 3.5 所示。

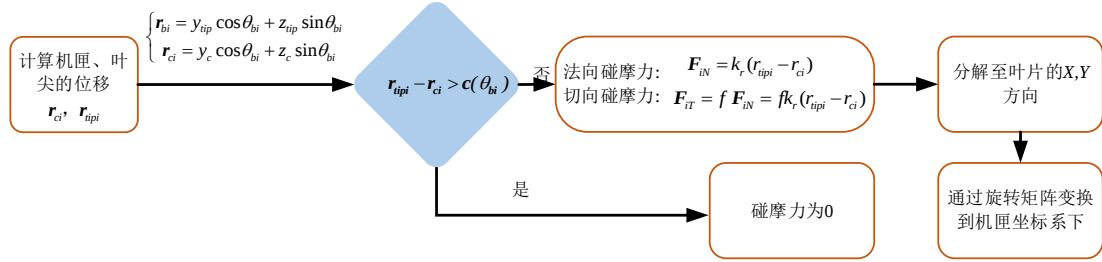


图 3.5 碰摩计算流程图

法向碰摩力和切向碰摩力可表示为：

$$\mathbf{F}_N = k_r (r_b - c(\theta_b)), \mathbf{F}_T = f \mathbf{F}_N = f k_r r_b \quad (3.24)$$

由于叶片振动的角度 θ_1 很小，假定 $\sin \theta_1 \approx y_b$ ，作用于叶片上的碰摩力为：

$$\mathbf{F}_x = -\mathbf{F}_N - \mathbf{F}_T y_b, \mathbf{F}_y = -\mathbf{F}_N y_b + \mathbf{F}_T \quad (3.25)$$

而因为机匣和转子同属于地面坐标系下，所以可以通过转换矩阵将叶片所受碰摩力的反作用力变换到机匣坐标系下。

3.4 模型参数

图 3.6 展示了本文所使用的转子试验器的结构示意图，主要包括转子、机匣和支撑系统三大部分。转子部分由两个圆盘和一个法兰盘组成，其中法兰盘 P_1 可通过柔性联轴器与电机相连接，用于传递电机的驱动扭矩，压气机盘 P_2 和涡轮盘 P_3 则分别模拟航空发动机的压气机盘与涡轮盘。机匣部分可细分为七个结构段，具体为 AB、BC、CD、DE、EF、FG 和 GH，各段之间通过螺栓连接，以确保机匣结构的稳固性和整体性。转子与机匣之间通过两个支承系统进行连接，分别为前支承 RC1 和后支承 RC2，其中前支承 RC1 采用圆柱滚子轴承，后支承 RC2 则采用深沟球轴承，这两种轴承的配置有效支撑了转子的旋转并保持其稳定性。此外，机匣与基础之间还设置了两个支承连接，分别为 CB1 和 CB2，用于提供额外的支撑力，确保整个系统的稳定运行。

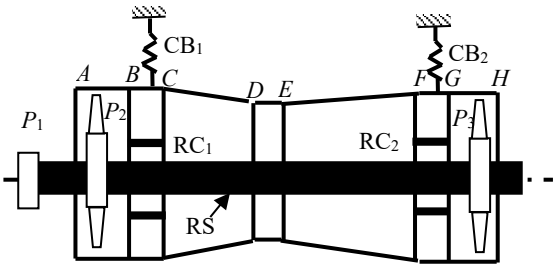


图 3.6 转子试验器模型图

3.4.1 转子模型参数

转子可以按照不同半径阶梯可以分为 12 个转子段，表 3.1 给出了转子段的内外径以及其坐标。将转子划分为 16 个单元，每个单元的材料参数信息以及单元尺寸信息如表 3.2 所示。对于 16 个单元就会有 17 个节点，表 3.3 给出转盘的参数信息以及在转子上的位置，表 3.5 叶片与转盘连接信息表 3.4 叶片与盘的连接参数。

表 3.1 转子模型阶梯段

序号	坐标/mm	外径/mm	内径/mm
1	0.0	19.0	0.0
2	22.0	19.0	0.0
3	55.0	21.5	0.0
4	138.0	24.0	0.0
5	166.0	27.0	0.0
6	223.5	28.5	0.0
7	244.5	30.0	0.0
8	753.5	35.0	0.0
9	795.5	30.0	0.0
10	838.5	25.0	0.0
11	868.5	20.0	0.0
12	892.5	19.0	0.0

表 3.2 转子单元材料参数以及尺寸信息

序号	弹性模量/Pa	泊松比	长度/mm	密度/(kg/m ³)	外径/mm	内径/mm
1	2.07×10 ¹¹	0.30	22.00	7800.00	19.00	0.00
2	2.07×10 ¹¹	0.30	33.00	7800.00	19.00	0.00
3	2.07×10 ¹¹	0.30	83.00	7800.00	21.50	0.00
4	2.07×10 ¹¹	0.30	47.20	7800.00	24.00	0.00
5	2.07×10 ¹¹	0.30	38.30	7800.00	27.00	0.00

表 3.2 (续)

6	2.07×10^{11}	0.30	21.00	7800.00	28.50	0.00
7	2.07×10^{11}	0.30	84.80	7800.00	30.00	0.00
8	2.07×10^{11}	0.30	84.90	7800.00	30.80	0.00
9	2.07×10^{11}	0.30	84.80	7800.00	31.70	0.00
10	2.07×10^{11}	0.30	84.80	7800.00	32.50	0.00
11	2.07×10^{11}	0.30	84.90	7800.00	33.30	0.00
12	2.07×10^{11}	0.30	105.80	7800.00	34.20	0.00
13	2.07×10^{11}	0.30	21.00	7800.00	35.00	0.00
14	2.07×10^{11}	0.30	43.00	7800.00	30.00	0.00
15	2.07×10^{11}	0.30	30.00	7800.00	25.00	0.00
16	2.07×10^{11}	0.30	24.00	7800.00	20.00	0.00

表 3.3 转盘信息

序号	名称	在转子上 的节点号	集中质量 /kg	偏心距 /mm	赤道惯量/ (kg•m ²)	极惯量/ (kg•m ²)
1	压气机盘	5	9.1	0.1	0.0225	0.0446
2	涡轮盘	15	9.4	0.1	0.02518	0.0536

表 3.4 叶片与转盘连接信息

k_{br1}	k_{br2}	k_{br3}	$k_{b\alpha1}$	$k_{b\alpha2}$	$k_{b\alpha3}$
1×10^7	7×10^7	7×10^7	1×10^4	1×10^4	1×10^4

3.4.2 机匣模型参数

表 3.5 为机匣模型的控制点信息，模型控制点一般为不同内外径的阶梯段的关键位置点。
表 3.6 为机匣单元的尺寸和材料参数。

表 3.5 机匣模型控制点

序号	坐标/mm	外径/mm	内径/mm
1	125.7000	350.2000	346.0000
2	270.5000	350.2000	346.0000
3	401.6000	279.0000	275.0000
4	442.6000	279.0000	275.0000
5	585.6000	350.2000	346.0000
6	863.4000	350.2000	346.0000

表 3.6 机匣模型单元信息

序号	弹性模量/ Pa	泊松比	长度/ mm	密度/ (kg/m^3)	外径/ mm	内径/ mm
1	2.07×10 ¹¹	0.30	72.40	7800.00	350.20	346.00
2	2.07×10 ¹¹	0.30	46.40	7800.00	350.20	346.00
3	2.07×10 ¹¹	0.30	91.60	7800.00	350.20	346.00
4	2.07×10 ¹¹	0.30	65.50	7800.00	314.60	310.50
5	2.07×10 ¹¹	0.30	41.00	7800.00	279.00	275.00
6	2.07×10 ¹¹	0.30	71.50	7800.00	279.00	275.00
7	2.07×10 ¹¹	0.30	71.50	7800.00	314.60	310.50
8	2.07×10 ¹¹	0.30	92.60	7800.00	350.20	346.00
9	2.07×10 ¹¹	0.30	96.30	7800.00	350.20	346.00
10	2.07×10 ¹¹	0.30	64.00	7800.00	350.20	346.00
11	2.07×10 ¹¹	0.30	24.90	7800.00	350.20	346.00

3.4.3转子-机匣支承信息

转子与机匣之间采用弹簧支撑，表 3.7 为转子与机匣之间的连接参数，表 3.8 为转子与机匣之间的连接节点信息。

表 3.7 转子-机匣连接参数

名称	X 向径向刚度	X 向径向阻尼	Y 向径向刚度	Y 向径向阻尼
	$K_{cx}/(N/m)$	$C_{cx}/(N.s/m)$	$K_{cy}/(N/m)$	$C_{cy}/(N.s/m)$
CB1	1.0×10 ⁷	2000.0	1.0×10 ⁷	2000.0
CB2	2.5×10 ⁶	2000.0	1.0×10 ⁷	2000.0

表 3.8 转子-机匣连接支承的节点关系

名称	转子节点	机匣节点
RC1	7	3
RC2	13	10

3.4.4 机匣-基础安装节连接信息

表 3.9 为机匣-基础间安装节连接参数，表 3.10 为机匣-基础间的安装节连接节点关系。

表 3.9 机匣-基础安装节连接参数

名称	X 向径向刚度 $K_{cx}/(\text{N/m})$	X 向径向阻尼 $C_{cx}/(\text{N.s/m})$	Y 向径向刚度 $K_{cy}/(\text{N/m})$	Y 向径向阻尼 $C_{cy}/(\text{N.s/m})$
CB1	1.0×10^7	2000.0	1.0×10^7	2000.0
CB2	2.5×10^6	2000.0	1.0×10^7	2000.0

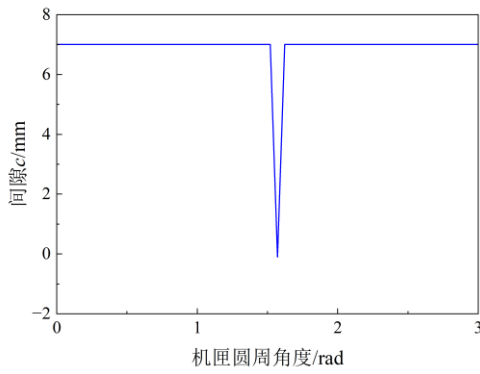
表 3.10 机匣-基础安装节连接节点关系

名称	机匣模型	机匣节点
CB1	机匣模型 1	3
CB2	机匣模型 1	10

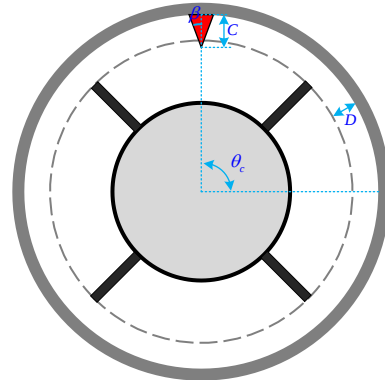
3.5 叶片-机匣碰摩故障振动特性分析

为了模拟机匣单点碰摩，可以在机匣的特定位置设置局部变形。假设在角度 θ_c 处，变形量为 C ，并且在 $\pm\beta^\circ$ 范围内考虑用余弦函数来模拟该变形，设初始间隙为 D ，在不同角度上的间隙值可通过式 (3.26) 计算。其中 $0 < \theta \leq 2\pi$ ，本章间隙参数设置如下： D 设为 7mm， C 设置为 7.1mm，碰摩刚度设置为 $1\text{e}7\text{N/m}$ 。

$$c(\theta) = \begin{cases} D, & |\theta - \theta_c| > \beta \\ D - C \left[0.5 + 0.5 \cos \frac{\pi(\theta - \theta_c)}{\beta} \right], & |\theta - \theta_c| \leq \beta \end{cases} \quad (3.26)$$



(a) 间隙图



(b) 间隙参数图

图 3.7 碰摩模型间隙图

3.5.1 单点碰摩故障仿真

首先进行单点碰摩故障仿真，仿真过程中所用的间隙和试验器参数已在前文列出。本次仿真考虑了转子不平衡激励和叶片在离心力作用下的响应。局部变形参数的设置为： $\theta_c = \pi/2$ ，

$\beta = \pi/60$ ，转盘上共有四个叶片。在 1500 转/分钟的转速下，机匣 3 节点（安装节平面）的径向水平加速度响应如图 3.8 所示。可以观察到，在发生碰摩后，加速度响应表现出显著的冲击特征，而在未发生碰摩时，加速度响应则较为微弱。放大图中进一步显示，相邻两次冲击的时间间隔约为 0.01 秒，且在该转速下，转速频率为 25 Hz，相应的周期为 0.04 秒。如果假设每个旋转周期中，四个叶片在机匣的局部变形区域均发生碰摩，则时间间隔应为 0.01 秒。为此，对各叶片所受的碰摩力进行了绘图，结果如图 3.9 所示。图中显示，四个叶片均经历了碰摩，且时间间隔为 0.01 秒。

图 3.10 展示了机匣响应的频谱图，可以观察到频谱中出现了多个转速的倍频分量，且在叶片通过频率（即转速频率 25 Hz 乘以叶片数量 4）对应的 100 Hz 倍频处，幅值较为显著。由于不平衡激励设置的相位与 1 号叶片的相位一致，因此 1 号叶片的碰摩响应较为显著。为进一步分析，本文重点研究了 1 号叶片的响应特性。该叶片在发生碰摩时，加速度响应表现得尤为明显，而位移响应在时域上则不甚显著。因此，本文主要分析了叶片的加速度信号。图 3.11 展示了 1 号叶片弯曲方向的加速度响应时域图，放大图中显示，叶片 1 上的冲击响应间隔为 0.04 秒，与旋转周期相一致。在频谱分析中，观测到多个倍频分量的峰值，包括 375 Hz、1125 Hz 和 2149 Hz，这些频率接近于叶片前三阶固有频率（分别为 365 Hz、1254 Hz 和 2294 Hz）。

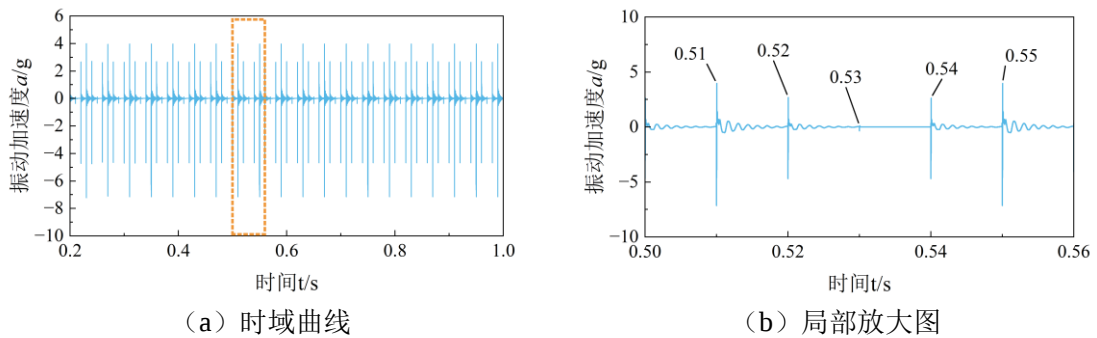


图 3.8 机匣 3 节点（安装节平面）径向水平加速度响应

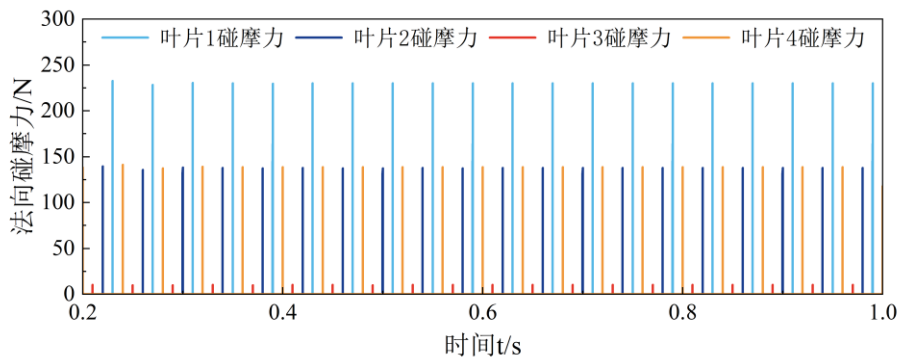


图 3.9 各叶片法向碰摩力值

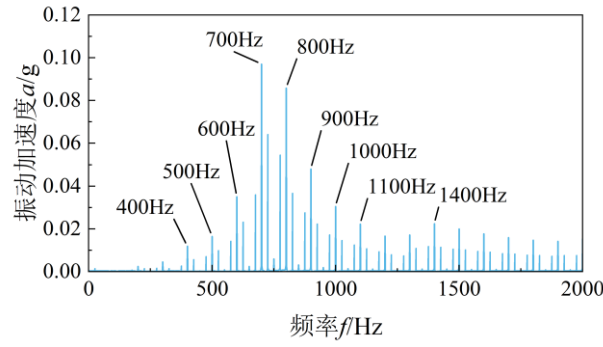
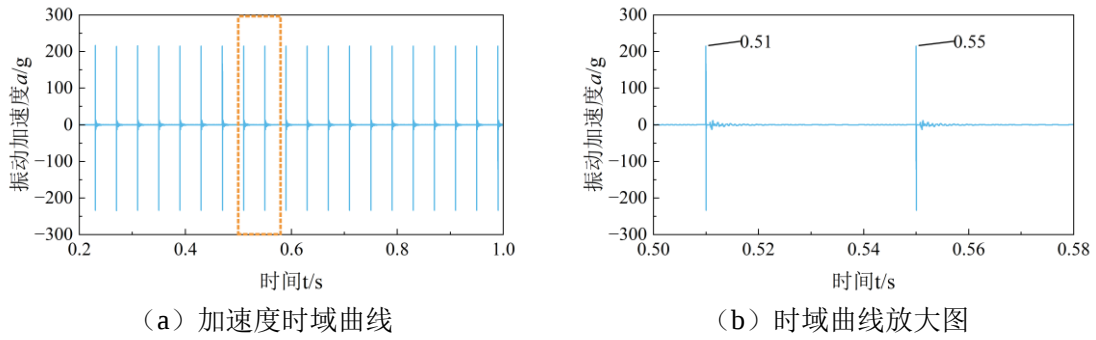
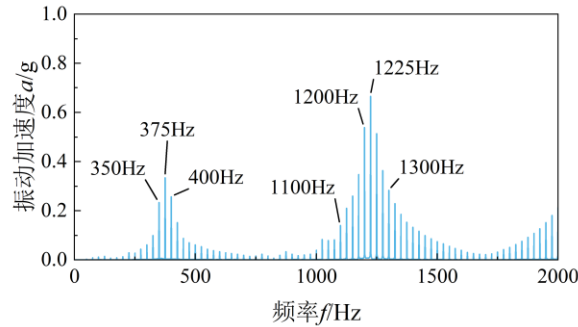


图 3.10 机匣 3 节点（安装节平面）径向水平加速度响应频谱图


 图 3.11 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度

 图 3.12 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度频谱图

3.5.2 多点碰摩故障

接下来，进行考虑机匣两点碰摩仿真，其他参数与上文一致。本次仿真中，局部变形设置两处凸起，具体参数设置为： $\theta_{c1} = \pi/2$ ， $\beta_1 = \pi/60$ ， $\theta_{c2} = 0$ ， $\beta_2 = \pi/60$ ，转速依然设置为 1500r/min。

图 3.13 为机匣径向水平方向加速度时域波形以及局部放大图，可以看到冲击周期为 0.01s 这与单点碰摩在机匣上的冲击周期一致，这是也两处凸起与叶片的安装角度差相同。在频谱图中，出现了明显的叶片通过频率（100Hz）的倍频，同时，这些频率附近还会出现以转速频率为频率差的边频带。进一步分析叶片上受到的法向碰摩力，如图 3.15 所示，可以看到每个叶片会在一个周期 0.04s 内会受到两次冲击，且时间间隔为 0.01s。即叶片会持续与这两处凸起发生碰

摩。值得注意的是，叶片的频率特征与单点碰摩的情况相似，均在前三阶固有频率附近产生较为显著的倍频分量。

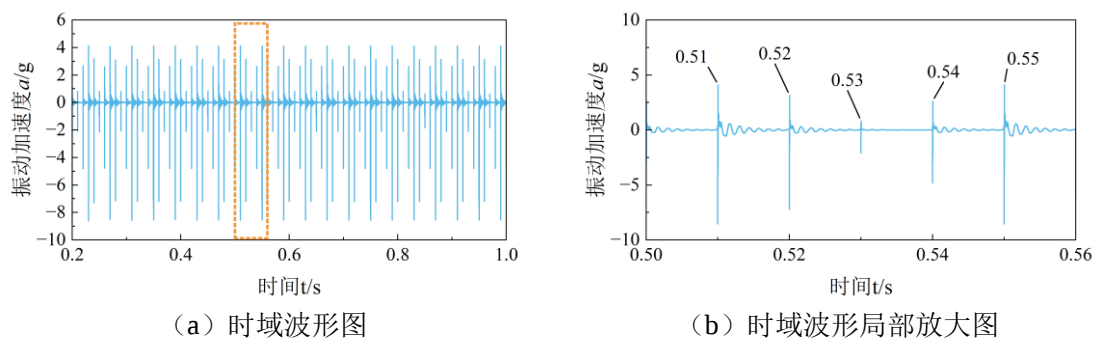


图 3.13 两点碰摩机匣径向水平加速度时域结果图

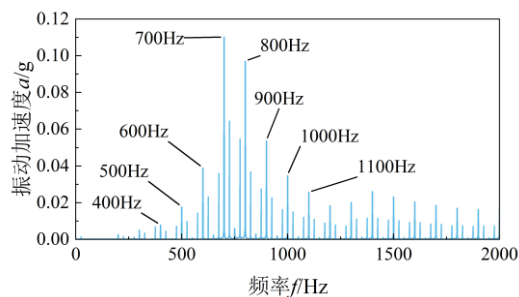


图 3.14 两点碰摩机匣径向水平加速度频谱图

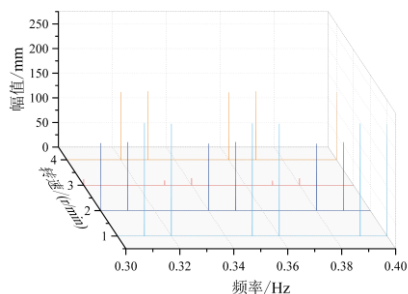


图 3.15 各叶片碰摩力结果图

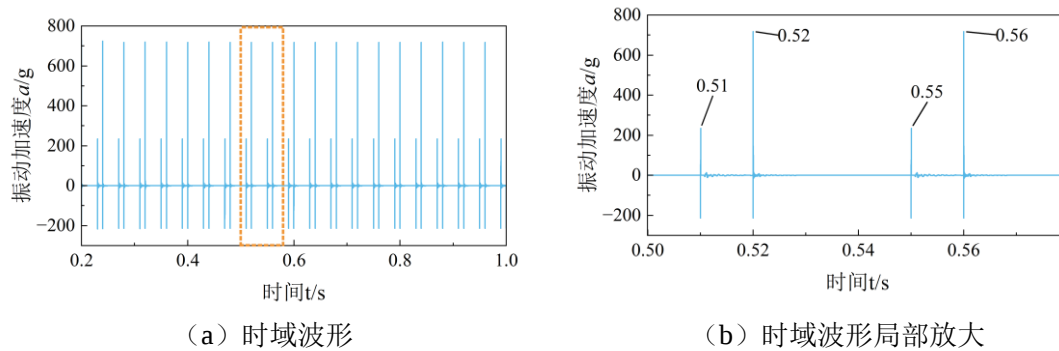
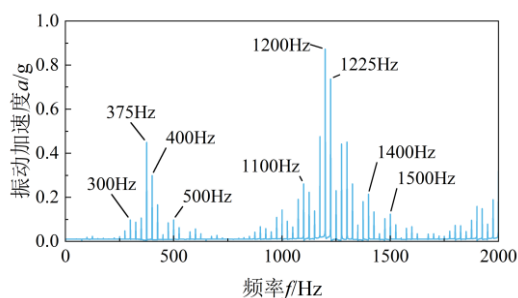


图 3.16 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度

图 3.17 叶片 1 弯曲方向 (y') 振动加速度频谱图

3.6 本章小结

本章建立了叶片-转子-机匣-支承的耦合整机动力学模型。首先,采用梁单元建立转轴模型,并通过集中质量模型构建转盘模型,随后与转轴单元共同组装转子单元的刚度和质量矩阵。机匣模型则通过忽略旋转效应的梁单元进行建立,机匣与转子模型之间通过弹簧力连接,机匣与安装节之间亦采用弹簧力连接,叶片与转子则通过弹簧在盘节点与转轴进行耦合。与此同时,整机模型中引入了考虑机匣局部变形的碰摩模型,进行了单点碰摩和多点碰摩的仿真分析。研究表明:

(1) 单点碰摩故障中,机匣振动加速度信号会出现很多冲击,且冲击间隔保持不变。在频谱上表现的特征为出现很多转速倍频分量的幅值,且在叶片通过频率附近出现较大的幅值,同时这些频率分量的附近还会存在边频带。在叶片上的特征则表现为出现很多倍频,同时因为碰摩过程并非一致持续,所以在叶片的固有频率附近会出现较大的倍频分量。

(2) 多点碰摩故障对于机匣和叶片的冲击次数更多,所以加速度的幅值也更大。其他特征则与单点碰摩故障结果类似,机匣上出现较大的叶片通过频率的倍频分量以及叶片上在叶片的固有频率附近出现幅值较大的转速倍频分量。

第四章 叶片裂纹-碰摩耦合故障整机振动分析

4.1 引言

叶片作为航空发动机和燃气轮机中的关键核心部件，其失效模式主要表现为疲劳失效，通常以裂纹的萌生和扩展为特征。疲劳失效的原因多种多样，其中包括共振现象、外物损伤以及叶尖碰摩等因素。具体来说，在某型燃气轮机的运行过程中，曾发生过严重的叶片断裂事故，导致了显著的经济损失和生产安全隐患。事故分析表明，该型发动机的一级叶片经历了数百小时的裂纹萌生与扩展，并且在裂纹扩展的过程中，叶片出现了较大的伸长变形，且这一过程通常伴随着转静碰摩故障的发生。

本章将裂纹模型与上一章所建立的整机模型相耦合，分析了在裂纹故障情况下叶片的振动位移以及机匣和转盘的振动加速度响应。在此基础上，本章进一步耦合叶片-机匣碰摩故障，研究了叶片周向振动位移以及机匣和转盘的加速度振动响应。

4.2 裂纹-碰摩耦合故障动力学模型求解

本章仿真分析中，作用于叶片的主要激励来源包括以下几种：1) 气流激励；2) 叶片离心力激励；3) 裂纹叶片导致的变刚度激励；4) 转静碰摩激励。为此，将旋转裂纹叶片与碰摩故障的耦合模型与转子-支承-机匣耦合动力学模型进行叠加，形成含转裂纹叶片-机匣碰摩耦合故障的转子-支承-机匣耦合动力学模型。图 4.1 展示了该模型的求解流程，采用 Newmark- β 法和翟方法相结合的方法对系统进行求解，以获得转子、叶片、机匣和支承系统的非线性振动响应。最终，本文通过该方法得出含转裂纹叶片-机匣碰摩耦合故障的航空发动机整机振动响应。

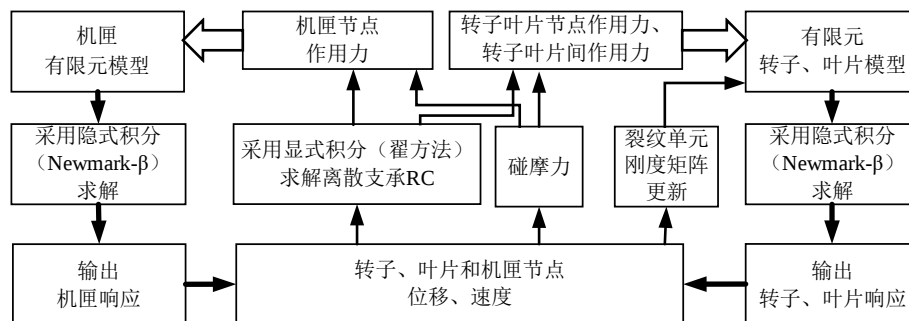


图 4.1 含裂纹-碰摩故障转子-叶片-支承-机匣耦合动力学求解流程

4.3 裂纹故障在整机模型中的动力学响应

在不考虑叶片-机匣的转静碰摩故障的情况下，对裂纹叶片的振动特性进行仿真分析。裂纹参数设置如下：裂纹深度比为 0.5，裂纹位置比为 0.1，气流激励仅作用在叶片沿转盘周向的弯

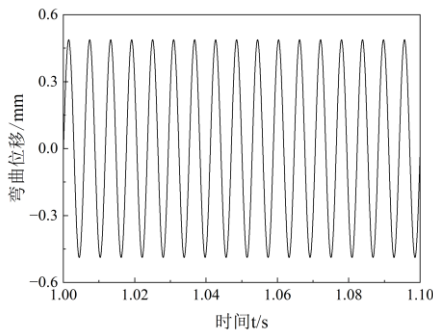
曲振动方向，其幅值 A_f 为 50N，气流激励阶数 EO 设置为 5。

首先，本文分析了涡轮叶片在不同转速下的振动特性，特别是考虑到叶片超谐共振（2040 r/min）和共振（4080 r/min）状态下，叶片无裂纹和有裂纹情况下的振动响应。对比了叶片 1 在局部坐标系下沿转盘周向 y' 方向（以下称为叶片弯曲方向）振动位移响应，以及涡轮盘和机匣径向水平方向的振动加速度响应，2040r/min 下仿真结果如图 4.2、图 4.3、图 4.4 所示，4080r/min 下仿真结果如图 4.5 图 4.6 图 4.7 所示。

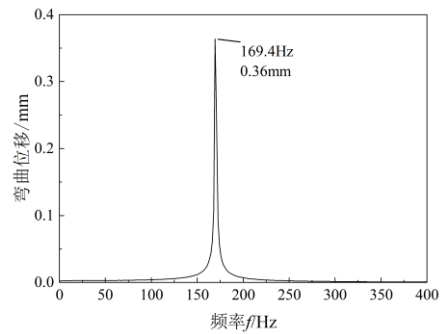
在无裂纹的情况下，叶片受到气流激励力的作用，产生明显的强迫振动，其振动频率与气流激励频率 f_e 相同，且该频率约为转速频率 f_r 的五倍。同时，涡轮盘和机匣的振动加速度响应则主要由转子的不平衡力引起，几乎不受气流力激励的影响，其频谱特征仅能看到转频成分。这表明，尽管气流激励对叶片的振动影响显著，但对于涡轮盘和机匣而言，不平衡力仍是主要的激励源。

当叶片存在裂纹时，尤其是在 2040 r/min 条件下，裂纹引发的非线性效应开始显现，频谱中出现了显著的气流激励频率 2 倍频分量，同时还伴随一些微弱的高倍频分量。此外，裂纹还导致了叶片振动位移频谱中出现了常值分量。常值分量的出现表明，裂纹导致了叶片的振动发生了持续性偏移或不对称性，从而对叶片的长期振动行为产生了影响。与无裂纹状态下相比，无裂纹叶片的振动响应较为规则，频谱上没有类似的常值分量。进一步分析涡轮盘和机匣上的振动加速度响应，裂纹导致频谱中出现了 $n \cdot f_e \pm f_r$ (n 为大于 2 的正整数) 频率分量。这一现象只有使用对数坐标才能较为明显。之所以 $n \neq 1$ ，时因为在无裂纹情况下，频谱中就包含了 $f_e \pm f_r$ 这两个频率分量，但其幅值可以忽略不计，而出现裂纹时会增大这一幅值，但从仿真结果来看，即使裂纹得这些频率分量有所增大，其幅值依旧非常微弱。

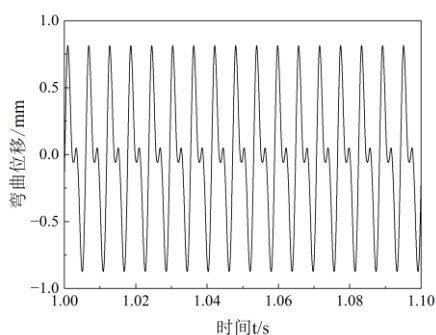
在 4080 r/min 的转速下，由于该转速接近叶片的共振频率，叶片的振动响应更加显著。此时，叶片的振动几乎完全由气流激励频率的成分主导。与 2040 r/min 时的情况类似，频谱中依然可以观察到常值分量和气流激励频率的倍频成分，但其幅值较小。涡轮盘和机匣的振动加速度响应与 2040 r/min 时的结论一致，主要由转子不平衡力激发，几乎不受气流激励的影响。



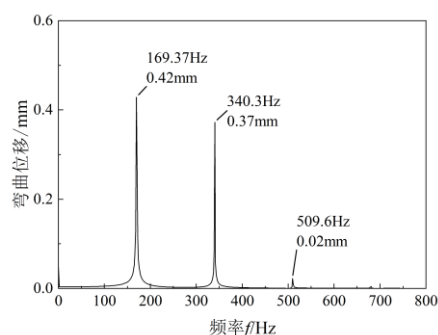
(a) 时域波形（无裂纹无碰摩）



(b) 频谱（无裂纹无碰摩）

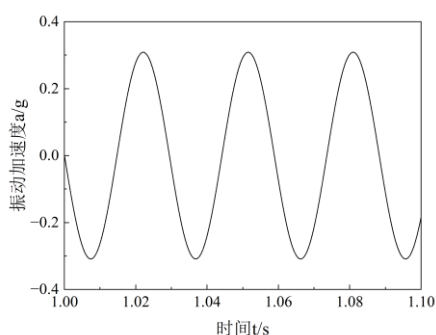


(c) 时域波形 (0.5 裂纹无碰摩)

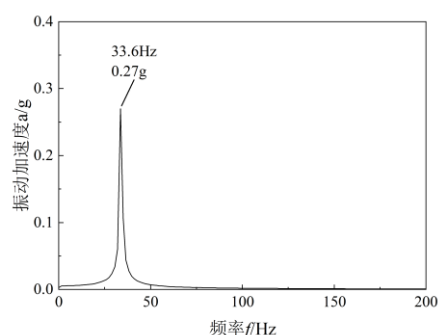


(d) 频谱 (0.5 裂纹无碰摩)

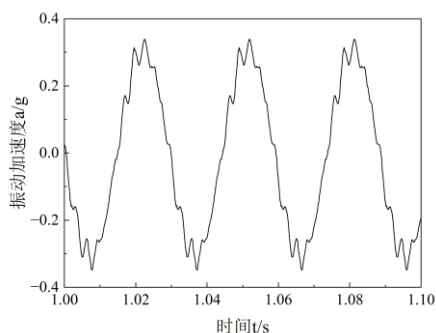
图 4.2 叶片 1 弯曲振动位移响应 (2040r/min)



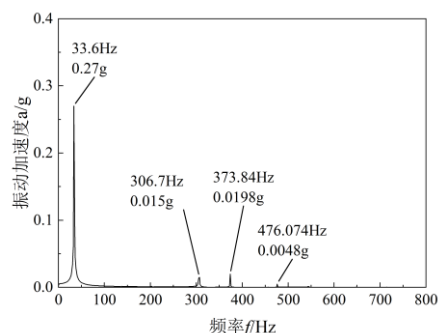
(a) 时域波形 (无裂纹无碰摩)



(b) 频谱 (无裂纹无碰摩)

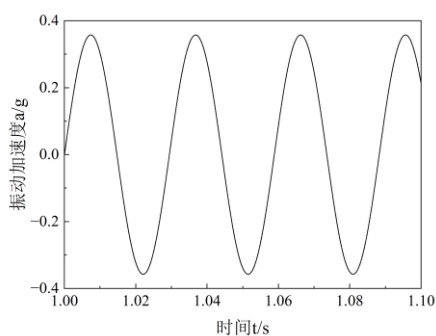


(c) 时域波形 (0.5 裂纹无碰摩)

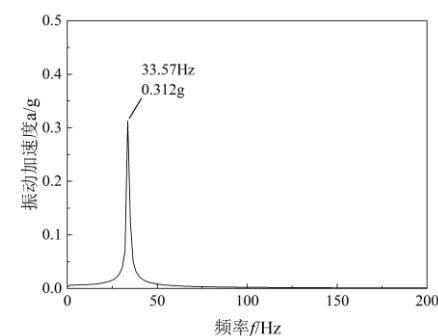


(d) 频谱 (0.5 裂纹无碰摩)

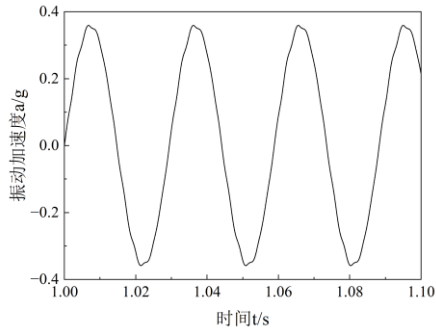
图 4.3 转盘振动加速度响应 (2040r/min)



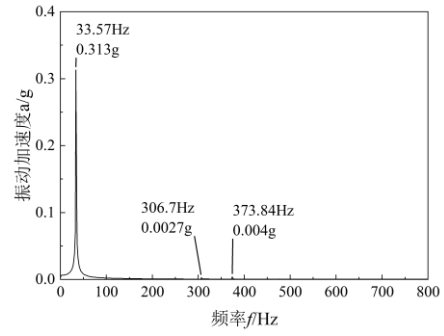
(a) 时域波形 (无裂纹无碰摩)



(b) 频谱 (无裂纹无碰摩)

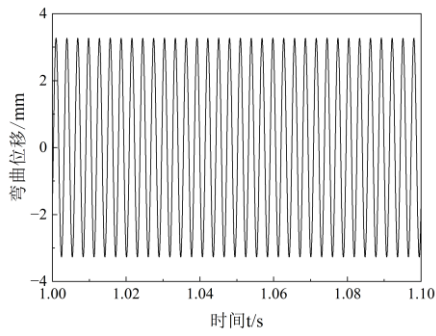


(c) 时域波形 (0.5 裂纹无碰摩)

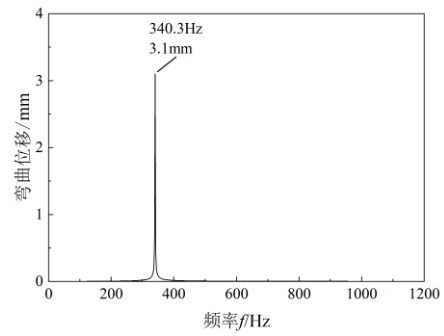


(d) 频谱 (0.5 裂纹无碰摩)

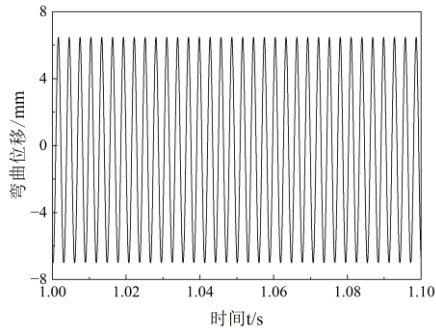
图 4.4 机匣振动加速度响应 (2040r/min)



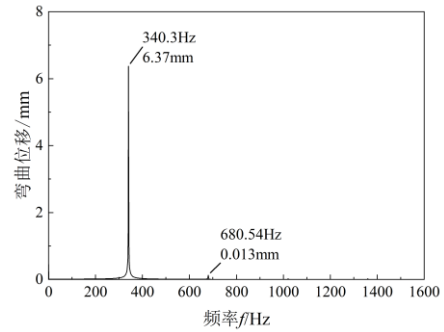
(a) 时域波形 (无裂纹无碰摩)



(b) 频谱 (无裂纹无碰摩)

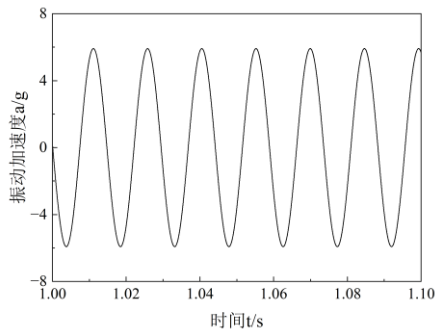


(c) 时域波形 (0.5 裂纹无碰摩)

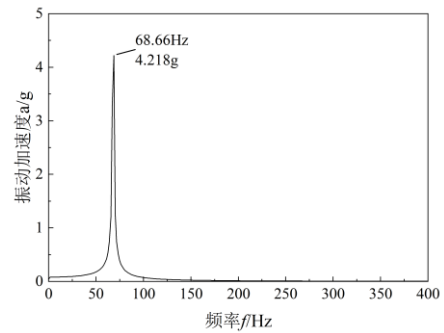


(d) 频谱 (0.5 裂纹无碰摩)

图 4.5 叶片 1 振动位移响应 (4080r/min)



(a) 时域波形 (无裂纹无碰摩)



(b) 频谱 (无裂纹无碰摩)

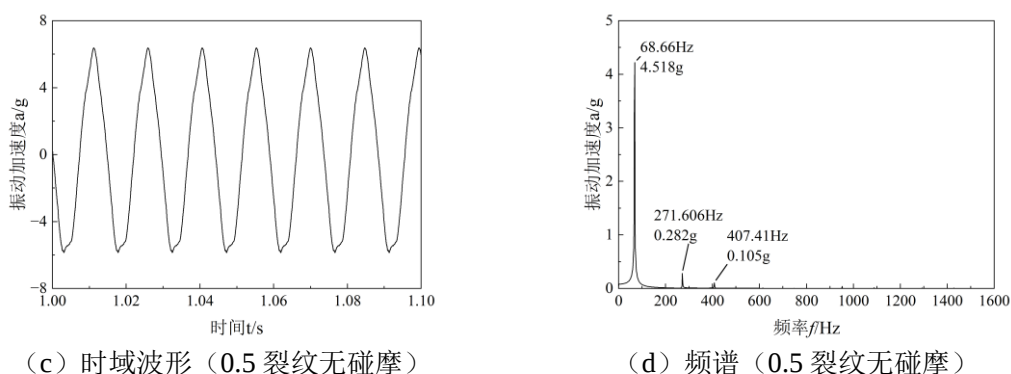


图 4.6 转盘振动加速度响应 (4080r/min)

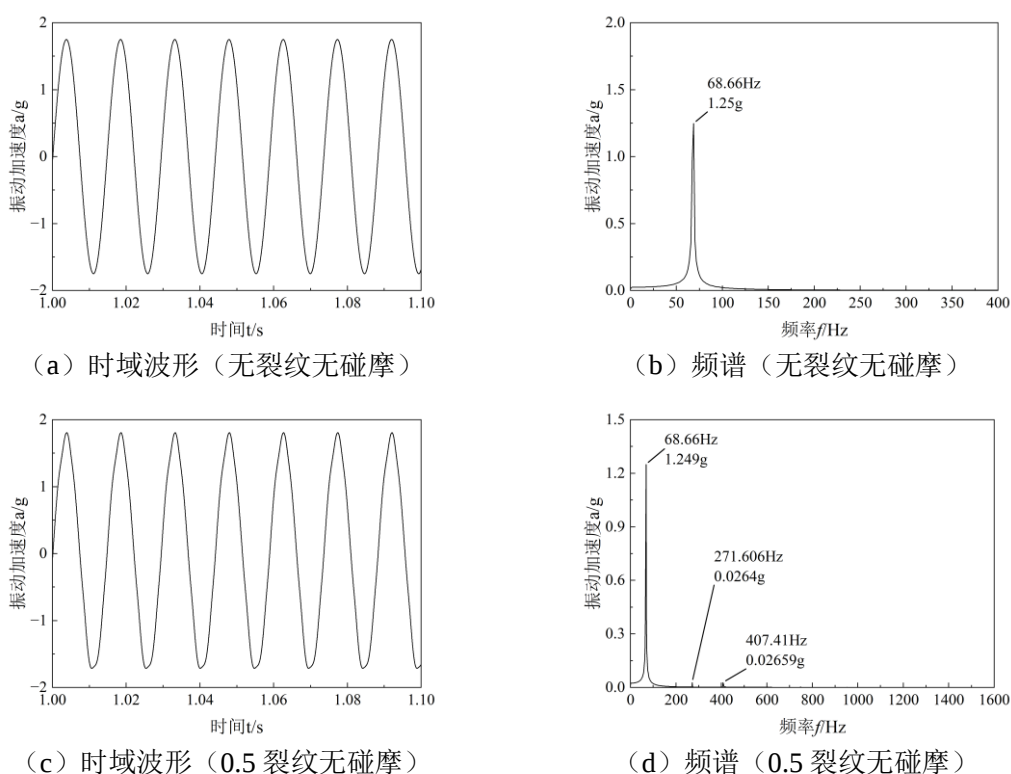


图 4.7 机匣振动加速度响应 (4080r/min)

设置转速从 0 到 9600r/min 变化, 通过仿真计算得到旋转叶片在有裂纹和无裂纹情况下的振动响应。图 4.8 (a) 展示了在不考虑裂纹的情况下, 叶片 1 在局部坐标系下沿转盘周向 y' 方向 (即叶片弯曲方向) 的振动位移的三维瀑布图。从图中可以看出, 当叶片受气流力作用时, 叶片将产生强迫振动。振动频率为气流激励频率 f_e , 即为转速频率的 5 倍, 图中弯曲位移最大值出现在 4320r/min 处, 此时气流激励频率约为 360Hz, 接近无裂纹叶片的 1 阶固有频率 (364.9Hz)。

图 4.8 (b) 展示了叶片考虑裂纹时的叶尖弯曲振动响应三维瀑布图, 与健康叶片相比, 当叶片出现裂纹时, 叶片弯曲振动位移的频谱上会出现异常分量。并且, 当转速低于某一转速

时,还会出现气流激励的倍频分量,这现象与单叶片的仿真结论一致。同时,叶片考虑裂纹时叶尖弯曲振动位移的峰值出现在 4080r/min 处,此时气流激励频率为 340Hz。根据第 2.3 中裂纹叶片固有频率计算结果可知,在 0.5 裂纹深度比,0.1 裂纹位置比时,开裂叶片固有频率为 319.307Hz。根据第 2.2.3 中的裂纹叶片固有频率计算公式,裂纹叶片固有频率 f_c 约为 340.58Hz。可以看出,此时气流激励频率与裂纹叶片固有频率一致,且低于无裂纹叶片的固有频率。

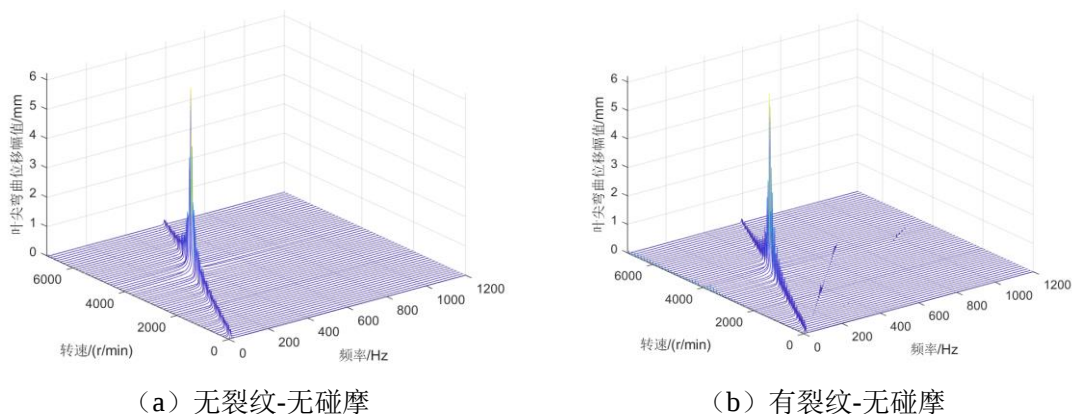


图 4.8 叶片 1 弯曲振动位移三维瀑布图

图 4.9 为在考虑和不考虑裂纹的情况下,叶片所在的涡轮盘在转子坐标系下径向水平方向(即 Y 方向)的振动加速度的三维瀑布图。图 4.10 展示了在考虑和不考虑裂纹的情况下,涡轮机匣在转子坐标系下径向水平方向(即 Y 方向)的振动加速度的三维瀑布图。从两图中可以观察到,在无裂纹情况下,气流激励对转子和机匣振动影响很小,从图中只能看到转速频率成分。当叶片出现裂纹时,若转速对应的气流激励使得裂纹叶片产生超谐共振或者共振,涡轮盘和涡轮机匣上的振动加速度会出现非常微弱的 $n \cdot f_e \pm f_r$ 频率分量(n 为正整数)。然而,在其他转速下,裂纹对转子和机匣的振动影响几乎可以忽略不计。

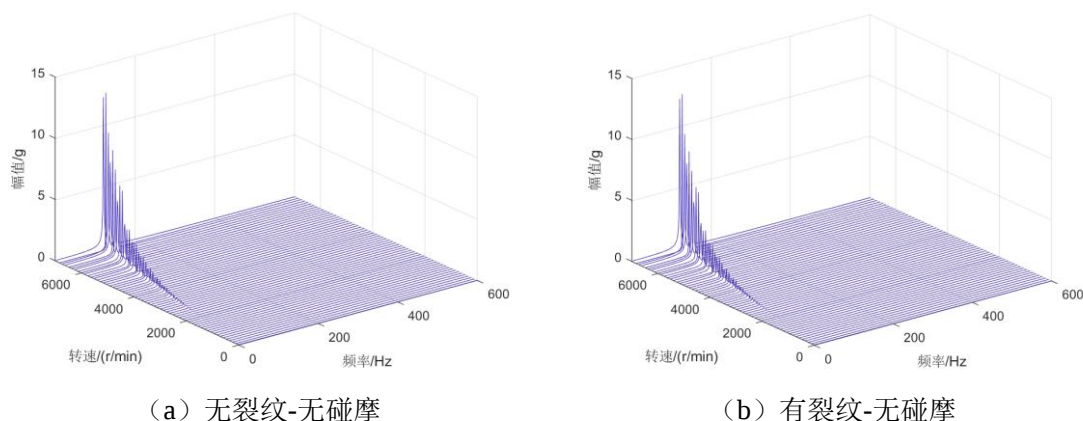


图 4.9 转盘振动加速度三维瀑布图

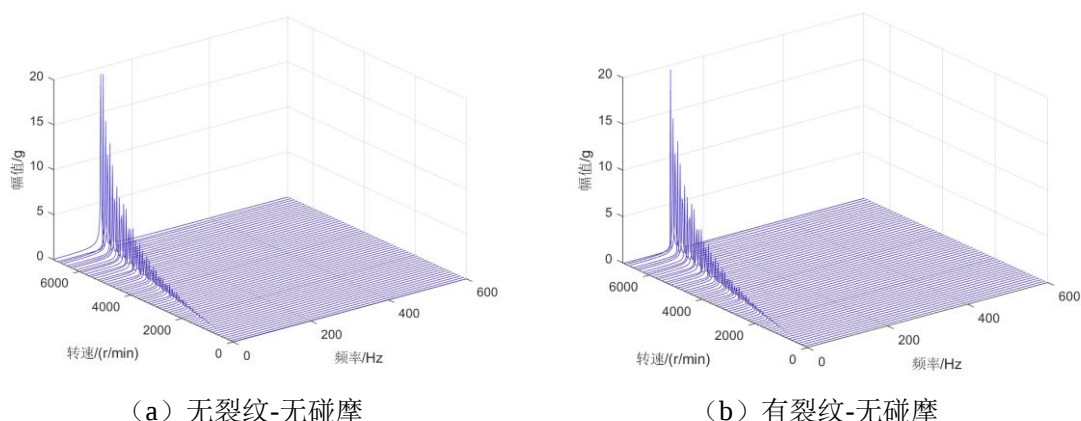


图 4.10 机匣振动加速度三维瀑布图

4.4 叶片裂纹转静碰摩故障在整机模型的下的动力学响应

本部分为整机的碰摩故障仿真，对裂纹叶片的振动特性进行仿真分析。仿真计算中，裂纹参数设置如下，裂纹深度比为 0.5，裂纹位置比为 0.1，气流激励给定仅仅作用在叶片沿转盘周向弯曲振动方向，其幅值 A_f 为 50N,阶数 EO 设置为 5，碰摩所设置参数与第三章中一致。

首先，在包含碰摩故障条件下，针对涡轮叶片在不同转速的振动特性进行了仿真分析，分别考虑了叶片在超谐共振（2040 r/min）和共振（4080 r/min）状态下无裂纹和有裂纹故障情形。对比了叶片 1 在局部坐标系下沿转盘周向 y' 方向（以下称为叶片弯曲方向）振动位移响应，以及涡轮盘和机匣径向水平方向的振动加速度响应，2040r/min 下仿真结果如图 4.11、图 4.12、图 4.13 所示，4080r/min 下仿真结果如图 4.14、图 4.15、图 4.16 所示。

在无裂纹的情况下，叶片受到气流激励力的作用，产生明显的强迫振动，其振动频率与气流激励频率 f_e 相同，且该频率约为转速频率 f_r 的五倍。发生碰摩时，叶片和机匣将直接收到碰摩力的激励，所以在叶片和机匣上的冲击非常明显，所以机匣的振动加速度频谱上出现了很多转速的倍频，且幅值较大。叶尖的弯曲振动频谱上会出现转速的倍频，而由于对于一个叶片并不是一直与机匣碰摩，所以碰摩力为间断的冲击响应，所以在叶片固有频率 340Hz 附近的倍频幅值更大。但是其他一些倍频的幅值较小，这是因为径向碰摩力的幅值较大，切向碰摩力较小，而作用在弯曲方向的碰摩力为切向碰摩力。涡轮盘的振动加速度响应也与机匣响应基本一致，主要表现为出现较多转速倍频。

当叶片存在裂纹时，即叶片裂纹和碰摩耦合故障下，从机匣与转盘上的振动响应可以看出对振动响应贡献最大是碰摩效应，即主要表现为碰摩的故障特征，而从叶片位移的响应来看，叶片振动响应更多的还是表现为裂纹的故障特征，即出现较大的气流激励倍频。

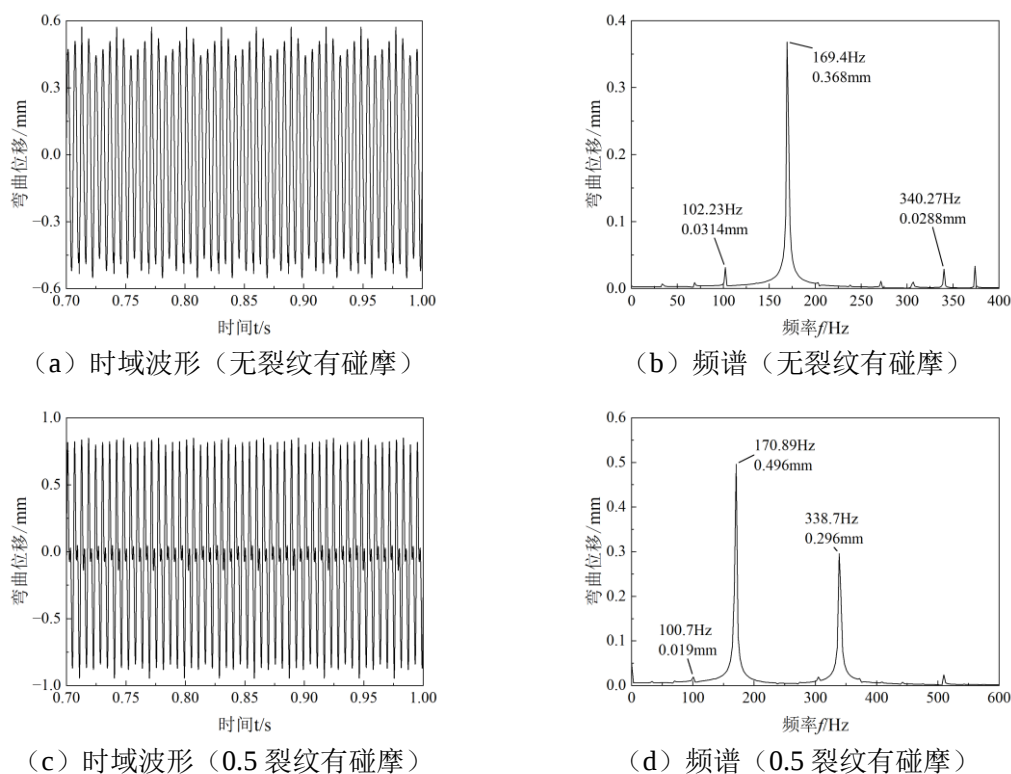


图 4.11 叶片 1 弯曲振动位移响应（2040r/min）

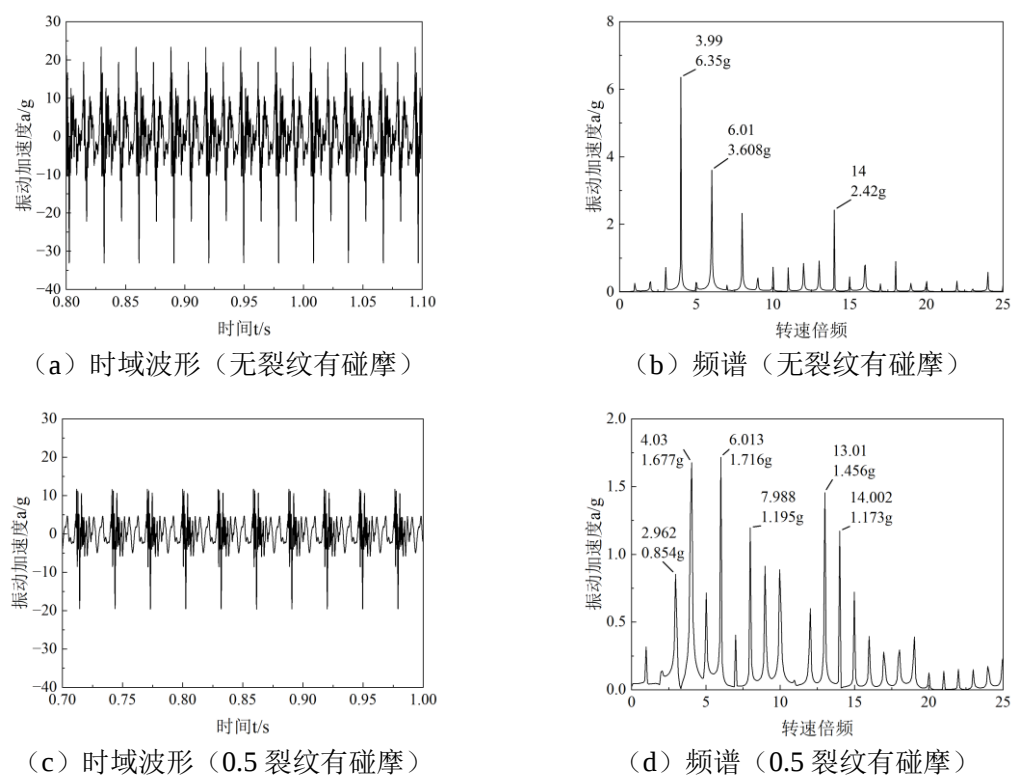


图 4.12 转盘振动加速度响应（2040r/min）

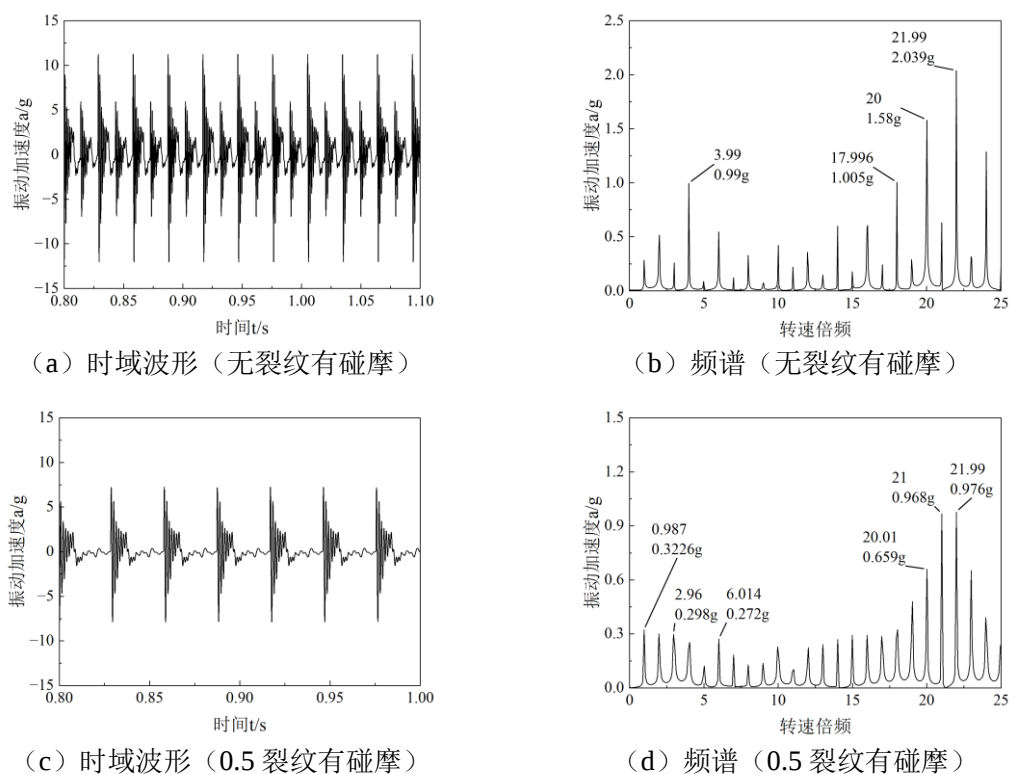


图 4.13 机匣振动加速度响应（2040r/min）

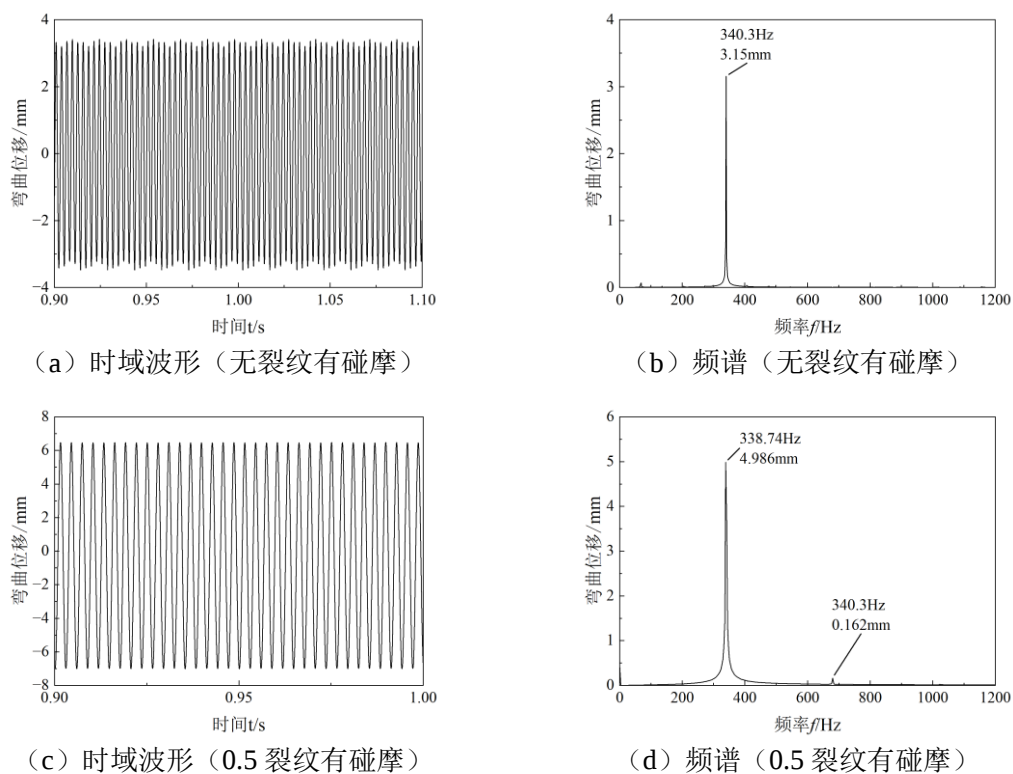


图 4.14 叶片 1 振动位移响应（4080r/min）

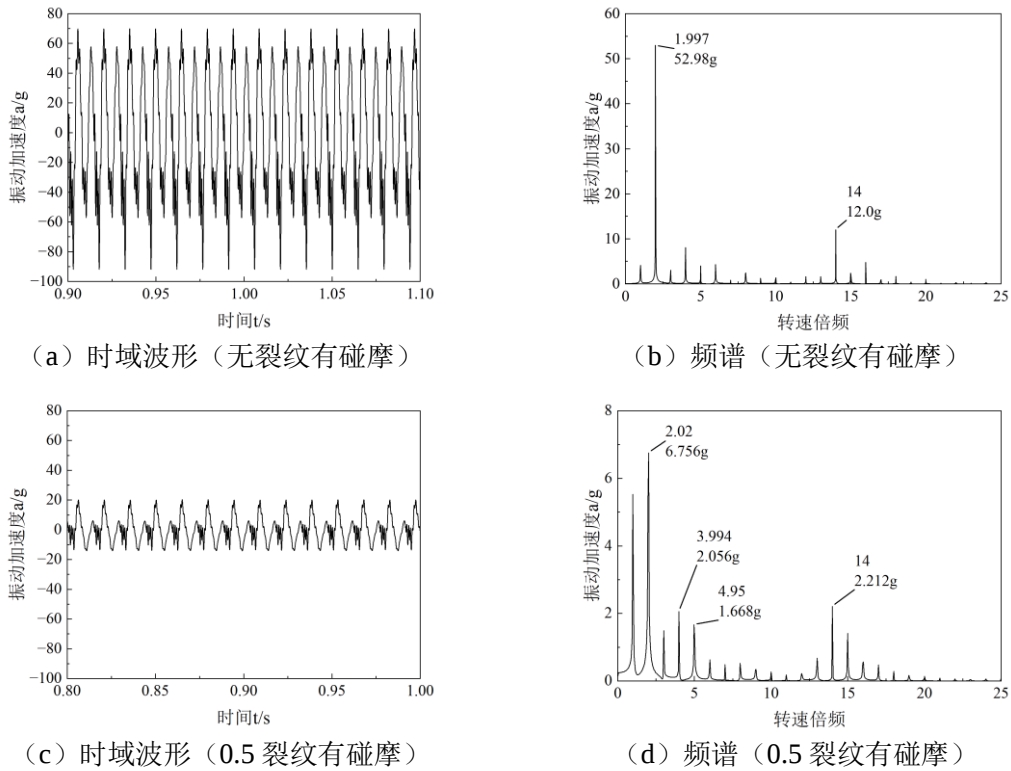


图 4.15 转盘振动加速度响应（4080r/min）

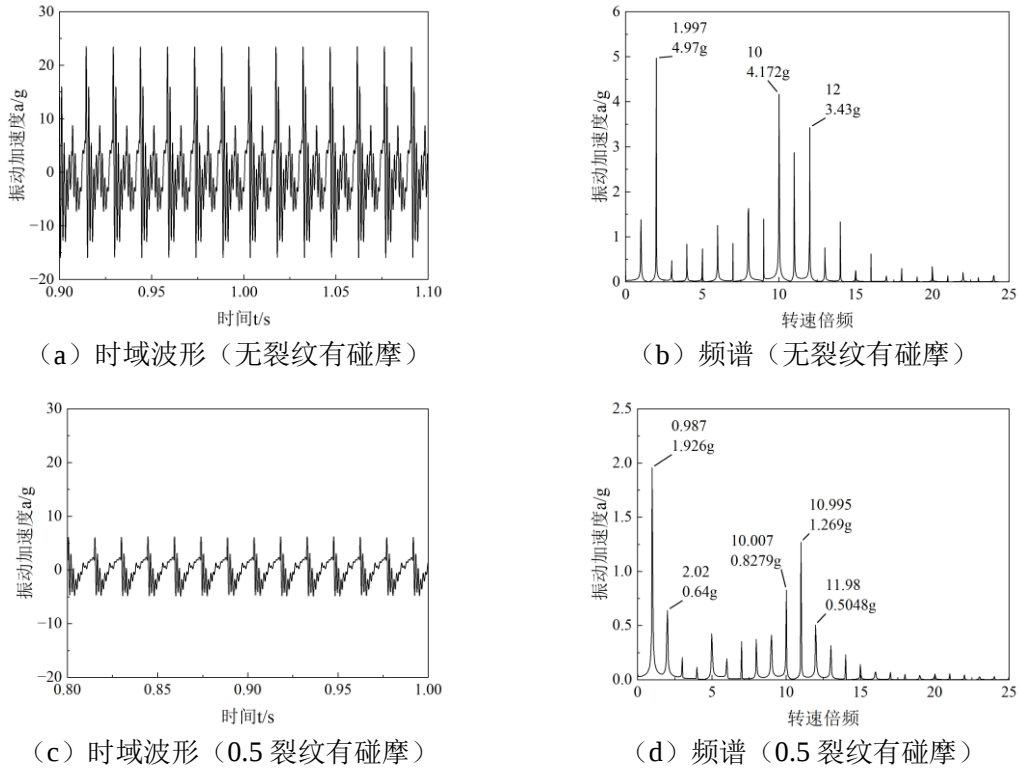


图 4.16 机匣振动加速度响应（4080r/min）

与上文一致，设置转速从 0 到 9600r/min 变化，通过仿真计算得到旋转叶片在有裂纹和无裂纹情况下的振动特性。图 4.17 (a) 展示了在只考虑碰摩的情况下，叶片 1 在局部坐标系下沿转盘周向 y' 方向（即叶片弯曲方向）的振动位移的三维瀑布图。从图中可以看出，碰摩激励下，叶片的弯曲振动位移出现了气流激励频率以及较多的转速倍频，但转速倍频的幅值较小。

图 4.17 (b) 展示了叶片考虑碰摩和裂纹耦合故障下的叶尖弯曲振动响应三维瀑布图，从图中可以看出，相较于健康叶片碰摩，当叶片出现裂纹时，其弯曲振动位移的频谱上会出现常值分量。并且，气流激励的倍频将不会随着转速升高而消失，这是因为对叶片的呼吸作用起主要贡献的是离心力和弯矩。当转速较高时离心力占据主导作用，且其值不再变化，会使得裂纹始终处于常开状态。但出现碰摩故障时，在高转速下由于切向碰摩力的影响，还是会使得裂纹闭合或者张开。

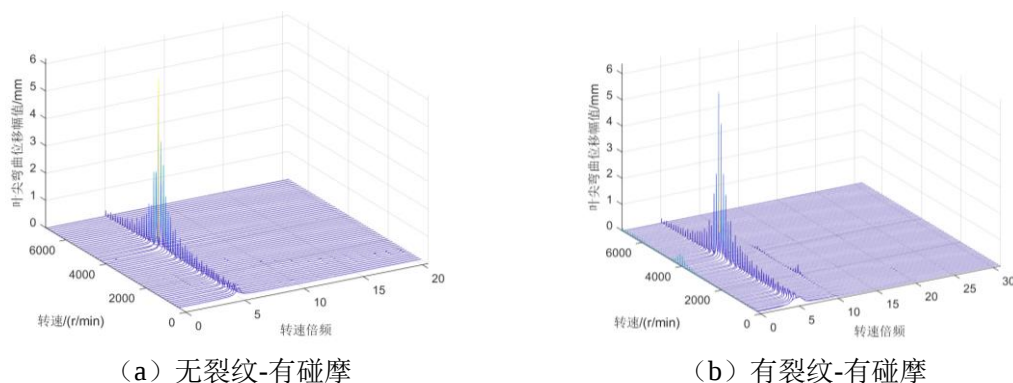


图 4.17 叶片 1 弯曲振动位移三维瀑布图

图 4.18 为叶片所在的涡轮盘在转子坐标系下径向水平方向（即 Y 方向）的振动加速度的三维瀑布图。图 4.19 为涡轮机匣在转子坐标系下径向水平方向（即 Y 方向）的振动加速度的三维瀑布图。从这两幅图中可以观察到，在无裂纹的情况下，气流激励对转子和机匣的振动影响较小，振动信号主要由碰摩激励引起，表现为转速的倍频分量，且在机匣上的转速倍频分量更加显著。然而，当叶片存在裂纹时，振动特征依然以转速倍频为主，表明裂纹的存在对振动响应不明显。

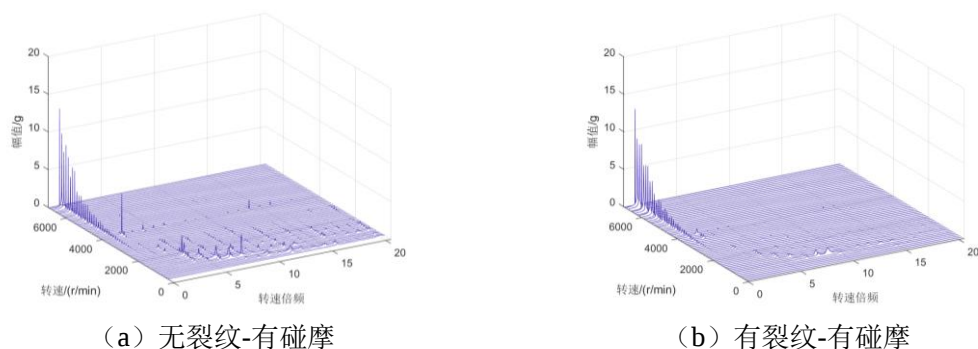


图 4.18 转盘振动加速度三维瀑布图

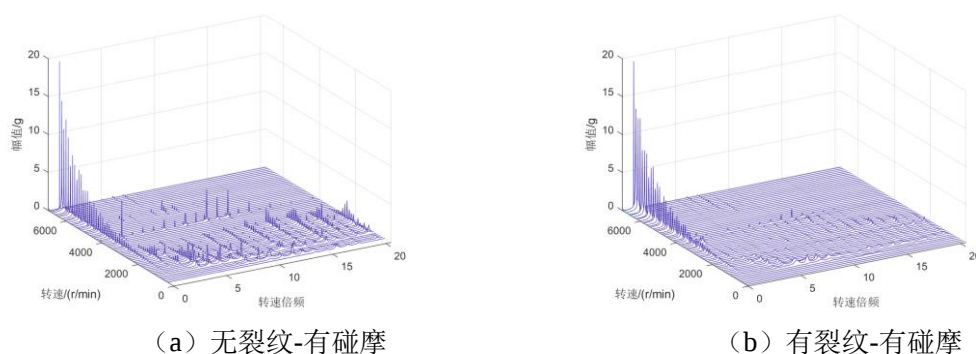


图 4.19 机匣振动加速度三维瀑布图

总的来说，从转盘和机匣的振动响应来看，碰摩故障下的叶片裂纹对转子和机匣的振动影响很小，由此可见，叶片振动具有局部性，难以在整机振动中体现出来，必须通过检测叶尖振幅来实现叶片裂纹的监测。

4.5 本章小结

本章将旋转裂纹叶片与碰摩故障的耦合模型与转子-支承-机匣耦合动力学模型进行叠加，形成含转裂纹叶片-机匣碰摩耦合故障的转子-支承-机匣耦合动力学模型。进行了裂纹故障和裂纹碰摩耦合故障振动响应分析。通过分析了叶片裂纹故障和裂纹碰摩耦合故障下叶片、转盘和机匣振动响应。得到以下结论：

(1) 气流激励主要影响叶片的振动响应，而对转子的影响较为有限。不平衡力激励主要对转子的振动产生影响。当叶片出现裂纹时，叶片的弯曲振动响应会出现常值偏移，且当激励频率接近叶片的固有频率时，常值偏移量会表现为明显的峰值。此外，当转速低于某一临界值时，气流激励频率的倍频分量会显著出现，而当转速超过此临界值时，这些倍频分量逐渐消失。

(2) 叶片出现裂纹时，转盘与机匣的振动响应只有在叶片的共振或者超谐共振下才会出现稍微明显的 $n \cdot f_e \pm f_r$ (n 为正整数) 频率分量，并且这些频率分量的幅值依旧较小，难以通过其响应准确的检测裂纹故障，且其他转速下这些幅值将会更小。

(3) 发生碰摩故障时，叶片的振动响应中会出现转速倍频分量，且在低转速下，叶片弯曲振动位移在叶片固有频率附近的转速倍频幅值较大。与此不同，机匣上的转速倍频将更加明显，并且在时域波形中，冲击特征尤为突出。而对转盘的影响与机匣的特征比较相似。在裂纹-碰摩耦合故障的情况下，振动响应的主要特征仍然表现为碰摩引起的故障特征。叶片的振动响应与仅存在裂纹故障时的振动特征变化较为有限，而机匣和转盘的振动特征则基本维持与单一碰摩故障时相似的模式。因此，仅通过分析转盘和机匣的振动响应，难以准确识别叶片裂纹故障的存在，特别是在裂纹与碰摩故障同时作用的情况下。

第五章 叶片裂纹及碰摩故障试验验证

5.1 引言

本章就前文建立的裂纹模型和碰摩故障模型进行了初步试验验证，首先在振动台上进行了叶片裂纹全寿命周期疲劳试验，在检测出裂纹后继续在振动台上进行了叶片振动试验，分析了叶片的叶尖振动位移响应，并与仿真结论进行了对比。随后，为了对碰摩故障模型进行有效性检验，选择在航空发动机转子试验进行单点碰摩试验，并与仿真数据进行了对比。

5.2 含裂纹叶片振动分析

5.2.1 叶片疲劳试验

为探究裂纹叶片的振动过程中的位移响应特征，对叶片进行共振疲劳试验，并在产生裂纹后进行含裂纹叶片的振动测试。试验激振源采用苏试试验公司的 DC-300 型电动振动台，如图 5.1 所示，主要由振动台、功率放大器、控制器及控制软件四部分组成。

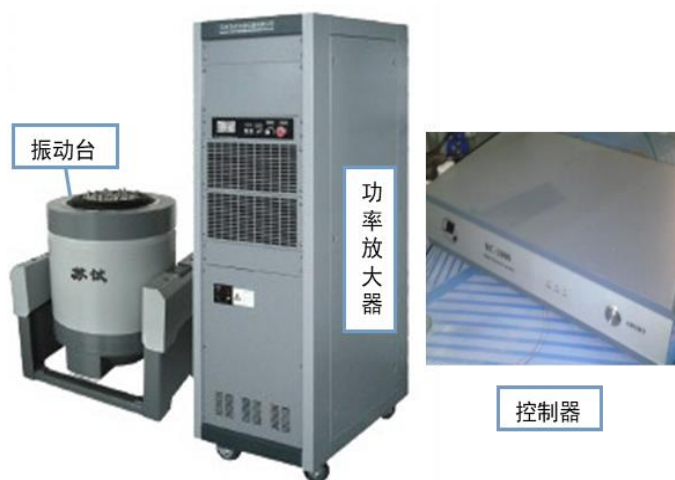


图 5.1 苏试 DC-300 型电动振动台

试验现场如图 5.2 所示。振动台可实现扫频与定频振动，图 5.2 (b) 中加速度传感器 1 所测信号传输到控制器输入端进行反馈控制。加速度传感器 2 测量叶尖的振动加速度响应，所测信号传输到数据采集器，应变片所测的信号线传至应变放大器，对采集数据放大后传入数据采集器。电涡流传感器连至数据采集器。数据采集器连至计算机，可在自编软件进行加速度、应力、位移数据测量和保存。

本试验所用软件主要包含振动台控制软件和自主开发的航空器结构振动分析与故障诊断系统。此软件可保存试验中加速度及应力幅值、试验时间以及循环次数。

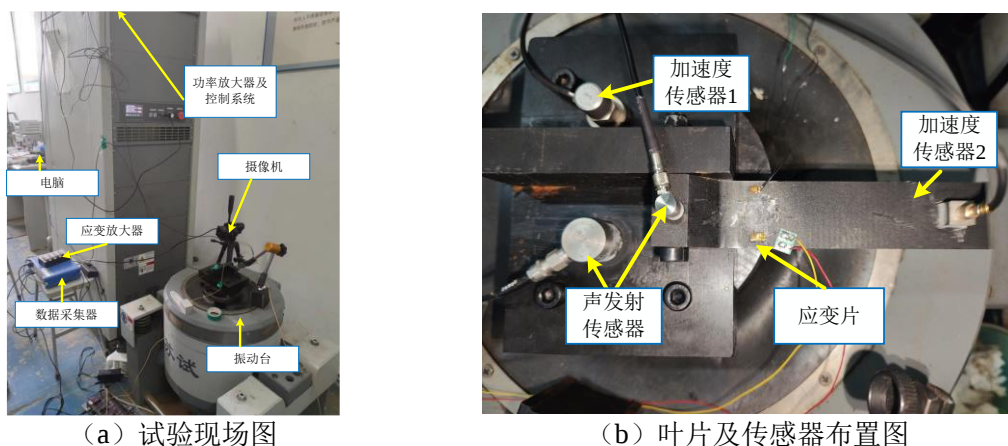


图 5.2 疲劳试验实物图

为进行裂纹为进行加速疲劳试验，需要在其固有频率下进行激振。在试验前首先进行了模态仿真实验，仿真所得的直板叶片一阶频率为 67Hz，进行模态敲击得到叶片的频率为 62.12Hz。所以在振动台控制软件进行对应频率范围的扫频任务，扫频得到频率为 49.98Hz，这里因为是加速度计的影响，导致固有频率降低。以此激振频率，加速度激励为 4.5g，进行不间断试验。试验结果如图 5.3 所示，试验进行到 8.6892 小时后应力与加速度幅值出现下降，下降一段时间后下降趋势变缓之后保持平缓一段时间在 17 小时后出现突跳，之后又保持基本不变，保持 9 小时后又出现突跳。进行 39 小时后结束试验，之后对此叶片进行渗透检测，结果如图 5.4 所示，可以看到叶片已经出现了裂纹。

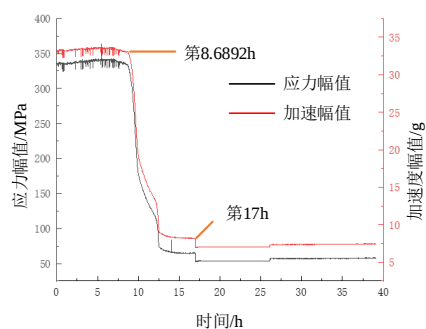


图 5.3 叶片全寿命试验结果



图 5.4 直板叶片渗透检测结果

5.2.2 含裂纹叶片振动试验分析

裂纹产生后,为了排除加速度传感器可能带来的测量误差,在产生裂纹后采用了非接触式测量方法,通过高频激光位移传感器来精确测量叶片叶尖的振动位移响应。实验现场的布置如图 5.5 所示。在实验过程中,首先拆除了加速度传感器,并通过扫频测试来确定叶片的固有频率,结果显示其固有频率约为 49.2Hz。在此基础上,我们进一步对叶片在不同激励条件下的振动特性进行了系统的研究,特别是针对叶片在共振和超谐共振条件下的振动行为进行了详细测试。

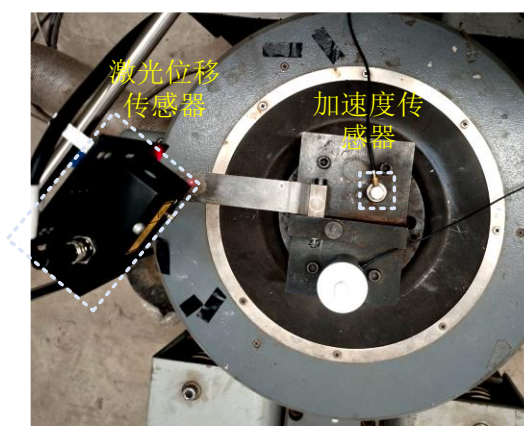


图 5.5 激光位移传感器测试现场布置图

在超谐共振条件下(约 25.12Hz),施加了 0.24g 的加速度激励,采集了叶尖振动的位移数据,并对其频谱进行了分析。时域信号和频谱图如图 5.6 所示。无裂纹叶片的叶尖振动响应如图 5.7 所示。在频谱分析中,纵坐标采用对数坐标,以便更清晰的展示幅值较小的频率分量。可以看到,叶尖振动位移的频谱中存在激励频率的倍频现象,表明在超谐共振状态下的叶片振动包含了多个高倍频谐波分量。而健康叶片的频谱中只有激振频率和激光位移传感器安装带来的常值分量。

在叶片的共振状态下(约 48.42Hz),同样施加了 0.24g 的加速度激励,并采集了叶尖振动位移信号。裂纹叶片实验结果如图 5.8 所示,正常叶片试验结果如图 5.9 所示,与超谐共振情况下的结果相似,频谱图中同样出现了激励频率的倍频成分。这些倍频的出现进一步验证了叶片在共振和超谐共振条件下的非线性振动特性。同样,健康叶片的频谱中只有激振频率和激光位移传感器安装带来的常值分量。

本试验与第二章单叶片裂纹故障模型的仿真进行相比,本试验未考虑离心力的影响。试验结果与仿真分析的结果都表明在叶片发生裂纹时,振动响应中会出现激励频率的倍频成分,具有一定的一致性。

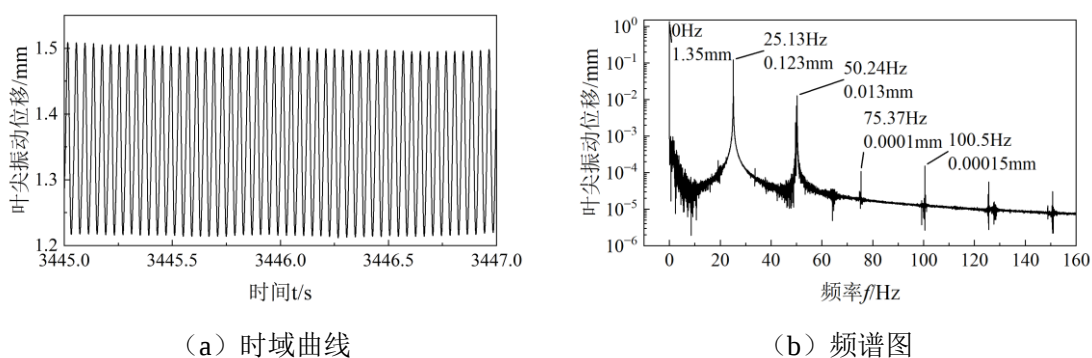


图 5.6 裂纹叶片超谐共振 (25.12Hz) 下的叶尖振动结果

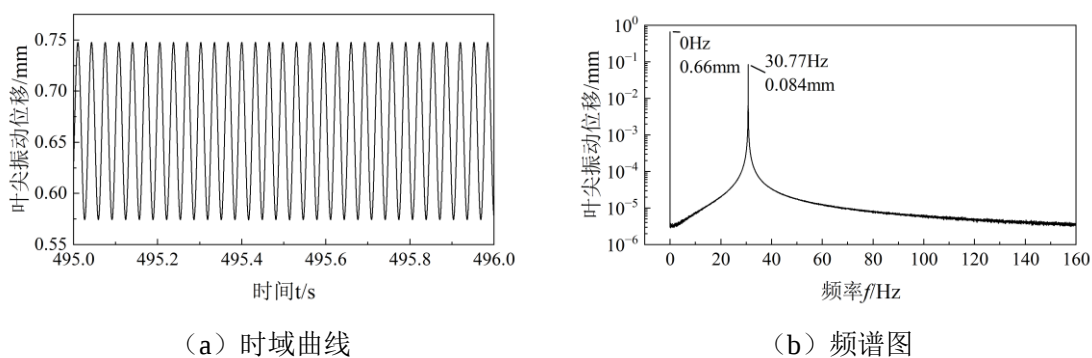


图 5.7 健康叶片超谐共振 (30.78Hz) 下的叶尖振动结果

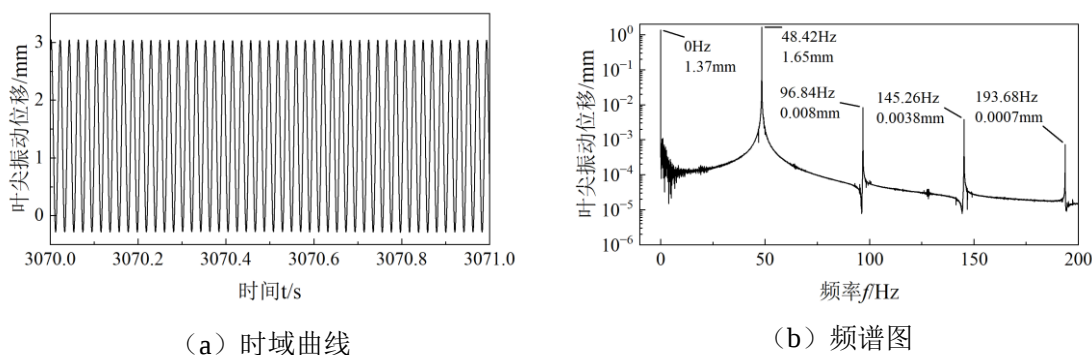


图 5.8 裂纹叶片共振 (48.42Hz) 下叶尖振动结果

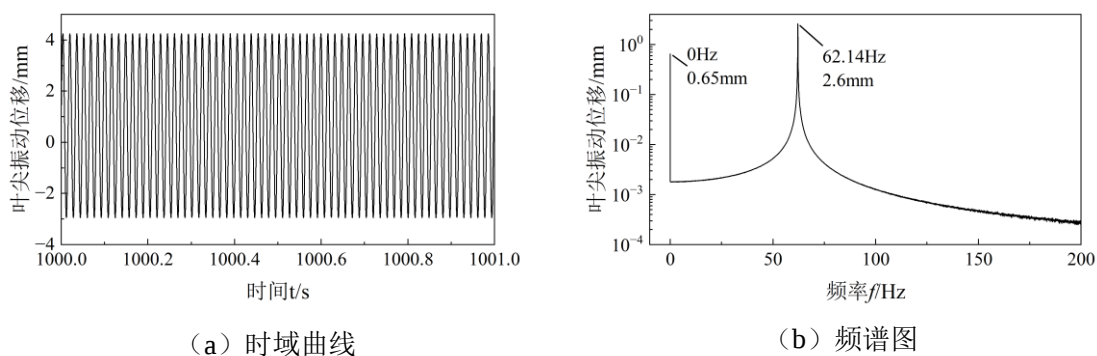


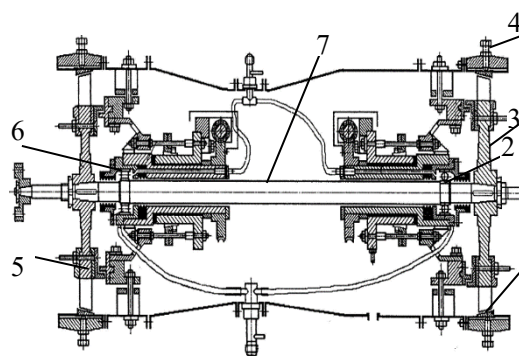
图 5.9 健康叶片共振 (62.12Hz) 下叶尖振动结果

5.3 碰摩故障试验

转静碰摩试验器真实图片如图 5.10 所示，剖面图如图 5.11 所示。该转子试验器主要由演示模型、安装台架、电机、基础平台及润滑系统组成。试验器可以演示和模拟发动机中可能出现的几种典型故障：（1）涡轮叶片与机匣封严间隙处的碰摩（可能实现点碰摩、局部碰摩、轻度或重度碰摩）；（2）封严菟齿间的碰摩。



图 5.10 航空发动机转子试验器



1-碰摩环 2-球轴承 3-涡轮盘 4-碰摩机构
5-压气机轮盘 6-滚珠轴承 7-轴

图 5.11 转子试验器剖面图

5.3.1 碰摩试验介绍

利用碰摩装置进行单点碰摩装置，通过碰摩螺钉挤压碰摩环产生变形与叶尖产生接触，碰摩实验过程如图 5.12 和图 5.13 所示。在机匣的径向与切向以及轴承座上安装了加速度传感器采集加速度信号，如图 5.12 所示。

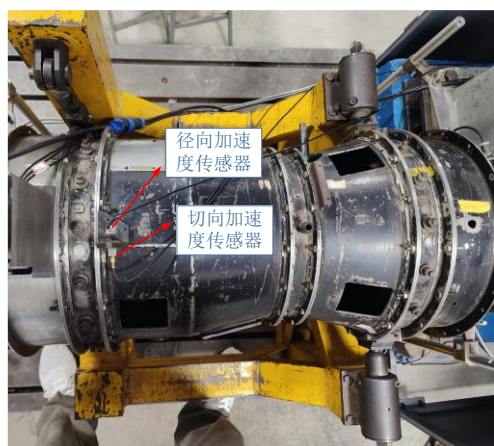


图 5.12 传感器安装图

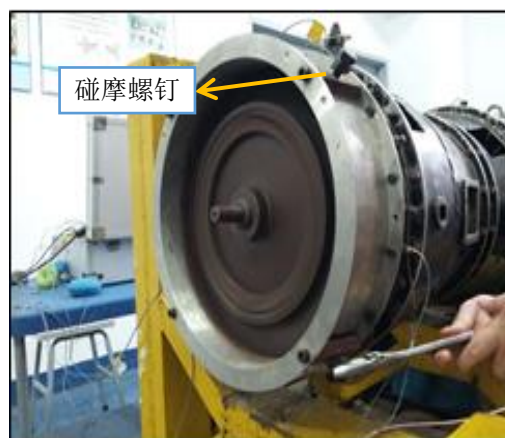


图 5.13 碰摩装置

5.3.2 碰摩故障试验验证

首先将碰摩螺钉旋至最上端，使叶片与机匣不产生碰摩，在此情况下进行无碰摩故障试验，

转速设置为 1500r/min，采集图 5.12 图中的径向加速度数据，试验结果如图 5.14 所示，可以看到在仿真中可以看到仅有转速频率 25Hz，而试验结果中除了 24.99Hz 还有一些倍频分量，这应该这是由于试验器与电机的连接存在不对中。

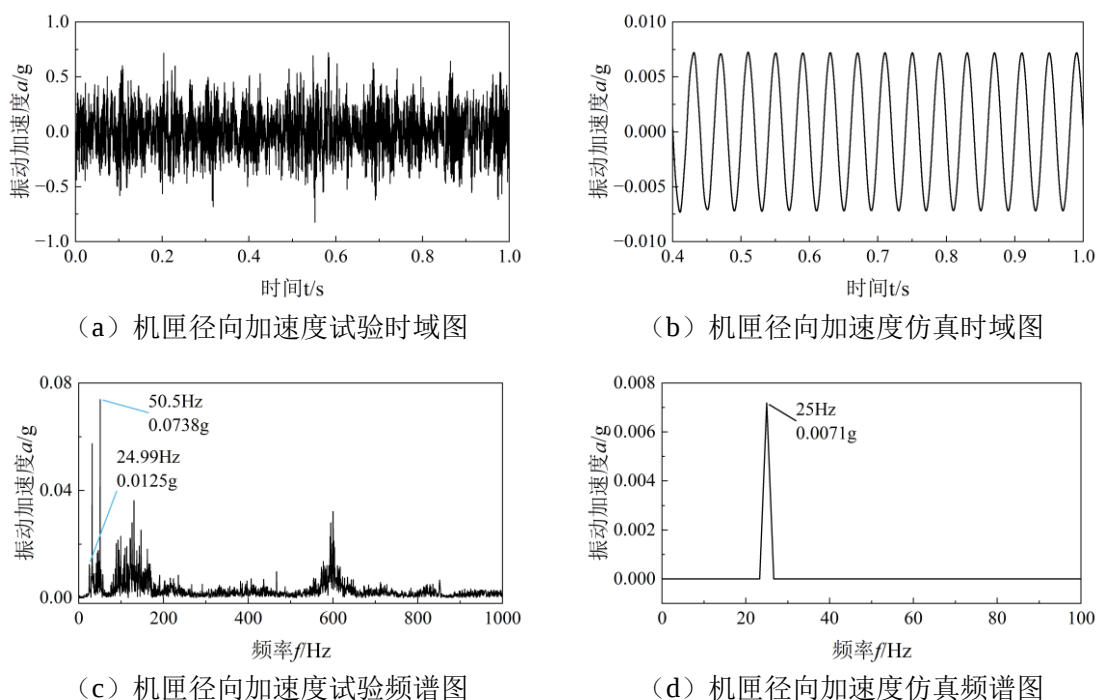


图 5.14 无碰摩情况下机匣加速度响应结果

随后在航空发动机转子试验器上进行单点碰摩试验。通过拧紧碰摩螺钉挤压碰摩环，能够改变局部间隙，从而实现不同程度的碰摩状态。碰摩过程中的振动响应数据通过安装在机匣上的测点上的加速度传感器进行采集，采集径向加速度信号。本次实验设定的转速为 1500r/min（约 25Hz），并在此条件下进行数据采集。

图 5.15 (a) 展示了机匣上安装节截面测点的径向加速度响应曲线，图中清晰地呈现了碰摩过程中振动加速度的变化。为了更细致地分析信号特征，图 5.16 (a) 为该加速度信号的局部放大图，展示了在碰摩过程中振动加速度的细节变化。图 5.17 至图 5.19 为加速度信号的频谱图。

可以看到，在碰摩发生时，频谱图中可以明显观察到转速频率（25Hz）的倍频分量。这表明，碰摩激励引起了非线性振动特性，其中转速频率的高次谐波在频谱图中表现得尤为突出。此外，在叶片通过频率及其倍频的邻近区域，频谱图中出现了较大的频率分量，这在局部放大图 2（图 5.19）中得到了清晰的体现。特别地，在这些频率区域附近，频谱图还显示了与转速频率相间隔的边频带族。

而仿真结果在时域上也表现为带有持续的冲击，在频谱上出现转速的倍频，且在、在叶片通过频率及其倍频的邻近区域，频谱图中出现了较大的频率分量。这一结论也与试验结果一致。

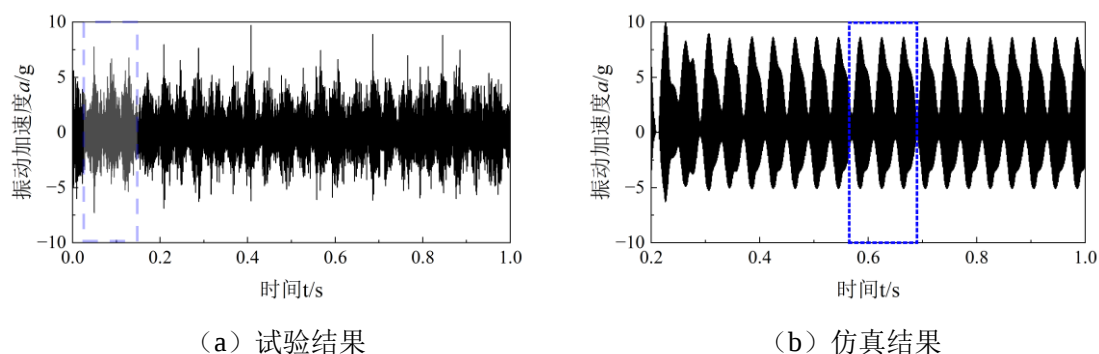


图 5.15 碰摩机匣上测点加速度时域曲线图

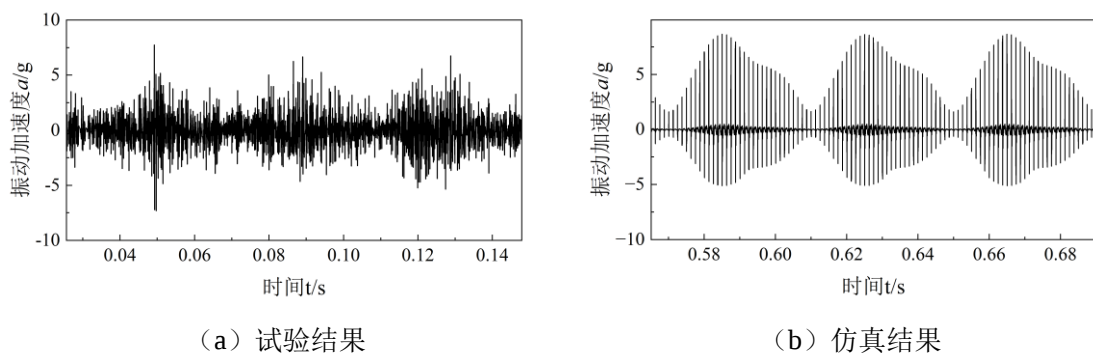


图 5.16 碰摩机匣上测点加速度时域曲线局部放大图

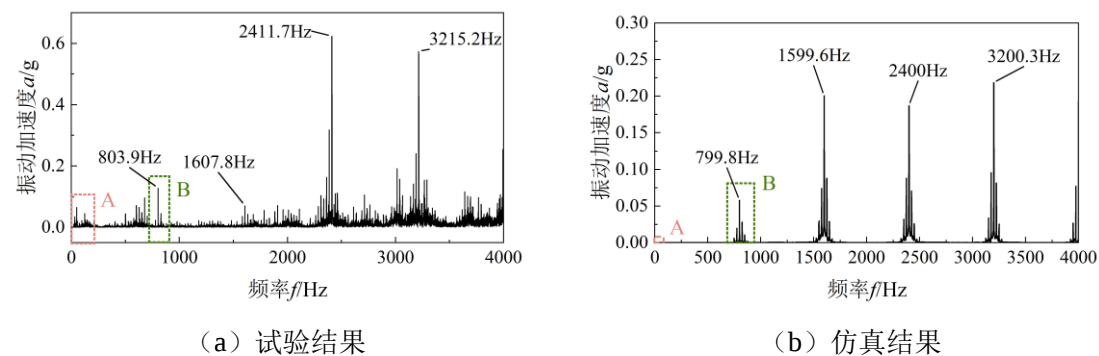


图 5.17 碰摩机匣上测点加速度频谱图

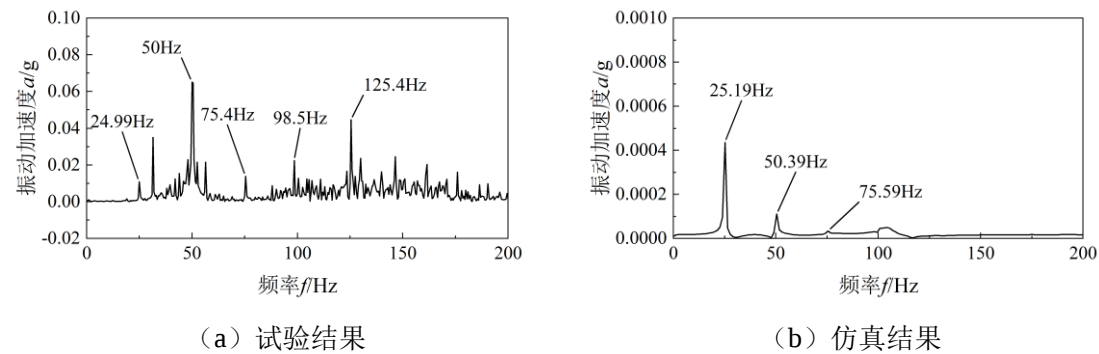


图 5.18 碰摩机匣上测点加速度频谱局部放大 A

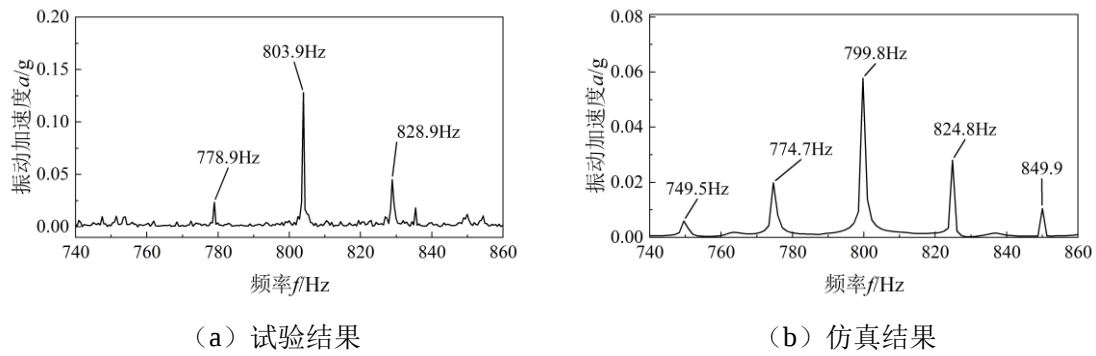


图 5.19 碰摩机匣上测点加速度频谱局部放大 B

5.4 本章小结

本章对本文所建立的叶片裂纹模型和叶片-机匣碰摩模型进行试验验证。一方面，由于基于机匣加速度无法检测裂纹故障，目前流行的方法仍然是直接检测叶片振动方法，因此，本章基于振动台进行了裂纹叶片的振动试验，提取了裂纹叶片的振动特征，并与仿真结果进行了比较，仿真与试验所得的叶片出现裂纹时的弯曲振动特征一致，验证了本文所建立的叶片裂纹模型的正确有效性；另一方面，由于叶片产生裂纹后往往会导致叶片碰摩，因此，从转静碰摩监测可以间接实现叶片裂纹的诊断，因此本章利用带机匣的转子试验器进行碰摩故障模拟试验，对比了时域波形以及频域特征，得到了一致性的结论，从而验证了本文碰摩模型。

第六章 总结

6.1 论文主要工作总结

本文针对航空发动机以及地面燃机在运行过程中经常遇到的裂纹与碰摩故障，建立了含裂纹与碰摩故障的整机动力学模型，并进行了裂纹故障和碰摩-裂纹耦合故障下的振动响应分析。主要研究内容及结论如下：

(1) 建立了部件级的裂纹叶片动力学模型，分析了其振动响应。首先基于有限元法建立了叶片的动力学模型，并结合断裂力学方法推导了裂纹单元的动力学模型。通过对裂纹面端点的应力情况进行分析，提出了呼吸裂纹模型。分析了不同裂纹深度对叶片叶尖弯曲振动响应、裂纹面弯曲刚度系数以及弯矩最大贡献点应力的影响。研究表明，裂纹故障对叶片的弯曲振动响应有显著影响。当叶片发生裂纹时，叶尖弯曲振动频谱中会出现明显的常值分量，且当激励频率接近叶片固有频率时，常值分量会表现为显著的峰值。在低转速下，频谱中会有气流激励频率的倍频分量，而在高转速下，这些倍频分量则消失，表现为一个带裂纹的线性系统。此外，裂纹深度比对叶片振动影响较大，裂纹深度比越大，叶片振动响应越强，且裂纹深度靠近叶尖根，对振动的影响更大。

(2) 建立了叶片-转子-机匣-支承耦合动力学模型，并耦合了碰摩故障以及裂纹-碰摩耦合故障，分析了裂纹故障和碰摩故障对整机振动响应的影响。首先，利用梁单元建立了转轴模型，使用不考虑旋转的梁模型建立了机匣模型，机匣与转子以及机匣与安装节的连接考虑为弹簧阻尼模型。叶片与转子的连接也一样使用弹簧阻尼模型。模型中还包含作用在转盘的不平衡量，作用在叶片局部坐标系下的气流激励以及离心力。分析结果表明，裂纹故障主要体现在叶片的振动上，在转子以及机匣上的特征非常微弱，碰摩作用的故障特征主要反映在也转子以及机匣的振动响应上，叶片上的特征反而比较不明显。因此，仅通过分析转盘和机匣的振动响应，难以准确识别叶片裂纹故障的存在。

(3) 最后对本文所建立的叶片裂纹模型和叶片-机匣碰摩模型进行试验验证。一方面，由于基于机匣加速度无法检测裂纹故障，目前流行的方法是仍然是直接检测叶片振动方法，因此，本文基于振动台进行了裂纹叶片的振动试验，提取了裂纹叶片的振动特征，并与仿真结果进行了详细比较，验证了仿真得到的裂纹叶片的弯曲振动会出现倍频分量结论，验证了本文所建立的叶片裂纹模型的正确有效性；另一方面，由于叶片产生裂纹后往往会导致叶片碰摩，因此，从转静碰摩监测可以间接实现叶片裂纹的诊断，因此本文利用带机匣的转子试验器进行碰摩故障模拟试验，发现试验与仿真都得到了碰摩在机匣上的加速度响应表现为出现转速倍频，以及在叶片通过频率的倍频附近出现较大的频率分量，从而验证了本文碰摩模型。

6.2 后续研究及展望

本文建立了整机动力学模型，并对裂纹及碰摩故障的振动响应进行了分析，同时对单一故障进行了初步验证。然而，仍存在问题亟待进一步研究和解决，具体包括：

（1）研究表明，裂纹故障的检测主要依赖于对叶片振动的监测。因此，如何有效地检测叶片振动成为当前的一个重要难题，需对叶片振动特性进行更加深入的研究。

（2）本文侧重与故障特征研究，所以不论是在叶片建模上都使用了简化的模型，而在后续的研究中可以考虑航空发动机的结构复杂性，建立接近真实发动机模型进行研究。

（3）目前，试验研究仍是揭示裂纹和碰摩故障机理、验证动力学模型的最有效手段。本文仅对该问题进行了初步验证，未来的研究工作中，仍需借助转子试验平台进行裂纹与碰摩耦合故障的综合试验，以提高测试精度，获取更多的故障特征信息。

参考文献

- [1] 宋兆泓. 航空发动机典型故障分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1993: 59-61.
- [2] 韩清凯. 转子系统的非线性振动分析与诊断方法[M]. 北京:科学出版社, 2010.
- [3] Chana K, Cardwell D, Gray L, et al. Disk crack detection and prognosis using non-contact time of arrival sensors[CJ]//ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition,2011:11-18.
- [4] PAPADOPOULOS and A. D. DIMAROGONAS. Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack[J]. Journal of Sound and Vibration, 1987, 117(1): 81-93.
- [5] 郭超众. 具有呼吸裂纹的转子动力学特征提取及预诊方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [6] Neves Carneiro G, Ribeiro P. Vibrations of beams with a breathing crack and large amplitude displacements[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(1): 34-54.
- [7] Dotti F E, Cortínez V H, Reguera F. Non-linear dynamic response to simple harmonic excitation of a thin-walled beam with a breathing crack[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(1): 451-467.
- [8] Gasch R. Dynamic behavior of a simple rotor with cross-sectional crack[J]. Vibrations in Rotating Machinery. 1976: 123-128.
- [9] DARPE A K. Coupled vibrations of a rotor with slant crack[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305(1-2): 172-193.
- [10] Dimarogonas A D, Paipetis S A, Chondros T G. Analytical methods in rotor dynamics[M]. Springer Science and Business Media, 2013.
- [11] Patel T H, Darpe A K. Influence of crack breathing model on nonlinear dynamics of a cracked rotor[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 311: 953-972.
- [12] Mayes I W, Davies W G R. Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor[J]. Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability in design, 1984: 139-145.
- [13] Zhao C G, ZENG J, MA H, et al. Dynamic analysis of cracked rotating blade using cracked beam element[J]. Results in Physics, 2020, 19: 103360.
- [14] Hou J F. Cracking-induced mistuning in bladed disks[J]. AIAA Journal, 2006, 44 (11): 2542-2546.

- [15] 王璋奇, 贾建援. 悬臂梁裂纹参数的识别方法[J]. 机械强度, 2002, 24(02): 225-227.
- [16] Xiong Q, Guan H, Ma H, et al. Crack propagation and induced vibration characteristics of cracked cantilever plates under resonance state: Experiment and simulation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 201: 110674.
- [17] 吴志渊, 赵林川, 颜格, 等. 转轴-轮盘-裂纹叶片耦合系统的叶尖振动特性[J]. 航空学报, 2024, 45(04): 96-110.
- [18] Haji Ziad. Dynamic Analysis and Crack Detection in Stationary and Rotating Shafts[D]. United Kingdom: The University of Mancheste, 2016.
- [19] Shiryayev O V, Slater J C, Brown J. Feasibility of Using Nonlinear Response Features for Crack Detection in Turbomachinery Components[J]. AIAA journal, 2013, 51(9): 2290-2294.
- [20] 徐海龙. 旋转叶片裂纹的叶端定时非接触在线检测关键技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2018.
- [21] Liu L, Cao D Q, Sun S P. Dynamic characteristic of a disk-drum-shaft rotor system with rub-impact [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 80(1-2): 1017-1038.
- [22] Sun S P, Chu S M, Cao D Q. Vibration characteristics of thins rotating cylindrical shells with various boundary conditions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331: 4170-4186.
- [23] Sinha S K. Dynamic characteristics of a flexible bladed-rotor with Coulomb damping due to tip-rub [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(4-5): 875-919.
- [24] Sinha S K. Rotor dynamic analysis of asymmetric turbofan rotor due to fan blade-loss event with contact-impact rub loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(9): 2253-2283.
- [25] Qin W Y, Chen G R, Meng G. Nonlinear responses of a rub-impact overhung rotor[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2004, 19(5): 1161-1172.
- [26] Li G X, Paidoussis M P. Impact phenomena of rotor-casing dynamical systems[J]. Nonlinear Dynamics, 1994, 5: 53-70.
- [27] Choy F K, Padovan J. Nonlinear transient analysis of rotor-casing rub events [J]. Journal of Sound and Vibration, 1987, 113: 529-545.
- [28] Muszyńska A, Faulkner L. Rotor dynamics [M]. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [29] Ma H, Yin F, Guo Y, et al. A review on dynamic characteristics of blade-casing rubbing [J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 84(2): 437-472.
- [30] 曹登庆, 杨洋, 王德友, 等. 基于滞回碰摩力模型的转子系统碰摩响应研究[J]. 航空发动机, 2014, 40(01): 1-9.
- [31] Ma H, Zhao Q B, Zhao X Y, et al. Dynamic characteristics analysis of a rotor-stator system under

- different rubbing forms[J]. Applied Mathematical Modelling, 2015,39(8):2392-2408.
- [32] 廖明夫, 宋明波, 张霞妹. 转子/机匣碰摩引起的转子弯扭耦合振动 [J]. 振动、测试与诊断, 2016, 36(5): 1009-1017.
- [33] 陈果, 王海飞, 刘永泉等. 新型叶片-机匣碰摩模型及其验证 [J]. 航空动力学报, 2015, 30(4): 952-965.
- [34] 李群宏, 陆启韶. 刚性约束转子系统单点碰摩周期 n 运动的存在性[J]. 高校应用数学学报: A 辑, 2002, 17(1): 7-12.
- [35] 胡芑庆, 张雨, 刘耀宗, 等. 转子系统动静件间尖锐碰摩时的振动特征试验研究[J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 63-66+5.
- [36] 臧朝平, 张思, 高亶, 等. 转子局部碰摩故障的诊断方法[J]. 中国电机工程学报, 1994, 14(4): 50-56.
- [37] 姚红良, 刘长利, 李鹤, 等. 采用瞬态传递矩阵法分析复杂转子系统碰摩故障[J]. 东北大学学报, 2004, 25(1): 62-65.
- [38] 袁惠群, 闻邦椿, 王德友. 非线性碰摩力对碰摩转子分叉与混沌行为的影响[J]. 应用力学学报, 2001, 18(4): 16-20+152.
- [39] Torkhani M , May L , Voinis P .Light, medium and heavy partial rubs during speed transients of rotating machines: Numerical simulation and experimental observation[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2012, 29: 45-66.
- [40] 马辉, 汪博, 太兴宇, 等. 基于接触分析的转定子系统整周碰摩故障模拟[J]. 工程力学, 2013, 30(2): 365-371.
- [41] 刘献栋, 杨绍普. 质量偏心旋转机械整圈碰摩的稳定性及其 Hopf 分叉[J]. 振动工程学报, 1999, (01): 42-48.
- [42] 闻静, 李舜酩. 航空发动机非线性转子系统同步全周碰摩的温度影响分析[J]. 航空发动机, 2018, 44(1): 7-13.
- [43] Parent M, Thouverez F, Chevillot F. Whole Engine Interaction in a Bladed Rotor-to-Stator Contact. Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, Düsseldorf, Germany: ASME, 2014: 1-10.
- [44] Thierry F, Gustavsson R, Aidanpaa JO. Dynamics of a misaligned Kaplan turbine with blade-to-stator contacts[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015, 99: 251–261.
- [45] Zhao Q, Yao H L, Wen BC. Prediction method for steady-state response of local rubbing blade-rotor systems[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29: 1537–1545.
- [46] Yuan H Q, Kou H J: Contact-impact analysis of a rotating geometric nonlinear plate under thermal

- shock[J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 2015, 90(1): 119–140.
- [47] Petrov E. Multiharmonic Analysis of Nonlinear Whole Engine Dynamics with Bladed Disc-Casing Rubbing Contacts. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, Copenhagen, Denmark: ASME, 2012: 1-10.
- [48] Ma H, Tai X Y, Han Q K, et al. A revised model for rubbing between rotating blade and elastic casing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 337: 301–320.
- [49] Sinha S K. Non-linear dynamic response of a rotating radial Timoshenko beam with periodic pulse loading at the free-end[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005, 40:113–149.
- [50] Sinha S K. Combined torsional-bending-axial dynamics of a twisted rotating cantilever Timoshenko beam with contact–impact loads at the free end[J]. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2007, 74: 505–522.
- [51] Turner K, Adams M, Dunn M. Simulation of engine blade tip-rub induced vibration. In: *Proceedings of 2005-GT-68217 Ren-Tahoe*, Nevada, USA, 2005: 391-396.
- [52] Turner KE, Dunn M, Padova C. Airfoil deflection characteristics during rub events[J]. *Journal of Transactinos of the ASME*, 2012, 134: 011018.
- [53] Kou H J, Yuan H Q. Rub-induced non-linear vibrations of a rotating large deflection plate[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2014, 58: 283–294.
- [54] Ma H, Wang D, Tai X Y, et al. Vibration response analysis of blade–disk dovetail structure under blade tip rubbing condition[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23 (2): 252-271.
- [55] Padovan J, Choy F K. Nonlinear dynamics of rotor/blade/casing rub interactions[J]. *Journal of Transactinos of the ASME*. 1987, 109: 527–534.
- [56] Jiang J, Ahrens J, Ulbrich H, et al. A contact model of a rotating, rubbing blade. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Rotor Dynamics of the IFTOMM*, Darmstadt, Germany, 1998: 478–489.
- [57] Ma H, Tai X Y, Han Q K, et al. A revised model for rubbing between rotating blade and elastic casing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 337: 301–320.
- [58] Ma Y H, Cao C, Zhang D Y, et al. Constraint Mechanical Model and Investigation for Rub-Impact in Aero-Engine System. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, Montréal, Canada: ASME, 2015: 1-7.
- [59] Sinha S K. Rotordynamic analysis of asymmetric turbofan rotor due to fan blade-loss event with contact-impact rub loads[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332: 2253–2283.
- [60] Salvat N, Batailly A, Legrand M. Two-Dimensional Modeling of Shaft Precessional Motions

- Induced by Blade/Casing Unilateral Contact in Aircraft Engines. Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, Düsseldorf, Germany: ASME, 2014: 1-10.
- [61] Almeida P, Gibert G, Thouverez F, et al. On some physical phenomena involved in blade-casing contact. Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics (EURODYN 2014), Porto, Portugal: HAL Open Science, 2014: 1-10.
- [62] Legrand M, Batilly A, Magnain B, et al. Full three-dimensional investigation of structural contact interactions in turbomachines[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331: 2578–2601.
- [63] Batailly A, Meingast M, Legrand M. Unilateral contact induced blade/casing vibratory interactions in impellers:analysis for rigid casings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 337: 244–262.
- [64] Meingast MB, Legrand M, Pierre C. A linear complementarity problem formulation for periodic solutions to unilateral contact problems[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2014, 66: 18–27.
- [65] 陈果, 冯国权, 姜广义, 等. 航空发动机叶片-机匣碰摩故障的机匣振动加速度特征分析及验证[J]. 航空发动机, 2014 ,40(01): 10-16+78.
- [66] Wang N, Liu C, Jiang D. Experimental analysis of dual-rotor-support-casing system with blade-casing rubbing[J]. Engineering Failure Analysis, 2021, 123, 105306.
- [67] Wang N, Liu C, Jiang D, et al. Casing vibration response prediction of dual-rotor-blade-casing system with blade-casing rubbing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019,118: 61-77.
- [68] Thierry F, Aidanpää JO. Nonlinear vibrations of a misaligned bladed jeffcott rotor[J]. Nonlinear Dynam. 2016 ,86 :1807–1821.
- [69] Sinha S K. Dynamic characteristics of a flexible bladed-rotor with Coulomb damping due to tip-rub [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(4-5): 875-919.
- [70] Ma H, Tai X, Niu H, et al. Numerical research on rub-impact fault in a blade-rotor-casing coupling system [J]. Journal of Vibroengineering, 2013, 15(3): 1477-1489.
- [71] ZENG J, MA H, YU K, et al. Coupled flapwise-chordwise- axial-torsional dynamic responses of rotating pre-twisted and inclined cantilever beams subject to the base excitation[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2019, 40(8): 1053-1082.
- [72] BAZOUNE A, KHILIEF Y A, STEPHEN N G. Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259(2): 473-480.
- [73] ZHAI W M. Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in

engineering[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1996, 39(24): 4199-4214.

[74] 陈果. 含复杂滚动轴承建模的航空发动机整机振动耦合动力学模型[J]. 航空动力学报, 2017, 32(09): 2193-2204.

[75] 杨默晗. 含套齿联轴器的柔性转子不对中故障机理研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.

致 谢

在硕士论文完成的这一刻，回首这三年的研究生生涯，心中不禁涌起一股浓烈的感慨。这三年里，我不仅收获了丰富的知识和学术经验，更收获了无数来自他人的关怀与帮助。

首先，我要深深感谢我的导师，陈果教授。陈老师在航空发动机动力学建模与故障诊断领域的造诣非凡，深厚的学术功底和丰富的研究经验，始终为我指引着前行的方向。在学术上，陈老师给予了我许多宝贵的指导与启发，帮助我在复杂的研究问题中理清思路、逐步攻克难题。在生活中，陈老师也总是关心备至，每年组织春游、乒乓球比赛和聚餐等活动，营造了一个温馨和谐的课题组氛围。在这里，我不仅汲取了知识，更感受到了团队成员之间的默契与支持。衷心感谢陈老师，您为我的研究生生涯注入了无限的动力与希望。

我还要特别感谢课题组的贺志远、康玉祥、赵紫豪、沈响响、张旭、何超、盛嘉玖、钱进师兄，刘西洋、马佳丽、王雨薇师姐们，还有王海飞老师在学术上的指导与支持。感谢张瑞、马一杰、池奕辛师弟的帮助。特别感谢沈响响师兄，他不仅在学术上给予我许多宝贵指导，还在实验过程中提供了细致入微的帮助，使我在实验操作上更加得心应手，避免了不少弯路。最后，感谢我的同门刘曜宾和陈智超，特别是陈智超，几乎在整个研究生生涯中，他与我并肩走过科研、实验以及生活的每一个阶段。

我也要向太行实验室的李成刚研究员致以诚挚的谢意。李老师不仅学识渊博，技术精湛，在我的研究过程中给予了许多专业的指导和帮助。每一次的交流与探讨，都让我受益匪浅。感谢中国航发燃气轮机公司的王德友总师，正是王总为本论文提供了项目支持。在工程实际问题上的，王总对工程实际问题的讲解，使我对工程中遇到的问题有了更深刻的理解。

感谢我的室友李佳忆，在学术和生活中给予我陪伴与支持。同时，感谢 301 班的赖康、王鹏雄、包其建、史昊天、杨锦、宋炜焱。你们的友谊和关心，让我在这段研究生时光中，收获了许多欢乐与力量。

最后我要感谢我的父母，是他们不辞艰辛的养育我、教导我、关心我。殚思积虑终为子，可怜世间父母心。虽然生在小山村，但父母一直鼓励我读书、求学。是父母的谆谆教诲让我懂得学习的意义，更明白若没有知识生活或许更为不易。精神方面父母一直鼓励我，物质方面父母也尽可能的满足我，漫漫二十年是幸福的二十年。

最后，衷心感谢所有在百忙之中审阅我论文的老师，感谢你们的评阅与宝贵建议！

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

1. 刘富海, 陈果, 沈响响, 等. 叶片裂纹—碰摩耦合故障动力学建模与分析[J]. 噪声与振动控制, 2024.(一作, 北大核心, 已录用)
2. SHEN Xiangxiang, CHEN Guo, LIU Fuhai. Rotating blade vibration parameter identification based on genetic algorithm. Advances in Mechanical Engineering. 2023;15(10). (三作, SCI, IF=2.1)

攻读硕士学位期间参加科研项目情况

1. 中国航空发动机集团产学研合作项目(HFZL2022CXY021): 地面燃机关键机械部件故障机理及诊断方法研究, 2023-2025.
2. 中国航发沈阳发动机研究所项目, 校准试验器研制, 2023.5-2024.12.
3. 国家科技重大专项(J2019-IV-0004-0071): 复杂服役环境下主轴承典型故障宏观动力学研究, 2020-2024.
4. 中国航发燃气轮机有限公司项目: 燃机智能运维典型结构损伤模拟试验与故障检测技术, 2022.1-2025.12.
5. 中国航发沈阳发动机研究所项目: 多截面转静间隙测试对比验证试验, 2021-2022.
6. 成都飞机工业(集团)有限责任公司项目: 航空用高阻尼低成本绿色减振降噪涂层技术, 2021-2022.