

中图分类号: V233.4

论文编号: 102870726-B001

学科分类号: 082304

学术学位博士学位论文

航空发动机叶片裂纹-机匣碰摩

复合故障整机振动分析与诊断

研究生姓名	沈响响
学科专业	交通运输工程
研究方向	航空发动机整机振动 及转子动力学
指导教师	陈果 教授

南京航空航天大学

研究生院 民航学院

二〇二六年三月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics

The Graduate School

College of Civil Aviation

**Vibration Analysis and Diagnosis of
Aeroengine with Combined Crack-blade and
Casing Rubbing Faults**

A Dissertation in Transportation Engineering

by

Shen Xiangxiang

Advised by

Prof. Chen Guo

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Doctor of Philosophy

January, 2026

独创性声明

本人声明所呈交的博士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

研究生签名：_____ 日期：_____

使用授权声明

本人完全了解南京航空航天大学有关保留、使用学位论文的规定，即学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权南京航空航天大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

研究生签名：_____ 导师签名：_____ 日期：_____

摘要

在现代航空发动机的结构设计中，旋转叶片作为核心做功部件，其运行状态参数直接决定了整机的工作性能。其中，叶尖间隙是影响发动机效率与运行安全的关键参数：间隙过小虽可提升气动效率，但会显著增加叶片与机匣发生碰摩的风险；而早期轻微的叶片-机匣碰摩行为可能诱发叶片裂纹的萌生与扩展。一旦裂纹扩展，将导致叶尖间隙动态减小，进而加剧碰摩故障；同时，碰摩过程中产生的瞬态冲击载荷又可能进一步加速裂纹扩展，形成具有正反馈特性的损伤链式反应，严重威胁发动机的安全运行。然而，当前针对此类复合故障的研究仍存在若干关键不足：一是缺乏融合叶片裂纹与碰摩复合故障的高保真整机动力学模型，尤其缺少涵盖叶片-转子-机匣-非线性支承耦合作用的精细化建模；二是对复合故障下整机系统的振动响应特征及能量传递路径尚缺乏系统认知；三是尚无能够同步复现含复合故障多种工况的综合性试验平台；四是尚未建立面向复合故障的有效诊断指标体系与识别方法。针对上述问题，本文以航空发动机整机系统为研究对象，聚焦叶片裂纹-机匣碰摩复合故障，系统开展其耦合动力学建模、振动特性分析与故障诊断方法研究。主要研究内容包括：

(1) 围绕航空发动机整机系统，构建融合叶片裂纹-碰摩复合故障的耦合动力学模型。针对旋转叶片，基于 Hamilton 变分原理建立考虑离心刚化、旋转软化及科氏力效应的动力学方程，引入呼吸裂纹模型，通过裂纹开闭状态精确表征动态刚度；然后将单叶片模型拓展至叶片-盘-轴耦合系统，采用有限元法整合叶片-轮盘-转轴之间的运动学约束与动力学耦合；针对薄壁机匣结构，选用截锥壳单元法实现高效建模；随后，通过 5 自由度非线性滚动轴承支承模型与线性支承模型连接转子与机匣模型，进而形成整机动力学模型。在此基础上，融合气流激励与叶尖间隙动态变化下的叶片-机匣碰摩动力学模型，基于能量守恒原理表征碰摩力，最终构建了完整的含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机动力学模型。该模型首次在整机尺度下实现了叶片裂纹与机匣碰摩故障的耦合表征，为整机振动机理分析与故障诊断提供了理论基础。

(2) 基于所提出的整机动力学建模方法，针对带机匣转子试验器开展了系统性的建模与验证工作。首先，分别构建了叶片、叶片-盘-轴一体化结构以及机匣等关键部件的动力学模型；通过与 ANSYS 有限元仿真结果在模态振型和固有频率方面的对比分析，充分验证了各部件级模型的正确性与准确性。在此基础上，进一步集成弹性支承与非线性轴承支承特性，构建了完整的整机动力学模型。通过将整机模态仿真结果与实际模态试验数据进行对比，验证了所建整机模型在模态特性方面的准确性，为后续复杂故障下的动力学行为研究提供了可信的数值平台。针对故障机制，本文分别建立了精细化的故障模型：在裂纹故障方面，构建了叶片呼吸裂纹模型，并系统研究了裂纹位置与深度对叶片固有频率的影响规律；在碰摩故障方面，建立了气流激励作用下的裂纹叶片-机匣碰摩力模型，不仅与其他经典碰摩力模型进行了对比分析，还探讨了裂纹参数及气动载荷对碰摩力的影响规律。上述建模与验证工作为后续开展含裂纹-碰摩

复合故障的非线性动力学仿真、揭示整机振动机理及故障特征提取奠定了坚实的模型基础。

(3) 围绕航空发动机叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机振动特性,开展了动力学仿真与试验验证。首先,自主搭建了一套航空发动机模拟试验平台,集成可预制裂纹的模块化叶盘、可控气流激励装置、旋转叶片动态应力实时监测系统,以及基于伺服驱动与三向力传感器的主动碰摩施加装置,为复杂故障研究提供了可靠支撑。在此平台上,分别对裂纹单一故障、碰摩单一故障及二者复合工况进行了深入分析。结果表明:气流激励是诱发叶片共振并将特征传递至轴承座、机匣等固定部件的关键因素之一;裂纹虽导致叶片固有频率降低,但对整机宏观振动响应影响微弱,难以形成强辨识特征;而碰摩故障则引发显著瞬态冲击,在整机信号中表现为冲击脉冲、丰富的转频高次谐波及转频与叶片固有频率的组合成分,且冲击能量沿机匣由碰摩点向远端衰减传播。在复合故障下,振动响应呈现两类特征的叠加与交互:气流激励与碰摩共同作用不仅保留共振频率,还激发出更多高阶模态组合频率和复杂谐波结构。值得注意的是,裂纹在各类工况中主要表现为引起叶片固有频率下降,未产生独立新特征。此外,裂纹扩展演化研究证实,叶片固有频率的持续下降可作为在线监测裂纹扩展的有效指标。研究为复合故障机理认知与工程诊断方法开发提供了重要基础。

(4) 针对航空发动机中叶片裂纹与机匣碰摩共存的复合故障诊断难题,本文系统开展了基于机匣加速度信号的特征提取与判别方法研究。首先,针对裂纹引起的固有频率微小偏移难以直接识别的问题,提出一种以组合频率强度指标为核心的共振转速反演方法。该方法将频域中微弱的频率变化转化为转速域中显著的共振点偏移,实现了无需安装应变片的高灵敏度裂纹检测。其次,针对碰摩特征微弱、易被噪声淹没的加速度测点信号,提出一种基于遗传算法优化频带的信号增强策略,融合自相关分析与倒频谱特征,有效提升了轻度碰摩故障的检出能力与鲁棒性。在此基础上,构建了一套面向复合故障场景的分层诊断流程:在确认碰摩存在的前提下,利用碰摩冲击所激发的宽频响应,从机匣振动信号中提取由碰摩激励出的叶片高阶模态组合频率成分,并据此反演叶片固有频率的变化,从而实现了对裂纹损伤的准确判别。试验结果表明,所提方法能有效区分无故障、单一裂纹、单一碰摩及裂纹-碰摩复合故障等多类工况。

关键词: 航空发动机, 整机动力学建模, 叶片裂纹故障, 叶片机匣碰摩故障, 复合故障机理, 振动特性, 故障特征提取, 故障诊断

ABSTRACT

In the structural design of modern aero-engines, rotating blades—serving as core work-performing components—directly determine the overall performance of the engine through their operational state parameters. Among these, blade tip clearance is a critical parameter governing both engine efficiency and operational safety: while a smaller clearance enhances aerodynamic efficiency, it significantly increases the risk of blade–casing rub; moreover, even minor rub events in the early stages may initiate and promote crack nucleation and propagation within the blades. Once a crack propagates, it leads to a dynamic reduction in tip clearance, thereby exacerbating rub-induced faults. Concurrently, transient impact loads generated during rubbing can further accelerate crack growth, establishing a positive-feedback-driven damage cascade that poses a severe threat to engine safety. Nevertheless, current research on such compound faults remains confronted with several critical gaps: ① a lack of high-fidelity whole-engine dynamic models that integrate blade cracks and casing rub, particularly those incorporating refined coupling among blades, rotors, casings, and nonlinear supports; ② insufficient systematic understanding of vibration response characteristics and energy transfer pathways in the presence of compound faults at the whole-engine level; ③ absence of comprehensive experimental platforms capable of simultaneously replicating multiple operating conditions involving such compound faults; and ④ no established diagnostic metric framework or identification methodology specifically tailored for compound fault scenarios. Addressing these challenges, this study focuses on the compound fault of blade cracking coupled with blade–casing rub in aero-engine whole-system dynamics. It systematically investigates coupled dynamic modeling, vibration characteristic analysis, and fault diagnosis methodologies. The primary research components include:

(1) A dynamic model of the entire aero-engine system, incorporating the compound fault of blade cracking and blade–casing rub, is developed. For the rotating blades, dynamic equations are formulated based on Hamilton’s principle, explicitly accounting for centrifugal stiffening, rotational softening, and Coriolis effects. A breathing crack model is introduced to accurately capture the time-varying stiffness associated with the cyclic opening and closing of the crack. This single-blade formulation is subsequently extended to a coupled blade–disk–shaft system, wherein finite element methods are employed to rigorously enforce kinematic constraints and dynamic interactions among blades, disk, and shaft. For the thin-walled casing structure, an efficient modeling approach based on conical shell elements is adopted. The rotor and casing subsystems are then interconnected via a five-degree-of-freedom nonlinear rolling-element bearing support model combined with linear

support elements, thereby establishing a comprehensive whole-engine dynamic model. Building upon this foundation, an innovative integration of aerodynamic excitation and a dynamic blade tip clearance-dependent blade-casing rub model is implemented. Rub-induced contact forces are formulated based on energy conservation principles. Consequently, a complete whole-engine dynamic model encompassing the compound fault of blade cracking and casing rub is established. Notably, this model represents the first effort to achieve coupled characterization of blade cracks and casing rub at the full-engine scale, providing a high-accuracy theoretical framework for vibration mechanism analysis and fault diagnosis of aero-engines.

(2) Building upon the proposed whole-engine dynamic modeling methodology, this study conducts systematic modeling and validation efforts on a casing-equipped rotor test rig. Initially, in-house dynamic models are developed for key components—including individual blades, the integrated blade-disk-shaft assembly, and the casing—using custom-coded numerical programs. The accuracy and validity of these component-level models are rigorously verified through comparative analyses against ANSYS finite element simulations in terms of both modal shapes and natural frequencies. Subsequently, elastic supports and nonlinear rolling-element bearing characteristics are incorporated to assemble a complete in-house whole-engine dynamic model. The fidelity of this integrated model is further validated by comparing its predicted modal characteristics with experimental modal test data obtained from the physical test rig. This comparison confirms the high accuracy and reliability of the model in capturing the engine's global dynamic behavior, thereby establishing a trustworthy numerical platform for subsequent investigations into complex fault-induced dynamics. With regard to fault mechanisms, refined fault-specific models are developed. For crack-induced faults, a breathing crack model is implemented for the blades, and a systematic parametric study is carried out to elucidate the influence of crack location and depth on the blade's natural frequencies. For rub-induced faults, a coupled rub-force model between cracked blades and the casing under aerodynamic excitation is formulated. This model not only undergoes comparative assessment against classical rub-force formulations but also enables an in-depth investigation into how crack parameters and aerodynamic loads modulate the characteristics of rub forces. Collectively, the aforementioned modeling and validation efforts lay a robust foundation for subsequent nonlinear dynamic simulations involving the compound fault of blade cracking and casing rub, facilitating deeper insights into whole-engine vibration mechanisms and enabling effective extraction of fault-sensitive features.

(3) Dynamic simulations and experimental validation are conducted to investigate the whole-engine vibration characteristics under the compound fault of blade cracking and blade-casing

rub in aero-engines. To this end, an aero-engine simulation test rig is independently developed. This platform integrates a modular bladed disk with prefabricated cracks, a controllable aerodynamic excitation system, a real-time dynamic stress monitoring system for rotating blades, and an active rub-inducing mechanism based on servo actuation and triaxial force sensors. This comprehensive setup provides robust experimental support for the study of complex fault interactions. Using this platform, in-depth analyses are performed under three distinct conditions: isolated blade cracking, isolated rub, and their compound interaction. The results reveal that aerodynamic excitation plays a pivotal role in triggering blade resonance and transmitting characteristic vibratory signatures to stationary components such as bearing housings and the casing. While blade cracks induce a measurable reduction in the blade's natural frequencies, their influence on the macroscopic whole-engine vibration response remains subtle, rendering them insufficiently distinctive for reliable detection in isolation. In contrast, rub faults generate pronounced transient impacts, manifesting in the global vibration signals as impulsive waveforms, rich high-order harmonics of the rotational frequency, and combination tones involving both the rotational frequency and blade natural frequencies. Moreover, the impact energy propagates along the casing from the rub location toward distal regions, exhibiting spatial attenuation. Under compound fault conditions, the vibration response exhibits a superposition and nonlinear interaction of the individual fault features: the concurrent action of aerodynamic excitation and rub not only preserves the resonant peaks associated with blade modes but also excites additional higher-order modal combination frequencies and intricate harmonic structures. Notably, across all tested scenarios, the presence of a crack primarily manifests as a consistent downward shift in blade natural frequencies, without generating independent, uniquely identifiable spectral features. Furthermore, parametric studies on crack propagation demonstrate that the progressive decline in blade natural frequencies serves as a robust and sensitive indicator for online monitoring of crack growth. Collectively, these findings significantly advance the mechanistic understanding of compound faults and provide a critical foundation for the development of engineering-oriented diagnostic methodologies for aero-engine health monitoring.

(4) To address the diagnostic challenges posed by the coexistence of blade cracking and blade-casing rub—a compound fault scenario in aero-engines—this study systematically investigates feature extraction and intelligent classification methods based on casing-mounted acceleration signals. First, to overcome the difficulty in directly detecting the subtle shifts in natural frequencies induced by cracks, a resonance-speed inversion method centered on a combination-frequency intensity metric is proposed. This approach transforms minute frequency deviations in the spectral domain into

pronounced shifts of resonance points in the rotational speed domain, thereby enabling highly sensitive crack detection without the need for strain gauges. Second, to enhance the detectability of weak rub signatures that are often obscured by noise in acceleration measurements, a signal enhancement strategy is developed, wherein genetic algorithm-based optimization is employed to identify the most informative frequency band. This strategy synergistically integrates autocorrelation analysis and cepstral features, significantly improving the sensitivity and robustness in identifying incipient rub faults. Building upon these advances, a hierarchical diagnostic framework tailored for compound fault scenarios is established. Under the premise of confirmed rub occurrence, the broadband vibratory response excited by rub-induced impacts is leveraged to extract high-order modal combination frequencies of the blades from the casing vibration signals. These extracted combination components are then used to inversely infer shifts in blade natural frequencies, thereby enabling accurate identification of crack-induced damage. Experimental validation demonstrates that the proposed methodology effectively discriminates among multiple operational conditions, including healthy states, isolated cracking, isolated rub, and the compound crack-rub fault.

Keywords: aero-engine, whole-engine dynamic modeling, blade crack fault, blade-casing rub fault, compound fault mechanism, vibration characteristics, fault feature extraction, fault diagnosis

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
目 录.....	VII
图表清单.....	X
注释表.....	XVI
缩略词.....	I
第一章 绪论.....	1
1.1 项目支撑.....	1
1.2 研究背景及意义.....	1
1.3 国内外研究现状分析.....	2
1.3.1 叶片裂纹故障建模与诊断研究现状.....	2
1.3.2 叶片-机匣碰摩故障建模与诊断研究现状.....	18
1.3.3 叶片裂纹-碰摩复合故障建模与诊断研究现状.....	28
1.3.4 整机动力学建模研究现状.....	29
1.3.5 问题的提出.....	33
1.4 本文主要研究内容及章节安排.....	34
第二章 含叶片裂纹-碰摩复合故障的整机动力学模型.....	36
2.1 引言.....	36
2.2 叶片-盘-轴系统动力学建模.....	36
2.2.1 单叶片动力学建模.....	36
2.2.2 叶片-盘-轴耦合动力学建模.....	40
2.3 机匣动力学建模.....	45
2.4 非线性支承动力学建模.....	49
2.4.1 滚珠轴承动力学建模.....	49
2.4.2 滚柱轴承动力学建模.....	53
2.5 离散支承动力学建模.....	55
2.5.1 转子-机匣支承.....	55
2.5.2 机匣-基础支承.....	56
2.6 叶片呼吸裂纹故障动力学建模.....	56
2.7 考虑外部激励下含裂纹叶片-机匣碰摩故障动力学建模.....	61

2.8 整机振动数值仿真方法	65
2.9 本章小结	65
第三章 含裂纹-碰摩复合故障的带机匣转子试验器整机动力学模型仿真分析及试验验证	67
3.1 引言	67
3.2 含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的带机匣转子试验器整机模型	67
3.3 模型验证	68
3.3.1 叶片模型验证	68
3.3.2 叶片裂纹模型验证	69
3.3.3 叶片-盘-轴模型验证	73
3.3.4 机匣模型验证	80
3.3.5 试验器整机模型验证	84
3.4 本章小结	91
第四章 叶片裂纹-碰摩复合故障整机振动仿真分析与试验研究	92
4.1 引言	92
4.2 叶片裂纹-碰摩复合故障模拟试验平台构建	92
4.2.1 含叶片裂纹故障整机试验器结构	92
4.2.2 旋转叶片气流激励装置结构	93
4.2.3 旋转叶片应力测量装置结构	94
4.2.4 碰摩力连续可调的叶片-机匣碰摩施加装置结构	95
4.3 含叶片裂纹单一故障的整机振动仿真分析与试验验证	97
4.3.1 含叶片裂纹单一故障的整机振动特性仿真分析	97
4.3.2 含叶片裂纹单一故障的整机振动特性试验验证	99
4.4 含叶片-机匣碰摩单一故障的整机振动仿真分析与试验验证	115
4.4.1 含叶片-机匣碰摩单一故障的整机振动特性仿真分析	116
4.4.2 含叶片-机匣碰摩的整机振动特性试验研究	119
4.5 含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机振动仿真分析与试验验证	135
4.5.1 含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机振动特性仿真分析	135
4.5.2 含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障整机试验验证	137
4.6 本章小结	154
第五章 裂纹碰摩复合故障特征提取及故障诊断	155
5.1 引言	155
5.2 基于机匣振动信号的叶片裂纹故障特征分析及诊断	155

5.2.1 试验数据分析及故障诊断难点.....	155
5.2.2 故障诊断及指标.....	156
5.2.3 诊断方法验证.....	157
5.3 基于机匣振动信号的碰摩故障微弱特征分析及诊断	159
5.3.1 试验数据分析及故障诊断难点.....	159
5.3.2 故障诊断及指标.....	162
5.3.3 诊断方法验证.....	164
5.4 基于机匣信号的叶片裂纹-碰摩复合故障特征分析及诊断	166
5.4.1 故障诊断难点.....	166
5.4.2 故障诊断及指标.....	166
5.4.3 诊断方法验证.....	167
5.5 本章小结	172
第六章 结论与展望.....	173
6.1 总结	173
6.1.1 本文工作总结.....	173
6.1.2 本文创新点.....	175
6.2 展望	175
参考文献.....	177
致 谢.....	190
在学期间的研究成果及发表的学术论文.....	191
附录 1: 单叶片动力学矩阵.....	194
附录 2: 叶片-盘-轴耦合系统动力学矩阵.....	196
附录 3: 叶片裂纹动力学矩阵.....	204

图表清单

图 1.1 叶片裂纹碰摩故障损伤故障图片.....	2
图 1.2 基于旋转弹簧模拟开放裂纹 ^[11]	3
图 1.3 裂纹梁及其应力强度和应力强度因子 ^[13]	3
图 1.4 含裂纹叶片的有限元模型 ^[14]	3
图 1.6 多叶片等效的不同自由度集中参数模型图.....	8
图 1.7 多叶片的连续参数模型 ^[42]	9
图 1.8 三维叶尖间隙定义 ^[92]	15
图 1.9 航空发动机结构及典型部位的碰摩.....	18
图 1.10 不考虑叶片振动的转静碰摩模型.....	20
图 1.11 考虑叶片形变的叶片-机匣碰摩模型.....	20
图 1.12 叶片和机匣的 2 维模型 ^[104]	21
图 1.13 基于显示动力学模拟的叶片-机匣碰摩动力学模型 ^[106]	21
图 1.14 叶片-机匣碰摩系统的 3 种耦合振动形式 ^[126]	25
图 1.15 论文的总体研究内容.....	35
图 2.1 旋转单叶片示意图.....	36
图 2.2 Timoshenko 梁变形示意图.....	38
图 2.3 微元体离心力示意图.....	38
图 2.4 转子-叶盘耦合系统模型示意图.....	41
图 2.5 叶片振动局部坐标.....	41
图 2.6 叶片-盘-轴系统质量矩阵组装示意图.....	44
图 2.7 叶片-盘-轴系统刚度矩阵组装示意图.....	44
图 2.8 叶片-盘-轴系统陀螺矩阵组装示意图.....	45
图 2.9 叶片-盘-轴系统外力矩阵示意图.....	45
图 2.10 截锥壳元素及坐标.....	46
图 2.11 机匣系统矩阵组装示意图.....	49
图 2.12 滚珠与内外圈接触以及相对变形示意图.....	51
图 2.13 轴承倾斜及滚子-滚道接触分量示意图.....	53
图 2.14 带局部凸度的滚子示意图.....	54
图 2.15 转子-机匣支承模型示意图.....	56
图 2.16 裂纹表面位移基本形式.....	57
图 2.17 叶片裂纹模型示意图.....	57

图 2.18 呼吸裂纹变化示意图.....	59
图 2.19 叶片-机匣碰摩形变示意图.....	61
图 2.20 摩擦力模型的特性比较.....	64
图 2.21 新碰摩动力学模型特性.....	64
图 2.22 叶片-机匣碰摩示意图.....	65
图 2.23 整机动力学模型数值仿真方法.....	65
图 3.1 含叶片裂纹机匣碰摩复合故障航空发动机整机模型示意图.....	67
图 3.2 含叶片裂纹机匣碰摩复合故障航空发动机整机动力学模型逻辑图.....	68
图 3.3 叶片实体有限元模型及约束条件.....	68
图 3.4 ANSYS 有限元叶片模型模态分析结果.....	69
图 3.5 本文叶片模型模态分析结果.....	69
图 3.6 基于 ANSYS 的含裂纹叶片有限元模型.....	70
图 3.7 裂纹参数对叶片固有频率影响仿真对比 (ANSYS 有限元模型与本文模型)	70
图 3.8 基于 ANSYS 有限元模型的健康叶片模态应力.....	71
图 3.9 叶片幅频响应试验与有限元仿真.....	72
图 3.10 叶片幅频响应试验结果与仿真结果对比.....	72
图 3.12 基于 ANSYS 仿真的叶片-盘-轴有限元模型的模态频率与模态振型.....	77
图 3.13 基于本文叶片-盘-轴模型的模态频率与模态振型.....	79
图 3.14 基于 ANSYS 的文献[176]中机匣模型的模态分析结果.....	81
图 3.15 基于 ANSYS 的试验器机匣部件的模态分析结果.....	84
图 3.16 模态仿真频响函数.....	85
图 3.17 基于模态仿真的试验器模态振型识别结果.....	86
图 3.18 模态试验所需设备.....	87
图 3.19 基于正弦法整机试验器模态试验.....	88
图 3.20 基于模态试验的试验器转子频响函数.....	90
图 3.21 基于模态试验的试验器转子模态振型识别结果.....	90
图 4.1 试验器剖面图与实物图.....	93
图 4.2 含裂纹叶片及叶盘三维模型与实物图.....	93
图 4.3 旋转叶片气流激励装置功能原理图.....	94
图 4.4 旋转叶片气流激励装置实物图.....	94
图 4.5 旋转叶片应变测量原理图.....	95

图 4.6 应力测量装置整机装配三维模型与实物图.....	95
图 4.7 碰摩施加与碰摩力测量装置结构示意图与三维模型剖面图.....	96
图 4.8 碰摩装置实物图.....	96
图 4.9 机匣-碰摩装置一体化三维模型与实物图.....	97
图 4.10 变速工况下有无气流激励健康叶片整机振动响应仿真结果.....	98
图 4.11 变速工况气流激励下裂纹叶片整机振动响应仿真结果.....	99
图 4.12 含叶片裂纹故障整机试验测试系统示意图.....	100
图 4.13 有无气流激励下转子位移响应对比.....	102
图 4.14 有无气流激励下叶片应力响应对比.....	103
图 4.15 有无气流激励下轴承座加速度响应对比.....	104
图 4.16 有无气流激励下涡轮机匣加速度响应对比.....	104
图 4.17 有无气流激励下压气机机匣加速度响应对比.....	105
图 4.18 气流激励下叶片共振时整机振动响应.....	107
图 4.19 无气流激励下叶片非共振时整机振动响应.....	108
图 4.21 轴承座加速度响应瀑布图.....	109
图 4.22 涡轮机匣加速度响应瀑布图.....	109
图 4.23 健康/含裂纹叶片整机试验加速度响应对比.....	110
图 4.24 健康叶片共振时整机振动响应试验结果.....	111
图 4.25 健康叶片非共振时整机振动响应试验结果.....	112
图 4.26 含裂纹叶片共振时整机振动响应试验结果.....	113
图 4.27 含裂纹叶片非共振时整机振动响应试验结果.....	115
图 4.28 碰摩间隙示意图.....	116
图 4.29 健康叶片-机匣碰摩故障下整机振动仿真.....	117
图 4.30 含裂纹叶片-机匣碰摩故障下整机振动仿真.....	119
图 4.31 含叶片-机匣碰摩故障整机试验测试系统示意图.....	120
图 4.32 碰摩力测试试验结果.....	121
图 4.33 碰摩试验痕迹.....	122
图 4.34 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验叶片应力响应.....	123
图 4.35 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应.....	124
图 4.36 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应.....	125
图 4.37 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应.....	126
图 4.38 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验叶片应力响应.....	127

图 4.39 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应.....	128
图 4.40 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应.....	129
图 4.41 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应.....	130
图 4.42 碰摩冲击信号传递试验测点示意图.....	131
图 4.43 转速 800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应.....	132
图 4.44 转速 1200r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应.....	133
图 4.45 转速 1800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应.....	134
图 4.46 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩整机振动仿真.....	136
图 4.47 变速工况气流激励下裂纹叶片-机匣碰摩整机振动仿真.....	137
图 4.48 含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障整机试验测试系统示意图.....	138
图 4.49 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障叶片应力响应.....	139
图 4.50 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障轴承座加速度响应.....	139
图 4.51 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障涡轮机匣加速度响应.....	140
图 4.52 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障压气机机匣加速度响应.....	140
图 4.53 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障叶片应力响应.....	141
图 4.54 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障轴承座加速度响应.....	141
图 4.55 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障涡轮机匣加速度响应.....	142
图 4.56 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障压气机机匣加速度响应.....	142
图 4.57 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验碰摩力响应.....	143
图 4.58 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验叶片应力响应.....	144
图 4.59 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应.....	145
图 4.60 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应.....	146
图 4.61 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应.....	147
图 4.62 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验碰摩力响应.....	148
图 4.63 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验叶片应力响应.....	149
图 4.64 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应.....	150
图 4.65 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应.....	151
图 4.66 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应.....	152
图 4.67 碰摩载荷作用下的叶片裂纹扩展演化过程.....	153
图 5.1 健康叶片与裂纹叶片试验结果对比.....	156
图 5.2 一种基于机匣振动信号的叶片裂纹故障诊断方法流程.....	157

图 5.3 健康叶片试验的涡轮机匣加速度响应组合强度指标.....	158
图 5.4 测试叶片试验的涡轮机匣加速度响应组合强度指标.....	158
图 5.5 不同碰摩程度工况碰摩试验径向碰摩力响应.....	160
图 5.7 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应.....	160
图 5.8 不同碰摩程度工况碰摩试验涡轮机匣加速度响应指标.....	161
图 5.9 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应指标.....	162
图 5.10 一种基于机匣信号的微弱碰摩故障诊断方法流程.....	164
图 5.11 遗传算法流程.....	164
图 5.12 目标函数值进化曲线.....	165
图 5.13 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应滤波结果.....	165
图 5.14 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应滤波后指标.....	166
图 5.15 叶片裂纹-机匣碰摩复合故障诊断流程.....	167
图 5.16 健康叶片机匣碰摩试验下碰摩力及涡轮机匣加速度响应.....	168
图 5.17 健康叶片机匣碰摩试验下叶片应力响应.....	169
图 5.18 健康叶片机匣碰摩试验下压气机机匣加速度响应.....	170
图 5.19 裂纹叶片机匣碰摩试验下碰摩力及涡轮机匣加速度响应.....	170
图 5.20 裂纹叶片机匣碰摩试验下压气机机匣加速度响应.....	171
表 1.1 叶片裂纹动力学建模方法优缺点对比.....	7
表 1.2 叶片裂纹故障振动特征对比.....	15
表 1.3 叶片裂纹故障模拟试验器发展.....	16
表 1.4 叶片-机匣碰摩模型建模方法优缺点对比.....	21
表 1.5 叶片-机匣碰摩故障振动响应特性统计表.....	25
表 1.6 叶片-机匣碰摩故障模拟试验器发展.....	26
表 1.7 整机动力学建模方法优缺点.....	32
表 3.1 叶片的几何参数和材料参数.....	68
表 3.2 叶片模态仿真对比结果.....	69
表 3.3 健康叶片与裂纹叶片实物图及参数.....	71
表 3.4 叶片 1 阶固有频率试验结果与仿真结果对比.....	72
表 3.5 转轴模型的材料参数.....	74
表 3.6 转轴模型的尺寸参数.....	74
表 3.7 盘模型的动力学参数.....	74

表 3.8 叶片-盘-轴模型的 ANSYS 仿真与本文模型仿真的模态频率对比	79
表 3.9 文献[176]中机匣模型动力学参数	80
表 3.10 文献[176]中机匣模型的不同方法的模态分析结果对比	82
表 3.11 试验器机匣部件材料参数	82
表 3.12 试验器机匣部件尺寸参数	82
表 3.13 试验器机匣部件的不同方法的模态分析结果对比	84
表 3.14 基于模态仿真的试验器模态频率识别结果	86
表 3.15 基于模态试验的试验器转子模态频率识别结果	90
表 3.16 模态试验与模态仿真的试验器转子模态识别结果对比	91
表 4.1 含裂纹旋转叶片共振试验具体内容	100
表 4.2 含叶片-机匣碰摩故障整机试验内容	120
表 4.3 转速 800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差	132
表 4.4 转速 1200r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差	133
表 4.5 转速 1800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差	134
表 4.6 含叶片-机匣碰摩故障整机试验内容	138

注释表

文字符号

ω	转子旋转角速度	m_c	机匣轴向半波数
θ	转子旋转角位移	λ_c	机匣坐标变换矩阵
u_b, v_b, w_b	叶片径向/周向/轴向位移	L_c, h_c, r_c	机匣单元长度/厚度/半径
R_d	轮盘半径	ϵ_c	机匣应变矩阵
L_b, b_b, h_b	叶片长度/宽度/厚度	Q_{ball}	滚珠轴接触力
T_b, V_b	叶片的动能/势能	δ_{ball}	滚珠轴承法向变形
A_b, I_b	叶片横截面积/截面惯性矩	k_{balln}	滚珠轴载荷-变形系数
E_b	叶片的杨氏模量	η_{ball}	滚珠轴承综合弹性常数
G_b	叶片的剪切模量	δ_{ball}^*	滚珠滚道相对趋近量常数
κ_b	叶片的剪切系数	f_{ball}	滚珠轴承沟曲率半径系数
f_{bc}	叶片所受离心力	$\bar{\rho}_{ball}$	滚珠与内外圈接触曲率
F_{be}	叶片上的气动均布载荷	D_{ball}	滚珠直径
F_{bn}	叶片叶尖所受法向力	d_{ballm}	节圆直径
F_{bt}	叶片叶尖所受切向力	$\cos \alpha_{ball0}$	初始接触角
$\phi_{b1i}, \phi_{b2i}, \phi_{b3i}$	叶片的振型函数	R_{ball}	内滚道沟曲率中心轨迹半径
N_{bmod}	叶片模态截断阶数	Δ_{roll}	滚柱轴承滚子凸度量
T	动能	S_{rollt}	滚柱轴承的游隙
V	势能	N_{roll}	滚柱轴承滚子数目
W	外力做功	K_{roll}	滚柱轴承切片数
F	外力	L_{roll}	滚柱轴承滚子的有效长度
M, G, C, K	质量/刚度/阻尼/陀螺矩阵	β_{roll}	滚柱轴承直线段长度系数
\ddot{q}, \dot{q}, q	加速度/速度/位移向量	P_{bi}	叶片载荷
N_b	叶片数量	u_{bci}	叶片附加位移
A_1, A_2, A_3	坐标系转换矩阵	U_{crack}	叶片裂纹释放的应变能
m_d	轮盘质量	J_{crack}	裂纹应变能释放率
J_p	轮盘的极转动惯量	$K_{Ii}, K_{IIi}, K_{IIIi}$	应力强度因子
J_d	轮盘的直径转动惯量	$F_1(\gamma_{bc})$	几何校正因子
e_d	轮盘偏心量	F_{bair}	气流力
N_{ci}, N_{cj}	机匣的形函数矩阵	γ_b	裂纹相对深度
D_c	机匣弹性矩阵	ξ_b	裂纹相对位置

(注：未在此处列举的符号，或者符号若有相同，均以正文中的解释为准。)

下角标

b	叶片	ball	滚珠轴承
d	轮盘	roll	滚柱轴承
c	机匣	crack	叶片裂纹
s	转轴	i	轴承内圈
rs	叶片-盘-轴耦合系统	o	轴承外圈

(注：未在此处列举的符号，或者符号若有相同，均以正文中的解释为准。)

缩略词

缩略词	英文全称
BTT	Blade Tip Timing
EMD	Empirical Mode Decomposition
IMF	Intrinsic Mode Function
CI	Combination Intensity Index
GA	Genetic Algorithm

(注：未在此处列举的符号，或者符号若有相同，均以正文中的解释为准。)

第一章 绪论

1.1 项目支撑

中国航空发动机集团产学研项目（HFZL2022CXY021），地面燃机关键机械部件故障机理及诊断方法研究，2023-2026；

国防科工局中国航发自主创新专项（ZZCX-2018-013），多截面转静件间隙测试对比验证试验项目，2021-2022；

国家自然科学基金面上项目（52272436），基于深度异常检测和元学习的航空发动机主轴承早期故障预警与演化诊断项目，2023-2026；

中国航发燃气轮机有限公司项目，燃机智能运维典型结构损伤模拟试验与故障监测技术，2022-2025；

太行国家实验室项目，机匣 - 多级叶盘转静结构试验系统，2025-2027。

1.2 研究背景及意义

航空发动机被誉为飞机的“心脏”，其各部件的强度、寿命与可靠性直接决定了飞机的性能和运行稳定性。其中，叶片作为关键部件之一，对发动机的安全性与效率至关重要，同时也是最薄弱的环节之一。据统计，航空发动机故障中超过 60% 由振动引起，而其中 70% 以上源于叶片振动^[1]。1975 年至 2002 年 6 月间，某系列飞机发动机因叶片故障导致的较严重事故达 69 起^[2]。国外也曾因叶片故障引发 F-16 战斗机 A 级重大事故及 RB211-22B 发动机严重事故^[3]。如图 1.1 所示，是叶片裂纹损伤及叶片-机匣碰摩损伤的故障图。在现代航空发动机结构设计中，旋转叶片作为核心做功部件，其运行状态参数直接影响飞机的工作性能^[4]。其中，叶片叶尖与机匣内壁之间的间隙是决定发动机效率和运行安全的关键因素^{[5]-[6]}。涡轮叶片的叶尖间隙通常控制在 3 mm 以内^[7]，且间隙每减少 0.0254 mm，燃油消耗率可降低 0.1%，排气温度下降约 1 °C^[8]。然而，过小的叶尖间隙会增加叶片与机匣碰撞摩擦的概率，叶片 - 机匣系统的早期轻微碰摩行为则有可能诱发叶片高周/低周复合疲劳裂纹萌生，而叶片裂纹扩展将导致叶尖间隙动态缩减，进而引发持续性碰摩的非线性时变特征。碰摩产生的瞬态冲击载荷在裂纹尖端形成应力集中，加速裂纹扩展速率；同时裂纹导致的刚度退化又可能加剧碰摩强度，形成具有正反馈特性的损伤链式反应。值得注意的是，某型地面燃气涡轮发动机运行数据表明，其一级转子叶片从裂纹萌生至断裂存在逾百小时的演化窗口期，这为基于动力学特征的早期故障预警提供了可行性时间域。

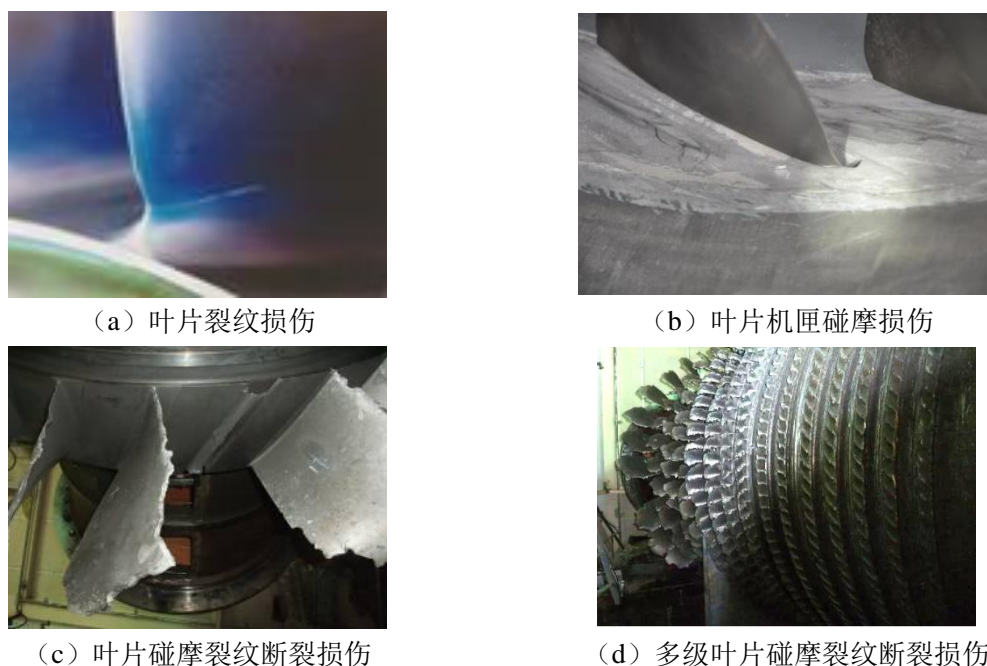


图 1.1 叶片裂纹碰摩故障损伤故障图片

然而,当前针对含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机振动响应特性研究仍存在明显不足:现有成果多集中于仿真分析(如揭示裂纹深度增加会加剧碰摩现象,表现为碰摩间隔缩短和叶片位移振幅增大;摩擦程度升高则导致响应中固有频率倍数与混频分量增多),虽然可以为故障诊断提供参考,但缺乏试验验证支撑。更关键的是,现有研究多聚焦叶片自身振动特征,尚未系统揭示复合故障在整机层面的振动特性表现。因此,亟需构建融合叶片裂纹效应、碰摩接触非线性及转静子耦合振动的整机动力学模型,通过阐明裂纹-碰摩协同作用下的振动特性,为航空发动机转子系统的状态可测性提升与剩余寿命预测奠定理论基础。该研究不仅有助于突破复杂故障的在线辨识技术瓶颈,更能推动航空发动机健康管理体的完善,具有显著的工程应用价值。

1.3 国内外研究现状分析

1.3.1 叶片裂纹故障建模与诊断研究现状

1.3.1.1 叶片裂纹故障动力学建模

航空发动机工作环境严苛,其旋转叶片在高温、高压和重载工况下,长期承受高速离心力与气流冲击。在服役过程中,受持续振动、温度循环、腐蚀侵蚀及外物撞击等多重因素耦合作用,叶片极易产生疲劳损伤^[9]。常见的裂纹理论模型主要分为常开裂纹和呼吸裂纹两类,其中,常开裂纹是指在旋转叶片运行过程中始终处于张开状态的裂纹^[10]。

1) 常开裂纹模型

常开裂理论模型主要有：局部柔度模型^{[11][12]}、应变能释放率模型^[13]以及有限元模型^[14]。

如图 1.2 所示，Li^[11]针对两端自由梁模型，采用经典的局部柔度模型来表征裂纹对结构动力学特性的影响，其核心思想是：裂纹不改变质量分布，但会引入局部刚度损失，将裂纹等效为一个无质量的旋转弹簧，进而构建裂纹刚度矩阵。Maghsoodi A^[12]针对变截面悬臂梁单元，同样通过局部柔度法建立了裂纹理论模型，将裂纹模拟为旋转弹簧，但其研究了同时存在多个裂纹情况，并且研究了固有频率、裂纹位置、深度及数量之间的关系。

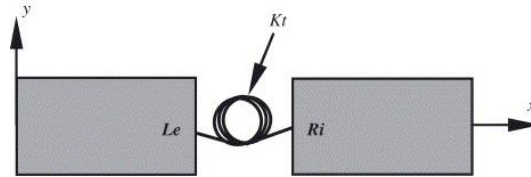


图 1.2 基于旋转弹簧模拟开放裂纹^[11]

如图 1.3 所示，Zhang 等^[13]针对变截面悬臂梁，提出了应变能概念，刚度损失程度由裂纹释放的应变能表征。其核心思想是将裂纹引起的刚度损失转化为模态应变能的释放量，并通过断裂力学建立其与裂纹几何参数（位置、深度）的显式物理关系，并且试验证明了裂纹理论模型的准确性，但只能针对规则的贯穿性裂纹进行建模。

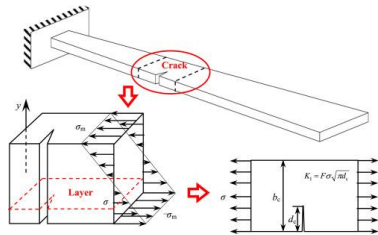


图 1.3 裂纹梁及其应力强度和应力强度因子^[13]

如图 1.4 所示，基于有限元法对结构元件中的裂纹进行建模，沿裂纹表面分离有限元节点，并在裂纹尖端周围使用加密网格，加密网格能够正确地模拟裂纹尖端周围应力和应变场的特征^[14]。

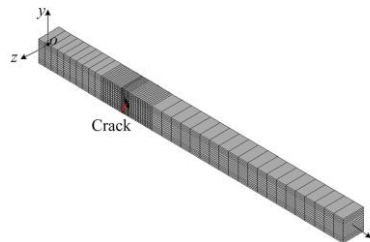


图 1.4 含裂纹叶片的有限元模型^[14]

常开裂模型原理相对简单，研究也较为成熟。然而，对于实际叶片中的裂纹，其裂纹会随叶片振动而动态开合，因此采用常开裂假设其进行建模显得过于理想化。此外，常开裂

模型主要关注裂纹故障引起的固有频率和模态振型变化,较少考虑实际振动响应。因此,当前研究主要聚焦于呼吸裂纹模型。旋转叶片在实际运行中受机械和气流激励作用,产生周期性振动,使裂纹表面随之张开与闭合,类似呼吸过程,故称“呼吸裂纹”^[15]。该裂纹的时变特性导致含裂纹叶片的等效刚度呈周期性变化:裂纹张开时接近开裂状态,刚度降低;闭合时趋于正常,刚度回升。因此,含呼吸裂纹叶片的等效刚度呈现出明显的周期性调制特征,进而使其振动行为表现出显著的非线性特性。

2) 呼吸裂纹模型

目前学者们建立了许多呼吸裂纹模型,如双线性刚度模型^{[16]-[20]}、谐波函数模型^{[21]-[24]}、有限元接触模型^{[25]-[30]}、裂纹有限元模型^{[31]-[33]}和基于应力的呼吸裂纹模型^{[34]-[36]}。

双线性刚度模型因其物理简洁性和计算高效性,被广泛应用于集总参数模型^{[16]-[18]}、解析模型^{[19]-[20]}及有限元模型^[21]中,以表征裂纹的呼吸效应。该模型将含裂纹结构简化为具有两种刚度状态的分段线性系统:当裂纹张开时,结构刚度降低;当裂纹闭合时,刚度恢复至接近健康状态。由于刚度在两种状态之间切换,系统整体呈现双线性特征。早期研究中, Gasch^[16]提出的方波裂纹模型采用弹簧模拟裂纹的开闭过程,假设裂纹在全开与全闭之间瞬时切换。该模型中,叶片刚度因裂纹状态突变而呈跳跃式变化,故又称双线性裂纹模型,其形式如图 1.5 (a) 所示。Chu 等^[17]将受低频激励的双线性振子解析解推广至裂纹梁动力学分析,揭示了超谐波成分的产生机制,并指出此类非线性响应可作为裂纹存在的指示特征。Chati 等^[18]进一步将裂纹梁简化为具有分段线性刚度的二自由度系统,通过非线性模态分析获得了系统的非线性正则模态及对应的周期运动解,阐明了该类系统中除主共振外还存在高阶周期轨道。在连续体建模方面, Chondros 等^[19]将呼吸裂纹梁视为一维双线性连续系统,基于 Hu-Washizu 变分原理建立了控制方程,并指出呼吸裂纹引起的频率下降幅度小于常开裂纹模型,这给基于频率的裂纹识别方法带来挑战。Wei 等^[20]则基于有限元方法构建了双线性刚度裂纹梁模型,并结合非线性输出频响函数,成功提取了裂纹引起的高阶非线性特征,实现了对裂纹的灵敏检测。

为更真实地描述裂纹在振动过程中从完全闭合到完全张开之间的连续过渡行为,许多研究者采用谐波函数模型来刻画呼吸裂纹的时变特性。该类模型摒弃了理想化的“全开/全闭”双线性假设,转而引入光滑的周期性函数(如余弦或正弦函数)来表征裂纹开度随时间或相位的渐进演化,从而更准确地反映实际裂纹面在交变载荷下的动态接触过程。考虑到裂纹在开闭状态之间的过渡,许多研究人员基于谐波函数模型分析了其非线性行为。Abraham 等^[21]提出了含呼吸裂纹悬臂梁的动力学模型,结合裂纹在叶片振动过程中时变特性,考虑裂纹的开闭及中间变化过程。Cheng 等^[22]将悬臂梁简化为单自由度系统,采用余弦函数模拟呼吸裂纹(见图 1.5 (b)),该模型考虑了裂纹面随叶片振动连续开合的过程,更贴近实际裂纹行为。Pugno 等^[23]为模拟呼吸效应,定义了取值范围为 $-1\sim 1$ 的裂纹函数,并采用谐波平衡法分析振动响应。Rezaee 等^[24]

则将呼吸裂纹引起的局部刚度变化假设为谐波形式，其幅值由完全闭合与完全张开状态决定。这些方法共同的核心在于：利用傅里叶级数或单一谐波项近似裂纹引起的时变刚度，进而分析其诱发的非线性动力学行为，如超谐共振、次谐波及组合频率等。

有限元法因其强大的几何与边界条件适应能力，被广泛应用于含裂纹结构的非线性振动分析。近年来，研究者结合先进数值技术，发展了多种高保真有限元模型以刻画呼吸裂纹的动态行为。Andreaus 等^[25]将含裂纹梁抽象成一个无摩擦接触的二维平面问题，通过有限元方法模拟裂纹面在谐波激励下的周期性张开与闭合行为，从而捕捉由呼吸效应引起的非线性动力学响应。马辉等人构建了多种呼吸裂纹动力学模型，包括：基于混合平面梁单元的倾斜裂纹悬臂梁模型^[26]、基于混合固体梁单元的非穿透抛物线裂纹、穿透梯形裂纹及均匀穿透裂纹梁模型^[27]，以及基于混合平面梁单元的弹性支承裂纹悬臂梁模型^[28]，如图 1.5 (c) 所示。在数值实现上，Yu 等^[29]进一步发展了时域谱有限元方法，将裂纹接触力显式引入运动方程，并采用中心差分格式求解条件稳定的显式动力学系统。该方法在保证波传播精度的同时，显著提升了对高频瞬态响应的解析能力。Joglekar^[30]提出了一种小波谱有限元方法，用于分析 Timoshenko 梁中呼吸裂纹引起的非线性频率混叠效应。

为兼顾计算效率与物理真实性，研究者提出了一系列无需显式接触单元的裂纹有限元模型，通过引入等效刚度弱化机制来模拟呼吸效应。Liu 等^[31]基于应变能释放率理论，开发了一种裂纹六面体单元，如图 1.5 (d) 所示，该单元通过附加柔度矩阵表征裂纹引起的局部刚度损失。在此基础上，他们进一步引入呼吸函数，一个依赖于交变载荷相位的周期性开关因子，以实现裂纹在拉伸与压缩半周内的开闭切换，从而模拟非线性刚度调制行为^[32]。随后，Liu 等^[32]将裂纹六面体单元模型拓展至旋转叶盘系统，在动力学方程中显式引入自旋软化效应，并系统分析了交变气动载荷与裂纹呼吸耦合作用下的非线性振动响应，揭示了超谐共振与频率调制等典型故障特征。Zhao 等^[33]基于 Castigliano 第二定理，构建了一种自编程梁单元。该单元将裂纹区域的刚度弱化与局部应力状态关联，其呼吸行为由裂纹截面处弯矩符号决定：当弯矩使裂纹面受拉时，单元采用弱化刚度；受压时则恢复至健康刚度。利用该模型，作者对含裂纹旋转叶片的弯曲振动特性进行了高效仿真，并验证了其在捕捉频率漂移与模态耦合方面的有效性。

为更准确地刻画旋转叶片中裂纹的呼吸行为，Xie 等^[34]提出了一种基于应力的呼吸裂纹模型。该模型通过综合考虑离心拉应力与弯曲应力在裂纹截面处的叠加效应，判断裂纹的开闭状态：当合成应力为拉应力时，裂纹张开；为压应力时，裂纹闭合。相较于传统仅依赖位移或弯矩符号的判据，更符合旋转叶片的实际受力状态。随后，Yang 等人对基于应力的呼吸裂纹模型进行了系统性改进与拓展，如图 1.5 (e) 所示：在文献[35]中，引入了离心刚化、旋转软化和科里奥利效应等转子动力学关键因素，显著提升了模型对高速旋转叶片动态特性的预测精度；

在文献[36]中，结合弹性断裂力学理论，对呼吸函数进行了物理修正：通过引入离心载荷修正因子，使刚度弱化量不仅依赖裂纹几何，还反映旋转速度对裂纹张开程度的影响，从而建立了更具物理可解释性的基于应力的呼吸裂纹模型。需要指出的是：尽管上述基于应力的呼吸裂纹模型在旋转效应建模方面取得重要进展，但其分析仍主要聚焦于横向弯曲振动响应。对于裂纹引起的轴向-弯曲耦合、扭转振动或三维局部变形等复杂行为，现有基于应力的呼吸裂纹模型尚未充分涵盖。此外，模型中对平衡位置偏移的处理通常通过引入附加弯矩或静态修正因子实现，这在强非线性或大变形情形下可能存在局限。

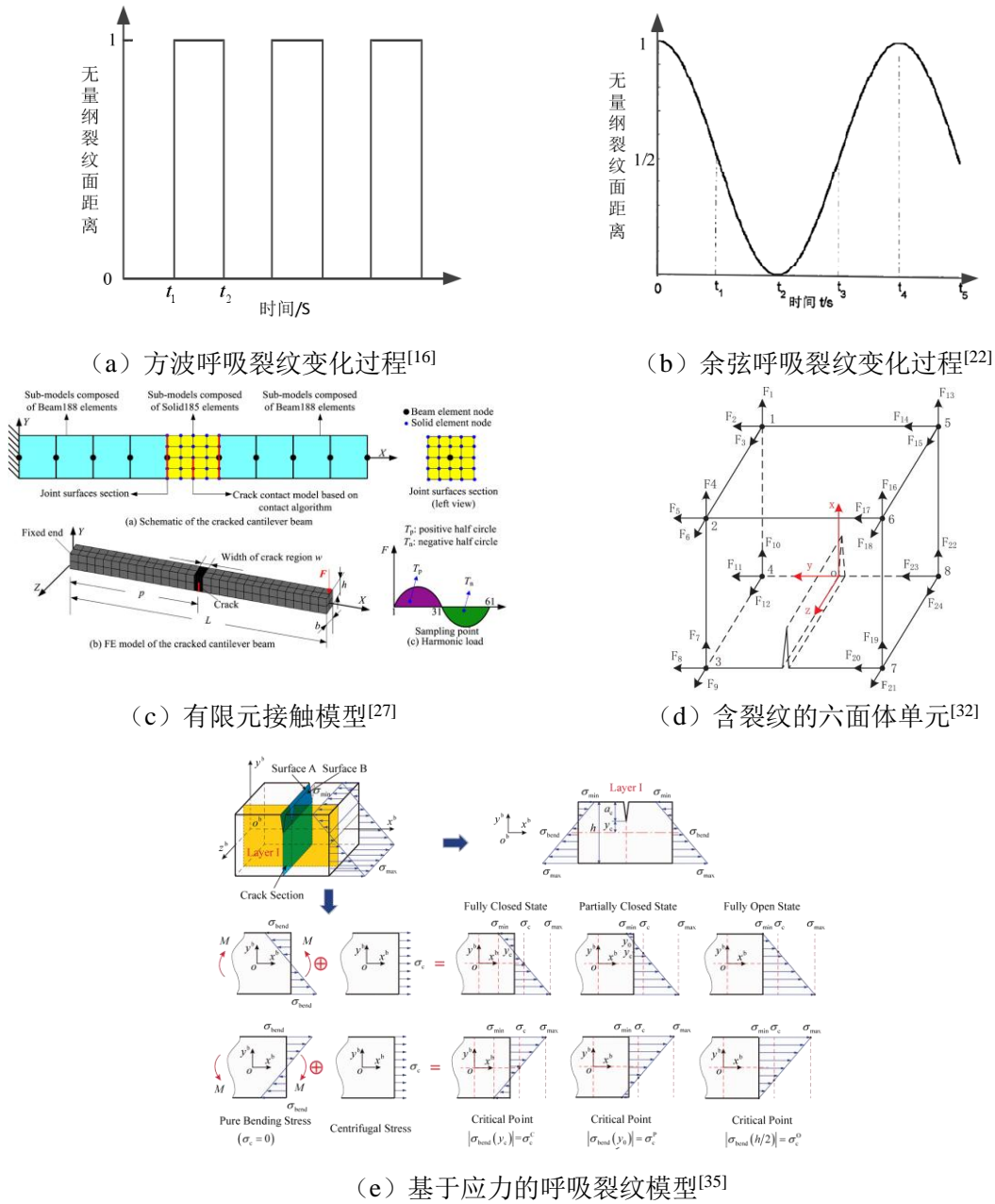


图 1.5 呼吸裂纹模型

对上述常开裂纹动力学建模方法与呼吸裂纹动力学建模方法的优缺点进行了总结,如表 1.1 所示:

表 1.1 叶片裂纹动力学建模方法优缺点对比

叶片裂纹模型类型	叶片裂纹模型名称	核心原理	优点	缺点	文献
常开裂纹	局部柔度模型	将裂纹等效为一个无质量的集中旋转弹簧,引入附加柔度;通过修改刚度矩阵反映局部刚度损失	模型简洁,计算效率高;易嵌入解析解、集总参数或标准有限元框架;物理意义清晰;支持多裂纹叠加分析	仅适用于小裂纹;忽略裂纹几何细节(如斜裂纹);无法模拟动态开闭行为;通常只考虑弯曲柔度,忽略轴-扭耦合	[11] [12]
	应变能释放率模型	基于线弹性断裂力学,将裂纹引起的刚度弱化与模态应变能释放量关联,通过积分应力强度因子建立刚度修正公式	理论基础严谨,源于能量守恒与断裂力学;可建立裂纹参数(位置、深度)与刚度损失的显式物理关系;适用于变截面、非均匀材料等复杂结构	仅适用于规则贯穿裂纹;对非穿透、斜裂纹需复杂多模式叠加;难以直接用于瞬态或非线性响应预测	[13]
	有限元模型	在裂纹区域精细离散几何,直接在网格中“切割”出裂纹,通过降低局部单元刚度或删除单元模拟刚度损失	几何适应性强,可模拟任意裂纹形状(垂直、斜裂纹、曲裂纹等);可结合复杂边界条件与载荷;支持三维建模与局部应力场分析	计算成本高,尤其对细密网格需求大;若未引入接触,仍为常开假设;不适合参数化研究或在线监测	[14]
呼吸裂纹	双线性刚度模型	裂纹仅有“全开”和“全闭”两种状态,刚度在两者间阶跃切换,由弯矩或位移符号触发	模型简单,计算成本低;易集成到集总参数、解析或有限元模型;能有效复现超谐波、次谐波等非线性特征	忽略开闭中间过渡过程;刚度突变引入高频数值噪声;无法描述部分张开或斜裂纹耦合效应	[16]- [19]
	谐波函数模型	用余弦/正弦等光滑周期函数连续描述裂纹开度,替代阶跃切换	开闭过程光滑,避免数值不稳定性;更贴近实际渐进式开闭行为	形式多为经验假设;缺乏真实应力场驱动机制;对复杂载荷路径适用性弱	[21]- [24]
	有限元接触模型	在裂纹面定义接触对,通过接触算	物理保真度最高;支持任意裂纹几何;显式模	计算成本极高;收敛困难,尤其高频激励下;	[25]- [30]

型	法自动判断开闭状态	拟接触力、能量耗散与局部变形	难用于反演识别或实时监测
裂纹有限元模型	基于断裂力学构建含裂纹的专用单元, 通过呼吸函数或应力判据实现开闭, 无需显式接触对	计算效率远高于有限元接触模型; 保留局部刚度弱化物理机制; 易嵌入大型旋转结构模型;	单元开发复杂, 需自编程; 对三维复杂裂纹适应性有限; 呼吸判据简化
基于应力的呼吸裂纹模型	依据裂纹截面合成应力(离心拉应力+弯曲应力)符号判断开闭, 结合局部柔度模型修正刚度	物理机制清晰, 符合旋转叶片实际受力; 可系统融合旋转动力学效应(科里奥利力、离心刚化等); 支持可解释的损伤指标设计	主要聚焦横向弯曲振动; 忽略轴-弯-扭强耦合与三维局部变形; 平衡位置偏移常依赖附加弯矩修正

上述针对叶片裂纹建模的研究, 多集中于单叶片裂纹建模, 或未充分考虑多个含裂纹叶片之间的耦合关系。早期多叶片耦合叶盘建模常将每个扇区简化为与轮盘连接的单自由度或多自由度集中参数模型(如图 1.6 所示)。于长波^[37]基于单自由度扇区模型, 研究了确定性与随机失谐叶盘的振动模态、响应特性及振动局部化行为。Hou^[38]采用单自由度模型, 研究了多叶片含裂纹时的振动特性。王建军^[39]则基于两自由度扇区模型, 系统分析了随机失谐与人为谐波失谐叶盘在不同失谐形式下的模态与振动响应特性。Keerti^[40]建立了 2 自由度和 3 自由度扇区模型, 扇区间通过无质量弹簧连接以模拟叶片耦合。用于研究损伤与失谐振动机理, 以及裂纹引发的模态和响应局部化的基本特性。

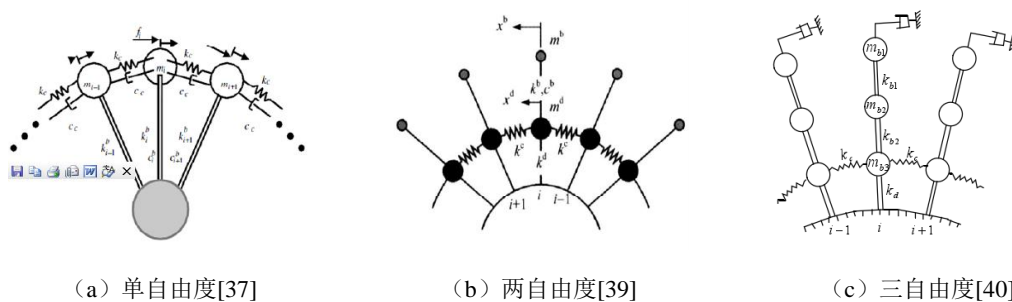
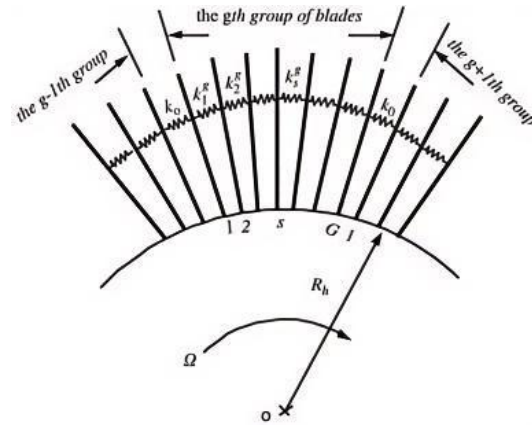


图 1.6 多叶片等效的不同自由度集中参数模型图

在多叶片建模中, 部分学者采用梁、板等连续结构模拟叶片, 并通过无质量弹簧等效叶片间耦合, 此类模型称为连续参数模型。Kuang^[41]和 Huang^[42]基于多叶片连续参数模型, 以裂纹表征失谐, 在建模中计入叶片预扭角, 分析了裂纹失谐对振动特性的影响(见图 1.7)。Lele^[43]针对含裂纹悬臂梁, 基于 Timoshenko 梁理论考虑剪切变形与转动惯性, 系统研究了裂纹位置和深度对固有频率的影响。Fang 等^[44]则重点考察了叶片耦合、裂纹尺寸、激励方式及叶片数量等因素对含裂纹叶片振动响应的影响。

图 1.7 多叶片的连续参数模型^[42]

当前研究多聚焦于无旋转或仅考虑离心刚化等部分旋转效应的裂纹叶片振动特性，普遍采用双线性函数、三角函数等理想化的呼吸裂纹模型。并且现有成果主要围绕裂纹叶片自身的动力学响应展开，在揭示裂纹叶片与整机振动系统的耦合作用机制及其对转子振动影响等方面研究仍较为有限。

1.3.1.2 含裂纹故障的叶片振动响应特征提取与诊断

早期航空发动机旋转叶片的损伤检测主要依赖定期的离线预防性检测，常用方法包括超声波、电涡流、磁粉和红外检测等^[45]。此类检测耗时耗力、效率低下，且难以复现叶片在实际复杂工况下的运行环境与激励状态，导致其对运行安全的保障能力有限，存在较大隐患。加之叶片工作环境恶劣，一旦出现微小裂纹等损伤，往往迅速扩展。因此，需要对叶片裂纹进行在线监测，而在线监测的前提是需要了解含裂纹故障的叶片振动特征，因此，研究并确定含裂纹故障的叶片振动特征具有重要意义。

含裂纹叶片振动特征主要体现在：叶片振动信号的时域、频域方面；叶片固有属性如频率、振型、振幅等方面；以及三维叶尖间隙等。针对的叶片裂纹形式可以分为旋转/非旋转状态下的常开裂纹/呼吸裂纹。在获取叶片振动信号的方式上，可分为接触式与非接触式。接触式信号包括叶片应变信号、机匣应变信号及机匣加速度振动信号等；非接触式信号则主要是指通过叶尖定时方法测量的欠采样叶片振动信号。

1) 基于叶片固有属性诊断的含裂纹叶片振动特征：主要体现在叶片固有频率、模态振型及振动幅值的变化。

(1) 针对开裂非旋转叶片模型的动力学特征研究

Kim 等^[46]基于 Bernoulli - Euler 梁理论建立了含裂纹梁模型，仿真结果表明：叶片的固有频率变化与其裂纹的尺寸和位置密切相关。Hou 等^[47]指出裂纹的存在会显著增大结构的柔度，

从而影响其整体动力学响应。Rehman 等^[48]以非旋转叶盘结构为研究对象,发现裂纹引起的系统模态振型畸变及模态顺序改变,与损伤的位置及其严重程度密切相关。Akash 等^[49]针对低压力涡轮末级叶片根部,这一最易萌生裂纹的关键区域,通过有限元仿真结合试验手段,系统研究了不同裂纹尺寸对叶片固有频率及模态振型的影响规律。

(2) 针对开裂纹旋转叶片模型的动力学特征研究

Chang 等^[50]针对含开裂纹的厚旋转叶片,基于局部柔度模型并计入旋转效应,采用空间小波变换对叶片的静态变形或振型空间分布进行分析。研究表明,裂纹位置会在小波系数沿叶高方向的分布中引发显著局部峰值,从而实现裂纹定位。Liu 等^[51]针对某型燃气轮机二级转子叶片,建立了有限元模型并开展模态分析,计算了含裂纹叶片的固有频率与模态振型。研究首先基于结构响应特征预判了潜在的裂纹起始位置,并进一步模拟了裂纹扩展过程中振动特性的演化规律。结果表明,随着裂纹的生长,叶片的固有频率与振型均发生显著变化,验证了基于振动响应实现在线裂纹监测的可行性。李兴华等^[52]基于 ANSYS 平台,采用单向流固耦合方法,对某汽轮机次末级整圈动叶片在设计工况下的裂纹影响进行了仿真研究。结果表明:随着裂纹深度增加,整圈叶片在一阶 0 节径下的静位移幅值逐渐增大,固有频率持续降低,且含裂纹叶片的个体振动特征愈发显著;当裂纹位置从叶根向叶顶移动时,静位移幅值呈先增大后减小趋势(叶中部变化最显著),而振动频率则单调递增。此外,若单只叶片完全断裂,其相邻叶片将因约束丧失而表现出明显的自由振动特征。该研究为基于轴向振动监测的裂纹诊断提供了重要仿真依据。

(3) 针对呼吸裂纹非旋转叶片模型的动力学特征研究

Yan 等^[53]基于双线性刚度的呼吸裂纹模型,提出了一种利用结构动态响应特征识别疲劳裂纹的方法。该方法通过分析裂纹开闭过程中诱发的频率偏移与谐波成分等特征,结合数值模拟与悬臂梁试验,验证了其对呼吸裂纹存在的有效判别能力。然而,该研究未进一步建立裂纹参数(如深度或位置)与动态特征之间的定量映射关系,因而属于定性检测范畴。孙佳兴等^[54]则从反问题角度出发,将 Hilbert 变换方法应用于呼吸裂纹叶片的时变物理参数识别。研究将含裂纹的悬臂梁的一阶弯曲振动转化为具有时变刚度与阻尼的单自由度系统,通过 Hilbert 变换分别构造激励力与位移响应的解析信号,进而反演出刚度与阻尼的连续时间演化规律。试验结果不仅验证了该方法的有效性,还揭示了实际裂纹开合过程偏离传统余弦模型的特性,为构建高保真的呼吸裂纹动力学模型提供了关键试验依据。

(4) 针对呼吸裂纹旋转叶片模型的动力学特征研究:

杨海燕等^[55]基于余弦函数模拟裂纹开合行为,采用传递矩阵法求解振动响应,指出:对于静止叶片,可通过固有频率降低、阻尼增大或强迫响应的非线性特征(如时域波形不对称、频谱中出现倍频)识别裂纹并评估其深度;对于低速旋转叶片,上述非线性特征仍可作为有效监

测指标, 但该研究未建立定量反演模型。Xu 等^[56]构建了含呼吸裂纹的多叶片集总参数失谐模型, 引入正态分布刚度失谐, 通过特征值分析与数值仿真发现: 裂纹导致裂纹叶片固有频率下降、振动幅值增大, 并引发振动局部化。作者据此定义“变分因子”, 结合频率与幅值变化实现裂纹检测, 经数值验证有效。Rao 等^[57]提出利用机匣振动信号间接监测叶片状态, 在真实燃气轮机升/降速过程中观测到叶片振动频率调制边带, 可通过频率偏移判断裂纹存在。但该方法无法定位具体损伤叶片, 且信号易受干扰, 提取可靠性有待提升。张学峰^[58]通过应变与压力脉动试验对比正常与裂纹叶片, 识别出故障特征频率, 进一步采用平方包络与经验模态分解处理压力脉动信号, 成功提取与应变结果一致的故障频率, 验证了非接触式压力脉动可用于裂纹存在性判别, 但难以量化或定位损伤。Zhang 等^[59]设计无线传感器网络, 在低转速实验室环境下监测叶片振动, 证实裂纹会引起频率与幅值变化, 但系统尚未适用于高转速或复杂工况。Wu 等^[60]基于 Kirchhoff 板与 Timoshenko 梁理论, 建立了弹性支承柔性叶盘-裂纹叶片耦合模型, 系统分析表明: 裂纹主要影响叶片主导模态, 导致圆盘振型对称性破坏; 当裂纹靠近叶根或深度增加时, 配对模态频率下降, 高节径模态退化为低节径失谐模态, 且叶盘-支承耦合增强。模型经有限元与激励试验双重验证。

在叶尖定时 (Blade Tip Timing BTT) 技术方面, Guru 等^[61]与刘豪^[62]均通过监测旋转叶片固有频率下降实现裂纹预警, 并完成试验验证。后续研究^{[63]-[64]}进一步优化 BTT 测量算法 (如无键相、双探头、变采样率等), 提升在非稳态工况下的频率识别精度。He 等^[65]建立裂纹-大振幅关联模型, 基于试验证明裂纹叶片常伴随显著幅值增长。Wu 等^[66]则综合 BTT 获取的共振频率、幅值、相位及叶间距等多参数, 发现二、三阶振幅对裂纹更敏感, 叶间距亦随裂纹变化; 提出“Lomb-Scargle 周期图初筛+频率与叶间距精确定位”的两级诊断策略, 并通过试验成功识别裂纹叶片数量与位置。

上述众多研究普遍从裂纹对叶片固有属性 (如固有频率、振型和振幅) 的影响出发, 结合小波变换、Hilbert 变换、遗传算法等信号处理与优化方法, 通过理论推导、数值仿真及试验验证, 证实了各类诊断策略的有效性。研究对象也逐步由静止状态向旋转状态拓展, 裂纹模型从理想化的常开裂纹发展为更贴近实际的呼吸裂纹, 整体趋向于更高保真度的工程场景。在测量方式上, 接触式方法 (如应变片) 具有较高的可靠性, 但非接触式技术 (如叶尖定时、机匣振动监测) 更契合航空发动机等高速旋转机械的实际应用需求。值得注意的是, 当前针对旋转叶片的试验大多需在升速或降速过程中进行, 以捕捉共振响应特征。

然而, 大量研究表明^[67], 含微小裂纹的叶片其固有频率与模态振型变化往往十分微弱, 难以作为高灵敏度判据; 相比之下, 振动响应中的非线性特性对微小裂纹更为敏感且更易提取。这些特征包括: 阻尼特性的改变、次谐波与超谐波成分的出现、主共振峰的非线性畸变、传递

函数异常、相位轨迹偏移、反共振频率漂移、机械阻抗变化，以及静/动柔度的演化等。因此，基于非线性效应的振动诊断方法展现出显著优势，尤其对闭合型或呼吸型裂纹这类在静态刚度上变化不明显的损伤，具有更高的检测灵敏度与早期预警潜力。

2) 基于非线性振动响应分析的含裂纹叶片振动特征：阻尼的变化、次谐波和超谐波振动、主共振处振动的非线性畸变、传递函数的变化、相位轨迹的畸变、反共振频率、机械阻抗以及静、动柔度等等

(1) 针对呼吸裂纹非旋转叶片模型的动力学特征研究

自由振荡法是双线性机械系统振动声学诊断的经典方法之一^[68]。其核心思想是：通过冲击激励激发含呼吸裂纹梁的自由衰减响应，分析振荡减量与固有频率随裂纹尺寸的变化规律。研究表明，减量对微小裂纹的敏感性显著高于固有频率，可作为更有效的损伤指标。在双线性系统自由振动中，裂纹还会引起频谱中零频谐波相对幅值的改变^[69]。Andreaus 等^[70]基于二维有限元呼吸裂纹悬臂梁模型，在正弦激励下发现：当激励频率接近系统一阶固有频率的 $1/n$ 或 n 倍时，响应中会显著激发出 $(1/n)$ 次谐波或第 n 次超谐波。然而，该研究未进一步探讨谐波特性与裂纹位置或深度的定量关系。

蒋勉等^[71]提出一种基于振动响应非线性度估计的裂纹定位方法。通过叶片上多个测点的振动信号，计算健康与损伤状态下各测点非线性度估计值的误差，以误差绝对值最大处判定裂纹位置。通过有限元仿真验证了其定位的有效性，但未涉及裂纹尺寸评估。Rezaee 等^[72]发展了一种基于机械能平衡的自由振动分析方法，用于求解呼吸裂纹梁的非线性响应。结果表明，响应频谱中包含明显的超谐波成分，且超谐波特性随裂纹位置变化而改变，并通过试验予以验证。Matveev 等^[73]针对含呼吸裂纹的 Bernoulli - Euler 悬臂梁，系统研究了裂纹位置与深度对位移、加速度及应变波形非线性畸变的影响，揭示了非线性特征与损伤参数的关联性。Peng 等^[74]引入非线性输出频响函数作为裂纹检测指标。通过对无裂纹、小裂纹与大裂纹梁试件的试验对比发现：在适当激励强度下，非线性输出频响函数对裂纹存在高度敏感，且其幅值随裂纹尺寸增大而增强。

Nguyen 等^[75]利用小波变换模极大值线分析结构响应中的非线性奇异性。研究表明，裂纹的存在及其深度变化会显著影响小波系数的峰值分布与传播路径，仿真与试验结果吻合良好。靳子洋等^[76]提出基于经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition EMD) 与双谱分析的裂纹特征提取方法：首先通过 EMD 将振动信号自适应分解为若干本征模态函数 (Intrinsic Mode Function IMF)，再对高阶 IMF (含高频冲击成分) 进行重构并计算双谱。仿真与试验表明，裂纹引起的高频冲击会在双谱中形成特定耦合结构，可用于损伤识别。Prawin 等^[77]提出“零应变能节点”概念，指出呼吸裂纹的存在会使其位置发生偏移。基于此，仅需单点传感器测量即可反演裂纹的精确空间位置，并通过数值与试验验证了该方法的可行性。Huh 等^[78]利用损伤梁上测得的加

速度信号估算振动功率流，并据此定义一种新型损伤指标，数值模拟与试验表明，该指标能有效反映结构刚度退化，适用于裂纹识别。沈国际等^[79]建立了裂纹叶片非线性动力学模型，推导出谐波分量功率间的耦合量化关系。研究发现：各阶谐波功率不仅与相邻阶次相关，其相对功率比值与裂纹深度呈正相关。并且通过直板叶片的仿真与振动台试验，验证了该规律的可靠性，为基于谐波能量的裂纹定量评估提供了理论依据。

(2) 针对呼吸裂纹旋转叶片模型的动力学特征研究

Yang 等^[35]基于裂纹截面应力状态准则，提出了一种高保真呼吸裂纹模型，从能量耗散角度出发，耦合离心应力与弯曲应力对裂纹开闭行为的影响，显著提升了模型的物理可解释性与精度。基于该模型，作者定义了四种裂纹检测指标，并通过与有限元模型的对比验证其有效性，表明这些指标能有效表征裂纹的发生与严重程度。在同一研究体系下，Yang 等^[80]引入非线性损伤指标与等效能量指标：非线性损伤指标通过超谐波幅值量化非线性强度，等效能量指标则从能量角度解释裂纹闭合机制。数值结果表明，二者变化趋势一致，二阶超谐波非线性损伤指标随裂纹深度和激励幅值增大而增强，随裂纹位置向叶顶移动而减弱，交叉验证了其可靠性。Yang 等^[81]进一步基于连续梁理论与应变能释放率法，建立了包含旋转软化、应力刚化、科里奥利力及裂纹呼吸效应的非线性旋转裂纹叶片模型。研究发现：裂纹会诱发超谐波共振，其中三阶超谐波仅在裂纹较严重时才显著出现。

吴志渊等^[82]提出轴向-弯曲耦合呼吸裂纹模型，基于 Timoshenko 梁理论与 Castigliano 原理进行解析建模。研究表明：轴向响应对呼吸裂纹引起的非线性比弯曲响应更敏感；裂纹导致轴向与弯曲位移的平衡位置偏移；轴向相位图、轴向-弯曲轨迹、轴向位移/加速度幅值比均可作为有效的裂纹检测与严重度评估指标。Xu 等^[83]针对微小裂纹，采用振动功率流分析，发现功率流对小呼吸裂纹的非线性响应比位移信号更敏感，并可揭示系统分岔行为；作者据此提出次谐波共振因子作为裂纹识别指标。Xiong 等^[84]基于振动能量响应构建新诊断指标，发现：裂纹越严重，能量响应极值差越大；且能量谱与位移谱的最大幅值对应频率不同，该差异规律可作为故障判据。

张帅等^[85]从阻尼视角切入，理论分析表明：裂纹引起的模态质量与刚度变化会导致阻尼比显著改变。作者采用遗传算法辨识风扇叶片阻尼比，并在自主搭建的航空发动机故障模拟平台上，通过接触式与非接触式测量，对预置裂纹叶片开展了试验验证。陈香等^[86]结合某型轴流压气机真实裂纹故障案例，总结出含裂纹整体叶盘的典型振动特征：包括时域振幅周期性突增、频域高频成分出现、基频与二倍频幅值波动、共振频率漂移等，均可作为在线监测的有效特征量。杨发明等^[87]建立了叶身刚度随裂纹动态变化的非线性模型，仿真表明：频谱中出现偶数倍频分量是裂纹存在的标志；通过对比各叶片时域振幅变化与 1 倍频峰值偏移，可定位具体损伤

叶片，并通过旋转叶片试验台完成验证。

在 BTT 信号处理方面，Pan 等^[88]结合 BTT 信号与稀疏表示模型，从欠采样数据中准确提取振动频率，并指出：除主导频率外，裂纹叶片响应中存在明显的超谐波成分，可作为辅助特征。Chen 等^[89]利用四个光纤传感器实现全叶片位移重构，提出基于 Shannon 定理的下采样 BTT 信号无混叠重构方法，结合多项式预处理提取 9 个时频特征，再通过主成分分析与欧几里得角实现裂纹检测，并且试验验证有效。Chen 等^[90]进一步融合核主成分分析与灰色预测模型：首先采用小波包变换改进 BTT 信号重构，再以核主成分分析提取非线性损伤特征空间，利用马氏距离定义损伤指标，并通过灰色模型实现裂纹扩展趋势预测，形成“检测 - 评估 - 预测”一体化框架。

在上述裂纹检测研究中，学者们通过分析叶片的非线性振动响应，系统探讨了含裂纹叶片在振动功率流、阻尼特性、次谐波与超谐波成分、主共振区的非线性畸变、传递函数变化、相位轨迹偏移、反共振频率漂移、机械阻抗以及静/动柔度等参数上的演化规律。这些特征的提取均以高质量的叶片振动信号为基础。对于旋转叶片，接触式测量方法（如应变片）虽能准确获取振动信号，但安装复杂，且附加质量可能扰动叶片原有的动力学特性；相比之下，非接触式方法（如叶尖定时）无需改动叶片结构，更适合工程应用，却面临严重的欠采样问题，导致原始信号难以直接用于高精度特征提取。因此，为提升叶片裂纹在线检测的实用性与可靠性，亟需发展高效的信号处理技术，从有限的 BTT 欠采样数据中重构完整振动信息并挖掘深层次非线性特征。这不仅有助于突破当前监测瓶颈，也将推动叶片裂纹诊断技术向工程实际应用迈出关键一步。

叶片振动响应信号及其固有属性外，也有学者提出：叶片裂纹会引发叶尖间隙的显著变化，可作为一类新型故障特征。熊逸伟等^[91]指出，传统叶尖间隙监测多基于一维径向假设，且常忽略转子轴向位移的影响。然而，在实际工况下，涡轮转子存在非零轴向位移，而叶片裂纹会显著改变其三维空间形变状态，进而导致三维叶尖间隙（包括径向间隙、周向滑移和轴向偏转）发生系统性变化。通过有限元仿真对比正常叶片与尾缘裂纹叶片在相同载荷下的响应，发现二者在周向偏转角上存在明显差异，表明三维叶尖间隙对裂纹故障具有良好的敏感性，可为涡轮状态监测提供更丰富的诊断信息。滕飞等^[92]进一步明确提出“三维叶尖间隙”的概念，如图 1.8 所示，将其定义为包含径向间隙、叶尖端面轴向偏转角与周向偏转角在内的综合特征参量，并将其作为裂纹故障的信息载体。基于有限元方法，分析了该三维特征对高压涡轮叶片典型尾缘裂纹的响应特性。结果表明：三维叶尖间隙参量能有效反映尾缘裂纹的存在及其影响，尤其在捕捉叶片局部刚度退化引起的空间姿态变化方面具有优势，为发展基于叶尖间隙的涡轮故障诊断方法奠定了理论基础。

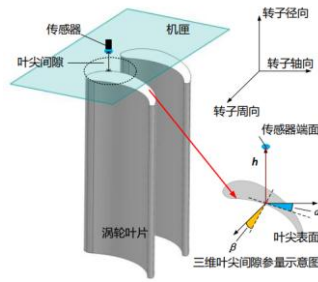


图 1.8 三维叶尖间隙定义^[92]

基于三维叶尖间隙的叶片裂纹检测为涡轮叶片运行状态的监测提供了创新性的视角，进一步丰富了检测方法。其优势在于采用非接触式测量，对叶片原有结构无影响，且能反映叶片在不同应变下的三维形变特性，这是其他检测手段难以企及的。然而，该方法的局限性亦不容忽视，即叶片三维叶尖间隙变化的准确测量存在困难。

综上所述，各种叶片裂纹故障模型的诊断特征优缺点如表 1.2 所示。

表 1.2 叶片裂纹故障振动特征对比

特征与诊断类型	研究对象	优点	缺点	文献
	开裂纹非旋转叶片	模型简单，计算效率高；固有频率变化规律明确，易于仿真验证；适用于实验室级裂纹定性识别；	对微小裂纹不敏感；无法反映裂纹开闭动态行为；	[46]-[49]
基于叶片固有属性	开裂纹旋转叶片	考虑旋转效应；可用于整圈叶盘耦合分析；小波变换可实现裂纹定位；	仍假设裂纹“常开”，忽略呼吸效应；频率变化在微裂纹阶段仍微弱；试验需在升/降速中捕捉共振，操作复杂；	[50]-[52]
	呼吸裂纹非旋转叶片	引入呼吸模型；可观察到频率轻微下降；	未充分利用非线性特征；诊断仍依赖频率，灵敏度有限；	[53]-[54]
	呼吸裂纹旋转叶片	结合旋转与呼吸效应；引入“变分因子”等新指标提升判据有效性；	频率/幅值变化仍为间接指标；对早期微裂纹检测能力不足；	[55]-[66]
基于非线性振动响应的	呼吸裂纹非旋转叶片	对微小裂纹高度敏感（超/次谐波、阻尼、功率流等）；能反映裂纹开闭物理机制；多种信号处理手段（Hilbert、EMD、双谱等）可提取深层特征；部分方法支持裂纹定位；	信号易受噪声干扰；需精确激励控制；多数为实验室验证，工程适用性待验证；定量反演模型尚未成熟；	[68]-[79]

呼吸裂纹旋转叶片	融合旋转动力学与非线性效应；提出高保真模型；发现轴向响应比弯曲更敏感；BTT 结合信号处理可从欠采样数据挖掘非线性特征；	模型复杂，计算成本高；BTT 存在严重欠采样，需复杂重构算法；多数方法依赖升降速过程获取共振信息；实际燃机环境噪声大；	[80]-[90]	
基于三维叶尖间隙	呼吸/开裂纹旋转叶片	完全非接触测量，不影响叶片结构；反映三维空间形变（径向+周向+轴向），信息维度高；对尾缘裂纹导致的局部刚度退化敏感；与现有叶尖间隙监测系统兼容；	测量精度要求极高；需同步获取转子轴向位移，系统复杂；目前仅限有限元仿真验证，缺乏真实燃机试验支撑；难以区分裂纹与其他形变源（如热变形、积垢）；	[91][92]

1.3.1.3 叶片裂纹故障模拟试验器

叶片裂纹故障模拟试验器发展如表 1.3 所示，对叶片裂纹故障进行模拟的试验器发展历程可概括为以下递进阶段：从简化梁杆和直板单叶片模拟件出发，逐步过渡到具有真实发动机叶片几何外形的单叶片模型；随后发展为非旋转状态下的叶盘模拟件，进而实现可旋转叶盘试验平台；在此基础上，进一步构建了包含旋转叶盘结构的带机匣整机试验器；最终迈向真实航空发动机或燃气轮机整机试验平台，以开展高保真度的裂纹故障模拟与验证。这一演进路径体现了叶片裂纹研究从理想化、局部化、静态化向高保真、系统化、动态化乃至工程实机验证的持续深化。

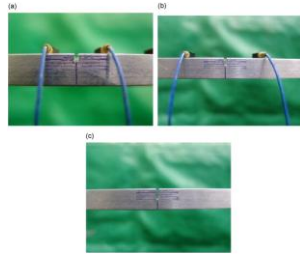
目前最真实的试验器是直接使用真实燃气轮机或航空发动机的压气机/涡轮段，因为真实燃机/压气机试验器虽具备高保真度和工程代表性，然而，其在裂纹故障机理研究方面存在明显不足：真实燃机/压气机试验器运行环境复杂，干扰因素众多，难以将裂纹引起的动力学响应从气动、热力、支承耦合等噪声中有效分离；裂纹参数（如位置、深度、扩展路径）难以精确控制和重复，限制了系统性试验设计；同时受限于传感器布设条件，无法直接观测裂纹局部非线性行为（如呼吸效应），且高昂成本与安全风险使得高频次、多工况的机理探索难以实施。因此，该类试验器更适合工程验证，而非基础机理研究。鉴于真实燃机/压气机试验器在裂纹机理研究中存在干扰因素多、参数可控性差、测量受限及成本高昂等局限，而过于简化的模型又难以复现真实燃气轮机复杂的动力学行为，因此，亟需构建一种兼具工程代表性与科研可控性的试验平台，即能够保留燃气轮机典型结构特征、准确复现其关键动力学特性，同时支持对含裂纹叶片开展系统性、可重复、高精度机理研究的专用试验器。

表 1.3 叶片裂纹故障模拟试验器发展

试验器	图片	特点	文献
-----	----	----	----

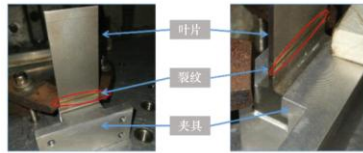
类型

简单梁
或杆试
验件



结构高度简化，通常为等截面悬臂梁或细长杆；裂纹通过在根部或指定位置预制缺口（如线切割）模拟；主要用于理论建模、模态分析和损伤识别算法的初步验证；忽略真实叶片的复杂几何、攻角、扭转等特征，侧重于基础力学行为研究 [54] [77] [78]

直板单
叶片试
验件



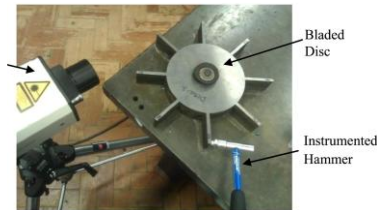
叶片为矩形直板结构，底部带矩形基座便于夹持；裂纹位于根部附近，采用线切割加工；保留了叶片基本尺寸比例，但无真实气动外形与安装攻角，适用于非旋转状态下的非线性振动特性研究 [53] [75] [79]

有真实
发动机
叶片几
何外形
的单叶
片试验
件



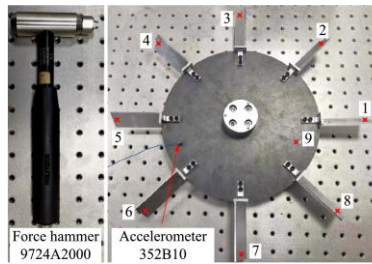
采用真实压气机或涡轮末级叶片的三维几何外形（含扭角、变截面、叶冠等）；材料与实际叶片一致（如钛合金、高温合金）；多用于模态测试、裂纹对固有频率/振型影响的定量分析；通常仍为静态夹持（非旋转），但更贴近工程实际，可用于高保真有限元模型验证 [49]

非旋转
的一体
式叶盘
试验件



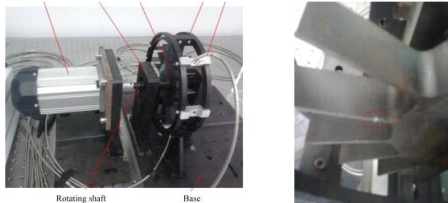
叶盘一体成型；多个叶片呈周期性排列，模拟“调谐/失谐”结构；固定于刚性钢台，不旋转；可用于研究裂纹对整体模态耦合、模态置信准则等系统级动力学特性的影响 [48]

非旋转
的螺栓
连接的
带叶片
攻角的
叶片试
验件



叶片通过螺栓或卡槽安装于叶盘平台，可调节安装角度；模拟真实叶片的预扭角（攻角）和安装偏心；虽不旋转，但通过不同安装位置模拟扭转振动效应 [60]

旋转的
一体式
叶盘试
验件



叶盘整体旋转，转速可控（如通过变频电机驱动）；采用叶尖定时（BTT）技术进行非接触振动监测；可模拟离心力、科氏力等旋转效应；用于研究旋转状态下裂纹引起的频率漂移（移 [59] [85] [89]

带机匣
叶片裂纹
旋转
试验器



真实燃
机、压气
机试验
器



频)、共振转速变化等动态故障特征；包含旋转叶盘、静止机匣、轴承、主轴等典型航空发动机核心部件；集成多传感器（电涡流、加速度计、BTT探头）对主机状态与叶片振动同步监测；可研究叶片-机匣碰摩、支承系统振动传递、整机共振等耦合效应；更接近真实发动机工作环境，支持系统级故障诊断方法验证

[62]

直接使用真实燃气轮机或航空发动机的压气机/涡轮段；在真实工况（高温、高压、高速旋转）下运行；裂纹通过疲劳加载或预制方式引入；用于最终工程验证，评估裂纹检测方法在复杂噪声、多物理场耦合下的鲁棒性与实用性

[57]

[58]

[87]

1.3.2 叶片 - 机匣碰摩故障建模与诊断研究现状

1.3.2.1 叶片 - 机匣碰摩故障动力学建模

图 1.9 展示了航空发动机结构及其典型碰摩部位。可见，转子与静子整体布局紧凑、部件众多且特性差异显著，因此在服役期间易发生多种碰摩：（1）不同位置的碰摩，如静叶-动叶、叶片-机匣、高/低压转子轴间以及篦齿密封组件之间的碰摩；（2）不同方向的碰摩，包括轴向和径向。其中，叶片-机匣的径向碰摩是航空发动机最受关注的碰摩故障之一^[93]。

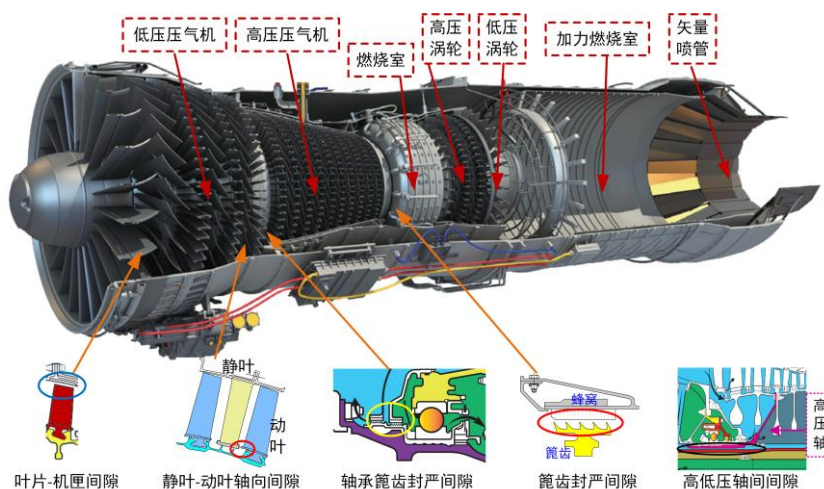


图 1.9 航空发动机结构及典型部位的碰摩

1) 不考虑叶片形变的转静碰摩模型

由于不同部位结构件的力学特性差异显著，即使是同类碰摩故障，若发生位置不同，其转/

静子间的力学行为与系统响应也会明显不同。根据转子与静子接触区域的范围,转/静碰摩可分为三类:单点碰摩、局部碰摩和全周(或整周)碰摩。

单点碰摩是指在旋转过程中,转子与静子仅在某一瞬时发生点接触故障形式,其动力学特征以碰撞-反弹式的冲击为主,类似于脉冲激励,模型示意图如图 1.10(a)所示。胡葛庆等^[94]利用圆盘与刚性顶杆构成的试验装置模拟此类碰摩,研究了动静件间“尖锐碰摩”的振动特征。根据碰摩演化过程,将其严重程度划分为四个阶段:初始接触、早期尖锐碰摩、中期半尖锐碰摩和晚期平钝碰摩。研究发现,早期阶段频谱中稳定出现转频的 1/3、2/3 等分数谐波,可作为碰摩故障早期诊断的特征依据。

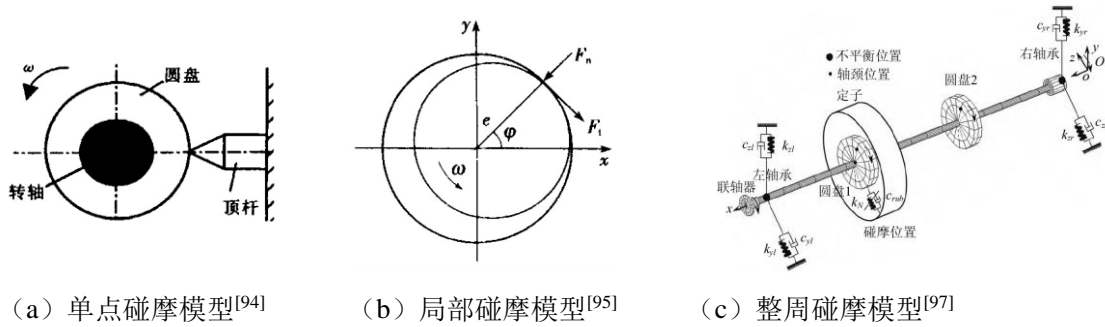
局部碰摩是指在旋转过程中,转子与静子在某一个或几个局部区域发生连续或多点接触的现象,模型示意图如图 1.10(b)所示。相较于单点碰摩,局部碰摩涉及摩擦力与碰撞力的耦合作用,动力学行为更为复杂。姚红良等^[95]采用 Riccati 传递矩阵法与 Newmark- β 法相结合的瞬态传递矩阵法,建立了含非线性碰摩刚度的双跨转子系统局部碰摩动力学模型。研究表明,该系统可呈现拟周期、混沌等丰富的非线性动力学现象,验证了所提方法在分析复杂非线性转子系统碰摩故障中的有效性。此外, Torkhani 等^[96]也针对轻度、中度和重度局部碰摩开展了数值模拟与试验观测,进一步揭示了不同碰摩强度下的系统响应特性。

全周碰摩(亦称同步全周碰摩或整周碰摩)是指转子在旋转过程中与静子沿整个周向持续接触,且接触点随转子同步运动的碰摩形式,模型示意图如图 1.10(c)所示。马辉等^[97]基于接触力学理论,采用增广拉格朗日方法处理转定子间的接触约束,建立了整周碰摩有限元模型。研究指出:在高转速下,系统在一个涡动周期内可出现多次碰撞反弹,轴心轨迹呈现类多边形;法向碰摩力随转速和接触刚度的增大而显著增强;接触阻尼有助于快速衰减振荡碰摩力,促进系统稳定;在不诱发反向涡动的前提下,增大摩擦系数可有效降低法向碰摩力;而在特定碰摩刚度下,间隙大小对法向碰摩力影响甚微。值得注意的是,摩擦热效应对全周碰摩稳定性具有重要影响。闻静等^[98]以航空发动机单盘非线性转子为对象,建立了考虑摩擦热引起的热挠曲效应的同步全周碰摩模型。结果表明:摩擦热导致碰摩区域温度呈非线性分布(径向升高、周向对称);当计入摩擦热效应时,同步全周碰摩发生的转速范围整体缩小,转子径向位移增大,系统稳定性降低。这说明在高速转子设计中,忽略热效应可能低估碰摩风险。

综上所述,从单点到局部再到全周碰摩,其力学机制由以冲击为主逐步过渡到摩擦-冲击-热耦合的复杂非线性过程,系统响应也由简单的脉冲激励演化为包含分频、拟周期乃至混沌的复杂动力学行为。

上述文献多是针对转子系统碰摩的研究与讨论, Muszynska^[99]指出,碰摩经常发生在密封处,叶片-机匣碰摩情况相对较少,但是更加危险。Jiang 等^[100]也表明密封处经常发生碰摩,

而发生叶片-机匣碰摩的频率要低得多，但后者由于叶尖线速度更高，冲击能量更大，对转子动力学也有很大影响，比前者更危险。

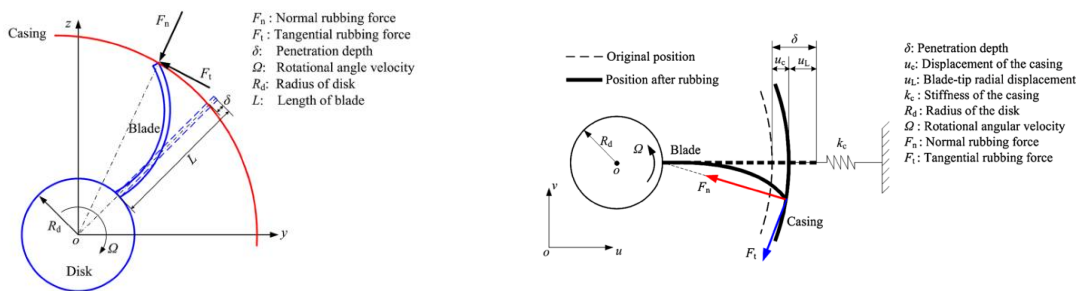


(a) 单点碰摩模型^[94] (b) 局部碰摩模型^[95] (c) 整周碰摩模型^[97]

图 1.10 不考虑叶片振动的转静碰摩模型

2) 考虑叶片形变的叶片-机匣碰摩模型

在叶片-机匣碰摩建模中，研究重点在于考虑碰摩过程中叶片与机匣结构变形对碰摩力的影响。基于准静态变形假设和能量守恒原理，Padovan 等^[101]构建了弹性叶片-刚性机匣的碰摩力学模型（模型示意图如图 1.11 (a) 所示），该模型通过势能法推导接触力，并首次系统分析了单叶片或多叶片与刚性机匣发生碰摩时的非线性动力学行为。采用相似思路，Jiang 等^[102]考虑叶片旋转刚化效应对模型进行了扩展。马辉等^[103]指出，实际航空发动机中机匣通常为薄壁结构，具有显著弹性，因此将机匣的静变形效应纳入模型，提出了弹性叶片-弹性机匣的碰摩模型（模型示意图如图 1.11 (b) 所示）。该模型基于 Jiang 等^[102]早期工作的框架，但针对刚性机匣假设的局限性进行了修正，明确考虑了机匣局部弹性变形对碰摩力的反馈作用，并通过试验验证了模型的有效性。



(a) 弹性叶片-刚性机匣碰摩模型^[101] (b) 弹性叶片-弹性机匣碰摩模型^[103]

图 1.11 考虑叶片形变的叶片-机匣碰摩模型

然而，碰摩本质上是高度非线性的动态过程。随着叶片-机匣系统柔度的提高，碰摩中两者会产生显著振动变形，且该变形与碰摩力之间存在强双向耦合，致使基于准静态变形假设的模型难以准确反映实际动力学行为。为此，诸多学者采用有限元等方法对叶片和机匣进行离散化建模，结合线性或非线性的碰摩力模型（如基于接触动力学的罚函数法、拉格朗日乘子法或增广拉格朗日方法），以更真实地模拟叶尖-机匣之间的动态接触行为。在此基础上，通过显式

或隐式等数值积分求解该非线性系统，从而获得叶片-机匣系统在碰摩过程中的动态碰摩力以及各部件的瞬态振动变形响应。

Batailly 等^[104]在研究叶片-机匣碰摩诱发的模态相互作用时，建立了二维有限元模型，其中叶片盘与机匣均被离散化，并采用拉格朗日乘子法处理接触约束，以精确满足不可穿透条件，模型如图 1.12 所示。Zeng 等^[105]采用梁-壳-弹簧混合单元构建叶盘与机匣模型，结合中心差分法和拉格朗日乘子法求解叶尖-机匣碰摩接触问题。柴象海等^[106]则针对大涵道比涡扇发动机的宽弦风扇叶片，建立了叶尖刮蹭的显式动力学分析模型。该模型采用罚函数法模拟叶片与机匣之间的接触作用，并利用航空发动机刮蹭试验数据验证了计算精度，模型如图 1.13 所示。

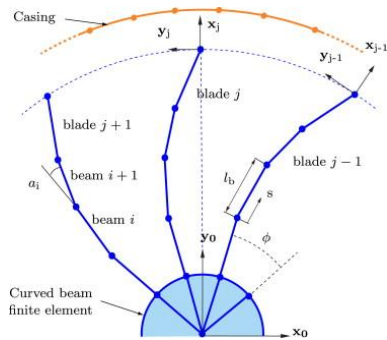


图 1.12 叶片和机匣的 2 维模型^[104]

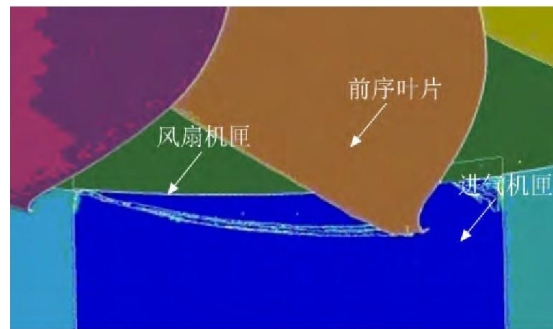


图 1.13 基于显式动力学模拟的叶片-机匣碰摩动力学模型^[106]

叶片-机匣碰摩模型建模方法优缺点对比汇总如表 1.4 所示。目前在叶片-机匣碰摩故障建模方面，现有工作仍存在不足。具体而言，当前针对叶片-机匣碰摩的整机耦合振动研究存在三方面关键局限：第一，多数模型难以准确刻画转子系统的陀螺效应以及轴-叶盘之间的复杂动力学耦合特性，且普遍忽略轴承等非线性支承结构对系统响应的重要影响；第二，现有研究多局限于不平衡力与碰摩力的单一或双重激励，系统性引入气动载荷等激励源的工作几近空白；第三，在冲击与摩擦协同作用下，叶片极易产生局部损伤（如裂纹），但目前尚缺乏将叶片结构损伤与碰摩动力学特性关联起来的统一分析框架。针对上述不足，本课题拟突破传统研究范式，深度融合离心刚化、旋转软化及科里奥利力等旋转叶片特有的动态效应，构建涵盖气动激励-叶片裂纹损伤-碰摩故障的多场耦合动力学模型，系统揭示其对整机振动响应的内在作用机制与规律，为航空发动机的健康监测提供理论支撑。

表 1.4 叶片-机匣碰摩模型建模方法优缺点对比

模型类型	具体类型	核心原理	优点	缺点	文献
------	------	------	----	----	----

	单点碰摩	碰摩视为瞬时、无持续接触的碰撞事件，碰摩力短时脉冲形式施加	自由度少，可解析或半解析求解；对微弱初始接触敏感	忽略摩擦、粘滑、持续接触等真实接触机制；实际碰摩多为有限时间接触，非理想脉冲	[94]
不考虑叶片形变	局部碰摩	用线性或非线性弹簧-阻尼单元模拟局部接触区的法向恢复力与能量耗散，常结合库仑摩擦	计算效率高，适合系统级仿真；适用于多工况覆盖分；考虑了持续接触情况	接触区域理想化，缺乏物理真实性；假设接触发生在“点”或“固定弧段”，无法描述接触位置随涡动轨迹动态迁移	[95][96]
	全周碰摩	假设转子与定子全程接触，通过几何间隙约束强制同步运动，部分模型引入摩擦生热导致的热变形	能模拟高转速稳态碰摩：如多边形涡动、同步全周摩擦	强假设限制适用性：“全程接触”仅在特定转速区间成立	[97][98]
考虑叶片形变	准静态能量法	基于最小势能原理，在给定接触位移下求解静态平衡构型，碰摩力由应变能导出	算成本低：无需时间积分，适合参数扫描；物理框架严谨：能量守恒自然满足	忽略惯性项，无法捕捉动态放大效应；不适用于瞬态过程：如起飞/停车中的加速度诱发刚蹭	[101]-[103]
	动态接触动力学	采用有限元离散叶片与机匣，通过罚函数法或拉格朗日乘子法处理接触，用显式积分求解瞬态响应	高保真度：可精确模拟复杂几何、材料非线性、涂层失效、局部塑性等；可捕捉局部瞬态振动形变	计算极其昂贵；数值敏感性高：罚函数法对罚因子敏感，拉格朗日乘子法导致鞍点问题难收敛	[104]-[106]

1.3.2.2 含叶片 - 机匣碰摩故障的整机振动响应特征提取与诊断

针对含碰摩故障的整机振动响应特征，众多国内外学者及工程技术人员进行了深入探究，研究成果数量庞大且内容繁杂。根据是否考虑叶片结构，碰摩故障通常划分为不考虑叶片结构的转-静子碰摩故障与考虑叶片结构的叶片-机匣碰摩故障。其中，叶片-机匣碰摩故障因叶尖线速度高、冲击能量大、易引发局部结构损伤，其危害性显著更高。因此，下文将重点阐述含叶片-机匣碰摩故障的整机振动响应特征。

乔保栋等^[107]指出，发生碰摩时，机匣加速度信号在时域上表现出明显的冲击性，且波形上下不对称；经自相关处理后，信号周期性显著增强，频谱中高阶倍频分量（如3倍频、4倍频）明显突出，区别于常规不平衡等故障。陈果等^[108]通过带机匣的航空发动机转子试验器，对“机匣单点-转子全周”碰摩工况进行了试验与仿真分析，发现机匣振动加速度具有明显的周期性

冲击特征，其冲击频率等于叶片通过频率（即旋转频率与叶片数的乘积）。在频谱高频段，可清晰观测到叶片通过频率及其倍频成分；同时，由于碰摩强度受转子涡动调制，这些高频分量两侧出现以旋转频率为间隔的调制边带。此外，在倒频谱中亦能识别出对应于旋转频率及其倍频的倒频率成分。王海飞等^[109]在此基础上，考虑了多叶片-圆盘耦合及多点间隙变化的影响，建立了更精细的碰摩模型，其仿真结果与试验数据同样具有良好一致性，进一步验证了上述特征的普适性。Wang 等^[110]系统归纳指出，基于机匣加速度信号，碰摩故障的典型特征表现为“高频叶片通过频率+转频调制边带+低频倍频增强+倒频谱周期性”的多域联合特征。其中，叶片通过频率是区别于不平衡、不对中、轴承损伤等其他常见转子故障的关键判据。靳玉林等^[111]在双转子系统中进一步揭示，局部碰摩时除叶片通过频率外，其两侧还存在由高低压转子频率构成的组合边频带；而全周碰摩则诱发由干摩擦引起的强烈自激振动，频谱成分极为复杂，包含大量多倍频及组合频率。刘书国等^[112]采用 LS-DYNA 隐式-显式耦合方法模拟高压涡轮叶片-机匣碰摩过程，发现每次碰摩近似为瞬态冲击，碰摩结束后载荷迅速衰减，叶片主要以低阶固有频率进行自由振动；碰摩瞬时叶尖应力最高，随后应力波沿叶高方向向叶根传播并逐渐衰减。张俊红等^[113]进一步引入封严涂层后证实，涂层可有效降低叶尖应力、碰摩力及机匣振动加速度幅值；尽管峰值频率仍集中于叶片通过频率及其倍频，但随着侵入深度增加，高频段的加速度幅值显著增大，表明涂层对高频能量的抑制能力有限。Sinha^[114]指出，叶片-机匣碰摩并非简单冲击，而是由高频轴向波、低频弯曲振动、扭转运动及巨大科里奥利力共同构成的多自由度强耦合瞬态过程。其响应特征包括高频-低频相互调制、多次碰摩后趋于极限环振荡、预扭诱导的拍振现象，以及作用于叶根的极端局部载荷，这些机制共同导致叶根高周疲劳与榫头微动损伤。

马辉课题组针对叶片-机匣碰摩故障开展了系统研究：在单叶片响应层面，马辉^[115]发现：低转速下，叶尖位移与脉冲碰摩力同步，卸载后呈现高频自由衰减振动；高转速时，由于惯性效应，振动与加载不同步，表现出非线性滞后，且自由振动时间极短，系统迅速进入下一周期，整体响应趋于低频化。同时，离心刚化效应显著抑制高转速下的叶尖位移幅值。在叶片局部非线性特征方面，马辉^[116]指出，碰摩导致叶片横向振动中出现明显的 2 倍频分量，这是摩擦力非对称作用的典型标志；当碰摩刚度较大时，系统可能出现跳跃现象和多解共存；此外，碰摩还可能诱发叶片弯曲与扭转模态之间的强耦合，导致频率或能量局域化。针对叶片-轮盘连接区域，马辉^[117]分析榫头结构在碰摩载荷下的动态响应，发现碰摩不仅引起叶片整体振动，更在榫头根部产生显著应力集中，尤其在径向与切向碰摩力共同作用下，易诱发微动疲劳损伤，表明碰摩响应需关注局部连接完整性。在整机耦合响应层面，马辉^[118]建立轴-盘-叶片-机匣耦合模型，证实碰摩能量可通过盘-轴路径传递，激发转子大幅涡动；机匣加速度信号中可清晰识别叶片通

过频率，其幅值随碰摩深度非线性增长；同时，奇次谐波（如 $3\times$ 、 $5\times$ 转频）在高转速区尤为突出，反映系统非线性增强。进一步地，马辉^[119]考虑机匣局部柔性后发现：碰摩力不仅取决于侵入量，还受相对速度影响，导致碰摩过程中呈现冲击与滑移交替的复杂行为；机匣前缘因支撑较弱，更易发生碰摩，其振动响应幅值显著高于后缘区域。在叶盘方面，马辉^[120]揭示：碰摩可激发叶盘行波振动，且当碰摩频率接近某一节径模态时，发生共振锁定，导致持续高幅振动，对结构疲劳构成严重威胁。此外，马辉^[121]早期工作即指出，碰摩响应包含丰富的超谐波、次谐波及组合频率成分；当碰摩激励频率接近叶片固有频率时，易引发共振放大，导致振幅急剧上升，凸显碰摩与结构模态相互作用的关键性。

随着宽弦风扇叶片等复杂三维造型的应用，叶片几何参数对碰摩响应的影响日益凸显。陈大玮等^[122]通过参数化建模研究表明，叶根通流角可通过调节叶身长度来调整碰摩共振中心频率；叶顶扭转角通过改变最小抗弯刚度方向，有效缩窄碰摩共振转速范围；相比前倾叶片，后倾叶片具有更优的碰摩稳定性。Piollet 等^[123]基于 NASA Rotor 37 模型对比不同扫掠形式，亦证实后掠叶片可提升碰摩稳定性，而完全前掠叶片则降低系统稳定性，为气动-结构协同设计提供重要参考。Kang 等^[124]通过四叶片试验台研究发现，叶片与机匣之间可呈现多种摩擦形式（如轻擦、重刮、粘滑），不同形式对应不同的接触位置；参与摩擦的叶片数量直接影响转子系统的运动平稳性，并据此提出基于应变信号的定量指标以识别摩擦叶片。

Legrand 等^[125]在研究二维叶盘-机匣结构的模态相互作用时指出：当叶片与机匣发生持续碰摩接触（而非瞬时冲击）时，振动能量可通过接触界面在转子与静子之间双向传递，从而激发一种特殊的节径型耦合振动，即所谓“模态耦合作用”。该现象的本质是：当叶盘某一节径模态频率与机匣对应周向模态频率在旋转坐标系下接近或重合（即满足行波速度匹配条件）时，系统发生共振耦合，导致能量持续从转子向静子（或反之）转移，此类耦合可使原本稳定的模态失稳。进一步地，Legrand 等^[126]基于四自由度叶盘-机匣模型的时域仿真发现，碰摩系统的耦合振动响应并非必然发散，而是存在三种典型演化形式：衰减、持续和发散。其最终状态取决于系统参数（如间隙、摩擦系数、阻尼）与运行条件（如转速），如图 1.14 所示。曾振坤等^[127]针对航空发动机增压级建立了考虑转-静耦合的 4 自由度动力学模型，通过数值仿真发现：转静耦合振动失稳通常发生在某一特定转速区间内，而非全转速范围。该失稳区间与叶盘和机匣的固有频率、节径数及碰摩刚度密切相关；当转速使得叶盘前行波频率与机匣后行波频率接近时，系统易发生反向涡动耦合，引发振动幅值急剧放大。这一结论与 Legrand^[125]提出的“行波速度匹配”机制一致，进一步验证了模态耦合是导致局部高振幅甚至结构失效的关键机理。

上述关于叶片-机匣碰摩故障振动响应特性的研究，为碰摩故障的识别与诊断提供了重要的理论依据和特征参考，上述文献中指出碰摩故障的响应特征如表 1.5 所示。在实际碰摩过程中，叶片的动态响应不仅受碰摩力激励，同时也会通过接触反作用力显著影响碰摩过程本身，

形成强烈的双向耦合效应。因此，综合考虑叶片振动响应与机匣振动响应的协同特征，而非孤立分析单一部件的信号，将更全面地揭示碰摩故障的内在机制，从而更有效地提取敏感、可靠的故障特征，提升诊断的准确性与鲁棒性。

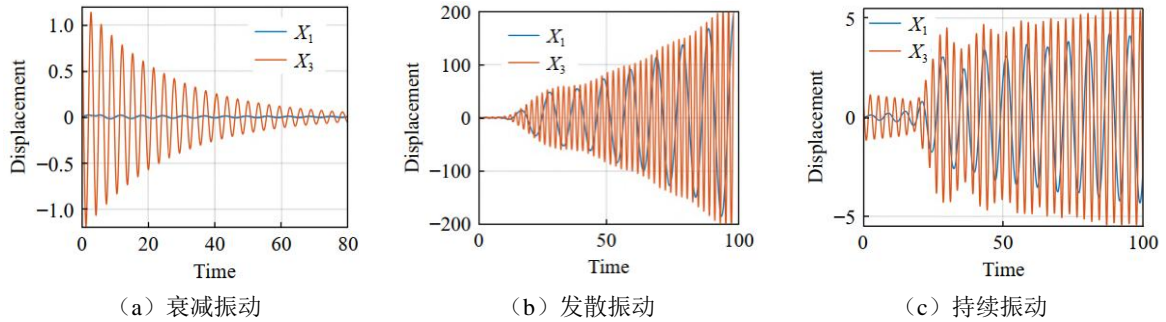


图 1.14 叶片 - 机匣碰摩系统的 3 种耦合振动形式^[126]

表 1.5 叶片 - 机匣碰摩故障振动响应特性统计表

特征类别	具体响应特征	文献
时域特征	周期性冲击脉冲（周期=1/转频）	[108] [110]
	波形上下不对称	[107]
	叶片碰摩后自由衰减振动（以叶片低阶固有频率）	[112]
	高转速下振动与碰摩力不同步（非线性滞后）	[115]
频域特征	多次碰摩后趋于极限环振荡	[114] [126]
	叶片通过频率在高频段显著突出	[108] [110] [118]
	叶片通过频率的高阶倍频随侵入深度增大而增强	[113] [118]
	低频段 2×、3×转频分量显著增强（2×>1×）	[110] [116]
	高转速区奇数次谐波（3×,5×...）突出	[118]
时频特征与变换域特征	双转子系统中出现高低压转频组合频率	[111]
	超谐波、次谐波及模态组合频率	[121]
	倒频谱中出现 1/f _r , 2/f _r 等频率成分（f _r 为转速频率）	[108] [110]
	自相关处理后周期性显著增强	[107]
局部结构响应特征	叶盘行波振动及节径模态共振锁定	[120]
	碰摩瞬时叶尖应力最高，应力波沿叶高向叶根传播	[112]
	榫头根部显著应力集中，易诱发微动疲劳	[117]
	后倾/后掠叶片比前倾/前掠更稳定	[122] [123]
	封严涂层降低碰摩力与加速度幅值，但对高频抑制有限	[113]

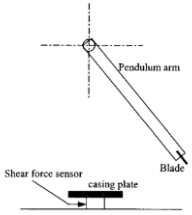
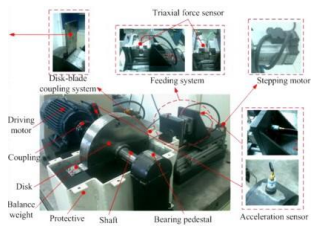
1.3.2.3 叶片 - 机匣碰摩故障模拟试验器

叶片 - 机匣碰摩故障模拟试验器的发展历程如表 1.6 所示。早期的碰摩试验通常将叶片和

机匣分别简化为摆臂和平板结构；随后，研究者采用将叶片简化为矩形梁的转子-叶片系统，在较低转速范围（1000r/min-2000r/min）内开展碰摩试验；此后，逐步引入更接近真实构型的叶片，并在更高转速范围（20000r/min-58500r/min）下进行试验。在此基础上，进一步发展出多级转子-叶片试验器、包含发动机典型结构的叶片-机匣碰摩试验器，以及双转子叶片-机匣碰摩试验器等更为复杂和贴近工程实际的试验平台。

当前叶片-机匣碰摩研究中，以双转子构型为代表的高保真试验平台在工程代表性方面已达到较高水平，能够有效复现航空发动机中由多转子耦合、弹性支承、小间隙设计及复杂激励源共同作用下的碰摩动力学行为，并观测到包括组合频率、调制边带等在内的丰富非线性响应特征。然而，这类平台普遍存在参数高度耦合、初始装配状态难以精确复现、关键物理量（如瞬时碰摩力、叶片局部应力）难以直接测量等问题，导致其在碰摩机理的系统性、可重复性研究方面受到显著制约，难以实现对单一影响因素的独立调控与定量分析。针对这一“高保真但低可控”的困境，本文提出并研制了一种兼具工程代表性与科研可控性的叶片-机匣碰摩专用试验平台。该平台在保留航空发动机典型结构特征的基础上，通过模块化架构与高精度执行机构，实现了对碰摩力的精确控制。尤为关键的是，平台集成了多项高精度传感功能：在叶片根部布置应变片以实时获取叶片动态应力；在碰摩结构中嵌入三轴压电式力传感器以直接测量法向与切向瞬时碰摩力；同时，在机匣外壁及轴承座处布设高灵敏度加速度计，同步采集机匣与轴承座的振动响应。其核心目标在于弥合高度简化模型与全尺寸发动机试验之间的鸿沟，为深入揭示叶片-机匣碰摩的非线性动力学机制、构建高鲁棒性故障特征提取方法提供兼具科学严谨性与工程实用价值的先进试验支撑。

表 1.6 叶片-机匣碰摩故障模拟试验器发展

试验器类型	图片	特点	文献
单摆叶片-平板机匣试验器		叶片以悬臂梁或摆臂形式固定，不旋转；机匣简化为刚性平板，实现“定点碰摩”；用于研究接触力与侵入深度之间的非线性关系；试验在低速或静态条件下进行，便于高精度力测量	[128]
旋转叶片-半圆弧机匣试验器		转子盘上安装单片或少量矩形截面叶片；机匣采用可调刚度的半圆弧形碰摩环，通过连接钢梁调节等效刚度；通过控制初始间隙，可实现轻微/严重碰摩工况切换	[103]

<p>旋转叶片 - 半圆弧 机匣-长转 轴试验器</p>		<p>系统包含柔性长转轴、刚性盘、支承轴承及半圆弧机匣；工作转速可高于一阶临界转速</p>	<p>[129]</p>
<p>4 叶片 - 机匣碰摩 试验器</p>		<p>转子盘上均匀布置 4 片真实几何叶片；用于验证多叶片参与碰摩时的动力学行为（如间歇碰摩、连续刮蹭）；试验聚焦于升速过程中多叶片碰摩现象的定性演化</p>	<p>[124]</p>
<p>大尺寸 - 多叶片 - 机匣碰摩 试验器</p>		<p>叶片数量更多、尺寸更大，更贴近真实压气机级；机匣具备涂层；配备多类型传感器（三轴力传感器、加速度计、应变片、热电偶）；可精确记录碰撞时刻、接触力、温升及结构响应</p>	<p>[110]</p>
<p>多级转子 叶片 - 机 匣试验器</p>		<p>包含多个转子级，结构耦合复杂；目标是识别特定级叶片故障引起的局部碰摩特征</p>	<p>[130]</p>
<p>超高转速 叶片 - 机 匣碰摩试 验器</p>		<p>工作转速达 20000rpm 及以上（接近真实航空发动机转速）</p>	<p>[131]</p>
<p>考虑航空 发动机转 子结构特 征的叶片 - 机匣碰 摩试验器</p>		<p>系统集成典型航空发动机要素：弹性支承、滚动轴承非线性、多支点、装配间隙；可研究小间隙设计下由热膨胀、离心变形引发的碰摩机制</p>	<p>[132]</p>
<p>内外双转 子叶片 - 机匣碰摩 试验器</p>		<p>同时包含高压转子与低压转子，可独立旋转；碰摩通常发生在低压转子叶片与机匣之间；</p>	<p>[111]</p>

1.3.3 叶片裂纹 - 碰摩复合故障建模与诊断研究现状

1.3.3.1 叶片裂纹 - 碰摩复合故障动力学建模

在叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的动力学建模研究领域, 现有文献仍较为有限。针对这一复合故障问题, Tang 等^[133]提出了一种复合故障建模方法。该方法基于欧拉 - 伯努利梁理论对旋转叶片进行建模, 并将机匣简化为单自由度质量 - 弹簧 - 阻尼系统; 在此基础上, 分别构建了由裂纹和碰摩故障引入的附加效应矩阵, 即非线性裂纹刚度矩阵与碰摩刚度矩阵。同时, 模型充分考虑了高速旋转带来的动力学效应, 包括离心强化与自旋软化等旋转效应矩阵。进一步地, 作者建立了适用于含裂纹叶片的修正碰摩力模型, 该模型综合考虑了气动载荷、裂纹引起的径向刚度退化以及接触侵入深度的动态变化。研究表明: 一方面, 随着转速或裂纹深度的持续增加, 碰摩现象显著加剧, 具体表现为碰摩发生间隔缩短、碰摩位移幅值增大; 另一方面, 裂纹的存在会促使碰摩提前发生, 即在较低转速下即可诱发碰摩行为。在此基础上, Tang 等^[134]进一步系统探讨了裂纹参数(如裂纹深度与位置)及碰摩相关因素对复合故障响应的影响规律。结果表明: 随着裂纹深度的增加或裂纹位置向叶根方向靠近(即裂纹距固定端距离减小), 碰摩强度趋于增强; 其中, 裂纹深度对碰摩变形的影响程度通常大于裂纹位置。然而需特别指出的是, 在某些特定工况下(如接近系统共振区域时), 叶片的共振效应可能显著改变上述影响趋势, 甚至导致原有规律失效。

总的来看, 目前关于叶片裂纹与碰摩复合故障的研究仍显严重不足。现有文献在模型仿真方面存在明显局限, 机匣通常被简化为单自由度质量点模型, 叶片则多采用欧拉梁模型, 难以真实反映叶片与机匣之间的复杂耦合振动行为。同时, 现有研究尚未深入揭示二者在复合故障下的动态响应特性, 亦未建立有效的振动诊断指标体系。

1.3.3.2 含叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的响应特征

目前, 针对叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的诊断研究仍较为匮乏。Tang 等^[133]针对该问题提出了一种新型复合故障建模方法, 建立了含横向裂纹的旋转叶片 - 机匣碰摩动力学模型, 并深入分析了动态工况下裂纹叶片的碰摩响应特性。研究结果表明: 随着裂纹深度的增加, 碰摩现象显著加剧, 具体表现为碰摩间隔缩短、叶片位移振幅增大; 同时, 随着碰摩程度的增强, 系统响应频谱中不仅出现更多与叶片固有频率相关的倍频成分, 还呈现出明显的调制与混频特征。在另一项研究中, Tang 等^[134]进一步系统考察了裂纹参数(如深度与位置)及碰摩条件对复合故障响应的影响规律。结果表明: 裂纹越深、位置越靠近叶根(即距固定端越近), 碰摩效应越剧烈; 其中, 裂纹深度对碰摩变形的影响程度总体上大于裂纹位置。上述工作为叶片裂纹 - 碰摩复合故障的机理认知与特征提取提供了理论参考。然而, 相关模型多基于简化假设(如机匣简化为单自由度系统、叶片采用欧拉梁模型), 且缺乏充分的试验验证, 尚未建立面向工程

应用的可靠诊断指标体系。因此，在试验验证、高保真建模及故障特征量化等方面，叶片裂纹-碰摩复合故障的诊断研究仍有较大完善空间。

1.3.3.3 叶片裂纹-机匣碰摩复合故障模拟试验器

目前，针对叶片裂纹-碰摩复合故障模拟的整机试验器尚未有专门的设计与制造，但现有试验器已基本具备开展此类故障模拟的能力。例如，已有的航空发动机典型结构模拟试验器已配备轴承、机匣、转轴、涡轮盘和压气机盘等关键部件。然而，仍需进行若干针对性的改进设计，包括：可拆装的独立叶片盘组件、旋转叶片气流激励装置、旋转叶片应力测量装置、机匣加速度信号测量装置以及碰摩力测量装置等。

1.3.4 整机动力学建模研究现状

航空发动机整机动力学建模是开展含裂纹叶片-碰摩复合故障整机动力学研究的基础。常用的整机建模方法包括传递矩阵法、模态综合法和有限元法。

1.3.4.1 传递矩阵法

早期，传递矩阵法因其编程简便、计算效率高、对硬件要求低等优点，被广泛应用于转子系统动力学建模。在此基础上，国内外学者发展出多种改进形式，如子结构传递矩阵法、传递矩阵-阻抗耦合法、传递矩阵-直接积分法等。Murphy 等^[135]优化了传统方法中临界转速的迭代策略，显著提升了含阻尼或交叉耦合刚度系统的收敛精度与稳定性；Gupta 等^[136]利用该方法分析了带中介轴承的双转子试验器的临界转速与不平衡响应；Lee 等^[137]建立了非线性转子-轴承系统的传递矩阵模型，成功求解了稳态响应与轴心轨迹；Varney 等^[138]引入复坐标重构状态变量，提出复传递矩阵法，大幅提高了计算效率与特征值求解精度。

国内学者在整机动力学建模方面也开展了系统研究。北京航空航天大学晏砺堂等^[139]将传递矩阵法推广至复杂转子系统，提出子结构传递矩阵法，用于分析含非线性阻尼器的双转子系统动力特性；南京航空航天大学黄太平等^[140]针对多转子耦合问题，发展了传递矩阵-阻抗耦合法和分模态综合法等子系统集成策略；西北工业大学顾家柳等^[141]提出传递矩阵-直接积分法，实现了发动机整机在突加、稳态及瞬态不平衡激励下的动力响应计算。此外，为提升方法的通用性与数值稳定性，多位学者对整体建模框架进行了改进。洪杰等^[142]在传统传递矩阵基础上引入整体传递系数法，通过仅以位移为状态变量，有效避免了高阶模态下因力项过大导致的数值病态问题；蒋书运等^[143]应用整体传递矩阵法对航空发动机系统进行建模，通过引入耦合矩阵处理转子-机匣连接，解决了传统子结构法难以编制通用程序的难题；庞辉等^[144]将 Riccati 变换引入整体传递矩阵法，将边值问题转化为初值问题，显著提高了高阶临界转速计算的数值稳定性

与精度；杨建刚等^[145]提出一种基于参数匹配的改进传递矩阵法，将系统划分为多个子系统，在结合面处施加位移与力的协调条件，有效克服了传统方法在处理多跨、多转子系统时易出现的数值溢出与振型畸变问题。

1.3.4.2 模态综合法

模态综合法的核心思想是“分解—简化—重构”：将复杂结构划分为子结构，保留各子结构的低阶主导模态，再通过界面位移协调与力平衡条件集成为整体降阶模型，在保持精度的同时大幅降低自由度和计算成本。然而，其精度高度依赖于子结构间的耦合处理，若界面条件建模不当，易引入较大误差。根据子结构边界条件的不同，模态综合法主要分为两类：自由界面法，即子结构边界保持自由；以及固定界面法，即边界坐标被完全约束。在此基础上，该方法不断演进。Hasselmann 等^[146]针对含阻尼且无法经典解耦的系统，提出了复模态综合法，通过引入复特征值与复模态向量，有效处理非对称质量、刚度或阻尼矩阵问题。Benfield 等^[147]则发展了组件模态替代法，将系统分为主结构与分支子结构，分支子结构的运动通过约束模态或自由模态描述，并可通过引入等效界面刚度与惯性载荷提升精度；该方法特别适用于具有大量界面自由度的结构（如壳体有限元模型），但若截断模态数量不足或界面载荷未考虑，仍可能影响精度。

在国内，模态综合法也得到了深入研究与拓展。王建军^[148]基于参数混合思想，提出了模态—物理—阻抗三参数混合动态子结构综合法，允许不同子结构分别采用模态、物理（如有限元）或阻抗参数建模，并通过统一的坐标变换实现系统集成，兼具灵活性与通用性，适用于大型复杂结构的动力学分析。欧园霞等^[149]将模态综合法与有限元法结合，对含转子—支承—静子的整机系统进行动力学分析，计算临界转速及稳态/瞬态响应，并采用复模态综合法处理转子与静子间的非对称耦合振动。此外，孟光等^[150]针对试验模态综合中界面信息缺失的问题，提出引入虚拟单元，通过参数优化确定其动力学特性，并融合试验模态数据与有限元模型，显著提升了混合建模的精度与可靠性。

1.3.4.3 有限元法

随着计算机技术的发展以及以有限元法为核心的商用软件（如 ANSYS、NASTRAN 等）日益成熟，有限元法已成为航空发动机整机动力学建模与分析的主流手段。根据单元类型的不同，整机建模主要采用梁单元和实体/壳单元两类策略。

很多研究学者采用梁单元构建转子—支承—静子耦合系统，代表性工作有：陈果等^{[151]-[153]}基于 Timoshenko 梁理论建立转子与静子的有限元模型，采用集中质量法模拟支承结构，并结合 Newmark- β 法与翟方法求解非线性动力响应；该框架不仅可计算整机模态、临界转速及稳/瞬态不平衡响应，还可有效模拟转子不对中、叶片—机匣碰摩、轴承间隙等典型非线性故障，形成了较为完整的整机动力学分析体系。为更精确刻画复杂几何与局部结构效应（如锥形鼓筒、法

兰连接、盘轴过渡区等), 三维实体单元或壳单元建模逐渐成为有效方法。北京航空航天大学洪杰、马艳红、张大义等系统开展了航空发动机整机三维建模方法研究^{[154]-[158]}: 他们基于 NASTRAN 平台, 采用实体单元建立了多种型号发动机的整机有限元模型, 深入分析了支承动刚度、盘轴耦合、离心预应力及转-静子耦合对系统动力特性的影响; 通过对比静刚度与动刚度模型, 揭示了支承动态特性对临界转速偏移的作用机制; 并进一步阐明了包含完整静子-支承-转子链路的整机模型相较于简化支承-转子模型在反映耦合振动方面的必要性, 提出了适用于工程实践的整机临界转速判别准则。哈尔滨工业大学曹登庆等^[159]建立了双转子试验器, 研究了定点碰摩故障中的能量耗散特性。南京航空航天大学罗贵火进行了多项整机建模研究^{[160][161]}, 系统开展了某型反向旋转双转子航空发动机的整机有限元建模与振动特性分析, 所提方法经与传递矩阵法及整机试验结果对比, 验证了其准确性与工程适用性。在试验验证与混合建模方面, 陈果团队^{[162][163]}对带机匣双转子试验器开展测试, 结合有限元仿真辨识了静子支承的静/动刚度特性, 并发展了半实物仿真建模方法, 提升了模型与物理系统的对应性。沈阳航空航天大学王克明开展了涡喷发动机整机动力特性研究^{[164][165]}, 建立了带圆筒机匣的双转子有限元模型, 定量分析了将转子-机匣系统拆分计算所引入的误差, 指出其主要源于未考虑支承间刚度耦合效应, 强调了整机耦合建模的必要性; 相关工作还涉及温度场对静子结构动刚度及转子临界转速的影响分析。沈阳发动机研究所冯国全等^[166]基于 MSC.NASTRAN 构建反向旋转双转子系统模型, 对其振动特性进行了仿真与试验对比, 验证了模型有效性。海军工程大学孟照国等^[167]采用壳单元模拟机匣, 分析了机匣质量参数对整机振动特性的影响。

国外众多学者对航空发动机整机建模开展了深入研究。自 20 世纪 80 年代起, 通用电气、罗罗、普惠等航空发动机制造商已针对 BR715、EJ200 等型号开展整机建模、台架试验及模型修正工作^[168]。学术层面, Moore 等^[169]采用实体单元对大型工业涡轮压缩机进行整机动力学分析; Marc-Antoine B 等^[170]针对机匣法兰螺栓连接, 建立了考虑接触非线性的有限元模型, 其非线性动态响应与试验吻合良好, 适用于机匣结构早期设计阶段; Meguid 等^[171]则利用 LS-DYNA 对风扇叶片鸟撞问题开展显式动力学仿真, 分析了非线性瞬态冲击响应。综上, 有限元法凭借其复杂几何、材料非线性及多物理场耦合的良好适应性, 已成为航空发动机整机动力学建模不可或缺的工具。未来趋势将更加注重高保真建模、高效降阶以及模型-试验闭环验证体系的构建。

上述三种整机动力学建模方法的优缺点如表 1.7 所示。总之, 传递矩阵法降低了转子振动特性求解的复杂度, 具备编程简洁、运算规模较小、速度较快等优点, 适用于转子系统整体建模。然而, 在考虑支承系统、连接等结构时, 分析难度较大。模态组合法在降低计算内存需求和保持较高计算精度方面表现优异, 但编程和数值求解较为复杂, 且子结构连接处理不当可能

引发整体分析误差。虽然三维实体有限元法能考虑复杂结构的局部细节，但应用于航空发动机整体动力学建模时，自由度过大可能导致计算量激增、运算速度放缓，同时针对滚动轴承、挤压阻尼器等非线性支承的实体有限元建模存在困难。采用梁单元构建转子和静子结构有限元模型，集中质量法建立支承结构模型，利用 Newmark- β 法和翟方法进行求解，可实现整机动力特性求解、非线性故障模拟，且计算量小、速度快。然而，有限元梁单元模型在模拟叶片、机匣等结构时，难以反映其真实振动状况。

因此，本课题选用连续体梁单元建立叶片模型，有限元梁单元建立转子模型，有限元壳单元建立机匣模型[172]，集中质量法构建转盘与支承结构模型，并运用 Newmark- β 法和翟方法进行数值积分。该方法在保证计算速度和求解精度的同时，能有效应地反映出叶片、机匣的真实振动情况，并且可以很好地应对叶片裂纹故障、碰摩故障、滚动轴承支承及挤压阻尼器支承等强非线性问题

表 1.7 整机动力学建模方法优缺点

方法	基本原理	优点	缺点	适用场景	文献
传递矩阵法	将转子系统离散为若干轴段单元，通过状态向量递推建立整体动力方程；适用于链式结构	编程相对简单；计算规模小、速度快；对硬件要求低；特别适合长轴类转子系统；易于处理多跨、多盘结构	难以准确考虑支承周围结构的柔性影响；处理非链式结构困难；高速旋转下易出现数值不稳定；难以集成非线性接触/间隙等局部效应	初步设计阶段 临界转速估算； 线性多转子系统稳态响应分析；参数化研究与快速迭代	[135]- [145]
模态综合法	将系统划分为若干子结构，分别进行模态缩减（保留低阶模态），再通过界面协调条件集成为降阶整体模型	在保持较高精度的同时显著降低自由度；可灵活组合不同建模方式；适用于大型复杂系统（如含机匣、附件）；支持子结构并行建模与重用	子结构界面处理不当会引入显著误差；模态截断可能丢失重要高频信息；编程与接口实现复杂；固定/自由界面选择影响精度与效率；对强非线性系统适用性有限	含复杂静子结构的整机系统（如带机匣、附件）；需结合试验模态数据的混合建模；大型系统降阶与子结构复用	[146]- [150]
有限元法	将连续体离散为有限个单元，直接建立大规模质量-阻尼-刚度矩阵系统	何适应性强，可精确模拟复杂结构（如锥形轴、法兰、叶片、机匣）；支持非线性、接触、热-力耦合等多物理场分析；商用软件成熟（ANSYS、NASTRAN等）；可直接用于整机振	模型自由度高，计算资源消耗大；整机实体模型常因局部细节导致模态混杂，难以提取关心的全局振型；直接求解非线性瞬态响应耗时；对动刚度、	高保真整机动力学分析；转-静子耦合振动、碰摩、不对中等非线性故障仿真；临界转速精细计算、瞬态响应、鸟撞等显式	[151]- [171]

1.3.5 问题的提出

(1) 目前针对叶片裂纹与机匣碰摩复合故障的动力学建模研究仍较为匮乏,对两类故障之间相互作用的内在机理尚不清晰。现有研究多聚焦于单一故障(如叶片裂纹或碰摩故障)的力学特性分析与动力学建模,普遍未考虑两种故障之间的耦合效应,尤其缺乏对二者关键影响因素相互作用机制的深入探讨。因此,构建高保真、可靠的叶片裂纹-机匣碰摩复合故障动力学模型具有重要的理论价值与工程意义。

(2) 针对含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的航空发动机整机动力学建模研究仍较为稀缺。现有工作大多基于简化转子系统或局部结构模型,往往忽略了支承系统的非线性特性、机匣的柔性变形以及叶片-盘-轴之间的多场耦合效应等关键物理机制。这类简化虽在一定程度上便于理论分析,却难以真实、全面地再现航空发动机在复合故障工况下复杂的整机振动响应特性。其结果不仅限制了对故障演化与耦合机理的深入理解,也严重制约了高置信度、高精度故障诊断理论与方法的发展与工程应用。因此,亟需构建一个能够集成航空发动机关键部件(如转子、机匣、支承结构)并有效融合叶片裂纹与机匣碰摩复合故障特征的高保真正整机动力学模型。此类模型将为揭示复合故障下的非线性动力学行为、提升故障辨识能力以及支撑故障诊断系统的开发提供重要的理论支撑与技术基础。

(3) 在故障模拟试验方面,现有试验平台普遍存在整机构型简化过度的问题,往往缺乏典型航空发动机的关键结构特征,例如机匣结构、滚动轴承支承系统、以及涡轮/压气机盘-轴之间的复杂连接形式等。此外,大多数试验装置仅针对单一故障模式(如叶片裂纹或转子-机匣碰摩)进行孤立模拟,未能充分反映多种故障共存时的耦合效应与交互机制。尤为突出的是,目前尚缺乏在具备完整“转子-支承-机匣”一体化构型的整机级试验器上开展叶片裂纹与机匣动态碰摩复合故障的协同试验研究。这种试验条件的局限性,导致所获得的故障响应数据与真实航空发动机在实际运行中表现出的复杂动力学行为存在显著偏差,难以有效支撑高置信度故障诊断模型的验证与工程应用,严重制约了从实验室研究向工程实践的转化。

(4) 在叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的诊断研究中,现有诊断技术大多脱离航空发动机整机系统的实际构型与动力学背景,未能充分考虑故障激励在整机结构中的传播路径、能量传递特性以及多部件之间的动态耦合响应机制。此外,许多现有方法高度依赖侵入式测试手段(如接触式应力传感器需要粘贴在叶片上、叶尖定时测量系统需要机匣开孔等),这类技术通常需要对发动机本体或测试系统进行结构性改造,不仅实施难度大、成本高,更关键的是,在实际运行中可能破坏航空发动机结构的完整性与密封性,带来安全隐患,难以满足工程应用中对高可

靠性与非干预性的要求。因此，亟需发展一种基于非侵入式测量策略的故障诊断方法，充分利用航空发动机在实际运行中易于获取的外部振动信号（如轴承座或机匣上的加速度响应），通过深入挖掘其蕴含的故障特征信息，构建能够有效识别和表征叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的智能诊断框架。这一方向不仅契合航空发动机健康监测的实际需求，也为推动高置信度、可工程化部署的故障诊断技术提供了重要突破口。

1.4 本文主要研究内容及章节安排

本文的总体框架如图 1.2 所示，主要研究内容如下：

第一章为绪论，本章立足航空发动机安全运行的重大工程需求，系统阐述课题的研究背景与工程意义。在全面综述国内外叶片裂纹-机匣碰摩复合故障整机振动分析与试验研究现状的基础上，重点剖析当前在整机动力学建模、复合故障耦合机理、高保真试验平台构建及故障诊断指标体系等方面的关键瓶颈与科学问题。针对现有研究中缺乏多结构耦合高保真模型、对复合故障能量传递路径认识不清、尚无同步复现多场激励的试验平台等不足，凝练出本研究拟解决的核心科学问题与关键技术挑战，并据此提出主要研究内容与技术路线。

第二章开展含叶片裂纹-碰摩复合故障的整机动力学建模仿真研究。聚焦航空发动机关键部件耦合动力学行为的高精度建模需求，综合考虑叶片、轴承、机匣、转子等结构以及叶片裂纹、叶片-机匣碰摩及其复合故障等多源强非线性因素，采用多类型单元混合建模策略（包括梁单元、壳单元、集中质量单元等），并结合显式-隐式混合的数值积分方法（Newmark- β 法与翟方法），构建“多类型单元混合-显隐式结合”的航空发动机整机仿真模型。通过优化模型参数与求解策略，实现对局部非线性行为与全局动力学特性的精准刻画，为整机振动分析提供坚实的算法基础。

第三章聚焦带机匣转子试验器的整机动力学建模与模型验证。基于第二章提出的建模方法，本章的主要目标是完成试验器平台的精细化建模与验证。研究内容涵盖部件级模型的建立与修正，以及整机试验模态的获取与对比。通过对比仿真与试验模态的频率一致性及振型相关性，对模型参数进行迭代优化，建立一个能够准确反映试验器动力学特性的验证模型。该环节不仅是对建模方法的考核，更为后续机理分析与诊断研究提供了可靠的仿真与试验基准。

第四章开展裂纹-碰摩复合故障整机振动机理分析与试验验证。本章旨在揭示复合故障工况下整机的非线性演化规律。研究目标为阐明裂纹与碰摩的耦合作用机制及其对整机振动响应的调制规律。重点分析不同故障强度、转速及接触状态下的振动特征演变，明确复合故障与单一故障在能量传递路径、频谱分布上的本质区别。通过集成气流激励、应变测量与可调碰摩加载的整机试验平台，开展多工况仿真与试验对比，验证所揭示机理的正确性，为诊断方法开发提供理论依据。

第五章聚焦裂纹-碰摩复合故障的特征提取与智能诊断方法研究。针对早期复合故障特征微弱、难以识别的工程难点，本章的核心目标是建立基于机匣响应的高灵敏度诊断指标体系。针对早期裂纹故障，研究目标在于构建能够有效放大刚度弱化效应的转速域调制强度指标；针对早期碰摩故障，研究目标在于开发融合智能算法的微弱特征增强技术。通过融合机匣与轴承座多源振动信号，设计并验证复合故障诊断指标，实现对早期故障的精准识别与严重程度评估，确保方法在复杂工况下的鲁棒性与工程适用性。

第六章总结与展望。对本文的研究工作进行总结，并对进一步相关研究进行展望。

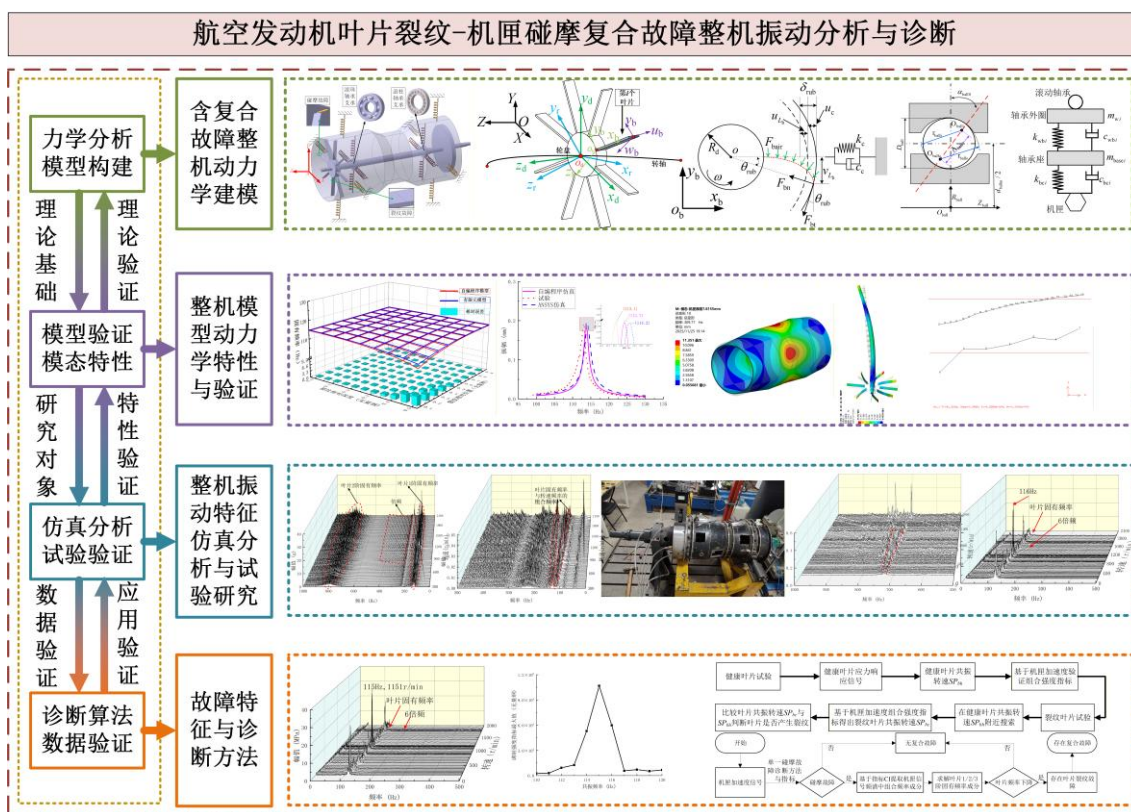


图 1.15 论文的总研究内容

第二章 含叶片裂纹 - 碰摩复合故障的整机动力学模型

2.1 引言

本章节聚焦航空发动机关键部件耦合动力学行为的高精度建模,融合多源强非线性因素(叶片、轴承、机匣、转子、叶片裂纹故障、叶片-机匣碰摩故障及叶片裂纹-机匣碰摩复合故障等),采用多类型单元混合动力学建模,基于显隐式结合的数值积分方法,构建“多类型单元混合-显隐式结合”航空发动机整机仿真模型,兼顾整机动力学模型仿真计算速度与仿真精度,为航空发动机整机动力学仿真分析奠定核心算法基础。

2.2 叶片 - 盘 - 轴系统动力学建模

2.2.1 单叶片动力学建模

针对单叶片动力学建模,采用了如下假设:①材料假定为各向同性,本构关系满足胡克定律;②叶片根部完全刚性约束。

叶片在实际工况中同时承受高转速离心力、气动载荷及振动激励等多物理场耦合作用。为准确表征其动态响应特性,本节将叶片简化为悬臂 Timoshenko 梁模型,基于 Hamilton 变分原理,采用能量法推导其在多载荷激励下的运动微分方程;随后通过 Galerkin 法对方程进行离散,得到系统的质量矩阵、刚度矩阵、阻尼矩阵、科氏力矩阵及外激励向量的完整矩阵形式,为后续模态与振动特性分析奠定理论基础。如图 2.1 所示,将旋转叶片简化为一个柔性悬臂梁,与半径为 R_d 的刚度轮盘固定连接,轮盘旋转角速度为 ω , O, X, Y, Z 为全局坐标系 (X 为轴向、 Y 为水平方向、 Z 为垂直方向), o_r, x_r, y_r, z_r 为旋转坐标系, o_b, x_b, y_b, z_b 为叶片局部坐标系,其中 x_b 沿着叶片长度方向, y_b 沿着叶片厚度方向, z_b 沿着叶片宽度方向, u_b 、 v_b 、 w_b 分别是叶片在叶片坐标系中的径向、周向、轴向位移。

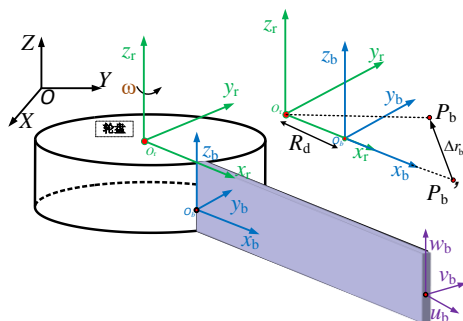


图 2.1 旋转单叶片示意图

叶片上任意一点 P_b 的位移在旋转坐标系中可以表示为:

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{r}_b = \begin{bmatrix} R_d + x_{bP} \\ y_{bP} \\ z_{bP} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ w_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d + x_{bP} + u_b \\ y_{bP} + v_b \\ z_{bP} + w_b \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中, x_{bP} 、 y_{bP} 、 z_{bP} 分别为叶片局部坐标系中沿着叶片长度方向、厚度方向以及宽度方向的坐标。

考虑叶片在弯曲变形中的剪切效应, 叶片采用 Timoshenko 梁进行模拟, 如图 2.2 所示, φ_b 是叶片在局部坐标系中的截面转角。叶片上点 P_b 在整体坐标系中的位移向量可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{bP} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_d + x_{Pb} + u_b - y_{Pb} \varphi_b \\ y_{Pb} + v_b \\ z_{Pb} + w_b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta (R_d + x_{bP} + u_b - y_{bP} \varphi_b) - \sin \theta (v_b + y_{bP}) \\ \sin \theta (R_d + x_{bP} + u_b - y_{bP} \varphi_b) + \cos \theta (v_b + y_{bP}) \\ z_{bP} + w_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中, θ 为轮盘的旋转角位移, $\theta = \omega t$ 。

由于叶片在旋转过程中, 其摆动方向运动对叶片振动影响较小, 所以本节只考虑叶片旋转过程中的径向和横向(弯曲方向)运动, 令 $z_{bP} = 0$; $w_b = 0$ 。

叶片在旋转过程中, 其动能 T_b 可以表示为:

$$T_b = \frac{1}{2} \int \dot{\mathbf{r}}_{bP}^2 dm = \frac{1}{2} \int \dot{\mathbf{r}}_{bP}^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_{bP} dm = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \rho_b \int \int_{A_b} \dot{\mathbf{r}}_{bP}^T \dot{\mathbf{r}}_{bP} dA dx \quad (2.3)$$

其中, ρ_b 、 A_b 和 L_b 分别表示叶片的密度、横截面积和叶片长度。

$$\int \int_{A_b} y_{Pb}^2 dA = b_b \int_{-\frac{h_b}{2}}^{\frac{h_b}{2}} y_{Pb}^2 dy = I_b \quad (2.4)$$

其中, b_b 、 h_b 、 I_b 分别为叶片的宽度、厚度、截面惯性矩。

考虑叶片旋转过程中的应力刚化效应(这里指离心刚化效应)以及叶片-机匣碰摩, 旋转叶片的势能可以表示为

$$\begin{aligned} V_b &= \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b \left(\frac{\partial \varphi_b}{\partial x_b} \right)^2 dx_b + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b A_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \right)^2 dx_b \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \kappa_b A_b G_b \left(\frac{\partial v_b}{\partial x_b} - \varphi_b \right)^2 dx_b + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} f_{bc}(x_b) \left(\frac{\partial v_b}{\partial x_b} \right)^2 dx_b \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中, E_b 、 G_b 、 κ_b 、 $f_{bc}(x_b)$ 分别表示叶片的杨氏模量、剪切模量、剪切系数、离心力。

由图 2.3 可知, 叶片微元体 dx 所受到的离心力 $df_{bc}(x)$ 为:

$$df_{bc}(x) = (\rho_b A_b dx) \omega^2 (R_d + x) = \rho_b A_b \omega^2 (R_d + x) dx \quad (2.6)$$

因此，叶片在旋转过程中所受到的离心力可以表示为：

$$\begin{aligned} f_{bc}(x) &= \int_x^{L_b} df_{bc}(x) = \rho_b \omega^2 \int_x^{L_b} A_b (R_d + x) dx \\ &= \frac{1}{2} \rho_b \omega^2 A_b (2R_d + L_b + x)(L_b - x) \end{aligned} \quad (2.7)$$

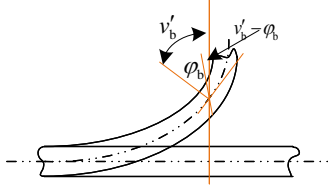


图 2.2 Timoshenko 梁变形示意图

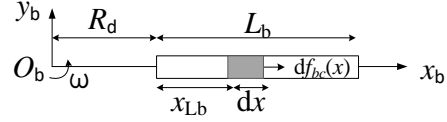


图 2.3 微元体离心力示意图

外力对叶片所做的总功，可以表示为：

$$W_{\text{bnon}} = \int_0^{L_b} F_{\text{bc}} \cdot v_b dx + F_{\text{bn}} u_b \Big|_{x=L_b} + F_{\text{bt}} v_b \Big|_{x=L_b} \quad (2.8)$$

其中， F_{bc} 为叶片单位长度上的气动均布载荷； F_{bn} 为叶片叶尖所受法向力； F_{bt} 为叶片叶尖所受切向力。

叶片的运动方程可由 Hamilton 原理进行推导，其方程如下：

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_b - V_b + W_{\text{bnon}}) dt = 0 \quad (2.9)$$

将式 (2.3)、式 (2.5) 和式 (2.8) 代入式 (2.9)，以 δu_b 、 δv_b 、 $\delta \phi_b$ 和 $\delta \theta$ 为相互独立的变分，忽略 $\delta \theta$ 项，得到旋转叶片在多载荷激励下的运动方程。

以 δu_b 独立的变分，经推导化简得：

$$\begin{aligned} &\rho_b A_b \int_0^{L_b} \ddot{u}_b dx - 2\rho_b A_b \int_0^{L_b} \dot{\theta} \dot{v}_b dx - \rho_b A_b \int_0^{L_b} \dot{\theta}^2 u_b dx - \rho_b A_b \int_0^{L_b} \ddot{\theta} v_b dx \\ &+ (E_b A_b u_b' \Big|_0^{L_b}) - \int_0^{L_b} E_b A_b u_b'' dx = \rho_b A_b \int_0^{L_b} (R_d + x) \dot{\theta}^2 dx + F_{\text{bn}} \Big|_{x=L_b} \end{aligned} \quad (2.10)$$

以 δv_b 独立的变分，经推导化简得：

$$\begin{aligned} &\rho_b \int_0^{L_b} A_b \ddot{v}_b dx + 2\rho_b \int_0^{L_b} A_b v_b \dot{\theta} \dot{u}_b dx - \rho_b \int_0^{L_b} A_b \dot{\theta}^2 v_b dx + \rho_b \int_0^{L_b} A_b \ddot{\theta} u_b dx \\ &+ \kappa_b G_b A_b (v_b' - \phi_b) \Big|_{x=L_b} - \int_0^{L_b} \kappa_b G_b (A_b' v_b' + A_b v_b'') dx + \int_0^{L_b} \kappa_b G_b (A_b' \phi_b + A_b \phi_b') dx \\ &+ f_{bc}(x) v_b' \Big|_{x=L_b} - \int_0^{L_b} (f_{bc}'(x) v_b' + f_{bc}(x) v_b'') dx + F_{\text{bn}} v_b' \Big|_{x=L_b} - \int_0^{L_b} (F_{\text{bn}} v_b'' + F_{\text{bn}}' v_b') dx \\ &= -\rho_b \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \ddot{\theta} dx + \int_0^{L_b} F_{\text{bc}} dx + F_{\text{bt}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

以 $\delta \phi_b$ 独立的变分，经推导化简得：

$$\begin{aligned}
 & -\rho_b \int_0^{L_b} (I_b \ddot{\theta}) dx = \rho_b \int_0^{L_b} ({}_b I \ddot{\phi}_b) dx - \rho_b \int_0^{L_b} (I_b \dot{\theta}^2 \phi_b) dx \\
 & + \left(E_b I_b \phi_b' \Big|_0^{L_b} \right) - \int_0^{L_b} E_b I_b \phi_b'' dx + \int_0^{L_b} \kappa_b A_b G_b \phi_b dx - \int_0^{L_b} \kappa_b A_b G_b v_b' dx
 \end{aligned} \quad (2.12)$$

下面采用 Galerkin 方法对式(2.10)-式(2.12)三个微分方程进行离散, 引入正则坐标 $U_{bi}(t)$ 、 $V_{bi}(t)$ 和 $\psi_{bi}(t)$, 可将叶片的径向位移 $u_b(x, t)$ 、横向位移 $v_b(x, t)$ 以及截面转角 $\phi_b(x, t)$ 写成^[173]:

$$\begin{aligned}
 u_b(x, t) &= \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \phi_{b1i}(x) U_{bi}(t) \\
 v_b(x, t) &= \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \phi_{b2i}(x) V_{bi}(t) \\
 \phi_b(x, t) &= \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \phi_{b3i}(x) \psi_{bi}(t)
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中, ϕ_{b1i} 、 ϕ_{b2i} 和 ϕ_{b3i} 分别为径向振动、横向振动以及截面转角的振型函数^[82]。它们的表达式为:

$$\begin{cases} \phi_{b1i}(x) = \frac{\sin(\alpha_i x)}{\alpha_i} \\ \phi_{b2i}(x) = \cosh(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x) + \xi_i [\sinh(\lambda_i x) - \sin(\lambda_i x)] \\ \phi_{b3i}(x) = \frac{\phi_{b2i}'(x)}{i\pi} \end{cases} \quad (2.14)$$

其中, $\alpha_i = (2i-1)\pi / (2L_b)$, $i=1, 2, 3 \dots N_{bmod}$, 其中, N_{bmod} 为模态截断阶数。
 $\xi_i = -(\sinh(\lambda_i L_b) - \sin(\lambda_i L_b)) / (\cosh(\lambda_i L_b) + \cos(\lambda_i L_b))$; λ_i 为 $\cosh(\lambda_i L_b) * \cos(\lambda_i L_b) = -1$ 的特征值, 没有解析解, 只有近似数值解: $\lambda_1 L_b \approx \pm 1.875104$; J_d ; m_d ; $\lambda_4 L_b \approx \pm 10.995541$; 由于 $\phi_{b2i}(x)$ 为偶函数, 所以 $\lambda_i L$ 取值为正负都可以, 结果不变。当 $i \geq 4$ 时, 各个特征根可足够准确地取为:
 $\lambda_n L_b = (n-1/2)\pi, n=4, 5 \dots$ 。

将式(2.13)和式(2.14)代入式(2.10)-式(2.12), 两边分别乘以 ϕ_{b1j} 、 ϕ_{b2j} 和 ϕ_{b3j} 得:

$$\begin{aligned}
 & \rho_b \sum_{i,j=1}^{N_{bmod}} \int_0^{L_b} A_b \phi_{b1i} \phi_{b1j} dx \ddot{U}_{bi} - 2\rho_b \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \int_0^{L_b} A_b \dot{\theta} \phi_{b2i} \phi_{b1j} dx \dot{V}_{bi} - \rho_b \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \int_0^{L_b} A_b \dot{\theta}^2 \phi_{b1i} \phi_{b1j} dx U_{bi} \\
 & - \rho_b \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \int_0^{L_b} A_b \ddot{\theta} \phi_{b2i} \phi_{b1j} dx \dot{V}_{bi} + \sum_{i=1}^{N_{bmod}} E_b A_b \phi_{b1i}' \phi_{b1j} \Big|_{x=L} U_{bi} \\
 & - \sum_{i=1}^{N_{bmod}} \int_0^{L_b} E_b (A_b \phi_{b1i}' \phi_{b1j}' + A_b \phi_{b1i}'' \phi_{b1j}) dx U_{bi} \\
 & = \rho_b \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \dot{\theta}^2 \phi_{b1j} dx + F_{bn} \phi_{b1j} \Big|_{x=L_b} \quad (j=1, 2, \dots, N_{bmod})
 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \rho_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b2i} \phi_{b2j} dx \ddot{V}_{bi} + 2\rho_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} A_b \dot{\theta} \phi_{b1i} \phi_{b2j} dx \dot{U}_{bi} \\
 & - \rho_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} A_b \dot{\theta}^2 \phi_{b2i} \phi_{b2j} dx V_{bi} \\
 & + \rho_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} A_b \ddot{\theta} \phi_{b1i} \phi_{b2j} dx U_{bi} + \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \kappa_b G_b A_b \left(\phi'_{b2i} \phi_{b2j} V_{bi} - \phi_{b3i} \phi_{b2j} \psi_{bi} \right) \Big|_{x=L_b} \\
 & - \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} \kappa_b G_b \left(A'_b \phi'_{b2i} \phi_{b2j} + A_b \phi''_{b2i} \phi_{b2j} \right) dx V_{bi} \\
 & + \kappa_b G_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} \left(A'_b \phi'_{b3i} \phi_{b2j} + A_b \phi'_{b3i} \phi_{b2j} \right) dx \psi_{bi} \\
 & + \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} f_{bc}(x) \left(\phi'_{b2i} \phi_{b2j} \right) \Big|_{x=L_b} V_{bi} - \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} \left(f'_{bc}(x) \phi'_{b2i} \phi_{b2j} + f_{bc}(x) \phi''_{b2i} \phi_{b2j} \right) dx V_{bi} \\
 & + \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} F_{bn} \left(\phi'_{b2i} \phi_{b2j} \right) \Big|_{x=L_b} V_{bi} - \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} \left(F_{bn} \phi''_{b2i} \phi_{b2j} + F'_{bn} \phi'_{b2i} \phi_{b2j} \right) dx V_{bi} \\
 & = -\rho_b \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \ddot{\theta} \phi_{b2j} dx + \int_0^{L_b} F_{bc} \phi_{b2j} dx + F_{bt} \phi_{b2j} \Big|_{x=L_b} \quad (j=1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned}
 & \rho_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx \ddot{\psi}_{bi} - \rho_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} I_b \dot{\theta}^2 \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx \psi_{bi} + \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} E_b I_b \phi'_{b3i} \phi_{b3j} \Big|_{x=L_b} \psi_{bi} \\
 & - E_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} \left(I'_b \phi'_{b3i} \phi_{b3j} + I_b \phi''_{b3i} \phi_{b3j} \right) dx \psi_{bi} + \kappa_b G_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} A_b \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx \psi_{bi} \\
 & - \kappa_b G_b \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} \int_0^{L_b} A_b \phi'_{b2i} \phi_{b3j} dx V_{bi} = -\rho_b \int_0^{L_b} I_b \ddot{\theta} \phi_{b3j} dx \quad (j=1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

将多载荷激励下旋转叶片运动方程写成矩阵形式：

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}}_b + (\mathbf{G}_b + \mathbf{C}_b) \dot{\mathbf{q}}_b + (\mathbf{K}_{bc} + \mathbf{K}_{bc} + \mathbf{K}_{bs} + \mathbf{K}_{bacc} + \mathbf{K}_{bF}) \mathbf{q}_b = \mathbf{F}_b \tag{2.18}$$

其中， \mathbf{q}_b 为正则坐标向量， $\mathbf{q}_b = [U_{b1}, \dots, U_{bi}, \dots, U_{bN}, V_{b1}, \dots, V_{bi}, \dots, V_{bN}, \psi_{b1}, \dots, \psi_{bi}, \dots, \psi_{bN}]^T$ ，具体动力学矩阵见附录 1。

2.2.2 叶片 - 盘 - 轴耦合动力学建模

针对叶片-盘-轴耦合动力学建模，采用了如下假设：①材料假定为各向同性，本构关系满足胡克定律；②叶片-盘、盘-轴之间采用刚性连接；③盘上所有叶片属性都相同。

在 2.2.1 节中，我们重点阐述了单叶片部件的动力学建模方法。然而，实际工程中的轮盘结构通常包含多个叶片，本节以叶片 - 盘 - 轴耦合系统为研究对象，采用梁模型模拟转轴和叶片，同时将轮盘简化为集中质量模型。在建模过程中，同时考虑了叶片旋转引起的离心刚化、旋转软化及科氏力等效应。基于 Hamilton 变分原理，结合 Galerkin 方法，最终推导出叶片 - 盘 - 轴耦合系统的动力学方程。

图 2.4 为叶片 - 盘 - 轴耦合模型示意图，图中 O, X, Y, Z 为固定坐标系， o, x_d, y_d, z_d 为轮盘坐标

系, o, x_r, y_r, z_r 为转动坐标系。 o, x_b, y_b, z_b 为叶片的局部坐标系, u_b 、 v_b 、 w_b 分别是叶片在叶片坐标系中的径向、周向、轴向位移。

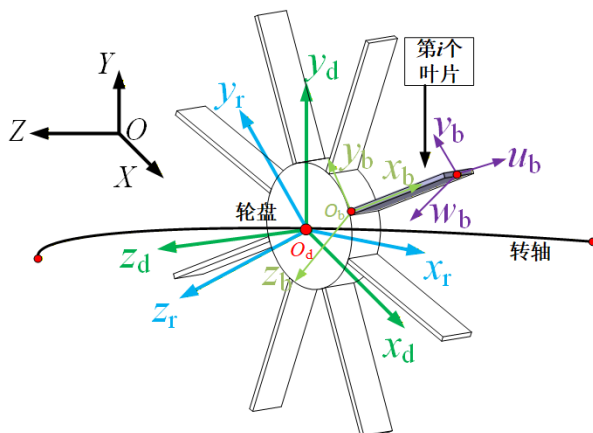
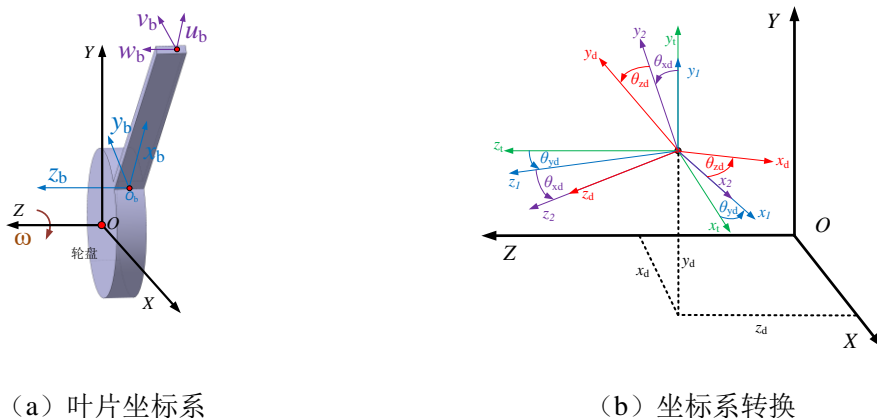


图 2.4 转子 - 叶盘耦合系统模型示意图

叶片根部与轮盘固定连接, 因此叶片运动受到轮盘运动的影响, 需要经过坐标变换将轮盘的转动位移对叶片位移产生的影响进行修正。如图 2.5 所示, 首先需要通过第二类欧拉角($Y-X-Z$)的姿态变换, 将轮盘平动坐标系 o, x_b, y_b, z_b 转换为轮盘坐标系 o, x_d, y_d, z_d 。



(a) 叶片坐标系

(b) 坐标系转换

图 2.5 叶片振动局部坐标

轮盘上均匀分布 N_b 枚叶片, 不考虑叶片宽度方向, 叶片产生形变后, 叶片上任意点在固定坐标系 O, X, Y, Z 下的位置为:

$$P_b = \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix} + A_3 A_2 A_1 \begin{bmatrix} R_d + x_{bp} + u_b - y\phi_b \\ v_b + y_{bp} \\ w_b \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

其中, x_{bp} 和 y_{bp} 分别为叶片局部坐标系中沿着叶片长度方向和厚度方向的坐标; X_d 、 Y_d 和 Z_d 分别为轮盘在固定坐标系 O, X, Y, Z 中 X 、 Y 和 Z 向的位移; u_b 、 v_b 、 w_b 和 ϕ_b 分别为叶片在局部坐

标系 o, x_b, y_b, z_b 之中径向、横向和摆动方向的位移及截面转角。

\mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 、 \mathbf{A}_3 为坐标系转换矩阵：

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_{dY} & 0 & \sin \theta_{dY} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{dY} & 0 & \cos \theta_{dY} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{dX} & -\sin \theta_{dX} \\ 0 & \sin \theta_{dX} & \cos \theta_{dX} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_i + \theta_{dZ}) & -\sin(\vartheta_i + \theta_{dZ}) & 0 \\ \sin(\vartheta_i + \theta_{dZ}) & \cos(\vartheta_i + \theta_{dZ}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

其中, $\vartheta_i = \theta(t) + (i-1)2\pi / N_b$, $\theta(t)$ 为轮盘运动的角位移, $(i-1)2\pi / N_b$ 描述了第 i 个叶片在叶片组中的位置, N_b 为叶片数; θ_{dX} 、 θ_{dY} 和 θ_{dZ} 分别是沿 X、Y 轴的轮盘摆角和轴的扭转角。

不考虑叶片在局部坐标系中摆动方向的位移, 即 $w_b = 0$ 。则第 i 个叶片及叶片总动能表达式为:

$$T_{ib} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \dot{P}_b^2 dm \quad (2.20)$$

$$T_{Tb} = \sum_{i=1}^{N_b} T_{ib} \quad (2.21)$$

旋转叶片采用悬臂 Timoshenko 梁, 其势能包括叶片弯曲势能、轴向压缩势能、剪切势能、离心势能以及由法向预应力产生的势能。那么第 i 个叶片及叶片总势能的具体表达式为:

$$\begin{aligned} V_{ib} = & \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b \left(\frac{d\varphi_b}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b A_b \left(\frac{du_b}{dx} \right)^2 dx \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \kappa A_b G_b \left(\frac{dv_b}{dx} - \varphi_b \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_b} f_{bc}(x) \left(\frac{dv_b}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} F_{bn} \int_0^{L_b} \left(\frac{dv_b}{dx} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$V_{Tb} = \sum_{i=1}^{N_b} V_{ib} \quad (2.23)$$

轮盘采用集中质量模型, 轮盘与转轴刚性连接, 轮盘动能包括平动动能和转动动能, 其表达式为:

$$T_d = \frac{1}{2} J_p (\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dZ})^2 + \frac{1}{2} m_d (\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2 + \dot{Z}_c^2) - J_p (\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dZ}) \dot{\theta}_{dY} \theta_{dX} + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_{dX}^2 + \dot{\theta}_{dY}^2) \quad (2.24)$$

其中, J_p 为轮盘的极转动惯量, J_d 为轮盘的直径转动惯量, $\dot{\theta}$ 为旋转角速度, m_d 为轮盘质量。 X_c 、 Y_c 和 Z_c 分别为轮盘质心处的水平、垂直和轴向方向上的位移, θ_{dX} 和 θ_{dY} 是沿 X、Y 轴的轮盘摆角, θ_{dZ} 是沿 Z 轴的扭转角。

若轮盘不存在厚度方向的偏心, 轮盘质心与轮盘形心位移之间的关系满足:

$$\begin{cases} X_c = X_d + e_d \cos(\theta + \theta_{dz}) \\ Y_c = Y_d + e_d \sin(\theta + \theta_{dz}) \\ Z_c = Z_d \end{cases} \quad (2.25)$$

其中, e_d 为轮盘质心与形心不重合时的偏心距; X_d 、 Y_d 和 Z_d 为轮盘形心处的水平、垂直和轴向方向上的位移, 代入得轮盘动能: ,

$$\begin{aligned} T_d = & \frac{1}{2} J_p (\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dz})^2 + \\ & \frac{1}{2} m_d \left((\dot{X}_d - e_d \sin(\theta + \theta_{dz})(\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dz}))^2 + (\dot{Y}_d + e_d \cos(\theta + \theta_{dz})(\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dz}))^2 + \dot{Z}_d^2 \right) \\ & - J_p (\dot{\theta} + \dot{\theta}_{dz}) \dot{\theta}_{dY} \theta_{dX} + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_{dX}^2 + \dot{\theta}_{dY}^2) \end{aligned} \quad (2.26)$$

转轴采用有限元 Timoshenko 梁模型模拟, 转轴的动能表达式为:

$$T_s = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_s^T \mathbf{M}_s \dot{\mathbf{q}}_s \quad (2.27)$$

其中, \mathbf{M}_s 为转轴的质量矩阵, $\dot{\mathbf{q}}_s$ 为转轴的速度向量。

转轴的势能表达式为:

$$V_s = \frac{1}{2} \mathbf{q}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s \quad (2.28)$$

其中, \mathbf{K}_s 为转轴的刚度矩阵, \mathbf{q}_s 为转轴的位移向量。

叶片 - 盘 - 轴耦合系统整体的动能为:

$$T_{\text{total}} = T_{\text{Tb}} + T_d + T_s \quad (2.29)$$

叶片 - 盘 - 轴耦合系统整体的势能为:

$$V_{\text{total}} = V_{\text{Tb}} + V_d + V_s \quad (2.30)$$

将系统整体动能公式和势能公式代入 Hamilton 原理表达式中:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_{\text{total}} - V_{\text{total}}) dt = 0 \quad (2.31)$$

采用有限元方法对转轴和轮盘进行单元组集, 采用 Galerkin 方法对叶片进行离散, 最终可以得到叶片 - 盘 - 轴耦合系统整体的运动微分方程为:

$$\mathbf{M}_{rs} \ddot{\mathbf{q}}_{rs} + (\mathbf{C}_{rs} + \mathbf{G}_{rs}) \dot{\mathbf{q}}_{rs} + \mathbf{K}_{rs} \mathbf{q}_{rs} = \mathbf{F}_{rs0} \quad (2.32)$$

其中, \mathbf{M}_{rs} 、 \mathbf{G}_{rs} 、 \mathbf{K}_{rs} 和 \mathbf{q}_{rs} 分别为转子 - 叶盘耦合系统的质量矩阵、陀螺矩阵、刚度矩阵和广义坐标向量; \mathbf{C}_{rs} 为转子 - 叶盘耦合系统的瑞利阻尼矩阵; \mathbf{F}_{rs0} 为外激励载荷向量。叶片 - 盘 - 轴质量动力学矩阵组装示意图如图 2.6 所示, 叶片 - 盘 - 轴质量动力学矩阵的维度与叶片数量

(N_b)、叶片模态截断阶数 (N_{bmod})、叶片振动方向自由度 (N_{bdof} , 本文 $N_{bdof} = 3$)、转轴单元数量 (N_r) 以及转轴节点方向自由度 (N_{rdof} , 本文 $N_{rdof} = 6$) 相关。其中 \mathbf{M}_b^i 为第 i 枚叶片质量矩阵, \mathbf{M}_r^i 为转轴第 i 个单元质量矩阵, \mathbf{M}_{brc} 为叶片-转轴耦合质量矩阵, $\tilde{\mathbf{M}}_{bd}$ 为叶片在转盘位置的附加质量矩阵, \mathbf{M}_d 为转盘质量矩阵。叶片-盘-轴系统刚度矩阵与陀螺矩阵组装原理与质量矩阵一致, 如图 2.7-图 2.9 所示, 其中 \mathbf{K}_b^i 为第 i 枚叶片刚度矩阵, \mathbf{K}_r^i 为转轴第 i 个刚度矩阵, $\tilde{\mathbf{K}}_{bd}$ 为叶片在转盘位置的附加刚度矩阵, \mathbf{K}_{bracc} 为叶片-盘-轴系统与加速度有关的耦合刚度矩阵, \mathbf{K}_{brc} 为叶片-盘-轴系统与结构有关的耦合刚度矩阵; \mathbf{G}_b^i 为第 i 枚叶片陀螺矩阵, \mathbf{G}_r^i 为转轴第 i 个陀螺矩阵, $\tilde{\mathbf{G}}_{bd}$ 为叶片在转盘位置的附加陀螺矩阵, \mathbf{G}_{brc} 为叶片-盘-轴系统的耦合陀螺矩阵。叶片-盘-轴系统的具体动力学矩阵表达式见附录 2。

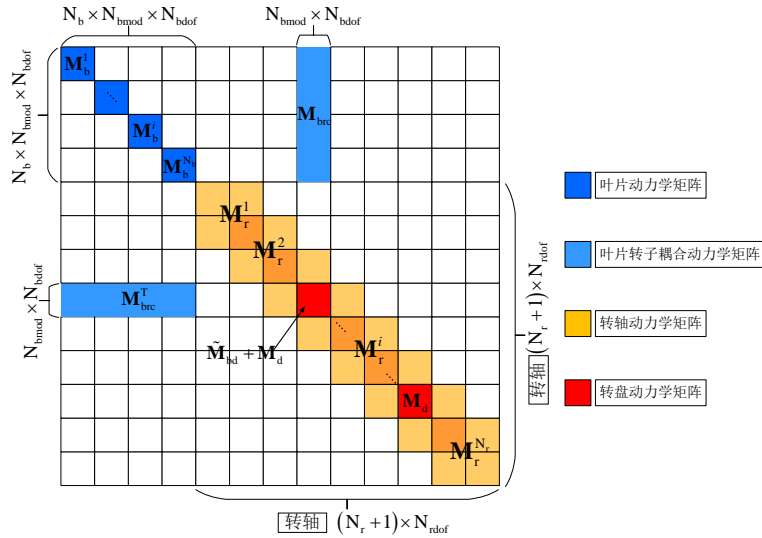


图 2.6 叶片-盘-轴系统质量矩阵组装示意图

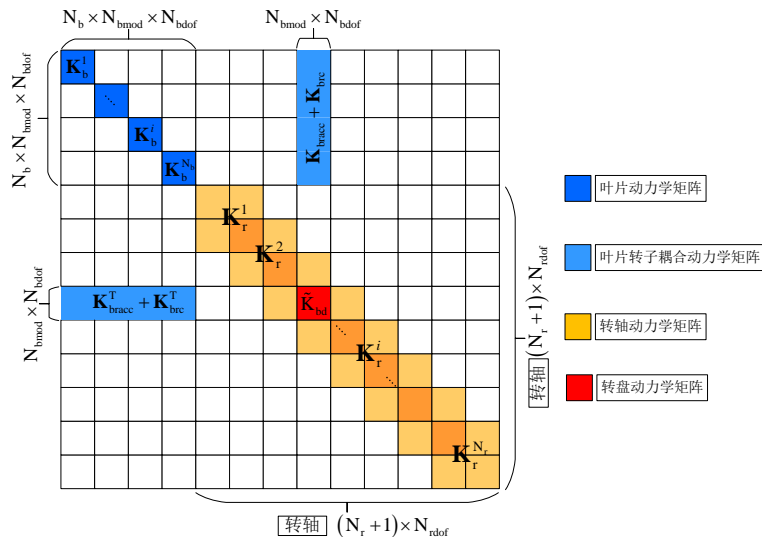


图 2.7 叶片-盘-轴系统刚度矩阵组装示意图

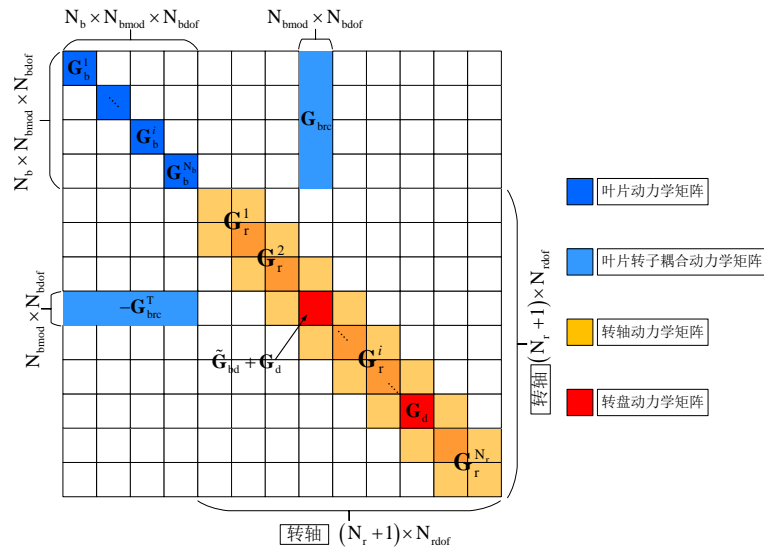


图 2.8 叶片 - 盘 - 轴系统陀螺矩阵组装示意图

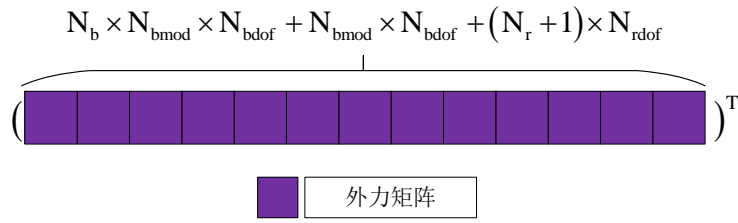


图 2.9 叶片 - 盘 - 轴系统外力矩阵示意图

2.3 机匣动力学建模

现代航空发动机主体机匣具有两大显著特征：其结构形态主要呈现为回转壳体，同时机匣壁厚相对较薄。针对此类结构特性，当前工程实践中存在三种主流分析方法：曲面壳单元法、锥壳单元法以及梁单元法。经对比研究发现：采用曲面壳单元或截锥壳单元时，模型计算精度均能达到较高水平；而使用梁单元进行分析时，误差相对显著。值得注意的是，截锥壳单元相较于曲面壳单元具有更少的自由度，在保证精度的同时可显著降低计算工作量并缩短机时消耗^[172]。基于上述研究结论，本课题采用有限元截锥壳单元方法进行机匣动力学建模。

针对机匣动力学建模，采用了如下假设：①材料假定为各向同性，本构关系满足胡克定律；②法线在变形后仍保持直线、垂直于中面，且长度不变；

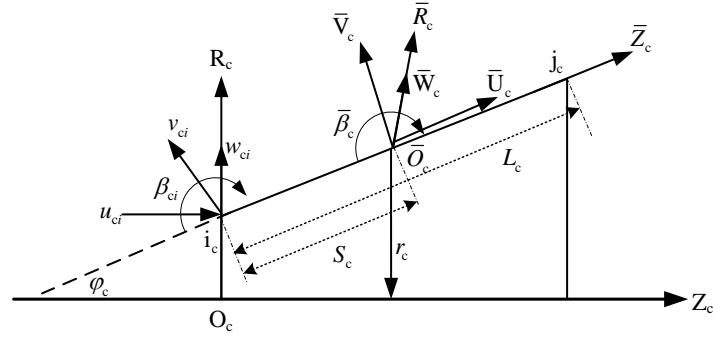


图 2.10 截锥壳元素及坐标

图 2.10 中： φ_c 为锥顶角的一半； $\bar{R}_c \bar{O}_c \bar{Z}_c$ 为机匣局部坐标； $R_c O_c Z_c$ 为机匣总体坐标（以下各式中字母上带一杠者代表机匣局部坐标）； u_c 为机匣轴向位移； v_c 为机匣切向位移； w_c 为机匣径向位移； β_c 为机匣转角。

每个机匣单元包括 2 个节点（节点 i_c 与 j_c ），节点 i_c 和节点 j_c 的位移分别为：

$$\bar{\delta}_{ci} = [\bar{u}_{ci} \quad \bar{v}_{ci} \quad \bar{w}_{ci} \quad \bar{\beta}_{ci}]^T \quad (2.33)$$

$$\bar{\delta}_{cj} = [\bar{u}_{cj} \quad \bar{v}_{cj} \quad \bar{w}_{cj} \quad \bar{\beta}_{cj}]^T \quad (2.34)$$

则机匣单元位移为：

$$\bar{\delta}_c^e = [\bar{u}_{ci} \quad \bar{v}_{ci} \quad \bar{w}_{ci} \quad \bar{\beta}_{ci} \quad \bar{u}_{cj} \quad \bar{v}_{cj} \quad \bar{w}_{cj} \quad \bar{\beta}_{cj}]^T \quad (2.35)$$

机匣总体坐标位移与机匣局部坐标位移之间的关系可用下式表示：

$$\bar{\delta}_c^e = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{ci} \\ \bar{\delta}_{cj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_c & 0 \\ 0 & \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{ci} \\ \bar{\delta}_{cj} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

其中， λ_c 为机匣坐标变换矩阵：

$$\lambda_c = \begin{bmatrix} \cos \varphi_c & 0 & \sin \varphi_c & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_c & 0 & \cos \varphi_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

机匣局部坐标系下的锥壳单元位移可表示为：

$$\begin{cases} \bar{u}_{ci} = \sum_{n=0}^{m_c} \bar{u}_{cin}(s) \cos n\theta & \text{轴向} \\ \bar{v}_{ci} = \sum_{n=0}^{m_c} \bar{v}_{cin}(s) \sin n\theta & \text{切向} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \bar{w}_{ci} = \sum_{n=0}^{m_c} \bar{w}_{cin}(s) \cos n\theta & \text{径向} \\ \bar{\beta}_{ci} = \sum_{n=0}^{m_c} \bar{\beta}_{cin}(s) \cos n\theta & \text{转角} \end{cases} \quad (2.38)$$

其中， m_c 为机匣轴向半波数。

于是有：

$$\bar{\boldsymbol{\delta}}_{ci} = \sum_{n=0}^{m_c} \mathbf{T}_{cn} \begin{bmatrix} \bar{u}_{cin} \\ \bar{v}_{cin} \\ \bar{w}_{cin} \\ \bar{\beta}_{cin} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{m_c} \mathbf{T}_{cn} \bar{\boldsymbol{\delta}}_{cin} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{T}_{cn} = \begin{bmatrix} \cos n\theta_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin n\theta_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos n\theta_c \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

构造形函数矩阵 \mathbf{N}_{ci} 和 \mathbf{N}_{cj} ：

$$\mathbf{N}_{ci} = \begin{bmatrix} 1-\xi_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\xi_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-3\xi_c^2+2\xi_c^3 & L_c(\xi_c-3\xi_c^2+\xi_c^3) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{N}_{cj} = \begin{bmatrix} \xi_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\xi_c^2-2\xi_c^3 & L_c(-\xi_c^2+\xi_c^3) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

其中， $\xi_c = S_c / L_c$ ， S_c 为节点坐标， L_c 为机匣单元长度。

机匣单元内任一点位移可用端点位移表示：

$$\bar{\mathbf{f}}_c^e = [\mathbf{N}_{ci} \quad \mathbf{N}_{cj}] \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\delta}}_{ci} \\ \bar{\boldsymbol{\delta}}_{cj} \end{bmatrix}^e \quad (2.43)$$

将式 (2.39) 代入式 (2.43) 可得：

$$\bar{\mathbf{f}}_c^e = \sum_{n=0}^{m_c} [\mathbf{N}_{ci} \mathbf{T}_{cn} \quad \mathbf{N}_{cj} \mathbf{T}_{cn}] \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\delta}}_{ci} \\ \bar{\boldsymbol{\delta}}_{cj} \end{bmatrix}^e = \sum_{n=0}^{m_c} [\mathbf{N}_{ci} \mathbf{T}_{cn} \quad \mathbf{N}_{cj} \mathbf{T}_{cn}] \bar{\boldsymbol{\lambda}}_c \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\delta}}_{cin} \\ \bar{\boldsymbol{\delta}}_{cjin} \end{bmatrix}^e \quad (2.44)$$

其中：

$$\bar{\boldsymbol{\lambda}}_c = \begin{bmatrix} \lambda_c & 0 \\ 0 & \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

由壳体理论，应变矩阵 $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ 及应力应变关系可写成：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \mathbf{s}_c \bar{\mathbf{f}}_c^e \quad (2.46)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_c = \mathbf{D}_c \boldsymbol{\varepsilon}_c \quad (2.47)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = [\varepsilon_{S_c} \quad \varepsilon_{\theta_c} \quad r_{S_c, \theta_c} \quad \partial e_{S_c} \quad \partial e_{\theta_c} \quad \partial e_{S_c, \theta_c}]^T \quad (2.48)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial S_c} & 0 & 0 \\ \frac{\sin \varphi_c}{r_c} & \frac{\partial}{r_c \partial \theta_c} & \frac{\cos \varphi_c}{r_c} \\ \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} & \left(\frac{\partial}{\partial S_c} - \frac{\sin \varphi_c}{r_c} \right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial S_c^2} \\ 0 & \frac{\cos \varphi_c}{r_c^2} \frac{\partial}{\partial \theta_c} & \left(-\frac{\partial^2}{r_c^2 \partial \theta_c^2} - \frac{\sin \varphi_c}{r_c} \frac{\partial}{\partial S_c} \right) \\ 0 & \left(\frac{\cos \varphi_c}{r_c} \frac{\partial}{\partial S_c} - \frac{\sin \varphi_c \cos \varphi_c}{r_c^2} \right) & \left(\frac{\sin \varphi_c}{r_c^2} \frac{\partial}{\partial \theta_c} - \frac{\partial^2}{r_c \partial S_c \partial \theta_c} \right) \end{bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_c \quad (2.49)$$

$$\mathbf{D}_c = \frac{E_c h_c}{1 - \mu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu_c}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{h_c^2}{12} & -\frac{\mu_c h_c^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\mu_c h_c^2}{12} & -\frac{h_c^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1 - \mu_c) h_c^2}{12} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

其中， \mathbf{D}_c 为机匣弹性矩阵， μ_c 为机匣泊松比， h_c 为机匣壳体壁厚， r_c 为机匣半径。

得机匣单元应变矩阵，如下式：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c^e = \sum_n^{m_c} [\mathbf{B}_{cin} \quad \mathbf{B}_{cjn}] \bar{\boldsymbol{\lambda}}_c \boldsymbol{\delta}_{cn}^e \quad (2.51)$$

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{cin} = \mathbf{s}_c \mathbf{N}_{ci} \mathbf{T}_{cn} \\ \mathbf{B}_{cjn} = \mathbf{s}_c \mathbf{N}_{cj} \mathbf{T}_{cn} \end{cases} \quad (2.52)$$

机匣单元刚度矩阵如下：

$$\mathbf{K}_{cn}^e = \int_0^1 \int_0^{2\pi} [\bar{\mathbf{B}}_{cn}]^T \mathbf{D}_c \bar{\mathbf{B}}_{cn} L_c r_c d\theta_c d\xi_c = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{B}}_{in}^T \mathbf{D}_c \bar{\mathbf{B}}_{in} & \bar{\mathbf{B}}_{in}^T \mathbf{D}_c \bar{\mathbf{B}}_{jn} \\ \bar{\mathbf{B}}_{jn}^T \mathbf{D}_c \bar{\mathbf{B}}_{in} & \bar{\mathbf{B}}_{jn}^T \mathbf{D}_c \bar{\mathbf{B}}_{jn} \end{bmatrix} d\theta_c d\xi_c \quad (2.53)$$

其中， $\bar{\mathbf{B}}_{in} = \mathbf{B}_{in} \boldsymbol{\lambda}$ ； $\bar{\mathbf{B}}_{jn} = \mathbf{B}_{jn} \boldsymbol{\lambda}$

机匣单元质量矩阵如下：

$$\mathbf{M}_{cn}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{cii}^{(n)} & \mathbf{M}_{cij}^{(n)} \\ \mathbf{M}_{cji}^{(n)} & \mathbf{M}_{cjj}^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{cii}^{(n)} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} [\bar{\mathbf{N}}_{ci}^n]^T [\bar{\mathbf{N}}_{ci}^n] \rho_c h_c L_c r_c d\theta_c d\xi_c \\ \mathbf{M}_{cij}^{(n)} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} [\bar{\mathbf{N}}_{ci}^n]^T [\bar{\mathbf{N}}_{cj}^n] \rho_c h_c L_c r_c d\theta_c d\xi_c \\ \mathbf{M}_{cji}^{(n)} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} [\bar{\mathbf{N}}_{cj}^n]^T [\bar{\mathbf{N}}_{ci}^n] \rho_c h_c L_c r_c d\theta_c d\xi_c \\ \mathbf{M}_{cjj}^{(n)} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} [\bar{\mathbf{N}}_{cj}^n]^T [\bar{\mathbf{N}}_{cj}^n] \rho_c h_c L_c r_c d\theta_c d\xi_c \end{cases} \quad (2.54)$$

其中, $\bar{\mathbf{N}}_{ci}^n = \mathbf{N}_{ci} \mathbf{T}_{cn} \boldsymbol{\lambda}_c$, $\bar{\mathbf{N}}_{cj}^n = \mathbf{N}_{cj} \mathbf{T}_{cn} \boldsymbol{\lambda}_c$

基于模态综合法求出单元的刚度矩阵与质量矩阵^[172], 将单元的刚度矩阵组装成锥壳的总刚度矩阵 \mathbf{M}_{cn} , 将单元的质量矩阵组装成锥壳的总质量矩阵 \mathbf{K}_{cn} , 机匣系统矩阵组装示意图如图 2.11 所示, 最终可得机匣系统动力学方程:

$$\mathbf{M}_{cn} \ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{K}_{cn} \mathbf{q}_c = \mathbf{F}_{co} \quad (2.55)$$

其中, \mathbf{C}_c 和 \mathbf{q}_c 分别为机匣系统的瑞利阻尼矩阵和广义坐标向量, \mathbf{F}_{co} 为机匣系统所受外激励载荷向量。对该方程进行求解就能得到机匣动力特性。

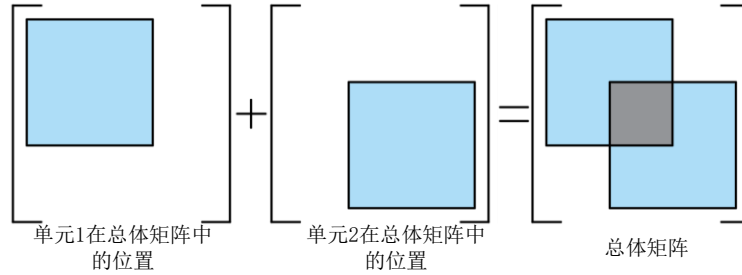


图 2.11 机匣系统矩阵组装示意图

2.4 非线性支承动力学建模

航空发动机支承系统通常采用角接触球轴承（承受轴向与径向复合载荷）和滚柱轴承（主要承受径向载荷并允许轴向位移）。为准确评估整机振动特性, 需分别建立高精度的滚珠与滚柱轴承动力学模型, 并将其与转子 - 机匣有限元模型耦合, 构建完整的转子 - 轴承 - 机匣耦合系统。

2.4.1 滚珠轴承动力学建模

针对滚珠轴承动力学建模, 采用了如下假设: ①材料假定为各向同性, 本构关系满足胡克定律; ②滚珠与内外圈接触满足 Hertz 接触应力理论^[153]。

球轴承模型有 X 、 Y 、 Z 方向平动及绕 X 和 Y 方向转动的 5 个自由度, 则第 j 个滚珠对轴承

内圈沿法线方向的接触力 Q_{ballj} 与其法向变形 δ_{ballj} 之间的关系为:

$$Q_{ballj} = k_{balln} \delta_{ballj}^{n_{ball}} \quad (2.56)$$

其中, k_{balln} 为滚珠与内外圈之间的总的载荷-变形系数 (单位为 N/m^n), n_{ball} 为接触指数, 对于滚珠轴承可以设为 $n_{ball} = 1.5$ 。

2.4.1.1 总载荷 - 变形系数

滚珠与内外圈之间的总的载荷 - 变形系数 k_{balln} 计算公式为:

$$k_{balln} = \left[\frac{1}{(1/k_{balli})^{n_{ball}} + (1/k_{ballo})^{n_{ball}}} \right]^{n_{ball}} \quad (2.57)$$

其中, 内圈和外圈的载荷 - 变形系数 k_{balli} 、 k_{ballo} 分别为:

$$k_{balli} = \left[\frac{32}{9(\delta_{balli}^*)^3 \eta_{ball}^2 \bar{\rho}_{balli}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad k_{ballo} = \left[\frac{32}{9(\delta_{ballo}^*)^3 \eta_{ball}^2 \bar{\rho}_{ballo}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.58)$$

其中, η_{ball} 为综合弹性常数:

$$\eta_{ball} = \frac{1 - \mu_{balli}^2}{E_{balli}} + \frac{1 - \mu_{ballo}^2}{E_{ballo}} \quad (2.59)$$

其中, μ_{balli} 、 E_{balli} 分别为内圈的泊松比和弹性模量, μ_{ballo} 、 E_{ballo} 分别为外圈的泊松比和弹性模量。 δ_{balli}^* 、 δ_{ballo}^* 分别是滚珠与内滚道和外滚道的相对趋近量常数, 是与相对曲率 $F_{ball}(\rho_{ball})$ 相关的系数。

$$F_{ball}(\rho_{ball})_i = \frac{\frac{2\gamma_{ball}}{1 - \gamma_{ball}} + \frac{1}{f_{balli}}}{4 + \frac{2\gamma_{ball}}{1 - \gamma_{ball}} - \frac{1}{f_{balli}}} \quad (2.60)$$

$$F_{ball}(\rho_{ball})_o = \frac{-\frac{2\gamma_{ball}}{1 + \gamma_{ball}} + \frac{1}{f_{ballo}}}{4 - \frac{2\gamma_{ball}}{1 + \gamma_{ball}} - \frac{1}{f_{ballo}}} \quad (2.61)$$

其中, f_{ballo} 为外圈沟曲率半径系数, 取值在 0.515-0.525 之间, f_{balli} 为内圈沟曲率半径系数, 取值在 0.515-0.525 之间。滚珠与内外圈接触的曲率 $\bar{\rho}_{balli}$ 和 $\bar{\rho}_{ballo}$ 分别是

$$\bar{\rho}_{balli} = \frac{1}{D_{ball}} \times \left(4 + \frac{2\gamma_{ball}}{1 - \gamma_{ball}} - \frac{1}{f_{balli}} \right) \quad (2.62)$$

$$\bar{\rho}_{ballo} = \frac{1}{D_{ball}} \times \left(4 - \frac{2\gamma_{ball}}{1 + \gamma_{ball}} - \frac{1}{f_{ballo}} \right) \quad (2.63)$$

其中, $\gamma_{ball} = D_{ball} \cos \alpha_{ball0} / d_{ballm}$, 其中, D_{ball} 为滚珠直径, d_{ballm} 为节圆直径, $\cos \alpha_{ball0}$ 为初始接

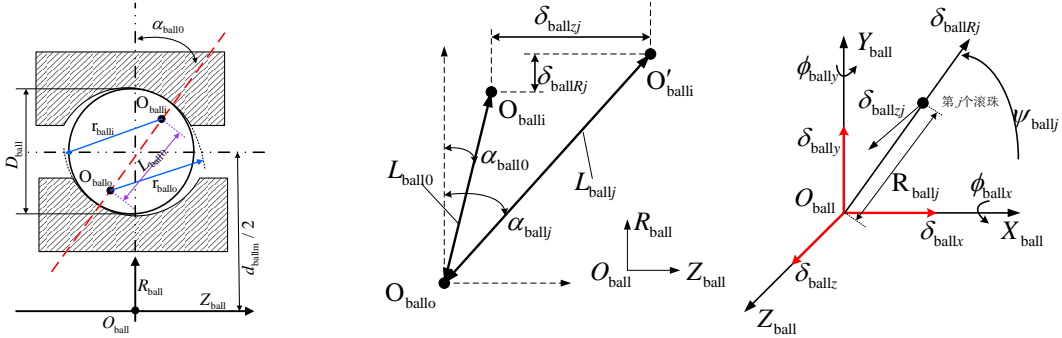
触角。

2.4.1.2 滚珠轴承法向变形

$O_{\text{ball}}, X_{\text{ball}}, Y_{\text{ball}}, Z_{\text{ball}}$ 为滚珠轴承坐标系，原点 O_{ball} 为固定点，位于滚动轴承外圈中心点处， Z_{ball} 为轴向坐标， $X_{\text{ball}}, Y_{\text{ball}}$ 为径向坐标。作用在滚动轴承上的外载荷和相应的滚动轴承弹性变形分别为： $F_{\text{ball}} = \{F_{\text{ball}x}, F_{\text{ball}y}, F_{\text{ball}z}, M_{\text{ball}y}, M_{\text{ball}z}\}$ 、 $\Delta q_{\text{ball}} = \{\delta_{\text{ball}x}, \delta_{\text{ball}y}, \delta_{\text{ball}z}, \delta_{\text{ball}\theta_x}, \delta_{\text{ball}\theta_y}\}$ 。

对于第 j 个滚珠，正常状态下它与内外圈的接触示意图如图 2.12 (a) 所示， $O_{\text{ball}}, R_{\text{ball}}, Z_{\text{ball}}$ 为滚珠轴承局部坐标系，其中 $O_{\text{ball}}, Z_{\text{ball}}$ 为轴向， $O_{\text{ball}}, R_{\text{ball}}$ 为径向。 $\alpha_{\text{ball}0}$ 为滚珠与内外圈间的初始接触角， $O_{\text{ball}i}$ 和 $O_{\text{ball}o}$ 分别为受载前内外圈沟曲率的中心位置和外圈沟曲率的中心位置，受载前内外圈沟曲率中心位置 $O_{\text{ball}i}$ 和 $O_{\text{ball}o}$ 之间的初始距离为 $L_{\text{ball}0}$ 。

轴承产生变形后的滚珠与内外圈的变形示意图如图 2.12 (b) 所示。其中， $\alpha_{\text{ball}0}$ 为初始接触角， $\alpha_{\text{ball}j}$ 为受载后的接触角， $O'_{\text{ball}i}$ 为受载后内圈沟曲率的中心位置。外圈固定，所以受载后外圈沟曲率的中心位置仍在 $O_{\text{ball}o}$ 处， $L_{\text{ball}j}$ 为 $O'_{\text{ball}i}$ 和 $O_{\text{ball}o}$ 之间的距离， $\delta_{\text{ball}j}$ 为第 j 个滚珠在接触法向方向上的总接触变形量， $\delta_{\text{ball}zj}$ 为滚珠在轴向的弹性变形量， $\delta_{\text{ball}Rj}$ 为滚珠在径向的弹性变形量。



(a) 滚珠与内外圈接触示意图

(b) 滚珠与内外圈相对变形示意图

图 2.12 滚珠与内外圈接触以及相对变形示意图

第 j 个滚珠的法向变形为：

$$\delta_{\text{ball}j} = \begin{cases} L_{\text{ball}j} - L_{\text{ball}0} & \delta_{\text{ball}j} > 0 \\ 0 & \delta_{\text{ball}j} \leq 0 \end{cases} \quad (2.64)$$

其中， $L_{\text{ball}0} = (f_{\text{ball}i} + f_{\text{ball}o} - 1)D_{\text{ball}}$ ，为受负载前内外圈沟曲率中心位置之间的初始距离。

滚珠轴承的初始接触角受径向游隙和球与滚道的吻合度共同决定，设径向游隙为 $P_{\text{ball}d}$ ，则初始接触角为：

$$\alpha_{\text{ball}0} = \cos^{-1}(1 - P_{\text{ball}d} / (2A_{\text{ball}0})) \quad (2.65)$$

受载后的距离为:

$$L_{\text{ball}j} = \sqrt{(L_{\text{ball}0} \sin \alpha_{\text{ball}0} + \delta_{\text{ball}Zj})^2 + (L_{\text{ball}0} \cos \alpha_{\text{ball}0} + \delta_{\text{ball}Rj})^2} \quad (2.66)$$

其中,

$$\begin{cases} \delta_{\text{ball}Zj} = \delta_{\text{ball}Z} + R_{\text{ball}j} (\phi_{\text{ball}X} \sin \psi_{\text{ball}j} - \phi_{\text{ball}Y} \cos \psi_{\text{ball}j}) \\ \delta_{\text{ball}Rj} = \delta_{\text{ball}X} \cos \psi_{\text{ball}j} + \delta_{\text{ball}Y} \sin \psi_{\text{ball}j} \end{cases} \quad (2.67)$$

其中, $R_{\text{ball}j}$ 为内滚道沟曲率中心轨迹半径, 即:

$$R_{\text{ball}j} = \frac{d_{\text{ball}m}}{2} + \left[f_{\text{ball}i} D_{\text{ball}} - \frac{D_{\text{ball}}}{2} \right] \cos \alpha_{\text{ball}0} \quad (2.68)$$

$\psi_{\text{ball}j}$ 为第 j 个滚珠位置角, 设滚珠数为 m , 内圈的旋转速度为 ω_i , 外圈的旋转速度为 ω_o , 外滚道半径为 $R_{\text{ballo}} = d_{\text{ball}m} / 2 + D_{\text{ball}} / 2 \times \cos \alpha_{\text{ball}0}$, 内滚道半径为 $R_{\text{balli}} = d_{\text{ball}m} / 2 - D_{\text{ball}} / 2 \times \cos \alpha_{\text{ball}0}$, 保持架旋转速度为:

$$\omega_c = (\omega_o \times R_{\text{ballo}} + \omega_i \times R_{\text{balli}}) / (R_{\text{ballo}} + R_{\text{balli}}) \quad (2.69)$$

因此, t 时刻第 j 个滚珠位置角 $\psi_{\text{ball}j}$ 为:

$$\psi_{\text{ball}j} = \omega_c \times t + 2\pi(j-1)/m \quad j=1, 2, \dots, m \quad (2.70)$$

$\alpha_{\text{ball}j}$ 为负荷后实际的接触角, 满足,

$$\tan \alpha_{\text{ball}j} = \frac{L_{\text{ball}0} \sin \alpha_{\text{ball}0} + \delta_{\text{ball}Zj}}{L_{\text{ball}0} \cos \alpha_{\text{ball}0} + \delta_{\text{ball}Rj}} \quad (2.71)$$

2.4.1.3 滚珠球轴承的轴承力

第 j 个滚珠的弹性接触力 $Q_{\text{ball}j}$ 可由式 (2.56) 得出, 按 5 个自由度方向进行分解, 即可得到作用在滚动轴承上的外载荷 $\mathbf{F}_{\text{ball}j} = \{F_{\text{ball}Xj}, F_{\text{ball}Yj}, F_{\text{ball}Zj}, M_{\text{ball}Yj}, M_{\text{ball}Zj}\}$, 即

$$\begin{aligned} F_{\text{ball}Xj} &= Q_{\text{ball}j} \sin \alpha_{\text{ball}j} \cos \psi_{\text{ball}j}; F_{\text{ball}Yj} = Q_{\text{ball}j} \sin \alpha_{\text{ball}j} \sin \psi_{\text{ball}j} \\ F_{\text{ball}Zj} &= Q_{\text{ball}j} \cos \alpha_{\text{ball}j}; M_{\text{ball}Xj} = R_{\text{ball}j} Q_{\text{ball}j} \sin \alpha_{\text{ball}j} \sin \psi_{\text{ball}j} \\ M_{\text{ball}Yj} &= -R_{\text{ball}j} Q_{\text{ball}j} \sin \alpha_{\text{ball}j} \cos \psi_{\text{ball}j}; M_{\text{ball}Zj} = 0 \end{aligned} \quad (2.72)$$

则五自由度下的轴承力和力矩分别为:

$$\begin{aligned} F_{\text{ball}X} &= \sum_{j=1}^m F_{\text{ball}Xj} & F_{\text{ball}Y} &= \sum_{j=1}^m F_{\text{ball}Yj} & F_{\text{ball}Z} &= \sum_{j=1}^m F_{\text{ball}Zj} \\ M_{\text{ball}X} &= \sum_{j=1}^m M_{\text{ball}Xj} & M_{\text{ball}Y} &= \sum_{j=1}^m M_{\text{ball}Yj} \end{aligned} \quad (2.73)$$

2.4.2 滚柱轴承动力学建模

针对滚柱轴承动力学建模，采用了如下假设：①材料假定为各向同性，本构关系满足胡克定律；②假定滚子-滚道接触在平行于轴承径向平面内都可以划分为一定数量的“切片”；③假定接触变形很小，忽略切片间的切应力，仅考虑接触变形。

设滚子轴承的游隙为 S_{roll} 、滚子数目为 N_{roll} 、切片数为 K_{roll} 、切片宽度 $w_{roll} = L_{roll} / K_{roll}$ 。 $O_{roll}, R_{roll}, Z_{roll}$ 为滚柱轴承坐标系，第 j 个滚柱轴承滚子的位置定义与滚珠轴承滚子一致， t 时刻第 j 个滚子位置角 ψ_{rollj} 仍按式 (2.70) 进行计算，但对于圆柱滚子轴承，其接触角为 $\alpha_{roll} = 0$ 。

当径向载荷作用在圆柱滚子轴承上时，在凸度滚子-滚道接触的每个切片上，其变形由三个分量组成：①径向载荷在第 j 个滚子处产生的变形 δ_{rollRj} ；②由于滚子凸度在第 λ 个切片上产生的变形 $\delta_{rollC\lambda}$ ；③由于轴承不同轴和滚子倾斜在第 j 个滚子处产生的变形 $\delta_{roll\theta j}$ ；图 2.13 中为轴承倾斜示意图及变形分量的示意图。

2.4.2.1 内外圈径向位移引起的变形

设 X_{roll} 、 Y_{roll} 方向的相对径向位移分别为 δ_{rollX} 、 δ_{rollY} ，则，由 δ_{rollX} 、 δ_{rollY} 引起的第 j 个滚子的径向变形分别为：

(1) δ_{rollX} 引起的径向变形：

$$\delta_{rollRXj} = \frac{1}{2} (\delta_{rollX} \cdot \cos \psi_{rollj}) \quad (2.74)$$

(2) δ_{rollY} 引起的径向变形：

$$\delta_{rollRYj} = \frac{1}{2} (\delta_{rollY} \cdot \sin \psi_{rollj}) \quad (2.75)$$

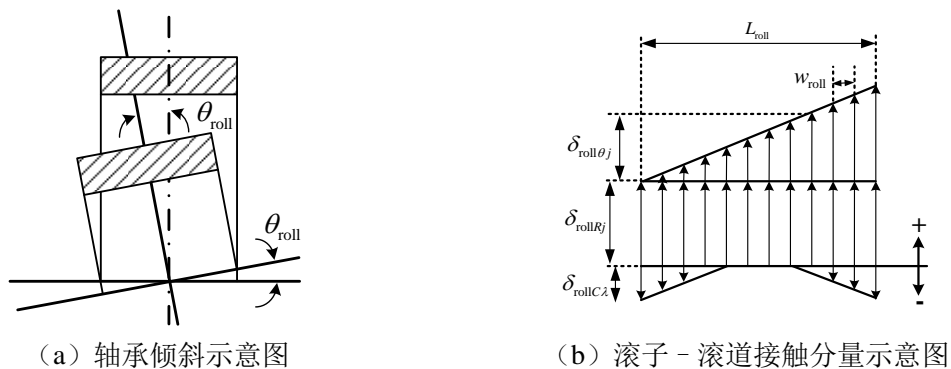


图 2.13 轴承倾斜及滚子-滚道接触分量示意图

2.4.2.2 内外圈相对倾斜产生的径向变形

$\theta_{\text{roll}X}$ 、 $\theta_{\text{roll}Y}$ 分别为绕 X_{roll} 、绕 Y_{roll} 方向的相对径向转角，则由 $\theta_{\text{roll}X}$ 、 $\theta_{\text{roll}Y}$ 引起的第 j 个滚子的径向变形分别为：

$\theta_{\text{roll}X}$ 引起的径向变形：

$$\delta_{\theta X \lambda j} = \frac{1}{2} \theta_{\text{roll}X} \left(\lambda - \frac{1}{2} \right) \cdot w_{\text{roll}} \cdot \cos \psi_{\text{roll}j} \quad (2.76)$$

$\theta_{\text{roll}Y}$ 引起的径向变形：

$$\delta_{\theta Y \lambda j} = -\frac{1}{2} \theta_{\text{roll}Y} \left(\lambda - \frac{1}{2} \right) \cdot w_{\text{roll}} \cdot \sin \psi_{\text{roll}j} \quad (2.77)$$

2.4.2.3 滚子凸度产生的径向变形

本文采用带有局部凸度的圆柱滚子，即只在滚子轮廓的一部分带有凸度，而其余部分仍然为圆柱面，其示意图如图 2.14 所示，其中， L_{roll} 为滚柱轴承滚子的有效长度； β_{roll} 为直线段长度系数，直线段长度 $L_{\text{roll}s} = \beta_{\text{roll}} \cdot L_{\text{roll}}$ ； Δ_{roll} 为滚子凸度量。由凸度产生的滚子-滚道接触变形分量为：

$$\delta_{\text{roll}C\lambda} = \begin{cases} \Delta_{\text{roll}} \cdot \frac{\left(\frac{2\lambda-1}{K_{\text{roll}}} - 1 \right)^2 - \left(\frac{L_{\text{roll}s}}{L_{\text{roll}}} \right)^2}{1 - L_{\text{roll}s}/L_{\text{roll}}} & \left(\frac{2\lambda-1}{K_{\text{roll}}} - 1 \right)^2 - \left(\frac{L_{\text{roll}s}}{L_{\text{roll}}} \right)^2 > 0 \\ 0 & \left(\frac{2\lambda-1}{K_{\text{roll}}} - 1 \right)^2 - \left(\frac{L_{\text{roll}s}}{L_{\text{roll}}} \right)^2 \leq 0 \end{cases} \quad (2.78)$$

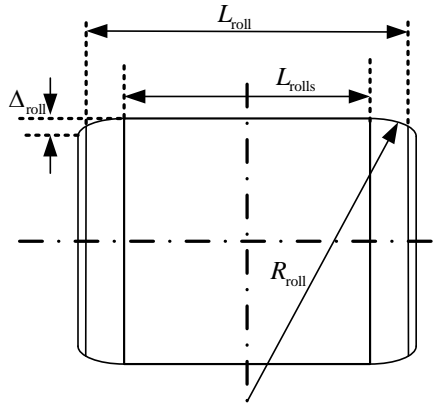


图 2.14 带局部凸度的滚子示意图

2.4.2.4 第 j 个滚子、第 λ 个切片的变形

如图 2.14 所示，第 j 个滚子、第 λ 个切片的变形由三个分量组成：1) 由径向载荷产生的变形 $\delta_{\text{roll}Rj}$ ；2) 由于滚子凸度产生的变形 $\delta_{\text{roll}C\lambda}$ ；3) 由于轴承倾斜产生的变形 $\delta_{\text{roll}\theta j}$ 。另外，切片

变形还将去掉轴承间隙 $S_{\text{roll}d}$ 的影响部分。因此，第 j 个滚子、第 λ 个切片的总变形 $\delta_{\text{roll}\lambda j}$ 为：

$$\delta_{\text{roll}\lambda j} = \delta_{\text{roll}RXj} + \delta_{\text{roll}RYj} - \frac{S_{\text{roll}d}}{4} + \delta_{\theta X\lambda j} + \delta_{\theta Y\lambda j} - \delta_{\text{roll}C\lambda} \quad (2.79)$$

2.4.2.5 滚柱轴承的轴承力

首先，由第 j 个滚子的 K_{roll} 个切片变形计算第 j 个滚子的载荷 $Q_{\text{roll}j}$ ，即

$$Q_{\text{roll}j} = \frac{W_{\text{roll}}^{-0.89}}{1.24 \times 10^{-5} \times K_{\text{roll}}^{0.11}} \sum_{\lambda=1}^{K_{\text{roll}}} (\delta_{\text{roll}\lambda j})^{1.11} \quad (2.80)$$

然后，可以得到各方向的轴承力和力矩，即，

$$\begin{aligned} F_{\text{roll}X} &= \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} F_{xj} = \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} Q_{\text{roll}j} \cos \psi_{\text{roll}j} \\ F_{\text{roll}Y} &= \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} F_{yj} = \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} Q_{\text{roll}j} \sin \psi_{\text{roll}j} \\ F_{\text{roll}Z} &= \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} F_{zj} = 0; M_{\text{roll}X} = \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} M_{yj} = 0; M_{\text{roll}Y} = \sum_{i=1}^{N_{\text{roll}}} M_{zj} = 0 \end{aligned} \quad (2.81)$$

2.5 离散支承动力学建模

为实现航空发动机转子与机匣的耦合建模，需考虑二者之间的连接与支承关系。本文定义了两类支承连接：转子与机匣间的非线性支承连接，以及机匣与基础间的线性支承连接。

针对离散支承动力学建模，采用了如下假设：①滚动轴承内圈与转子之间采用固定方式连接；②滚动轴承外圈与轴承座之间的支承采用线性刚度与阻尼模型，采用弹簧阻尼单元来模拟；③轴承座与机匣之间的支承采用线性刚度与阻尼模型，采用弹簧阻尼单元来模拟；④不考虑支承的转动自由度，仅考虑其轴向和径向的振动自由度。

2.5.1 转子 - 机匣支承

设转轴第 m 个节点的径向和轴向位移分别为 x_{Rm} 、 y_{Rm} 和 z_{Rm} ，令 $x = x_{Rm} - x_{wi}$ 、 $y = y_{Rm} - y_{wi}$ 、 $z = z_{Rm} - z_{wi}$ ，可以建立滚动轴承动力学模型计算得到转子作用于第 i 个支承轴承外圈的轴承力，关于滚动轴承轴承力模型在 2.4 节中进行了专门推导和分析。

转子 - 机匣支承模型示意图如图 2.15 所示，设第 i 个支承与转子的第 m 个节点和机匣的第 n 个节点相连。因此，可推导出第 i 个滚动轴承外圈的运动微分方程为：

$$\begin{cases} m_{wi} \ddot{x}_{wi} + k_{wbxi} (x_{wi} - x_{basei}) + c_{wbxi} (\dot{x}_{wi} - \dot{x}_{basei}) = F_{Rxi} \\ m_{wi} \ddot{y}_{wi} + k_{wbyi} (y_{wi} - y_{basei}) + c_{wbyi} (\dot{y}_{wi} - \dot{y}_{basei}) = F_{Ryi} - m_{wi} g \\ m_{wi} \ddot{z}_{wi} + k_{wbzi} (z_{wi} - z_{basei}) + c_{wbzi} (\dot{z}_{wi} - \dot{z}_{basei}) = F_{Rzi} \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N_{RC} \quad (2.82)$$

其中, N_{RC} 为转子与机匣之间的支承数量, m_{wi} 为第 i 个滚动轴承外圈质量, k_{wbi} 为第 i 个轴承外圈与轴承座之间的弹性支承刚度, c_{wbi} 为轴承外圈与轴承座之间的阻尼系数, F_{Ri} 为转子作用于支承的力。

同理, 可用推导出第 i 个轴承座的运动微分方程:

$$\begin{cases} m_{basei} \ddot{x}_{basei} + k_{wbxi} (x_{basei} - x_{wi}) + c_{wbxi} (\dot{x}_{basei} - \dot{x}_{wi}) \\ + k_{bcxi} (x_{basei} - x_{cn}) + c_{bcxi} (\dot{x}_{basei} - \dot{x}_{cn}) = 0 \\ m_{basei} \ddot{y}_{basei} + k_{wbyi} (y_{basei} - y_{wi}) + c_{wbyi} (\dot{y}_{basei} - \dot{y}_{wi}) \\ + k_{bcxi} (y_{basei} - y_{cn}) + c_{bcxi} (\dot{y}_{basei} - \dot{y}_{cn}) = -m_{wi}g \\ m_{basei} \ddot{z}_{basei} + k_{wbzi} (z_{basei} - z_{wi}) + c_{wbzi} (\dot{z}_{wi} - \dot{z}_{basei}) \\ + k_{bcxi} (z_{basei} - z_{cn}) + c_{bcxi} (\dot{z}_{basei} - \dot{z}_{cn}) = 0 \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N_{RC} \quad (2.83)$$

其中, m_{basei} 为第 i 个轴承座质量; k_{bci} 、 c_{bci} 分别为机匣与轴承座之间的支承刚度和阻尼, x_{cn} 为机匣第 n 个节点 X 方向的振动位移, 其余与机匣相关参数含义类似。

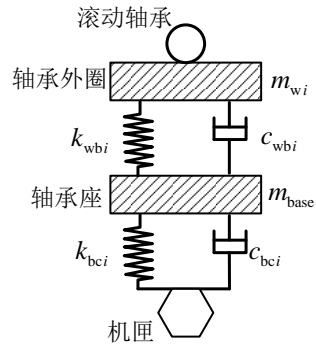


图 2.15 转子-机匣支承模型示意图

2.5.2 机匣 - 基础支承

本文设定机匣第 i 个节点与基础之间采用弹性支承相连, 支承的连接径向刚度为 k_{cx} 、 k_{cy} 、 k_{cz} ; 角向刚度为 k_{cax} 、 k_{cay} 、 k_{caz} ; 径向连接阻尼为 c_{cx} 、 c_{cy} 、 c_{cz} ; 角向阻尼为 c_{cax} 、 c_{cay} 、 c_{caz} ; 设机匣第 i 个节点的位移为: x_{ci} 、 y_{ci} 、 z_{ci} 、 θ_{cxi} 、 θ_{cyi} 、 θ_{czi} , 速度为: \dot{x}_{ci} 、 \dot{y}_{ci} 、 \dot{z}_{ci} 、 $\dot{\theta}_{cxi}$ 、 $\dot{\theta}_{cyi}$ 、 $\dot{\theta}_{czi}$ 。则作用在机匣节点 i 上的力和力矩分别为:

$$\begin{aligned} F_{cxi} &= -k_{cx}x_{ci} - c_{cx}\dot{x}_{ci}; & F_{cyi} &= -k_{cy}y_{ci} - c_{cy}\dot{y}_{ci}; & F_{czi} &= -k_{cz}z_{ci} - c_{cz}\dot{z}_{ci}; \\ M_{cxi} &= -k_{cax}\theta_{cxi} - c_{cax}\dot{\theta}_{cxi}; & M_{cyi} &= -k_{cay}\theta_{cyi} - c_{cay}\dot{\theta}_{cyi}; \\ M_{czi} &= -k_{caz}\theta_{czi} - c_{caz}\dot{\theta}_{czi}; \end{aligned} \quad (2.84)$$

2.6 叶片呼吸裂纹故障动力学建模

针对叶片呼吸裂纹故障动力学建模, 采用了如下假设: ①假定叶片裂纹类型为张开型; ②假定裂纹深度没有超过叶片厚度的一半; ③仅考虑叶片长度方向的轴向和弯矩载荷。

在断裂力学中，按裂纹受力情况，可以将裂纹为三种基本类型^[174]，如图 2.16 所示。裂纹按受力模式可分为三类：张开型（I 型）、滑开型（II 型）和撕开型（III 型）。如图所示，I 型裂纹受垂直于裂纹面的拉应力作用，裂纹面相互张开；II 型裂纹受平行于裂纹面但垂直于裂纹前缘的剪应力作用，裂纹面上下沿裂纹方向相对滑动；III 型裂纹则受平行于裂纹面及前缘的剪应力作用，裂纹面上下沿垂直于裂纹方向相对错动。这三种模式分别对应不同的位移相位特征。其中以张开型裂纹最为常见，而且容易产生低应力脆断，因此本课题主要针对张开型裂纹进行动力学建模研究。

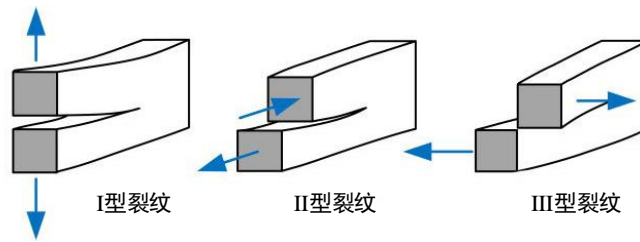


图 2.16 裂纹表面位移基本形式

为了研究裂纹对弹性叶片结构动力响应的影响，需要建立裂纹构件在一般载荷作用下的局部刚度或柔度矩阵。为此，将叶片简化为一个质地均匀的悬臂立方体考虑，如图 2.17 所示，叶片裂纹为沿着 z_b 轴的贯穿型裂纹，裂纹深度为 h_{bc} ，且沿着 y_b 轴的深度均匀。叶片承受轴向力 P_{b1} ，剪切力 P_{b2} 、 P_{b3} 以及弯矩 P_{b4} 、 P_{b5} 、 P_{b6} 。

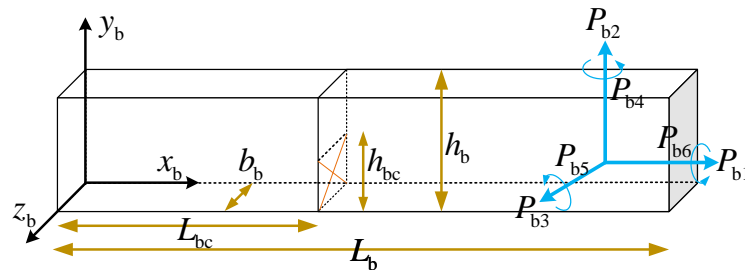


图 2.17 叶片裂纹模型示意图

由于裂纹的存在，在叶片载荷 P_{bi} 作用下，叶片会在对应载荷方向产生相应的附加位移 u_{bci} ^[25]。根据 Castigliano 原理及 Paris 公式^[34]，附加位移 u_{bci} 可计算为：

$$u_{bi} = \frac{\partial U_{crack}}{\partial P_{bi}} \quad (2.85)$$

其中， U_{crack} 为叶片裂纹释放的应变能，可表示为：

$$U_{crack} = \int_0^{h_b} \int_0^{L_{bc}} J_{crack} dy_b dz_b \quad (2.86)$$

其中， J_{crack} 为裂纹应变能释放率：

$$J_{\text{crack}} = \frac{1-\mu_b^2}{E_b} \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_{Ii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_{IIi} \right)^2 + (1+\mu_b) \left(\sum_{i=1}^6 K_{IIIi} \right)^2 \right] \quad (2.87)$$

其中, K_{Ii} 、 K_{IIi} 、 K_{IIIi} ($i=1, 2, \dots, 6$) 为三种裂纹模式下不同方向载荷所对应的应力强度因子; 由于 I 型裂纹是最常见也是最危险的一种裂纹形式, 考虑张开裂纹以及叶片的轴向和弯矩载荷, 叶片裂纹所释放的应变能最终可表示为:

$$U_{\text{crack}} = \int_0^{h_b} \int_0^{h_{bc}} \frac{1-\mu_b^2}{E_b} (K_{I1} + K_{I5})^2 dy_b dz_b \quad (2.88)$$

其中, 应力强度因子 $K_{I1} = \frac{P_{b1}}{b_b h_b} \sqrt{\pi h_{bc}} F_1(\gamma_{bc})$ 、应力强度因子 $K_{I5} = \frac{6P_{b5}}{b_b h_b^2} \sqrt{\pi h_{bc}} F_2(\gamma_{bc})$ 、轴向载荷

$$P_{b1} = E_b A_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \right) \Big|_{x_b=L_{bc}} \quad , \quad \text{弯曲载荷 } P_{b5} = E_b I_b \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right) \Big|_{x=L_{bc}} \quad .$$

$F_1(\gamma_{bc})$ 和 $F_2(\gamma_{bc})$ 为几何校正因子, 可表示为^[175]:

$$F_1(\gamma_{bc}) = \sqrt{\frac{2}{\pi \gamma_{bc}} \tan\left(\frac{\pi \gamma_{bc}}{2}\right)} \frac{0.752 + 2.02 \gamma_{bc} + 0.37 [1 - \sin(\pi \gamma_{bc} / 2)]^3}{\cos(\pi \gamma_{bc} / 2)} \quad (2.89)$$

$$F_2(\gamma_{bc}) = \sqrt{\frac{2}{\pi \gamma_{bc}} \tan\left(\frac{\pi \gamma_{bc}}{2}\right)} \frac{0.923 + 0.199 [1 - \sin(\pi \gamma_{bc} / 2)]^4}{\cos(\pi \gamma_{bc} / 2)} \quad (2.90)$$

其中, $\gamma_{bc} = h_{bc} / h_b$ 为叶片相对裂纹深度,

叶片裂纹应变能可简化为:

$$\begin{aligned} U_{\text{crack}} &= 3(1-\mu_b^2) E_b I_b h_b \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right) \Big|_{x=L_{bc}}^2 Q_{22} + (1-\mu_b^2) E_b A_b h_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \right) \Big|_{x=L_{bc}}^2 Q_{11} \\ &+ 12(1-\mu_b^2) E_b I_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right) \Big|_{x=L_{bc}} Q_{12} \\ &= \int_0^{L_b} 3(1-\mu_b^2) E_b I_b h_b \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right)^2 Q_{22} \hat{\delta}(x_b - L_{bc}) dx_b \\ &+ \int_0^{L_b} (1-\mu_b^2) E_b A_b h_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \right)^2 Q_{11} \hat{\delta}(x_b - L_{bc}) dx_b \\ &+ \int_0^{L_b} 12(1-\mu_b^2) E_b I_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right) Q_{12} \hat{\delta}(x_b - L_{bc}) dx_b \end{aligned} \quad (2.91)$$

其中, $Q_{11} = \int_0^{\gamma_{bc}} \pi \gamma_{bc} F_1^2(\gamma_{bc}) d\gamma_{bc}$ 与轴向响应有关, $Q_{22} = \int_0^{\gamma_{bc}} \pi \gamma_{bc} F_2^2(\gamma_{bc}) d\gamma_{bc}$ 与弯曲响应有关,

$Q_{12} = \int_0^{\gamma_{bc}} \pi \gamma_{bc} F_1(\gamma_{bc}) F_2(\gamma_{bc}) d\gamma_{bc}$ 与轴向弯曲响应有关, $\hat{\delta}$ 表示狄拉克函数。

将式 (2.91) 代入式 (2.9), 可得含

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_b - V_b + W_{\text{bnon}} - U_{\text{crack}}) dt = 0 \quad (2.92)$$

同理, 根据 Hamilton 原理结合式 (2.18) 可得含裂纹叶片动力学方程:

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}}_b + (\mathbf{G}_b + \mathbf{D}_b) \dot{\mathbf{q}}_b + (\mathbf{K}_{be} + \mathbf{K}_{bc} + \mathbf{K}_{bs} + \mathbf{K}_{bacc} + \mathbf{K}_{bF} + \mathbf{K}_{bcrack}) \mathbf{q}_b = \mathbf{F}_b \quad (2.93)$$

其中 \mathbf{K}_{bcrack} 为叶片常开裂纹相关刚度矩阵, 具体表达式可见附录 3。

上述内容推导了裂纹深度恒定下, 叶片常开裂纹导致的叶片刚度变化, 但由于叶片的振动, 裂纹表面出现交替的开合现象, 称为“呼吸效应”, 裂纹深度也随之出现循环往复变化。因此需要进一步分析叶片裂纹随叶片振动变化的真实变化情况。叶片裂纹的呼吸行为是叶片弯曲载荷和离心力共同作用的结果, 因此主要考虑叶片弯曲应力与离心应力的大小。假设弯曲应力使裂纹张开的方向为正方向。(默认裂纹深度没有超过叶片厚度的一半) 此时有四种情况,

第①种情况, 弯曲应力方向与离心力方向相同, 都促使裂纹张开, 此时裂纹完全张开。第②种情况, 弯曲应力方向与离心力方向相反, 弯曲应力促使裂纹闭合, 但由于弯曲应力较小, 使得裂纹刚刚处于张开的临界状态, 此时点 A_{pb} 处的弯曲应力与离心应力大小相等, 方向相反。第③种情况, 弯曲应力方向与离心力方向相反, 弯曲应力促使裂纹闭合, 但由于弯曲应力不是特别大, 只能使得裂纹张开一部分, 此时点 B_{pb} 处的弯曲应力与离心应力大小相等, 方向相反。第④种情况, 弯曲应力方向与离心力方向相反, 弯曲应力促使裂纹闭合, 弯曲应力较大, 使得裂纹恰好完全张开, 此时点 C_{pb} 处的弯曲应力与离心应力大小相等, 方向相反。

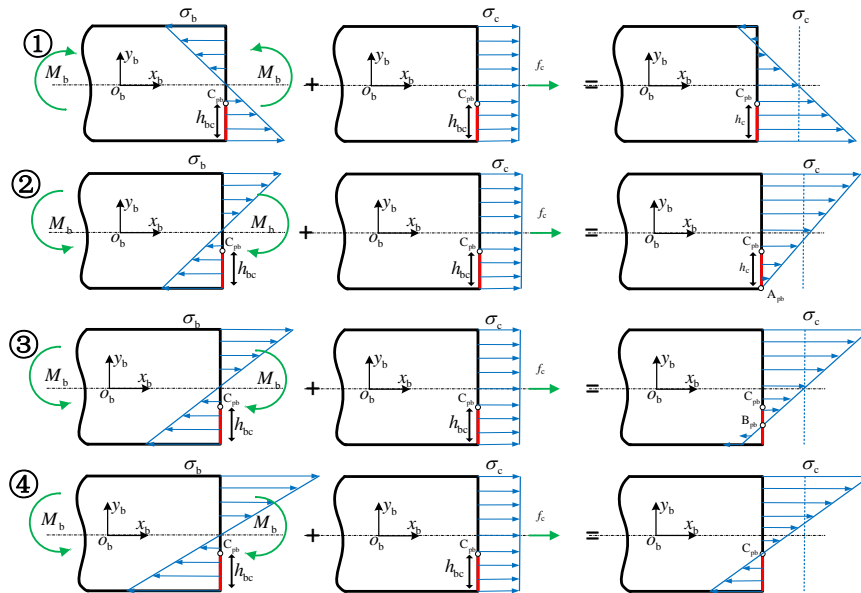


图 2.18 呼吸裂纹变化示意图

叶片弯曲应力计算公式如下：

$$\sigma_b(y_{bP}) = -E_b y_{bP} \left. \frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right|_{x_b=L_{bc}} \quad (2.94)$$

$$\text{令 } \hat{\sigma}_b = -E_b \left. \frac{\partial^2 v_b}{\partial x_b^2} \right|_{x_b=L_{bc}} \text{。}$$

叶片拉应力计算公式如下：

$$\begin{aligned} \sigma_c^{\text{close}} &= \frac{f_c(L_{bc})}{b_b h_b} = \sigma_c \\ \sigma_c^{\text{open}} &= \frac{f_c(L_{bc})}{b_b (h_b - h_{bc})} = \frac{h_b}{h_b - h_{bc}} \sigma_c \\ \sigma_c^{\text{part}} &= \frac{f_c(L_{bc})}{b_b (h_b - \tilde{h}_{bc})} = \frac{h_b}{h_b - \tilde{h}_{bc}} \sigma_c \end{aligned} \quad (2.95)$$

其中， σ_c^{close} 表示叶片呼吸裂纹完全闭合时的拉应力，令 $\sigma_c^{\text{close}} = \sigma_c$ ； σ_c^{open} 表示叶片呼吸裂纹完全张开时的拉应力，则 $\sigma_c^{\text{open}} = \frac{h_b}{h_b - h_{bc}} \sigma_c$ ； σ_c^{part} 表示叶片呼吸裂纹处于部分张开时的拉应力，

$$\sigma_c^{\text{part}} = \frac{h_b}{h_b - \tilde{h}_{bc}} \sigma_c, \quad \tilde{h}_{bc} \text{ 为部分张开的裂纹深度, } 0 < \tilde{h}_{bc} < h_{bc} \text{。}$$

当弯曲应力为正方向时（使裂纹张开的方向），此时裂纹为弯曲张开状态，裂纹深度为 h_{bc} ，属第①种情况；

弯曲应力为负方向时，即 $M < 0$ ，还存在以下三种情况：

若 $-\sigma_b \left(\frac{-h_b}{2} \right) \leq \sigma_c^{\text{open}}$ ，即 $\hat{\sigma}_b \leq \frac{2\sigma_c^{\text{open}}}{h_b}$ ，此时裂纹处于完全张开状态，且点 A_{pb} 为临界点，属

第②种情况；

若 $-\sigma_b \left(h_{bc} - \frac{h_b}{2} \right) \geq \sigma_c^{\text{close}}$ ，即 $\hat{\sigma}_b \geq -\frac{\sigma_c^{\text{close}}}{h_{bc} - \frac{h_b}{2}}$ ，此时裂纹处于完全闭合状态，且点 C_{pb} 为临界

点，属第④种情况；

当 $-\frac{\sigma_c^{\text{close}}}{h_{bc} - \left(\frac{h_b}{2} \right)} \leq \hat{\sigma}_b \leq \frac{2\sigma_c^{\text{open}}}{h_b}$ ，裂纹处于部分闭合状态，此时点 B_{pb} 为临界点，设其坐标点

为 y_{crisis} ($-\frac{h_b}{2} < y_{\text{crisis}} < h_{bc} - \frac{h_b}{2} < 0$)，属第③种情况。此时，裂纹实际深度 $\tilde{h}_{bc} = h_{bc} + y_{\text{crisis}}$ ，坐标

y_{crisis} 的值可计算为： $y_{\text{crisis}} = -\frac{3h_b}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{h_b}{4} \right)^2 - \frac{\sigma_c}{\hat{\sigma}_b}}$ ，因为 $-\frac{h_b}{2} < y_{\text{crisis}} < h_{bc} - \frac{h_b}{2} < 0$ ，所以最终可得：

$$y_{\text{crisis}} = -\frac{3h_b}{4} + \sqrt{\left(\frac{h_b}{4}\right)^2 - \frac{\sigma_c}{\hat{\sigma}_b}}$$

因此时变裂纹深度可表示为:

$$\tilde{h}_{bc} = \begin{cases} 0 & \hat{\sigma}_b \geq -\frac{\sigma_c^{\text{closer}}}{h_{bc} - \frac{h_b}{2}} \\ y_{\text{crisis}} + \frac{h_b}{2} - \frac{\sigma_c^{\text{closer}}}{h_{bc} - \frac{h_b}{2}} & -\frac{\sigma_c^{\text{closer}}}{h_{bc} - \frac{h_b}{2}} < \hat{\sigma}_b < \frac{2\sigma_c^{\text{open}}}{h_b} \\ h_{bc} & \hat{\sigma}_b \leq \frac{2\sigma_c^{\text{open}}}{h_b} \end{cases} \quad (2.96)$$

将式 (2.96) 代入式 (2.92) 即可得出时变叶片裂纹刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{barck}}$ 。

2.7 考虑外部激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障动力学建模

针对考虑外部激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障动力学建模, 采用了如下假设: ①将叶片 - 机匣碰摩简化为一个准静态接触过程, 且叶片产生小形变; ②忽略轴向压缩势能, 仅考虑叶片弯曲势能和离心力导致的离心势能; ③气动力对叶片形变的影响远小于碰摩力。

一个精确有效的碰摩表征模型, 对于深入研究叶片与机匣间的碰摩现象至关重要。针对接触碰撞这一复杂问题, 众多学者已对各类接触模型进行了系统地总结与归纳, 并明确了不同模型的具体适用条件。相关内容在 1.3.2 节中已有详尽阐述, 此处不再展开论述。本节基于前人研究基础, 创新性地提出了一种融合叶尖间隙动态变化的气流激励下含裂纹多叶片机匣碰摩故障动力学模型。该模型不仅充分考虑了叶片旋转效应与机匣弹性的影响, 还引入了叶片呼吸裂纹时变刚度, 考虑了叶片裂纹的影响, 同时融合了叶尖间隙动态变化及多叶片碰摩的复杂相互作用, 实现了对多因素耦合作用下碰摩故障动力学的表征, 叶片 - 机匣碰摩形变示意图如图 2.19 所示。

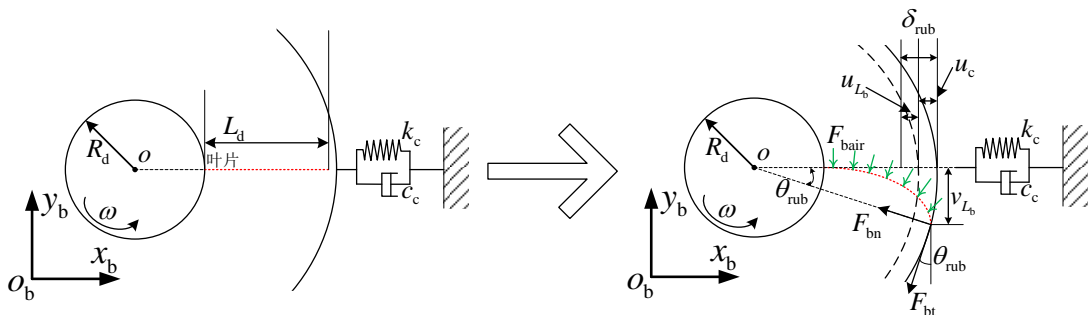


图 2.19 叶片 - 机匣碰摩形变示意图

根据叶片-机匣碰摩过程满足能量守恒得:

$$V_{be} + V_{bc} = W_{bo} \quad (2.97)$$

V_{be} 为叶片弯曲势能, 其表达式为:

$$V_{be} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.98)$$

V_{bc} 为离心势能, 其表达式为:

$$V_{bc} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \frac{1}{2} \rho_b A_b \omega^2 (L_b^2 + 2R_d L_b - 2R_d x - x^2) \left(\frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.99)$$

W_{bo} 为叶片尖端法向碰摩力 F_{bn} 和切向碰摩力 F_{bt} 以及气流力 F_{bair} 所做的功, 其中切向力为叶片-机匣碰摩产生的摩擦力, 采用库仑摩擦模型来描述, 即 $F_{bt} = \mu_f F_{bn}$, 式中 μ_f 为摩擦系数。

$$W_{bo} = \frac{1}{2} F_{bt} \cos \theta_{rub} v_{L_b} - \frac{1}{2} F_{bn} \sin \theta_{rub} v_{L_b} + \frac{1}{2} F_{bair} \int_0^{L_b} v_b(x) dx \quad (2.100)$$

其中, v_{L_b} 为叶片尖端的周向位移; θ_{rub} 值很小, $\sin \theta_{rub} \approx v_{L_b} / (R_d + L_b)$, $\cos \theta_{rub} \approx 1$; F_{bair} 为均布力, 方向与叶片长度方向垂直, $F_{bair} = A_{bair} \cos(EO_{air} \cdot 2\pi f_r t + \varphi_{air0})$, A_{bair} 为气动力幅值, EO_{air} 为气动力激励频率, φ_{air0} 为气动力初相位。

假定叶片与机匣碰摩瞬时保持一个准静态平衡状态, 侵入量 δ_{rub} 与机匣径向偏移距离 u_c 以及叶片径向位移 u_{L_b} 之间的位置关系可写为如下表达式:

$$\delta_{rub} = u_{L_b} + u_c \quad (2.101)$$

其中, u_{L_b} 为由于弯曲导致的叶尖径向位移, 其表达式为:

$$u_{L_b} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \left(\frac{\partial v_b}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.102)$$

根据经典梁变形理论, 固定截面悬臂梁的挠度函数可近似表示为^[173]:

$$v_b = v_{L_b} \frac{1}{2} \left[\frac{3x^2}{L_b^2} - \frac{x^3}{L_b^3} \right] \quad (2.103)$$

此外, 随着裂纹深度的变化, 裂纹叶片的径向刚度将发生变化, 并导致额外的径向伸长。由于这种机制, 可以通过引入离心修正系数^[34]来修改裂纹叶片的径向变形, 离心修正系数可以表示为:

$$c_{st} = (1 - \gamma_b) + \xi_b \gamma_b \quad (2.104)$$

其中, γ_b 表示裂纹相对深度 ($\gamma_b = h_{bc} / h_b$), ξ_b 表示裂纹相对位置 ($\xi_b = L_{bc} / L_b$)。

得出含裂纹固定截面悬臂梁的修正挠度函数：

$$v_{bst} = \frac{v_{L_b}}{c_{st}} \frac{1}{2} \left[\frac{3x^2}{L_b^2} - \frac{x^3}{L_b^3} \right] \quad (2.105)$$

将式 (2.105) 代入式 (2.98) 和式 (2.99) 以及式 (2.100)，然后结合式 (2.97)，得出：

$$v_{L_{bst}} = \frac{\mu_f F_{bn} - \frac{3F_{bair} L_b}{8}}{\Gamma + \frac{F_{bn} c_{st}^2}{R_d + L_b}} \quad (2.106)$$

其中， $\Gamma = \frac{3E_b I_b c_{st}^2}{L_b^3} + c_{st}^2 \rho_b A_b \omega^2 \left(\frac{3L_b}{10} + \frac{6}{5} R_d \right)$ ；

将式 (2.106) 代入式 (2.103)，结合式 (2.102) 与式 (2.101)，可得：

$$\delta_{rub} = \frac{3D_b^2 \left(\mu_f F_{bn} - \frac{3F_{bair} L_b}{8} \right)^2}{5L_b (\Gamma D_b + F_{bn} c_{st}^2)^2} + \frac{F_{bn}}{k_c} \quad (2.107)$$

其中 $D_b = L_b + R_d$ ；

忽略高次项，气流激励下含裂纹叶片的摩擦力模型 F_{bn} 可表示为：

$$F_{bn} = -D_b L_b \frac{10\delta_{rub} \Gamma c_{st}^2 - \frac{5\Gamma^2 D_b}{k_c} + \frac{9F_{bair} D_b \mu_f}{4} + \sqrt{\left(\frac{45\mu_f F_{bair} - \frac{100\Gamma^2}{k_c}}{\Gamma D_b c_{st}} \delta_{rub} + D_b^2 \left(\frac{9F_{bair} \mu_f}{4} - \frac{5\Gamma^2}{k_c} \right)^2 + \left(\frac{135F_{bair}^2 L_b c_{st}^2}{16} + \frac{60D_b^2 \mu_f^2 \Gamma^2}{L_b} \right) \delta_{rub}^2}}{10L_b \delta_{rub} c_{st}^4 - 6D_b^2 \mu_f^2} \quad (2.108)$$

与其他碰摩模型，如线性模型、Padovan 模型^[101]、Jiang 模型^[102]、Ma 模型^[103]以及 Tang 模型^[133]进行了比较，如图 2.20 所示。同上述模型相比，本文提出的模型综合考虑了叶片尺寸、裂纹尺寸、转速、圆盘半径、机匣刚度以及气动力等因素对模型的影响。

基于本文提出的考虑气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩力模型，仿真分析了不同裂纹故障程度与不同气流力幅值对碰摩力幅值的影响规律，结果如图 2.21 所示。从图 2.21 (a) 可知，在其他条件保持不变的情况下，裂纹故障越严重，碰摩力幅值越小；从图 2.21 (b) 可知，在其他条件保持不变的情况下，气流激励幅值越大，碰摩力幅值越大。

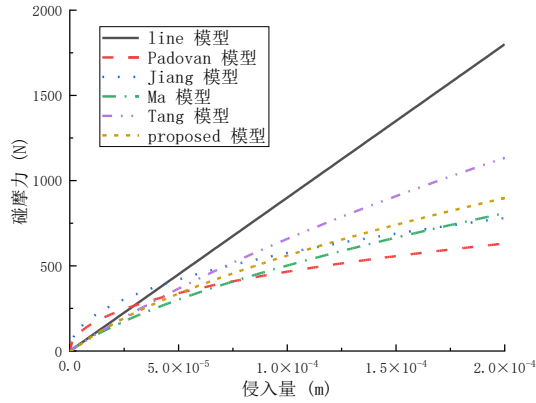


图 2.20 摩擦力模型的特性比较

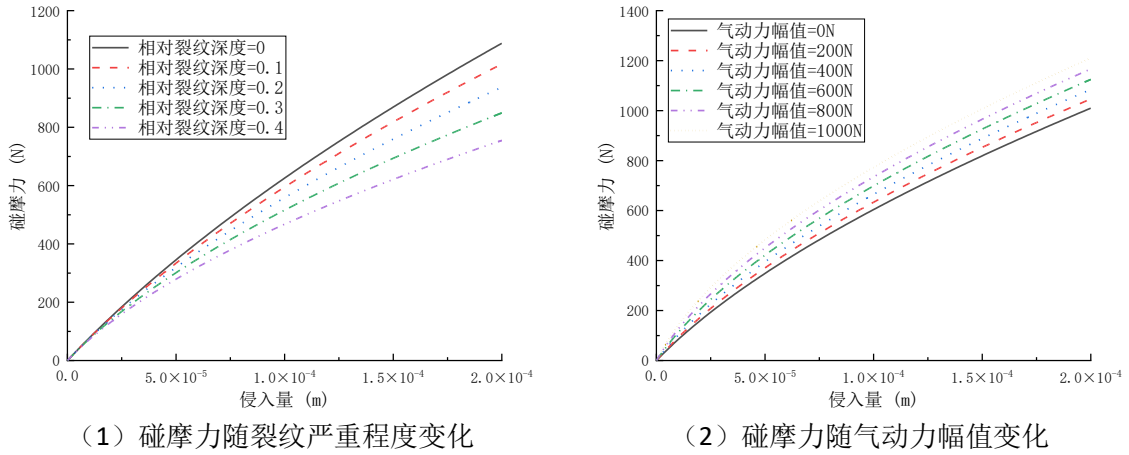


图 2.21 新碰摩动力学模型特性

叶片 - 机匣碰摩过程中侵入量是一个非常重要的参数，它和叶片与机匣的振动密切相关。本文考虑叶片 - 机匣碰摩来源于叶片旋转中心与机匣中心之间的静态偏心量、叶片径向振动以及机匣局部形变。如图 2.22 所示，图中 e_0 表示静态偏心量，且有 $\delta_{\max} = L + R_d + e_0 - R_c$ ，其中 R_c 为机匣半径， $L_b + R_d$ 表示叶尖轨迹半径，由可推导出由于静态偏心量导致的侵入量 δ_{e_0} 可表示为：

$$\delta_{e_0} = L + R_d + e_0 \cos(\omega t + \varphi_1) - \sqrt{R_c^2 - (e_0 \sin(\omega t + \varphi_1))^2} \quad (2.109)$$

在碰摩过程中，动态侵入量可以近似写为：

$$\delta_{\text{rub}} \approx \delta_{e_0} + u_{L_b} - u_c - L_b \varphi_b \quad (2.110)$$

其中， δ_{rub} 为动态侵入深度， $L_b \varphi_b$ 为叶片弯曲导致的叶片径向形变位移， u_c 为机匣径向振动位移， u_{L_b} 为叶片径向振动位移。

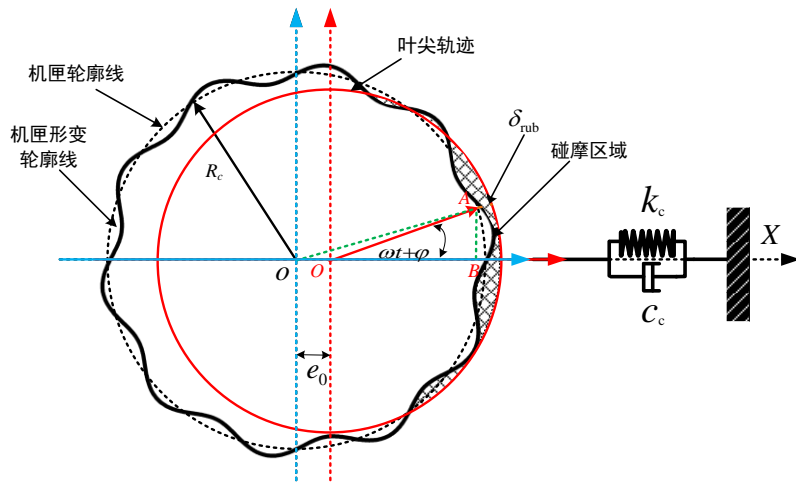


图 2.22 叶片 - 机匣碰摩示意图

2.8 整机振动数值仿真方法

由于叶片裂纹与机匣碰摩复合故障所涉及的叶片-盘-轴-轴承支承-机匣-弹性支承多体耦合航空发动机整机动力学模型自由度较多，且系统中存在轴承支承、碰摩故障及裂纹故障等非线性因素，求解系统非线性响应的有效途径是数值积分。本文采用 Newmark- β 法与显式积分法（翟方法）相结合的策略：对便于矩阵组装的转子和机匣有限元模型，使用 Newmark- β 法求解；对无需形成整体矩阵的支承连接部件，则采用翟方法。该混合求解策略仅需分别构建单个转子或机匣的动力学矩阵，避免了组装全系统大规模全局矩阵，显著提升了计算效率。整机动力学模型的数值仿真方法如图 2.23 所示。

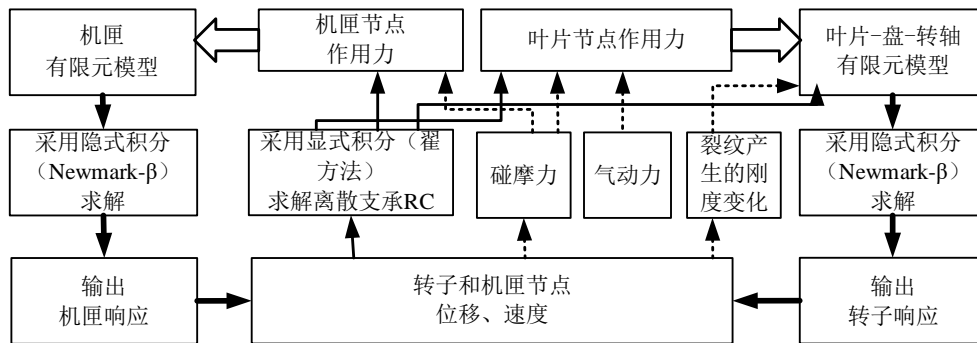


图 2.23 整机动力学模型数值仿真方法

2.9 本章小结

本章围绕航空发动机整机系统，构建了考虑叶片裂纹-碰摩耦合故障的高保真度动力学模型。研究工作从子结构建模入手，逐步完成了整机系统的集成与耦合，为后续故障机理分析

与仿真研究奠定了坚实的理论基础，主要研究内容与结论如下：

(1) 针对旋转叶片部件，采用 Galerkin 法进行离散，并基于 Hamilton 变分原理，建立了考虑离心刚化、旋转软化及科氏力效应的单叶片动力学方程。在此基础上，创新性地引入了呼吸裂纹时变刚度模型，通过分析裂纹在弯曲应力与离心应力综合作用下的开闭状态（完全闭合、部分张开、完全张开），推导出裂纹深度随叶片动态应力变化的分段函数表达式，进而获得了能够精确表征裂纹动态特性的时变刚度矩阵。

(2) 将单叶片模型拓展至多叶片系统，并与盘-轴转子系统进行耦合。通过有限元法对转轴和轮盘进行单元组集，并充分考虑叶片与轮盘、轮盘与转轴之间的运动学约束与动力学耦合关系，最终组装形成了包含质量矩阵、陀螺矩阵、刚度矩阵及阻尼矩阵的叶片-盘-轴耦合系统整体运动微分方程。

(3) 针对现代航空发动机薄壁回转壳体的机匣结构，选用计算效率与精度兼顾的有限元截锥壳单元法进行建模。通过定义局部与总体坐标系，并利用坐标变换矩阵，准确描述了机匣单元的位移场，为后续碰摩相互作用分析提供了可靠的结构基础。

(4) 建立了融合叶尖间隙动态变化的气流激励下含裂纹多叶片-机匣碰摩故障动力学模型。该模型不仅综合了前述的叶片呼吸裂纹时变刚度、叶片旋转效应、弹性机匣等关键因素，还创新性地将多叶片与机匣的复杂碰摩相互作用纳入整机框架。通过能量守恒原理并结合合理的工程简化假设，对碰摩力进行了有效表征，从而实现了对裂纹-碰摩多物理场强耦合作用下整机系统非线性动力学行为的全面刻画。

第三章 含裂纹 - 碰摩复合故障的带机匣转子试验器整机动力学模型仿真分析及试验验证

3.1 引言

基于第二章所述的整机动力学建模策略，针对带机匣转子试验器开展系统性的动力学仿真研究。针对叶片、含裂纹叶片、叶片 - 盘 - 轴一体化结构以及机匣等关键部件的动力学模型，通过对比分析验证各部件级模型的准确性；在部件级模型的基础上，针对整机动力学模型，通过模态仿真与模态试验结果的对比，验证带机匣转子试验器整机动力学模型的正确性与精度，为后续深入的动力学仿真分析奠定坚实的模型基础。

3.2 含叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的带机匣转子试验器整机模型

本文构建的包含叶片裂纹与机匣碰摩复合故障的叶片 - 盘 - 轴 - 轴承支承 - 机匣 - 弹性支承多体耦合航空发动机整机动力学模型如图 3.1 所示，该模型完整复现了发动机典型结构特征：机匣通过弹性支承系统固定，转轴与滚珠轴承内圈刚性连接，轴承外圈则通过弹性支承与机匣形成柔性连接，叶盘组件与转轴固连形成转子系统，并引入了叶片裂纹与机匣碰摩复合故障。如图 3.2 所示，建模过程采用分步耦合策略：首先构建转子动力学耦合模型，包含转盘、转轴及叶片的精细化动力学表征；其次建立机匣动力学模型；继而整合弹性支承与非线性支承动力学模型；随后引入叶片裂纹碰摩复合故障模型与气流激励模型，最终形成完整的整机动力学分析体系。

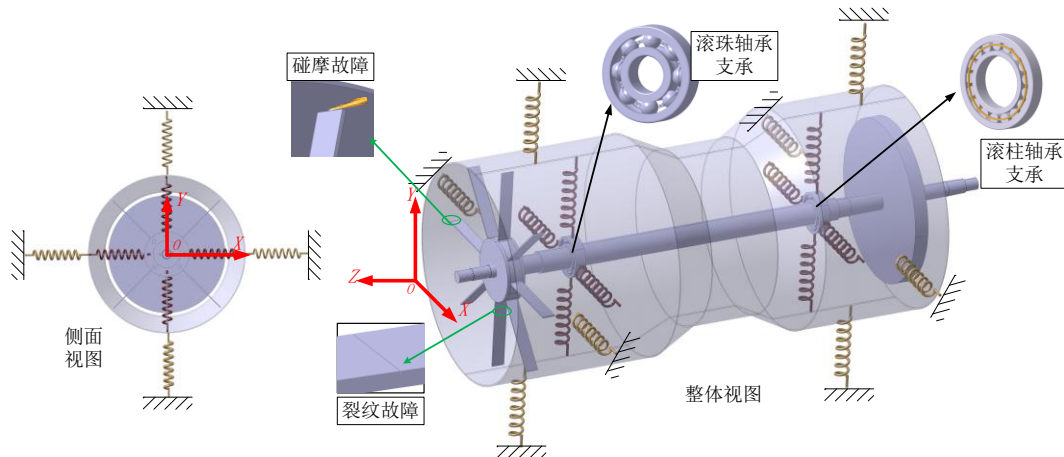


图 3.1 含叶片裂纹机匣碰摩复合故障航空发动机整机模型示意图

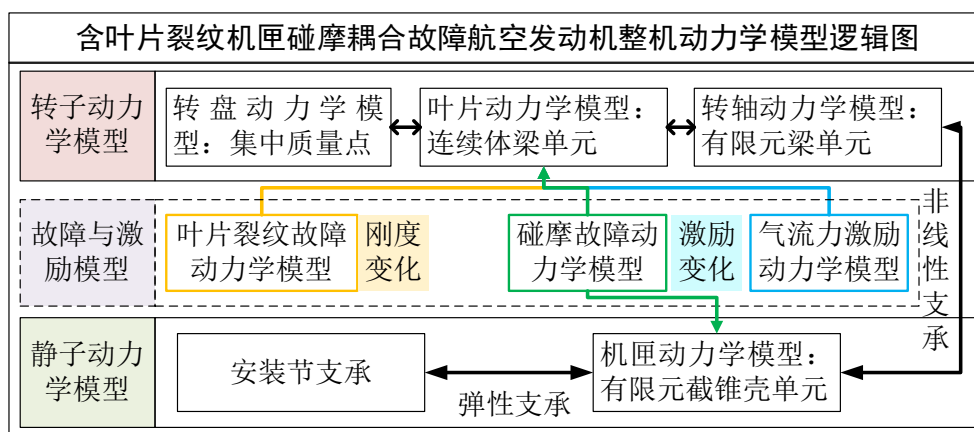


图 3.2 含叶片裂纹机匣碰摩复合故障航空发动机整机动力学模型逻辑图

3.3 模型验证

3.3.1 叶片模型验证

根据表 3.1 中的叶片几何参数与叶片材料参数,基于 ANSYS 商用软件构建实体有限元模型,对叶片根部施加约束,然后基于 ANSYS 商用软件的模态分析模块,进行叶片的模态振型与固有频率仿真计算,如图 3.3 所示。同样,基于本文叶片动力学模型进行叶片的模态振型与固有频率仿真计算。上述两种仿真方法的结果如图 3.4 与图 3.5 所示,叶片模态振型一致,叶片固有频率仿真结果的相对误差在 2% 以内,如表 3.2 所示,可知本文叶片动力学建模方法的正确性与准确性。

表 3.1 叶片的几何参数和材料参数

长度	宽度	厚度	叶根到圆心距离	材料密度	弹性模量	泊松比
0.118m	0.02m	0.002m	0.05m	7800kg/m ³	2.1×10 ¹¹ Pa	0.3

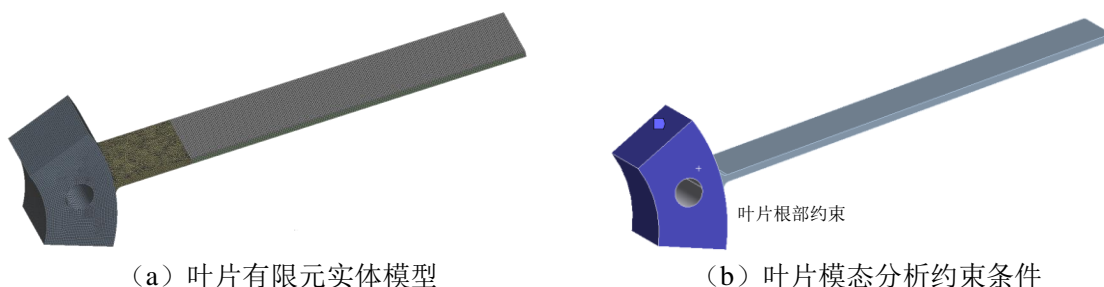


图 3.3 叶片有限元实体模型及约束条件

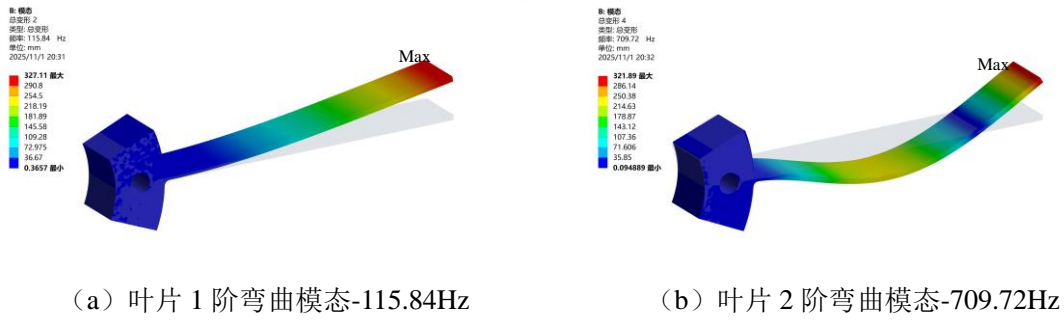


图 3.4 ANSYS 有限元叶片模型模态分析结果

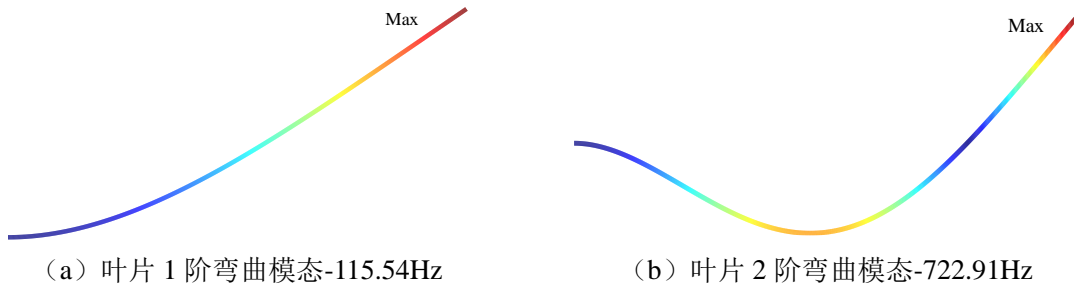


图 3.5 本文叶片模型模态分析结果

表 3.2 叶片模态仿真对比结果

固有频率	ANSYS 仿真结果	本文模型仿真结果	相对误差
1 阶/Hz	115.84	115.54	0.26%
2 阶/Hz	709.72	722.91	1.86%

3.3.2 叶片裂纹模型验证

3.3.2.1 仿真验证

在 3.3.1 节中健康叶片动力学模型的基础上, 进一步进行含裂纹叶片固有属性仿真分析, 主要针对裂纹深度与裂纹位置对叶片固有频率的变化影响进行仿真分析。同样对比了本文建模方法与商用有限元软件方法 (ANSYS) 的分析结果, 进而评估本文含裂纹叶片动力学模型的有效性, 并进一步研究裂纹深度、裂纹位置对叶片固有频率的影响。

基于 ANSYS 接触单元建立了裂纹叶片有限元模型, 如图 3.6 所示。采用实体单元 (SOLID186 单元) 模拟旋转叶片, 采用接触单元 (TARGE170 和 CONTA174 单元) 和增广拉格朗日方法模拟叶片裂纹。仿真结果如图 3.7 所示, 无量纲裂纹深度 γ_{bc} 从 0.0 步长逐渐变化到 0.4, 步长为 0.05; 无量纲裂纹位置 ξ_{bc} 从 0.1 步长逐渐变化到 0.9, 步长为 0.1。由图可知, 叶片第 1 阶固有频率随着无量纲裂纹深度的增加或裂纹位置的减小而减小, 即裂纹深度越大或裂纹离叶根越近, 一阶固有频率越低。无量纲裂纹深度越大, 第 2 阶固有频率越低; 但随着裂纹位置的变化, 第 2 阶固有频率呈现出先增大再减小然后再增大的趋势。基于上述两种方法建立的含裂纹叶片,

其裂纹深度和裂纹位置对裂纹叶片固有频率的影响规律相同，并且两种方法计算结果相对误差在 2.6% 以内，充分说明了本文建立的含裂纹叶片模型的正确性与准确性。（ $\gamma_{bc} = h_{bc} / h_b$ 为叶片相对裂纹深度， $\xi_{bc} = L_{bc} / L_b$ 为叶片相对裂纹位置）

进一步研究叶片固有频率随裂纹参数变化规律的原因，健康叶片第 1 阶和第 2 阶模态应力如图 3.8 所示，结合图 3.7 可知，裂纹位置对叶片固有频率的影响规律与叶片模态应力分布规律一致，即处于叶片应力越大的位置上时，叶片固有频率下降越大。

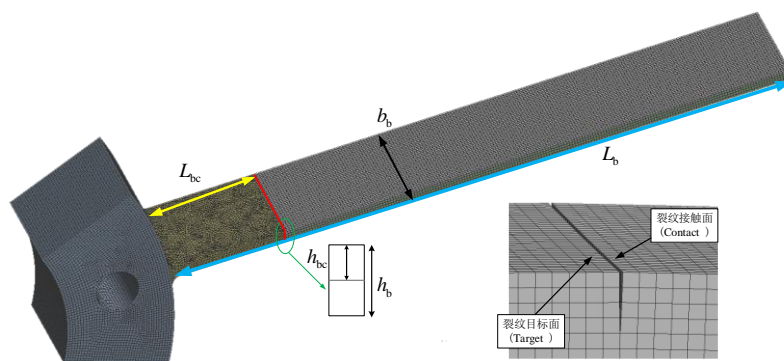
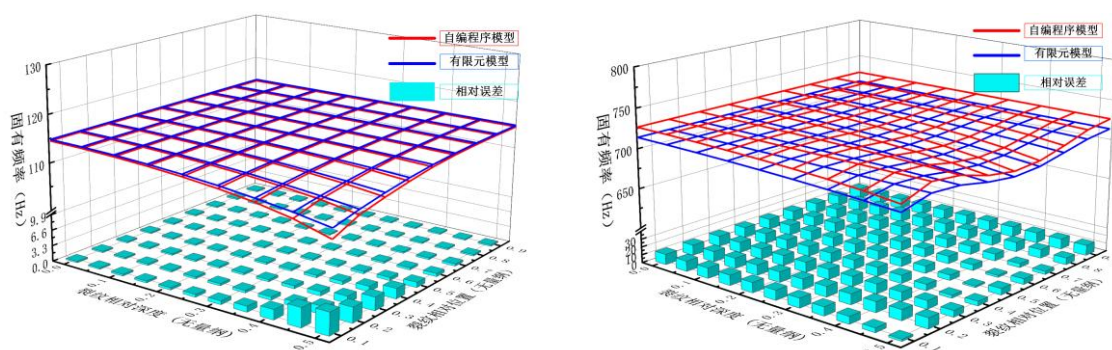
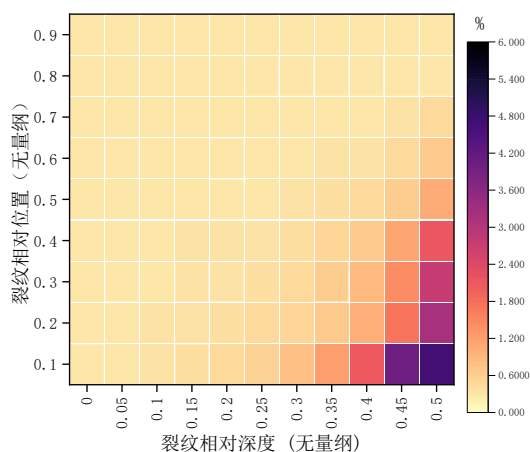


图 3.6 基于 ANSYS 的含裂纹叶片有限元模型

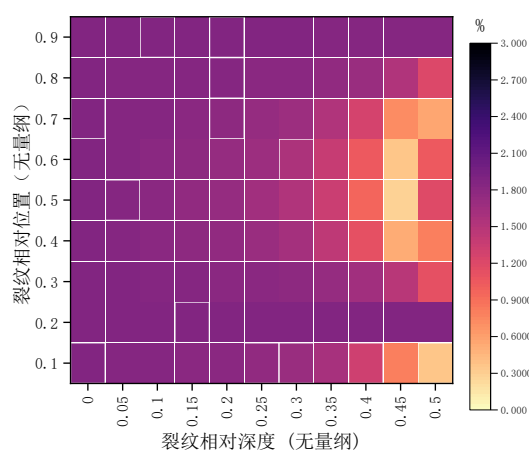


(a) 含不同裂纹叶片的 1 阶固有频率对比

(b) 含不同裂纹叶片的 2 阶固有频率对比



(c) 1 阶固有频率相对误差



(d) 2 阶固有频率相对误差

图 3.7 裂纹参数对叶片固有频率影响仿真对比 (ANSYS 有限元模型与本文模型)

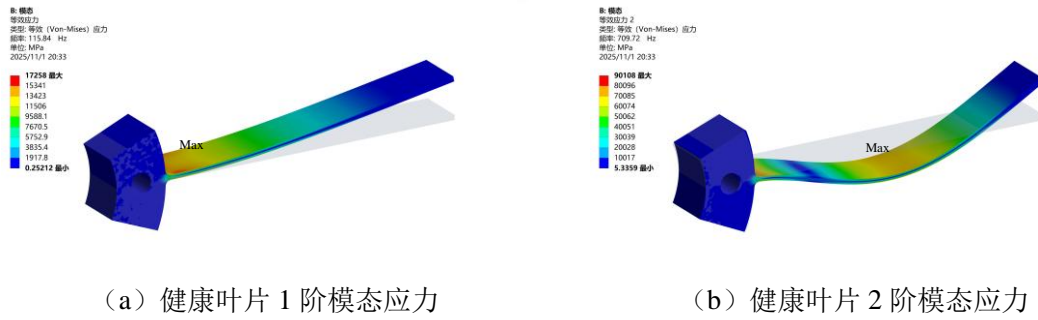



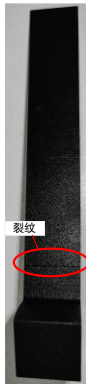


图 3.8 基于 ANSYS 有限元模型的健康叶片模态应力

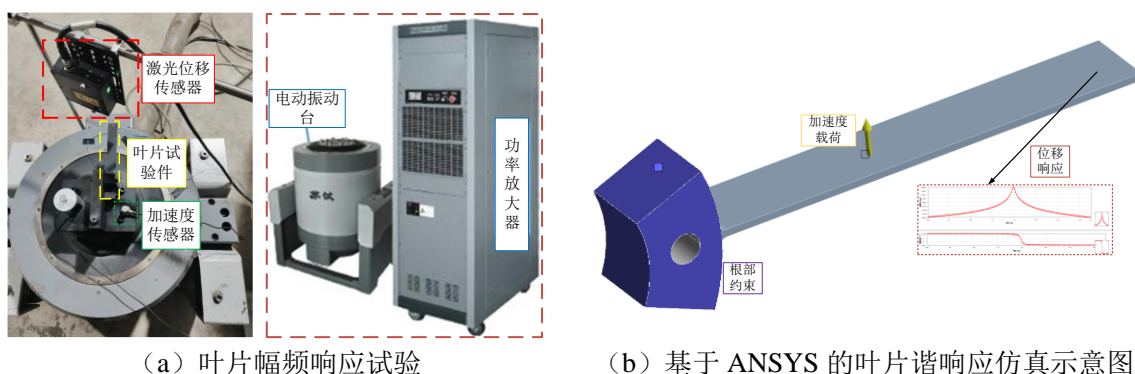
3.3.2.2 试验验证

为进一步验证含裂纹叶片动力学建模的准确性与含裂纹叶片固有频率变化规律,根据表 3.1 中叶片几何参数进行叶片试验件加工,本次试验加工了 1 枚健康叶片与 3 枚含裂纹叶片,如表 3.3 所示。如图 3.9 (a) 所示,基于电动振动台试验器对叶片进行激励,将叶片根部固定,激振加速度设置为 0.2g,利用激光位移传感器测量叶片顶部的位移响应,位移测点位于距叶尖 10mm 的居中位置,数据处理后可得叶片的幅频曲线。

根据试验设置条件,同步进行了基于 ANSYS 软件的有限元仿真与基于本文模型的仿真,进而对比仿真与试验结果。ANSYS 仿真条件为:如图 3.9 (b) 所示,基于谐响应分析模块,模型有 55739 个网格和 126258 个节点,对叶片根部施加约束,设置激振加速度为 0.2g,采用瑞利阻尼,将刚度系数设置为 1.35×10^{-5} ,质量系数设置为 5,最后提取叶片相同位置节点的幅频曲线。基于自编程序仿真条件:进行相同的叶片幅频曲线的仿真分析,采用瑞利阻尼,将刚度系数设置为 1×10^{-5} ,质量系数设置为 5,采用 Newmark 数值积分方法,步长为 2×10^{-5} 。

表 3.3 健康叶片与裂纹叶片实物图及参数

叶片	健康叶片	1 号裂纹叶片	2 号裂纹叶片	3 号裂纹叶片
裂纹参数	无裂纹	$\gamma=0.25$ 、 $\xi=0.1$	$\gamma=0.25$ 、 $\xi=0.2$	$\gamma=0.5$ 、 $\xi=0.2$
实物图				

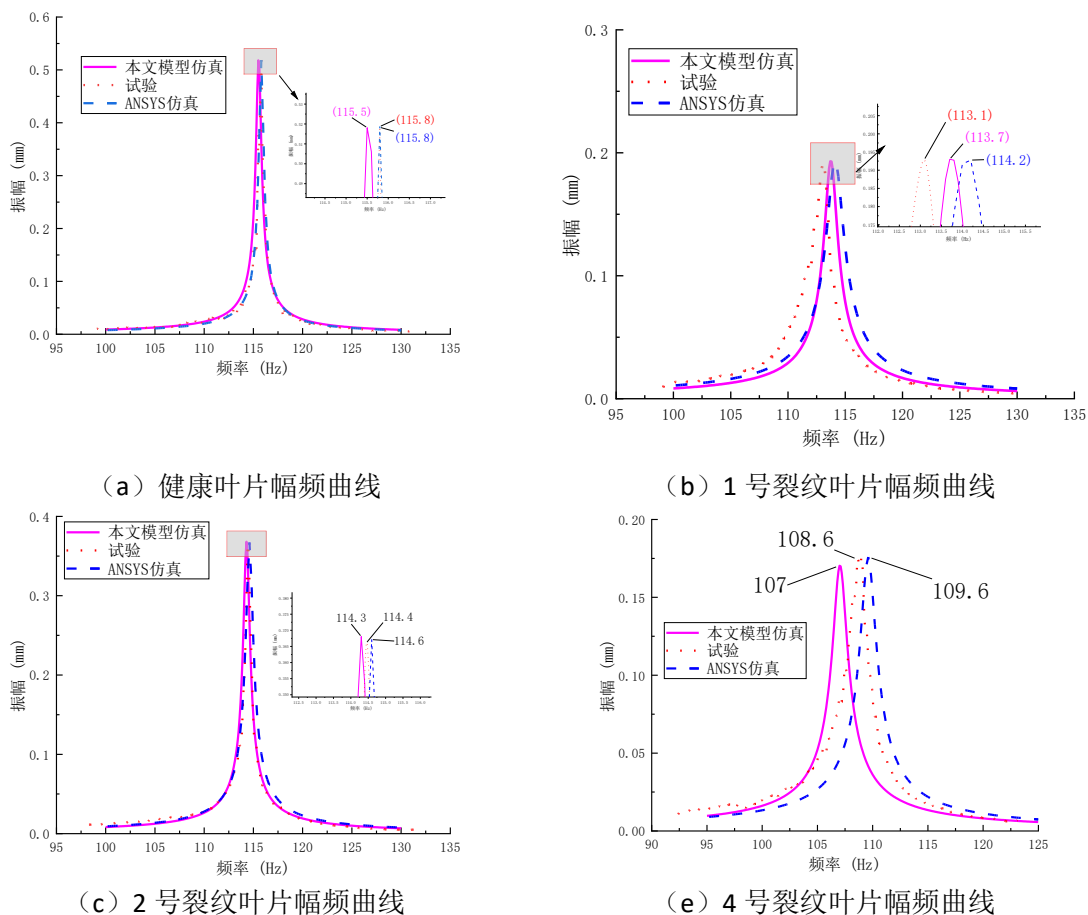


(a) 叶片幅频响应试验

(b) 基于 ANSYS 的叶片谐响应仿真示意图

图 3.9 叶片幅频响应试验与有限元仿真

叶片幅频曲线试验与仿真结果如图 3.10 与表 3.4 所示，叶片 1 阶固有频率的仿真结果与试验结果的相对误差均在 1.6% 以内，进一步证明了本文模型的准确性。并且含裂纹叶片固有频率出现下降情况，叶片裂纹深度越大，叶片裂纹位置越靠近叶片根部，则叶片固有频率下降越多。叶片固有频率变化规律也与含裂纹叶片仿真分析得出规律一致。



(a) 健康叶片幅频曲线

(b) 1 号裂纹叶片幅频曲线

(c) 2 号裂纹叶片幅频曲线

(e) 4 号裂纹叶片幅频曲线

图 3.10 叶片幅频响应试验结果与仿真结果对比

表 3.4 叶片 1 阶固有频率试验结果与仿真结果对比

叶片	试验结果	ANSYS 仿真	与试验	本文模型仿真	与试验
----	------	----------	-----	--------	-----

	固有频率	固有频率	相对误差	固有频率	相对误差
健康叶片	115.8Hz	115.83Hz	0.03%	115.5Hz	0.3%
1号裂纹叶片	113.1Hz	114.17Hz	0.95%	113.7Hz	0.5%
2号裂纹叶片	114.3Hz	114.65Hz	0.31%	114.3Hz	0.0%
3号裂纹叶片	108.8Hz	109.71Hz	0.84%	107.1Hz	1.6%

3.3.3 叶片 - 盘 - 轴模型验证

根据表 3.1-表 3.7 中的叶片 - 盘 - 轴的动力学参数，建立叶片 - 盘 - 轴动力学模型。如图 3.11 (a) 所示，基于 ANSYS 商用软件建立叶片 - 盘 - 轴有限元模型，其中叶片共有 8 枚，采用梁单元模型模拟，每个叶片由 24 个梁单元组成，叶片底部与转轴采用 ANSYS 固定运动副单元进行连接；盘共有 2 个，采用集中质量点模拟，与对应转轴节点采用固定方式连接；转轴采用梁单元进行模型，共有 24 个梁单元组成；因此叶片 - 盘 - 轴有限元模型共包括 120 个梁单元以及 2 个质量集中点。然后基于 ANSYS 模态分析模块进行叶片 - 盘 - 轴有限元模型的模态分析，结果如图 3.12 所示。图 3.12 (a) 为 1 阶模态振型与频率，其模态频率为 110.31Hz，模态振型为叶片整体 1 阶弯曲，具体振型为叶片根部无形变，形变从叶根到叶尖越来越大，并且各个叶片模态振型一致；图 3.12 (b) 为 2 阶模态振型与频率，其模态频率为 115.13Hz，模态振型为叶片局部 1 阶弯曲，具体振型为叶片根部无形变，形变从叶根到叶尖越来越大，并且叶片模态振型之间出现不一致现象；图 3.12 (c) 为 3 阶模态振型与频率，其模态频率为 134.20Hz，模态振型为叶片局部 1 阶弯曲与转轴 1 阶弯曲耦合，转轴振型为对称形，具体振型呈现两端向上中部向下形变，叶片振型为 1 阶弯曲，具体振型为叶片向下形变，叶尖向上形变，并且叶片模态振型之间出现不一致现象；图 3.12 (d) 为 4 阶模态振型与频率，其模态频率为 236.01Hz，模态振型为叶片整体 1 阶弯曲耦合，具体振型为叶片根部向下形变，叶根到向上形变，叶片中部存在无形变部分，并且各个叶片模态振型一致；图 3.12 (e) 为 5 阶模态振型与频率，其模态频率为 304.35Hz，模态振型为转轴 2 阶弯曲与叶片局部 1 阶弯曲耦合，转轴具体振型从叶片端开始呈现出向下 - 无形变 - 向上 - 无形变 - 向下 - 无形变 - 向上变化形式，叶片振型为 1 阶弯曲，并且叶片形变较小；图 3.12 (f) 为 6 阶模态振型与频率，其模态频率为 598.69Hz，模态振型为转轴 2 阶弯曲，转轴具体振型从叶片端开始呈现出向上 - 无形变 - 向下 - 无形变 - 向上 - 无形变 - 向上变化形式，叶片跟随转轴形变呈现出摆动形变；图 3.12 (g) 为 7 阶模态振型与频率，其模态频率为 659.65Hz，模态振型为转轴 2 阶弯曲，转轴具体振型从叶片端开始呈现出向下 - 无形变 - 向上 - 无形变 - 向下 - 无形变 - 向上变化形式，叶片跟随转轴形变呈现出摆动形变；图 3.12 (h) 为 8 阶模态振型与频率，其模态频率为 720.57Hz，模态振型为叶片局部 2 阶弯曲，具体振型叶片根部无形变，叶片根部到叶尖呈现出无形变 - 向下 - 无形变 - 向上变化形

式，并且叶片模态振型之间出现不一致现象；图 3.12 (i) 为 9 阶模态振型与频率，其模态频率为 739.69Hz，模态振型为叶片整体 2 阶弯曲，具体振型叶片根部无形变，叶片根部到叶尖呈现出无形变 - 向下 - 无形变 - 向上变化形式，并且各个叶片模态振型一致；

基于本文建立的叶片 - 盘 - 轴模型的模态分析结果如图 3.13 所示，其模态振型与模态频率与基于 ANSYS 软件建立的叶片 - 盘 - 轴有限元模型模态分析结果高度一致，两种方法分析的模态频率对比如表 3.8 所示，最大相对误差不超过 3.47%，前 3 阶模态频率相对误差不超过 1.83%，充分证明了本文基于叶片 - 盘 - 轴动力学模型的正确性与准确性。

表 3.5 转轴模型的材料参数

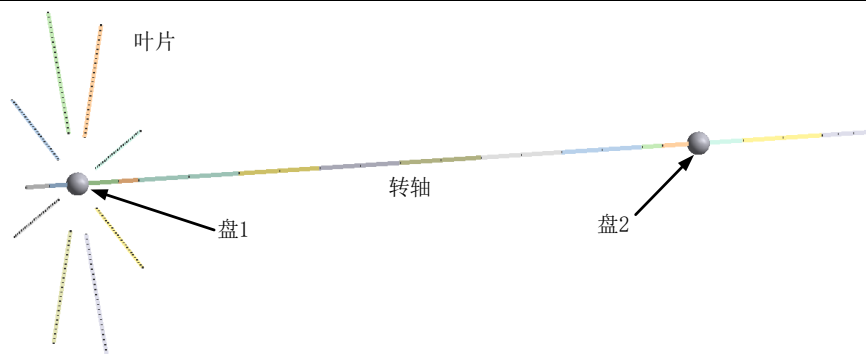
材料密度	弹性模量	泊松比
7800kg/m ³	2.1×10 ¹¹ Pa	0.3

表 3.6 转轴模型的尺寸参数

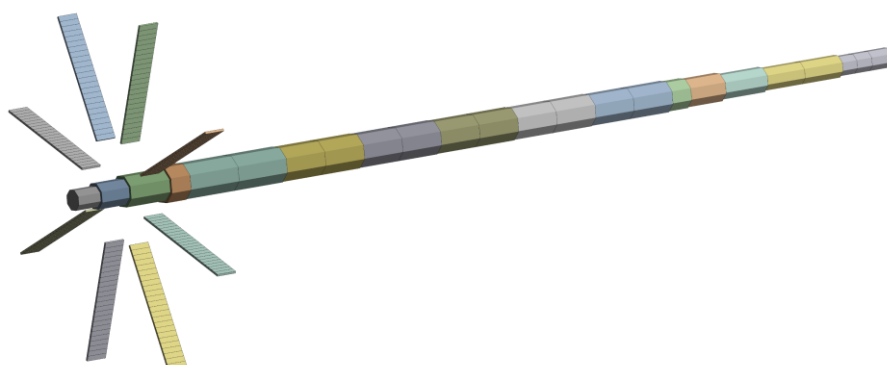
单元序号	单元长度/mm	单元外直径/mm	单元序号	单元长度/mm	单元外直径/mm
1	24	20	13	42.45	30.8
2	30	25	14	42.45	30.8
3	43	30	15	42.4	30
4	21	35	16	42.4	30
5	52.9	34.2	17	21	28.5
6	52.9	34.2	18	38.3	27
7	42.45	33.3	19	47	24
8	42.45	33.3	20	41.5	21.5
9	42.4	32.5	21	41.5	21.5
10	42.4	32.5	22	16.5	19
11	42.4	31.7	23	16.5	19
12	42.4	31.7	24	22	19

表 3.7 盘模型的动力学参数

序号	质量	偏心量	赤道转动惯量	极转动惯量	连接的轴单元节点号
盘 1	2.2 kg	0.1 mm	0.003 kg·m ²	0.006 kg·m ²	3
盘 2	9.1 kg	0.1 mm	0.0223 kg·m ²	0.0446 kg·m ²	19

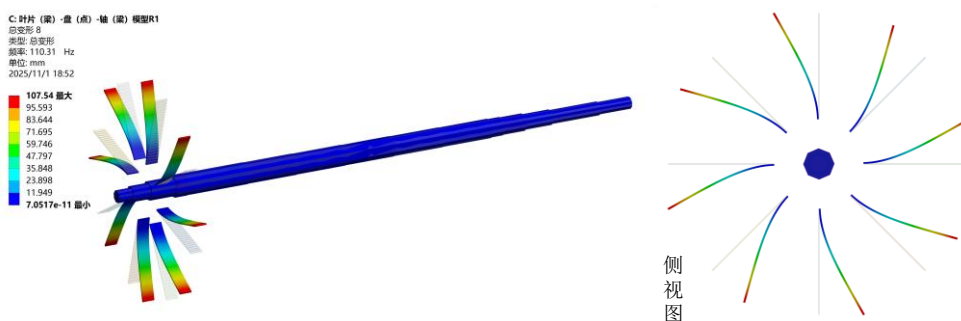


(a) 叶片 - 盘 - 轴几何模型

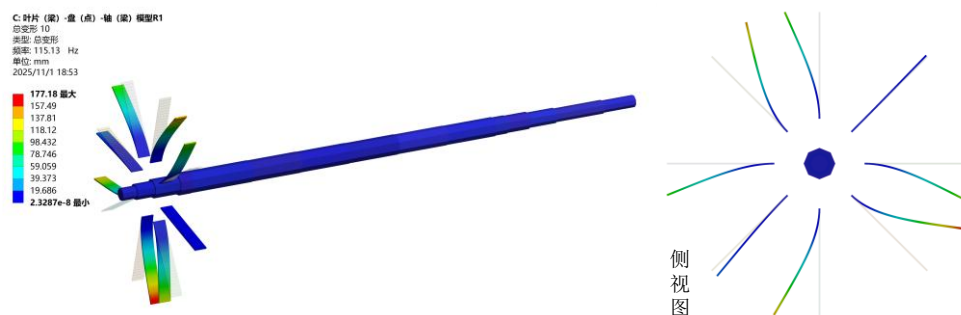


(b) 叶片-盘-轴有限元模型

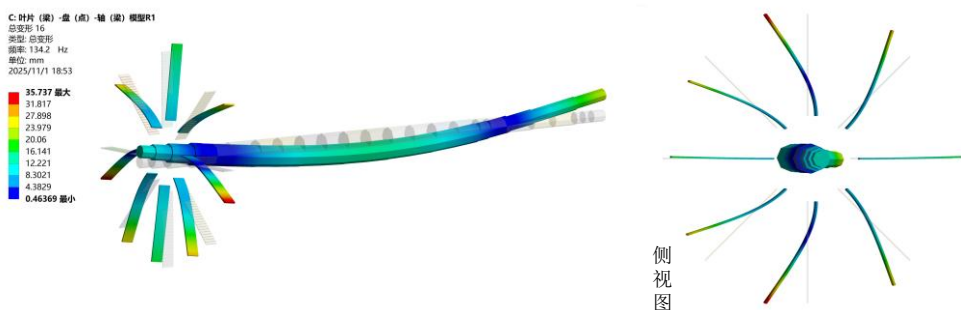
图 3.11 叶片-盘-轴几何模型与有限元模型



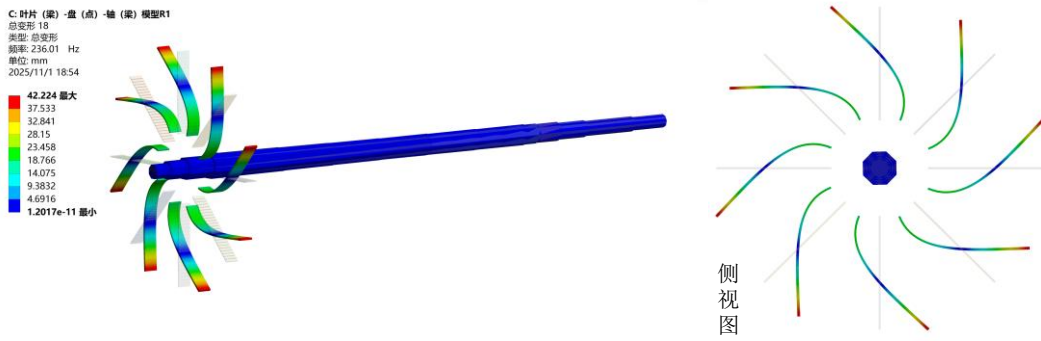
(a) 1 阶模态振型与频率-叶片整体 1 阶弯曲-110.31Hz



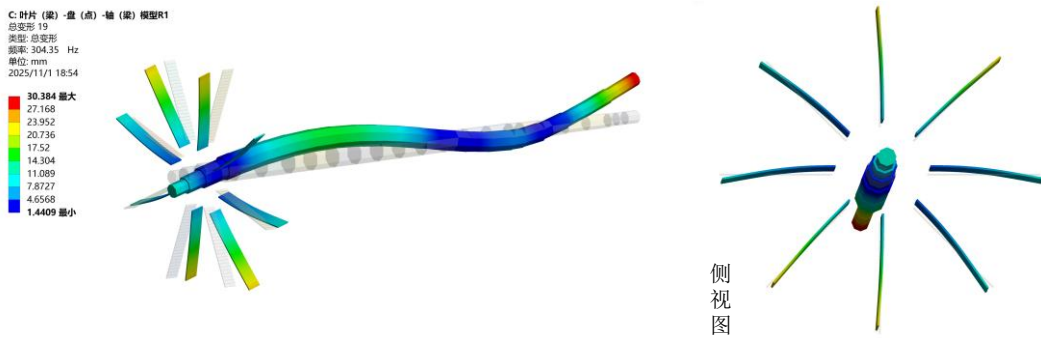
(b) 2 阶模态振型与频率-叶片局部 1 阶弯曲-115.13Hz



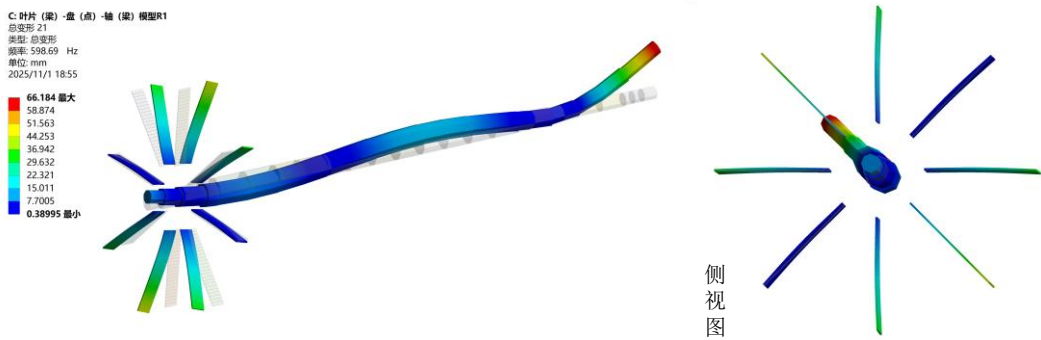
(c) 3 阶模态振型与频率-叶片局部 1 阶弯曲与转轴 1 阶弯曲耦合-134.20Hz



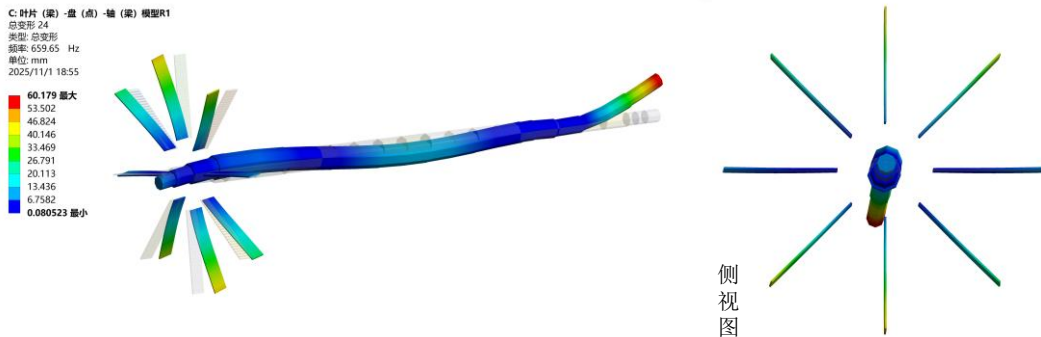
(d) 4阶模态振型与频率-叶片整体1阶弯曲-236.01Hz



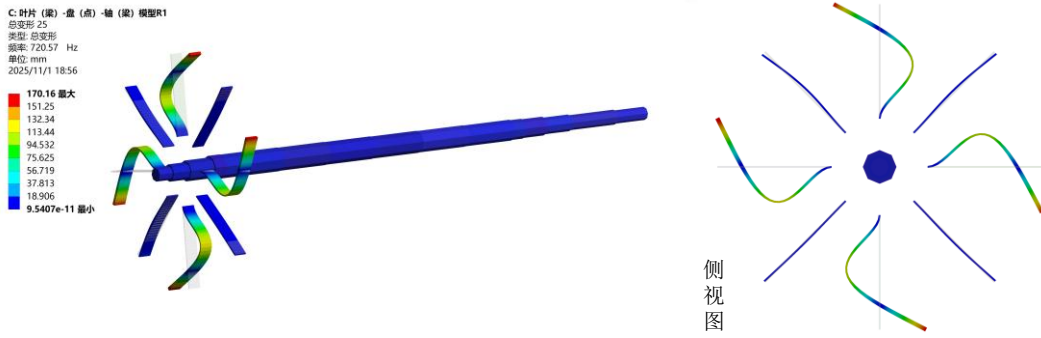
(e) 5阶模态振型与频率-转轴2阶弯曲与叶片局部1阶弯曲耦合-304.35Hz



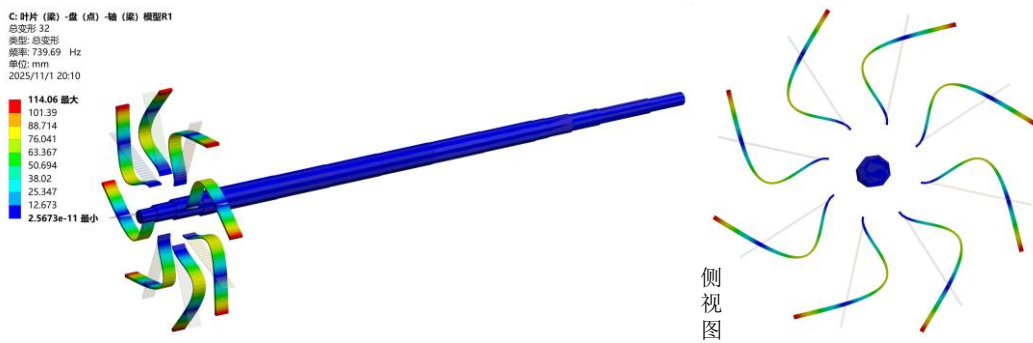
(f) 6阶模态振型与频率-转轴2阶弯曲-598.69Hz



(g) 7阶模态振型与频率-转轴2阶弯曲-659.65Hz

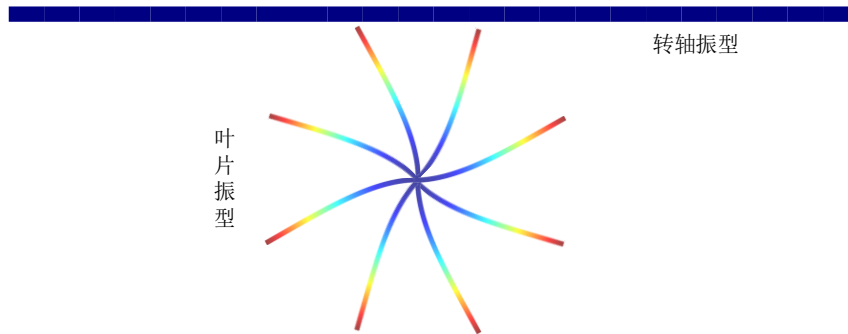


(h) 8 阶模态振型与频率-叶片局部 2 阶弯曲-720.57Hz

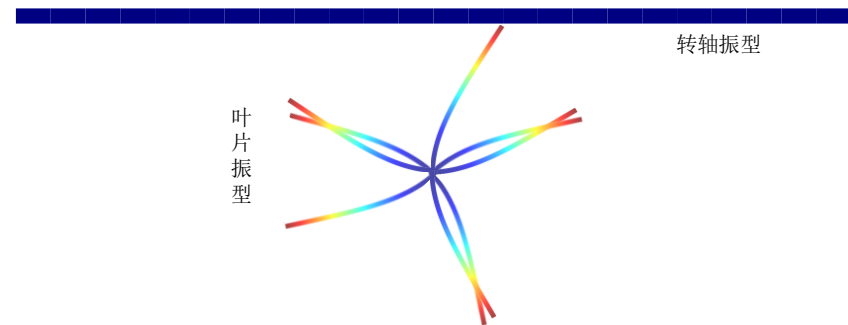


(h) 9 阶模态振型与频率-叶片整体 2 阶弯曲-739.69Hz

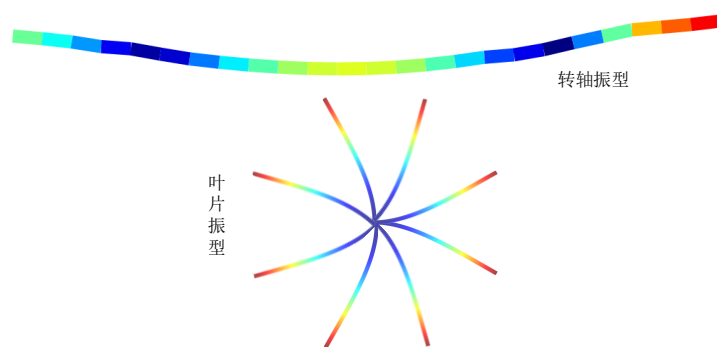
图 3.12 基于 ANSYS 仿真的叶片-盘-轴有限元模型的模态频率与模态振型



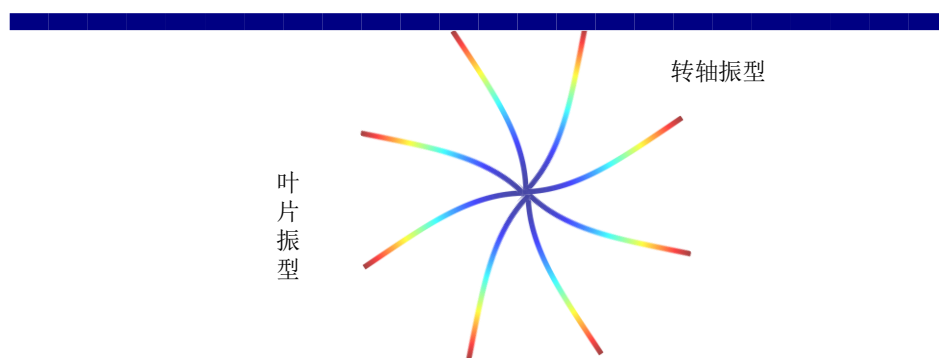
(a) 1 阶模态振型与频率-叶片整体 1 阶弯曲-110.93Hz



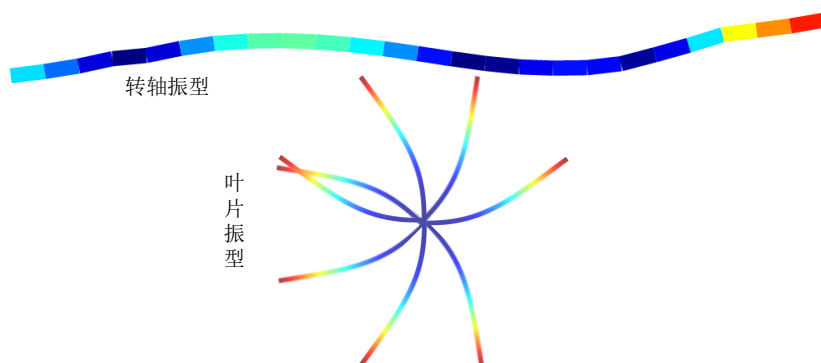
(b) 2 阶模态振型与频率-叶片局部 1 阶弯曲-115.55Hz



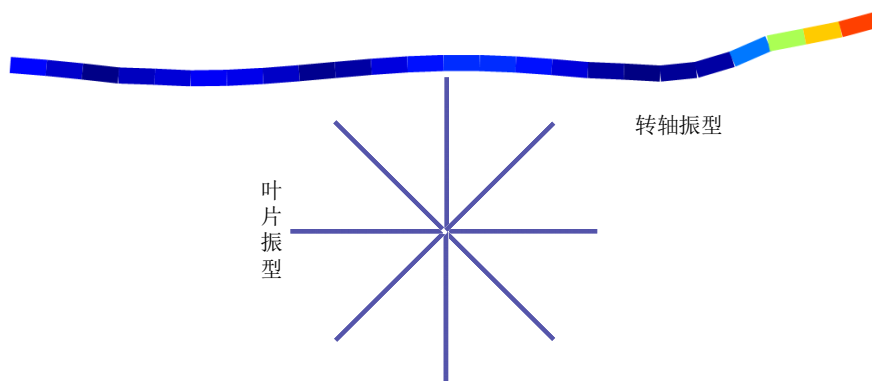
(c) 3 阶模态振型与频率-叶片局部 1 阶弯曲与转轴 1 阶弯曲耦合-136.66Hz



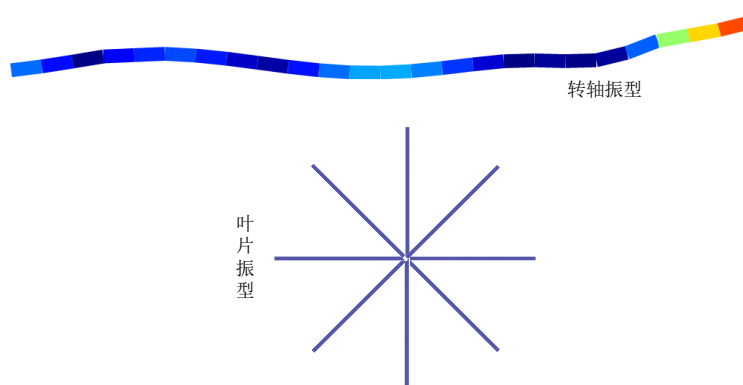
(d) 4 阶模态振型与频率-叶片整体 1 阶弯曲-239.89Hz



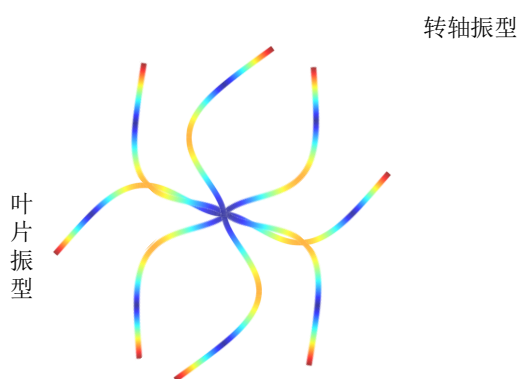
(e) 5 阶模态振型与频率-转轴 2 阶弯曲与叶片局部 1 阶弯曲耦合-310.36Hz



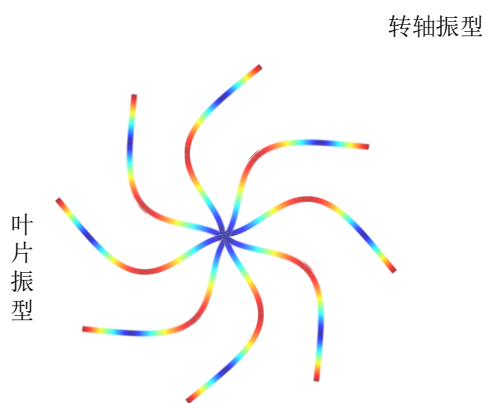
(f) 6 阶模态振型与频率-转轴 2 阶弯曲-615.62Hz



(g) 7 阶模态振型与频率-转轴 2 阶弯曲-682.55Hz



(h) 8 阶模态振型与频率-叶片局部 2 阶弯曲-722.91Hz



(h) 9 阶模态振型与频率-叶片整体 2 阶弯曲-742.29Hz

图 3.13 基于本文叶片-盘-轴模型的模态频率与模态振型

表 3.8 叶片-盘-轴模型的 ANSYS 仿真与本文模型仿真的模态频率对比

固有频率	1 阶 /Hz	2 阶 /Hz	3 阶 /Hz	4 阶 /Hz	5 阶 /Hz	6 阶 /Hz	7 阶 /Hz	8 阶 /Hz	9 阶 /Hz
ANSYS	110.31	115.13	134.20	236.01	304.35	598.69	659.65	720.57	739.69

结果									
本文仿真结果	110.93	115.55	136.66	239.89	310.36	615.62	682.55	722.91	742.29
相对误差	0.56%	0.36%	1.83%	1.64%	1.97%	2.83%	3.47%	0.32%	1.85%

3.3.4 机匣模型验证

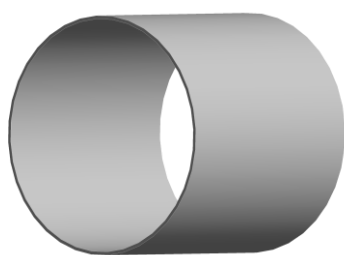
本文采用截锥壳单元模型基于有限单元方法进行机匣动力学建模，为验证本文机匣动力学建模方法的准确性。如表 3.9 所示，本文首先根据文献[176]中的模型尺寸，基于本文机匣动力学建模自编程序建立了机匣动力学模型，然后将仿真结果与文献中的试验结果进行了对比验证，同时也进行了基于 ANSYS 商用软件的动力学建模与仿真，最终验证本文机匣动力学建模方法的准确性。

基于 ANSYS 商用软件建立文献[176]中机匣模型，如图 3.14 (a) -图 3.14 (b) 所示，模型共有 121068 个节点与 17325 个单元。基于 ANSYS 进行机匣模型模态分析，其结果如图 3.14 (c) -图 3.14 (1) 所示。同理基于本文机匣动力学建模方法对文献[176]中机匣模型进行动力学建模，机匣单元数为 10 个，然后进行模态分析，并且将模态分析结果与 ANSYS 模态分析以及文献中模态分析结果进行对比，具体结果如

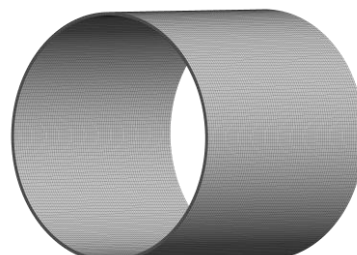
表 3.10 所示。不同方法的模态分析结果与模态试验结果都非常接近，充分证明了本文机匣动力学建模方法的准确性。

表 3.9 文献[176]中机匣模型动力学参数

长度	厚度	半径	弹性模量	泊松比	材料密度
0.37m	0.005m	0.1825m	205GPa	0.3	7850kg/m ³

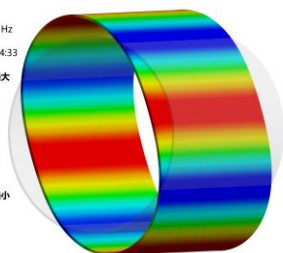


(a) 三维模型

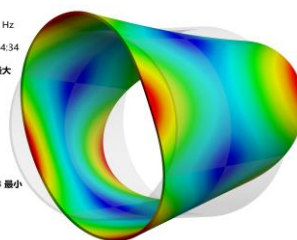


(b) 有限元模型

B: 模态
 总变形 8
 类型: 总变形
 频率: 100.05 Hz
 单位: mm
 2025/11/25 14:33



B: 模态
 总变形 10
 类型: 总变形
 频率: 132.03 Hz
 单位: mm
 2025/11/25 14:34



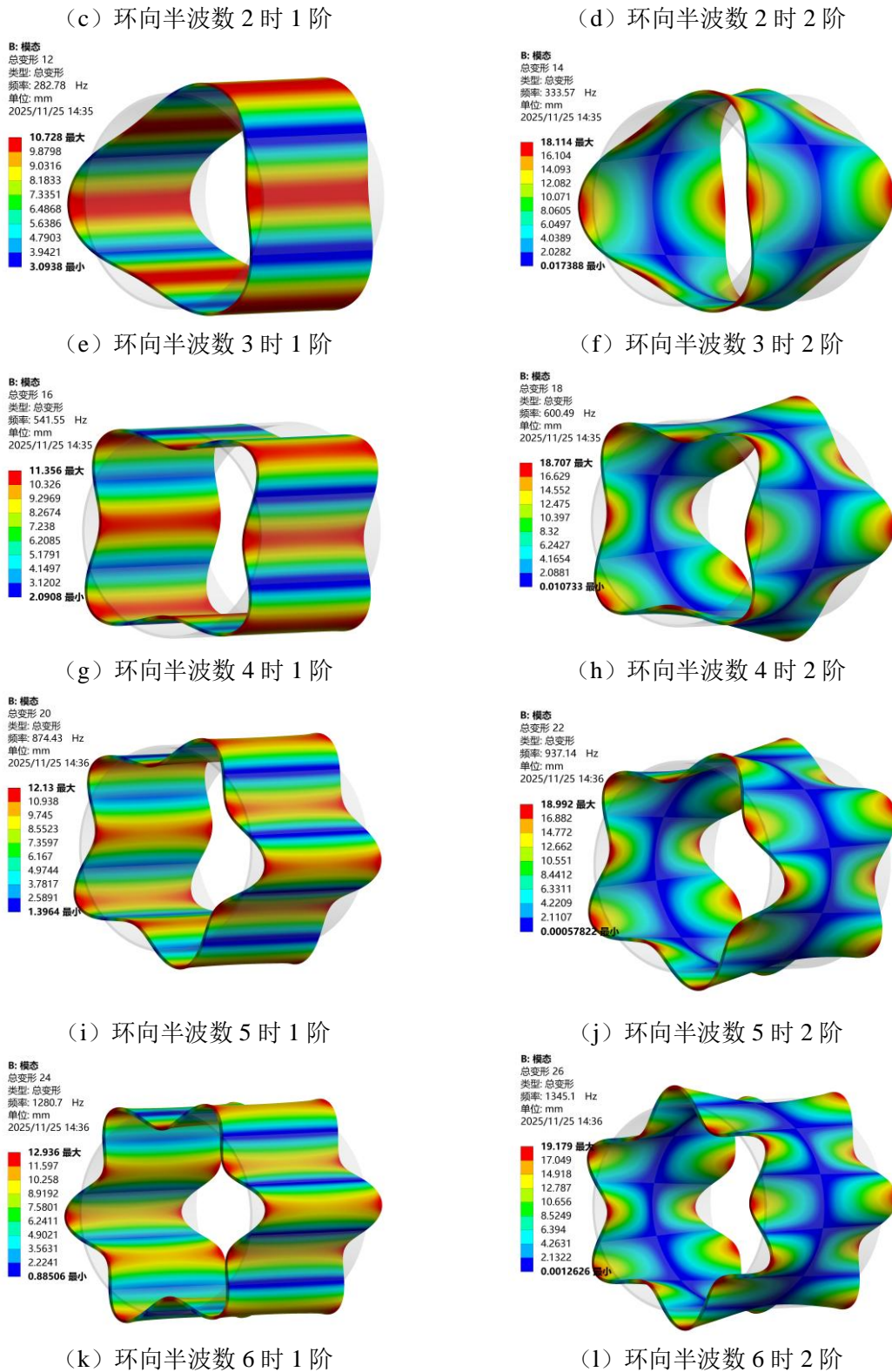


图 3.14 基于 ANSYS 的文献[176]中机匣模型的模态分析结果

表 3.10 文献[176]中机匣模型的不同方法的模态分析结果对比

阶数	环向半波数	文献[176] 模态试验结果	ANSYS 模态仿真结果	与试验 相对误差	本文模型 模态仿真结果	与试验 相对误差
1	2	98.17 Hz	100.05 Hz	1.92%	98.99 Hz	0.84%
2	2	132.12 Hz	132.03 Hz	0.07%	131.62 Hz	0.38%
3	3	276.82 Hz	282.78 Hz	2.15%	279.98 Hz	1.14%
4	3	330.55 Hz	333.57 Hz	0.91%	305.02 Hz	7.72%
5	4	529.79 Hz	541.55 Hz	2.22%	536.85 Hz	1.33%
6	4	591.95 Hz	600.49 Hz	1.44%	566.60 Hz	4.28%
7	5	855.27 Hz	874.43 Hz	2.24%	868.21 Hz	1.51%
8	5	921.21 Hz	937.14 Hz	1.73%	900.22 Hz	2.28%
9	6	1254.86 Hz	1280.7 Hz	2.06%	1273.66 Hz	1.50%
10	6	1323.70 Hz	1345.1 Hz	1.62%	1306.81 Hz	1.28%

基于本文机匣动力学建模方法,对本文后续试验所需要使用的试验器的机匣部件进行动力学建模,然后进行模态仿真计算,机匣部件动力学参数如表 3.11-表 3.12 所示。同理基于 ANSYS 商用软件建立试验器机匣部件的有限元模型并进行模态分析,结果如图 3.15 所示。针对试验器机匣部件的两种模态分析方法的仿真结果如

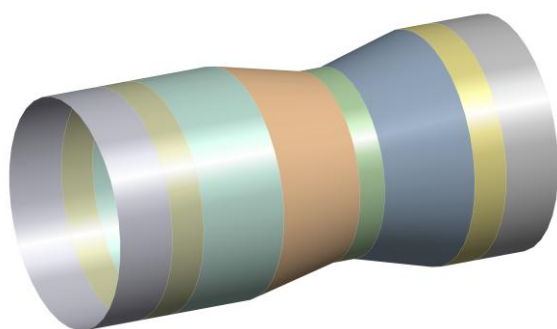
表 3.13 所示,两种仿真方法的结果非常接近,充分证明了本文针对试验器机匣部件动力学建模的正确性与准确性。

表 3.11 试验器机匣部件材料参数

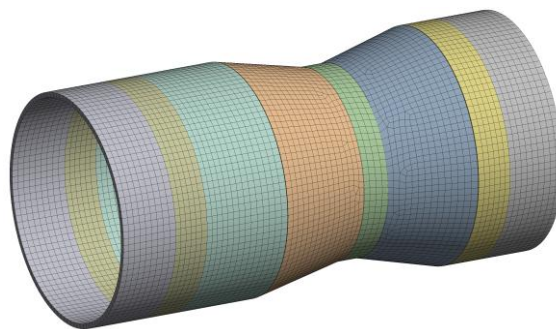
材料密度	弹性模量	泊松比
7800kg/m ³	2.1×10 ¹¹ Pa	0.3

表 3.12 试验器机匣部件尺寸参数

单元序号	前开口-外直径/mm	后开口-外直径/mm	母线/mm	厚度/mm
1	350	350	86.6	7.8
2	350	350	52	7.8
3	350	311	67.715	7.8
4	311	272	67.715	7.8
5	272	272	41	7.8
6	272	308	73.16	7.8
7	308	344	73.16	7.8
8	344	344	66.5	7.8
9	344	344	66.5	7.8
10	344	344	52	7.8
11	344	344	86.6	7.8



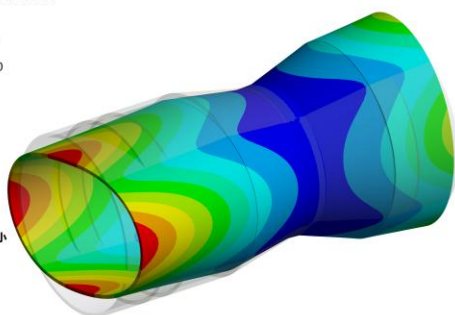
(a) 三维模型



(b) 有限元模型

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 8
类型: 总变形
频率: 187.15 Hz
单位: mm
2025/11/25 18:50

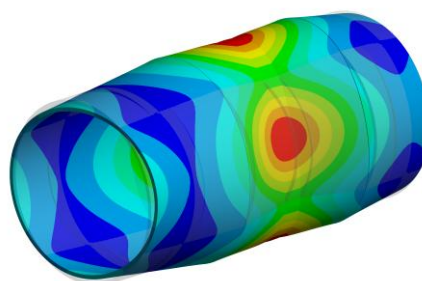
12.32 最大
10.957
9.5934
8.2302
6.867
5.5039
4.1407
2.7775
1.4143
0.051071 最小



(c) 环向半波数 2 时 1 阶

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 10
类型: 总变形
频率: 309.77 Hz
单位: mm
2025/11/25 19:14

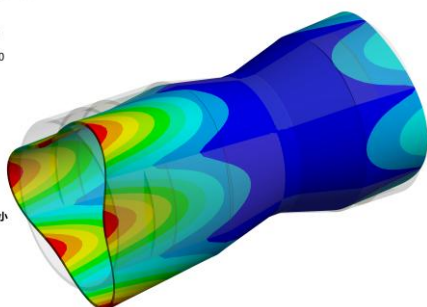
11.351 最大
10.096
8.841
7.5859
6.3309
5.0758
3.8208
2.5658
1.3107
0.055681 最小



(d) 环向半波数 2 时 2 阶

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 14
类型: 总变形
频率: 510.01 Hz
单位: mm
2025/11/25 18:50

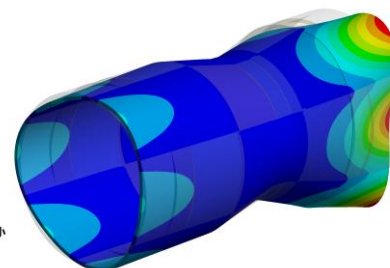
15.309 最大
13.61
11.912
10.214
8.5156
6.8173
5.119
3.4207
1.7225
0.024169 最小



(e) 环向半波数 3 时 1 阶

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 16
类型: 总变形
频率: 553.19 Hz
单位: mm
2025/11/25 19:15

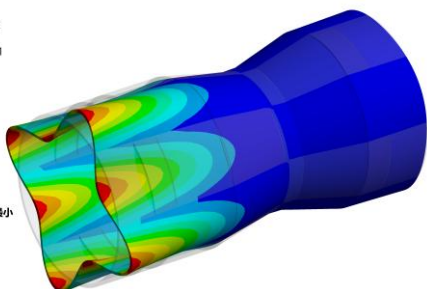
19.824 最大
17.622
15.42
13.218
11.016
8.8138
6.6118
4.4098
2.2078
0.0058556 最小



(f) 环向半波数 3 时 2 阶

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 18
类型: 总变形
频率: 959.52 Hz
单位: mm
2025/11/25 18:51

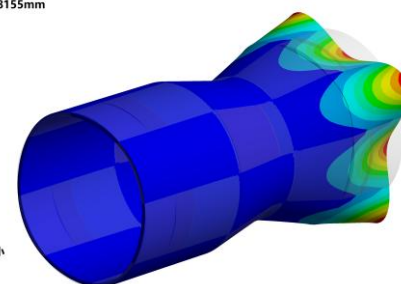
16.744 最大
14.883
13.023
11.163
9.3026
7.4423
5.5821
3.7218
1.8615
0.0012642 最小



(g) 环向半波数 4 时 1 阶

M: 模态-机匣厚度7.8155mm
总变形 20
类型: 总变形
频率: 987.49 Hz
单位: mm
2025/11/25 19:15

21.938 最大
19.501
17.064
14.627
12.19
9.7524
7.3152
4.8781
2.4409
0.0037797 最小



(h) 环向半波数 4 时 2 阶

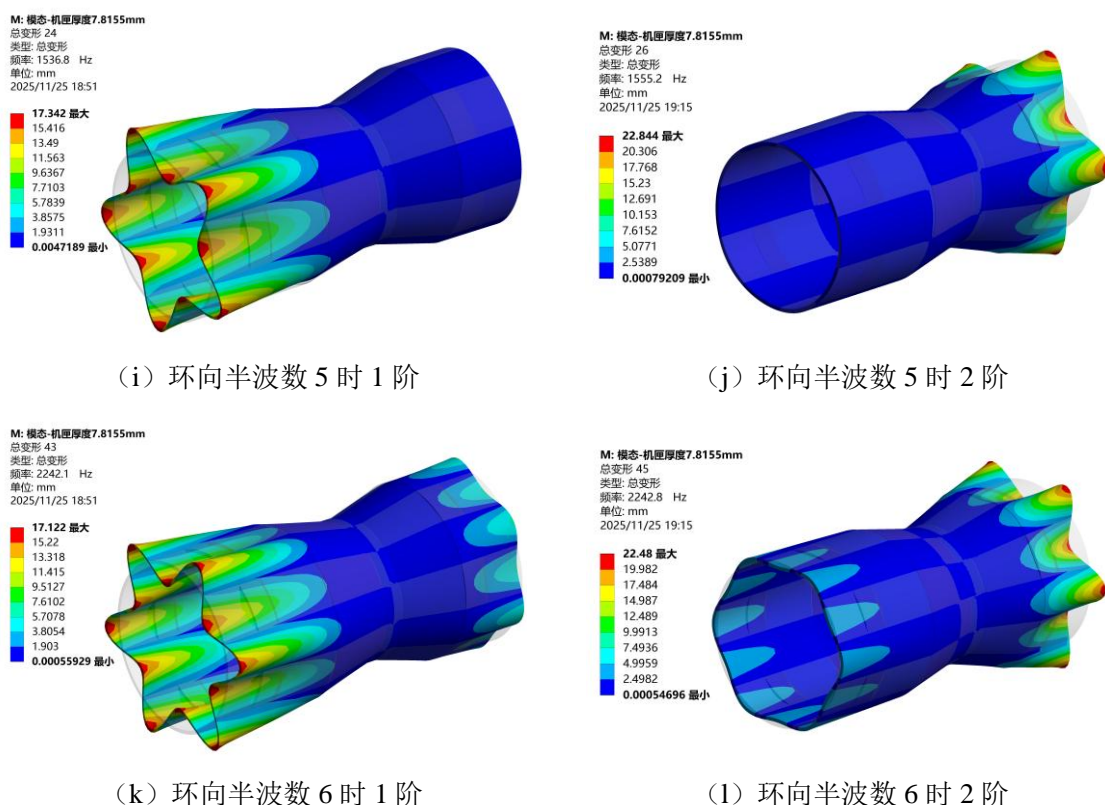


图 3.15 基于 ANSYS 的试验器机匣部件的模态分析结果

表 3.13 试验器机匣部件的不同方法的模态分析结果对比

阶数	环向半波数	ANSYS 模态仿真结果/Hz	本文模型模态仿真结果/Hz	相对误差
1	2	187.15	173.98	7.04%
2	2	309.77	322.95	4.25%
3	3	510.01	491.81	3.57%
4	3	553.19	496.70	10.21%
5	4	959.52	942.17	1.81%
6	4	987.49	947.45	4.05%
7	5	1536.80	1522.88	0.91%
8	5	1555.20	1528.07	1.74%
9	6	2242.10	2233.72	0.37%
10	6	2242.80	2238.43	0.19%

3.3.5 试验器整机模型验证

由第二章可知，本文建立的航空发动机整机动力学模型，在去除线性与非线性轴承支承模型后，主要包含叶片模型、盘模型、转轴模型以及机匣模型等核心组成部分。为验证所提动力学建模方法的正确性与准确性，本研究将所建立的动力学模型与基于 ANSYS 商用软件构建的

有限元模型进行对比分析，重点考察叶片动力学模型、机匣动力学模型以及叶片-盘-轴耦合动力学模型的模态振型与固有频率特性。需要说明的是，由于航空发动机整机动力学模型中集成了非线性轴承动力学，而基于 ANSYS 软件实现非线性轴承建模存在自由度数量庞大、计算效率低下、接触参数设置精度不足等局限性，因此本文所建立的整机动力学模型将直接与整机试验器进行模态振型与固有频率的对比验证。

3.3.5.1 试验器整机模型模态仿真

基于上述动力学建模方法，建立整机动力学模型，整机动力学模型包括了叶片-盘-轴系统动力学模型、非线性滚动轴承动力学模型、轴承座动力学模型、机匣动力学模型以及弹性支承动力学模型。由于整机模型中集成了非线性轴承动力学，而基于 ANSYS 软件实现非线性轴承建模存在自由度数量庞大、计算效率低下、接触参数设置精度不足等局限性，因此本节所建立的整机动力学模型仅进行模态仿真分析。在转子节点 1 水平方向施加冲击力，然后分析转子所有节点水平方向的加速度响应，进而得到转子节点的加速度频响函数，部分节点频响函数如图 3.16 所示。基于模态仿真的试验器模态振型与模态频率识别结果如图 3.17 与表 3.14 所示，可知试验器转子 1 阶固有频率为 43.02Hz，振型为转子俯仰；2 阶固有频率为 88.44Hz，振型为压气机摆动；3 阶固有频率为 108.38Hz，振型为转子弯曲。

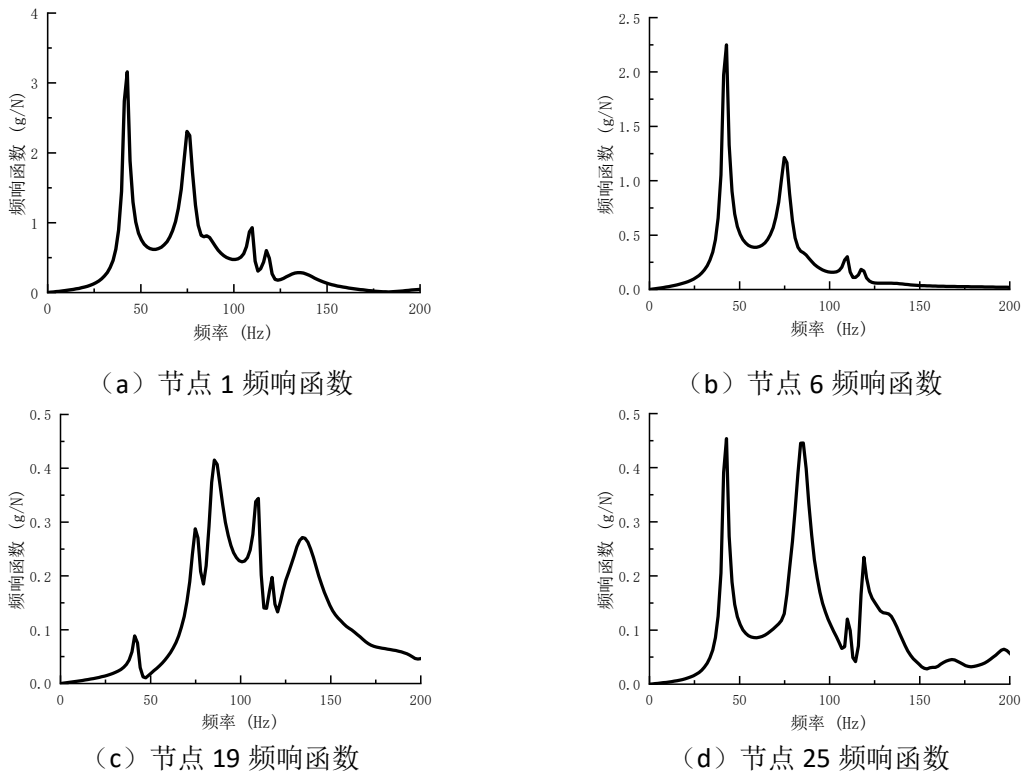


图 3.16 模态仿真频响函数与相干函数

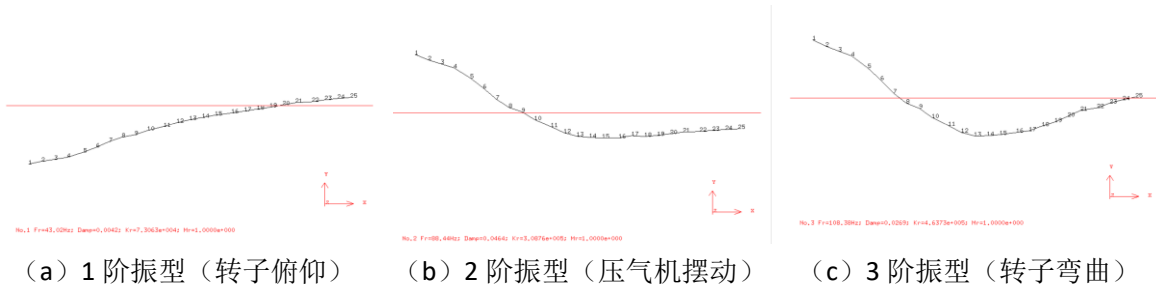


图 3.17 基于模态仿真的试验器模态振型识别结果

表 3.14 基于模态仿真的试验器模态频率识别结果

阶数	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
固有频率/Hz	43.02	88.44	108.38
相对阻尼比	0.0042	0.0464	0.0269

3.3.5.2 试验器模态试验

转子试验器模态试验作为旋转机械动力学研究的关键环节，其核心价值在于通过精准的激励测试与信号分析技术，系统性地揭示转子系统的动态特性。该试验不仅能够准确获取转子系统的固有频率、阻尼比及振型等关键模态参数，更通过试验数据与理论模型的比对验证，验证理论模型的准确性，同时为结构优化设计提供量化依据。

多自由度系统的频响函数 $H_{ij}(\omega)$ 定义为：在第 j 个自由度施加单位幅值的简谐激励时，第 i 个自由度产生的稳态响应的复幅值。试验中，通常在第 j 自由度施加频率为 ω 的简谐激励，待瞬态响应基本衰减后，测量其稳态响应 $u_i(t)$ 并提取对应的复幅值。由已知激励 $f_j \sin \omega t$ 与近似稳态响应 $u_i(t)$ 计算频响函数的方法如下：首先通过数值积分求得响应信号在激励频率 ω 处的 Fourier 系数。

$$\begin{cases} a_i(\omega) = \frac{2}{T} \int_0^T u_i(t) \cos \omega t dt \\ b_i(\omega) = \frac{2}{T} \int_0^T u_i(t) \sin \omega t dt \\ T = \frac{2\pi}{\omega} \end{cases} \quad (3.1)$$

由此得到重构的简谐稳态响应：

$$\begin{aligned} \hat{u}_i(t) &= a_i(\omega) \cos \omega t + b_i(\omega) \sin \omega t \\ &= \sqrt{a_i^2(\omega) + b_i^2(\omega)} \sin[\omega t + \tan^{-1} \frac{a_i(\omega)}{b_i(\omega)}] \end{aligned} \quad (3.2)$$

相应的复数振幅为：

$$\begin{cases} \hat{u}_i(t) = U_i(\omega)e^{j\omega t} \\ U_i(\omega) = \sqrt{a_i^2(\omega) + b_i^2(\omega)} e^{j \tan^{-1} \frac{a_i(\omega)}{b_i(\omega)}} \end{cases} \quad (3.3)$$

最后得到频响函数:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{U_i(\omega)}{f_j} = \frac{\sqrt{a_i^2(\omega) + b_i^2(\omega)}}{f_j} e^{j \tan^{-1} \frac{a_i(\omega)}{b_i(\omega)}} \quad (3.4)$$

模态试验中所用到的试验仪器如图 3.18 所示, 主要有加速度传感器、电动激振器、压电传感器、信号发生器、功率放大器、数据采集器。

模态试验示意图如图 3.19 (a) 所示, 为了测试带机匣的转子试验器在安装条件下的振动模态, 在转子上选取 7 个测点, 在点 1 至点 7 依次布置 7 个加速度传感器。正弦激励力通过安装在激振器顶杆和结构之间的阻抗头测量, 经过数据采集得到正弦激励力和振动加速度响应信号, 从而得到频响函数矩阵中的 1 列, 即: $H_{11}(\omega)$ 、 $H_{21}(\omega)$ 、 $H_{31}(\omega)$ 、 $H_{41}(\omega)$ 、 $H_{51}(\omega)$ 、 $H_{61}(\omega)$ 、 $H_{71}(\omega)$ 。试验现场图片如图 3.19 (b) - 图 3.19 (d) 所示, 其中测点 1 在转子上, 测点 2 在中介机匣上, 是压气机转子端的支承点; 测点 3、4、5 约在转子中部, 测点 6 在涡轮端的转子支承上, 测点 7 在转子上。



(a) 加速度传感器



(b) 电动激振器



(c) 压电传感器



(d) 信号发生器

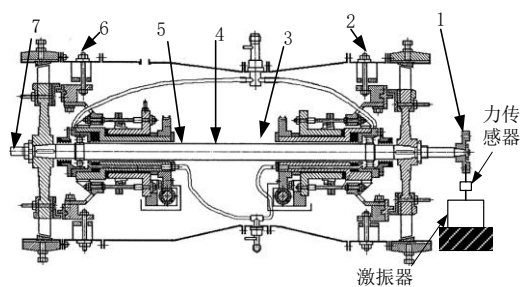


(e) 功率放大器

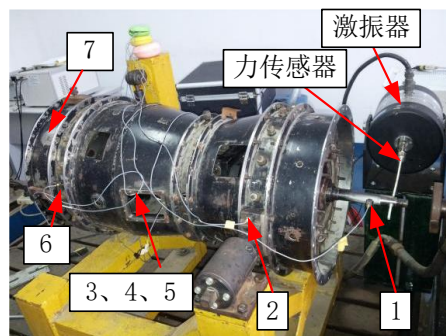


(f) 数据采集器

图 3.18 模态试验所需设备



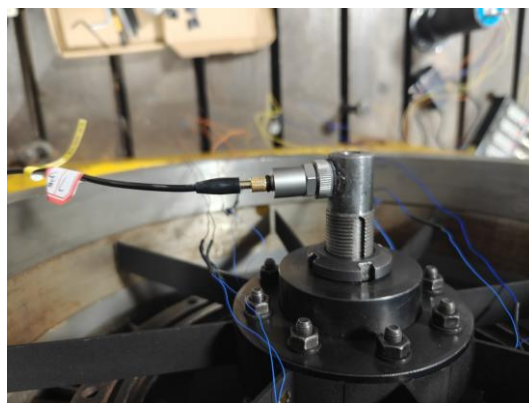
(a) 模态试验示意图



(b) 试验现场图



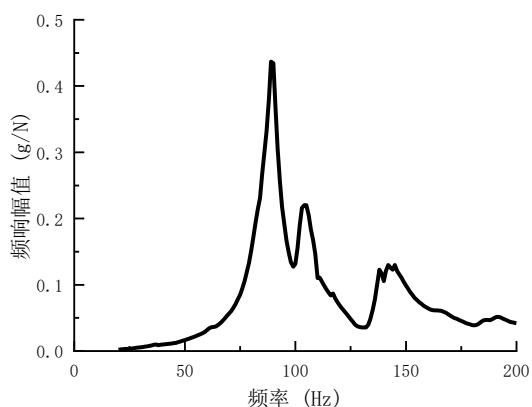
(c) 试验器机匣内部测点实物图



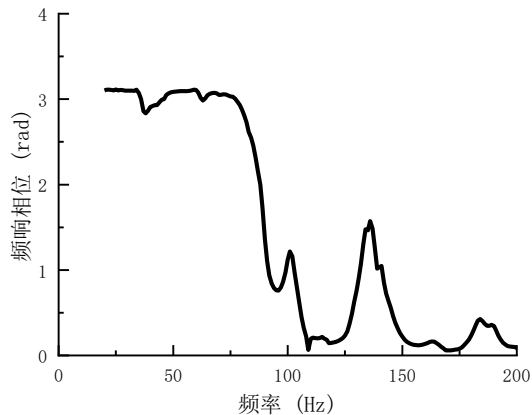
(d) 试验器机匣外部测点实物图

图 3.19 基于正弦法整机试验器模态试验

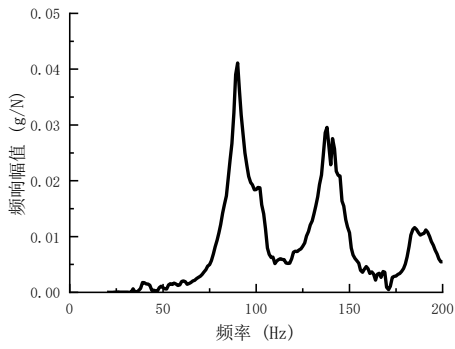
图 3.20 为模态试验得到的加速度测点的频率响应函数，图 3.21 为模态振型识别结果，表 3.15 为模态频率识别结果。最终得到试验器转子的模态信息，试验器转子 1 阶固有频率为 41.62Hz，振型为转子俯仰；2 阶固有频率为 91.43Hz，振型为压气机摆动；3 阶固有频率为 105.96Hz，振型为转子弯曲。如表 3.16 所示，将试验结果与 3.3.5.1 节中的模态仿真结果进行了对比验证，两者最大相对误差不超过 3.36%，充分说明了仿真与试验结果的一致性与准确性。



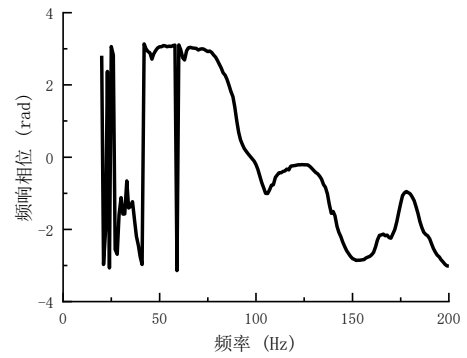
(a1) 测点 1 频响函数幅频图



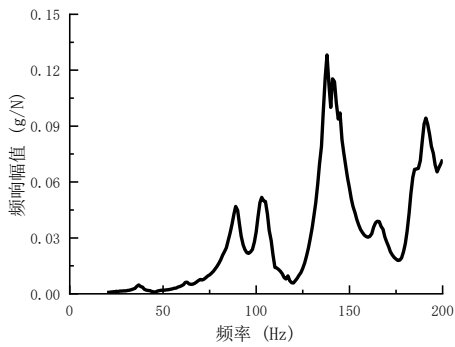
(a2) 测点 1 频响函数相频图



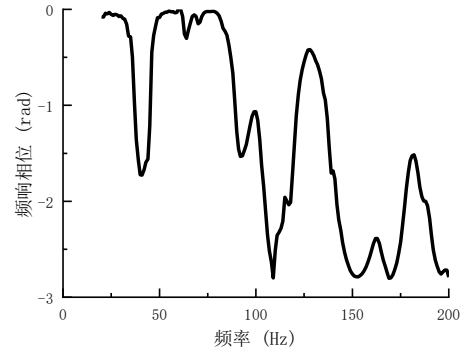
(b1) 测点 2 频响函数幅频图



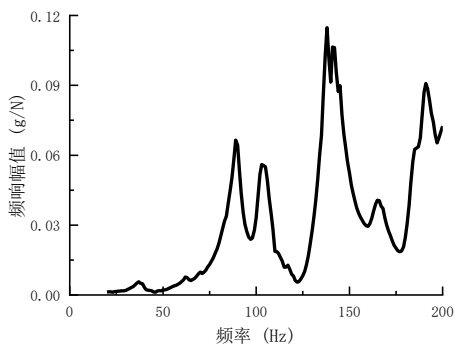
(b2) 测点 2 频响函数相频图



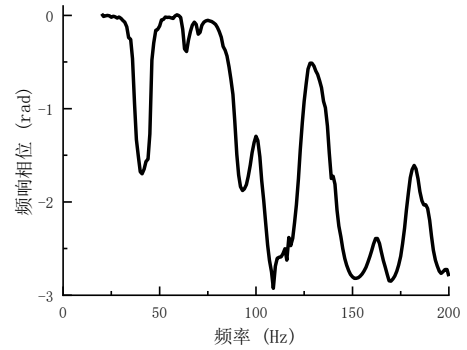
(c1) 测点 3 频响函数幅频图



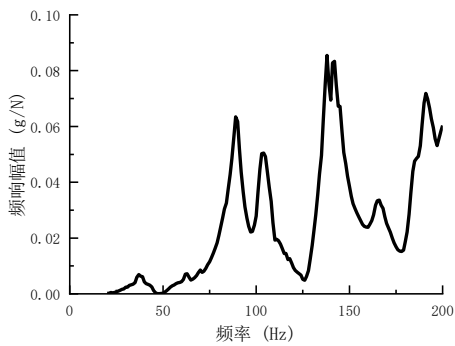
(c2) 测点 3 频响函数相频图



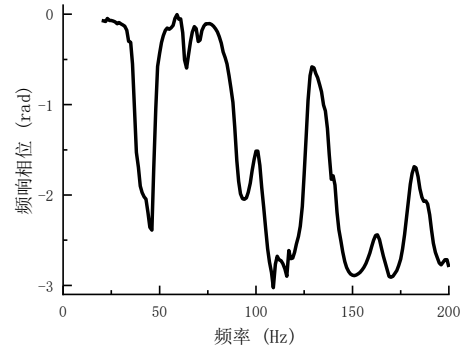
(d1) 测点 4 频响函数幅频图



(d2) 测点 4 频响函数相频图



(e1) 测点 5 频响函数幅频图



(e2) 测点 5 频响函数相频图

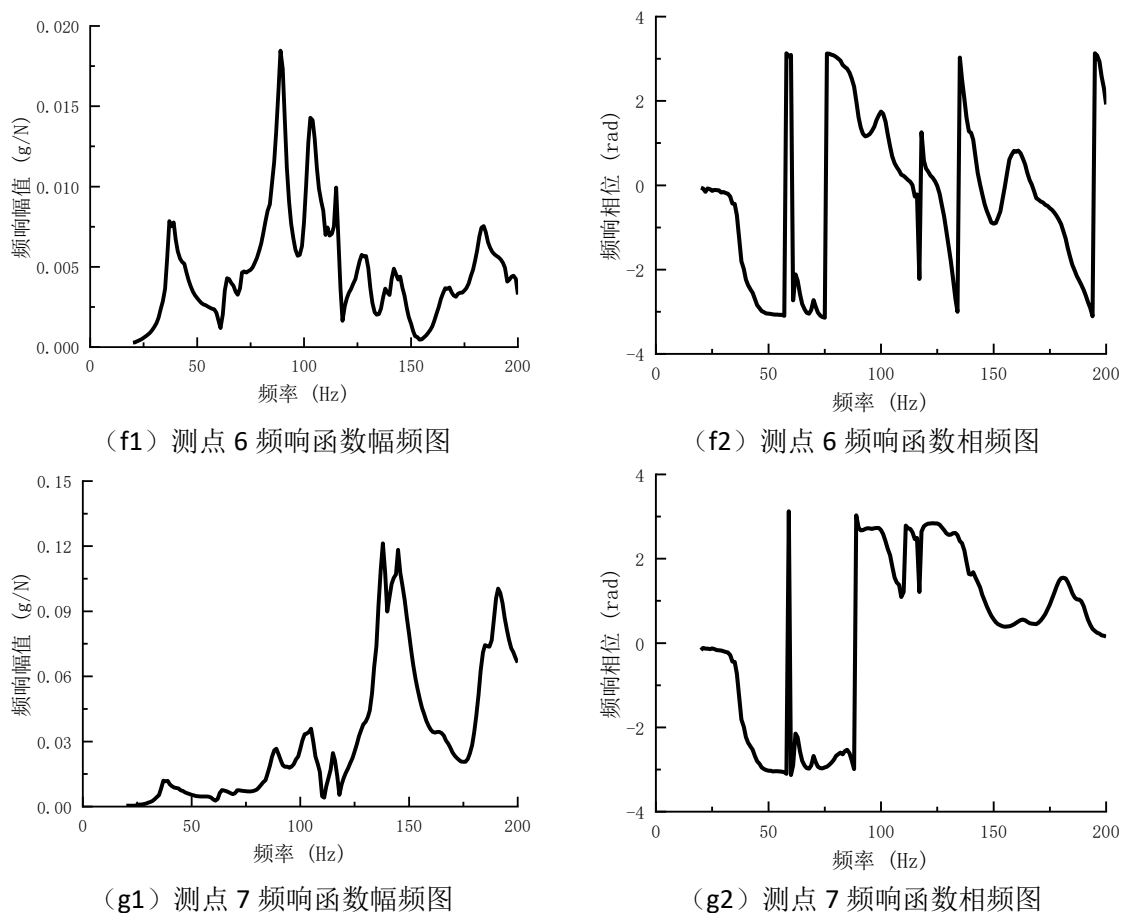


图 3.20 基于模态试验的试验器转子频响函数

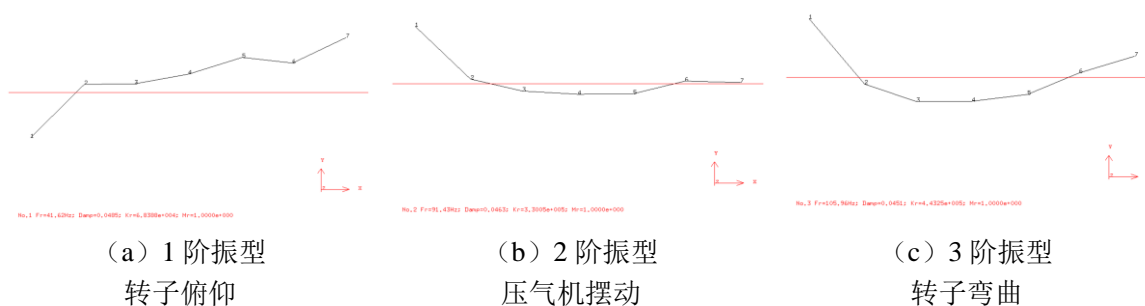


图 3.21 基于模态试验的试验器转子模态振型识别结果

表 3.15 基于模态试验的试验器转子模态频率识别结果

阶数	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
固有频率/Hz	41.62	91.43	105.96
相对阻尼比	0.0485	0.0453	0.0451

表 3.16 模态试验与模态仿真的试验器转子模态识别结果对比

模态	1 阶	2 阶	3 阶
试验模态振型			
本文模型 仿真模态振型			
试验固有频率/Hz	41.62	91.43	105.96
仿真固有频率/Hz	43.02	88.44	108.38
相对误差	3.36%	3.27%	2.28%

3.4 本章小结

本章基于第二章提出的整机动力学建模方法，针对带机匣转子试验器开展了系统性的动力学建模与验证工作，主要研究内容与结论如下：

(1) 建立了单叶片动力学模型，并将建立的叶片模型模态仿真结果与试验结果对比，健康叶片的 1 阶固有频率的相对误差在 0.3% 以内，含小裂纹叶片的 1 阶固有频率的相对误差在 1.6% 以内。进一步仿真研究了含裂纹叶片固有频率变化规律：叶片第 1 阶固有频率随着无量纲裂纹深度的增加或裂纹位置的减小而减小，即裂纹深度越大或裂纹离叶根越近，一阶固有频率越低。无量纲裂纹深度越大，第 2 阶固有频率越低；但随着裂纹位置的变化，第 2 阶固有频率呈现出先增大再减小然后再增大的趋势。

(2) 将单叶片拓展至多叶片系统，结合有限元法对轮盘与转轴建模，综合运动学约束与动力学耦合，组装形成叶片-盘-轴一体化模型。本文建立的叶片-盘-轴模型仿真结果与 ANSYS 实体有限元模型仿真结果对比，模型的前 5 阶固有频率相对误差在 2% 以内，前 9 阶固有频率相对误差在 3.5% 以内。

(3) 采用截锥壳单元法对薄壁机匣进行高效高精度建模，模型仿真结果与 ANSYS 实体有限元模型仿真结果对比，前 9 阶固有频率的平均误差在 3.5% 以内。

(4) 通过 5 自由度非线性滚动轴承支承模型与线性支承模型连接转子与机匣模型，进而形成整机动力学模型，整机模型仿真结果与整机试验器的试验结果对比，前 3 阶固有频率的相对误差在 3.4% 以内。

第四章 叶片裂纹 - 碰摩复合故障整机振动仿真分析与试验研究

4.1 引言

基于叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障动力学模型, 开展航空发动机整机在复合故障状态下的振动特性研究, 深入揭示裂纹 - 碰摩协同作用下的振动调制机理与特性; 通过对比分析复合故障与单一故障(裂纹故障、碰摩故障)工况下的整机振动响应差异, 阐明故障耦合效应对整机振动特性的影响规律。

4.2 叶片裂纹 - 碰摩复合故障模拟试验平台构建

针对第三章整机建模采用的带机匣的转子试验器, 并针对其功能特性进行了系统性设计与优化改造, 使其能够有效模拟叶片裂纹故障、叶片与机匣的碰摩现象以及两者耦合的复合故障场景。该试验装置集成了轴承、机匣、转轴、涡轮盘、压气机盘以及可灵活组装的独立叶片等核心组件, 能够实现对旋转叶片的气流激励作用。此外, 该试验装置还具备旋转叶片应力实时监测、碰摩力精确测量以及机匣加速度信号采集等多项功能, 为航空发动机故障诊断与性能研究提供了强有力的试验平台。

4.2.1 含叶片裂纹故障整机试验器结构

本文所用含叶片裂纹故障的整机试验器在结构设计上参照航空发动机核心机机匣外形, 并按 1:3 比例缩尺。内部结构进行了工程简化: 将复杂的支承系统简化为“0-2-0”布局, 并采用可调刚度的弹性支承, 便于灵活调控系统动态特性; 多级压气机简化为单级盘-片结构; 叶片采用平面几何形状以降低建模与加工难度; 封严篦齿设计为可拆卸式, 便于维护更换; 转轴采用实心结构, 以提升刚度与加工精度。压气机盘、涡轮盘及联轴器均通过圆锥配合面与 180°对置双键连接, 该结构不仅便于装拆, 还能有效减少磨损、延长寿命, 保证良好对中性, 并显著降低转子不平衡量。驱动系统采用电机直驱, 省去燃烧室(火焰筒), 构建出结构清晰、功能明确的单转子试验模型。试验器的剖面图与实物照片如图 4.1 所示。在此试验器基础上, 进一步设计了可独立更换叶片的叶盘试验件。该叶盘支持对单个叶片进行裂纹故障预制, 从而形成含裂纹叶片的专用试验组件。叶片及叶盘的几何尺寸经过专门优化, 并结合仿真计算, 确保其在较低转速和较小气流激励条件下即可进入共振状态, 有利于高效开展裂纹故障的动力学特性研究。叶片及叶盘的三维模型与实物图如图 4.2 所示。该模块化设计使得裂纹预制与叶片更换操作便捷, 显著提升了试验效率与灵活性。

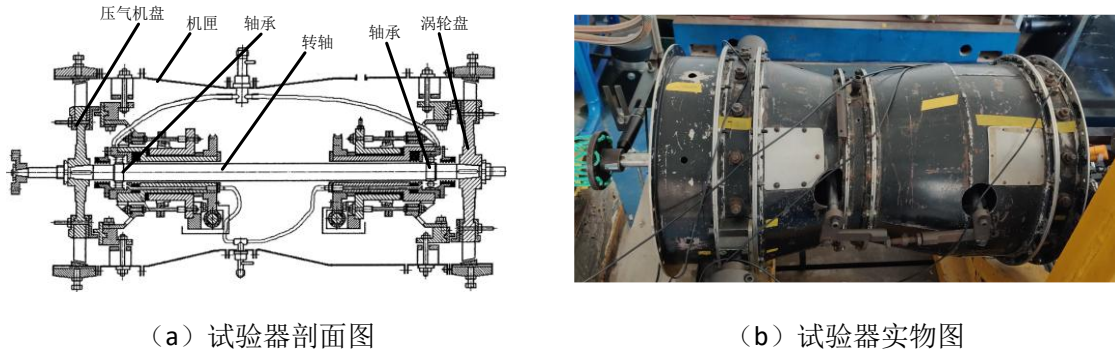


图 4.1 试验器剖面图与实物图

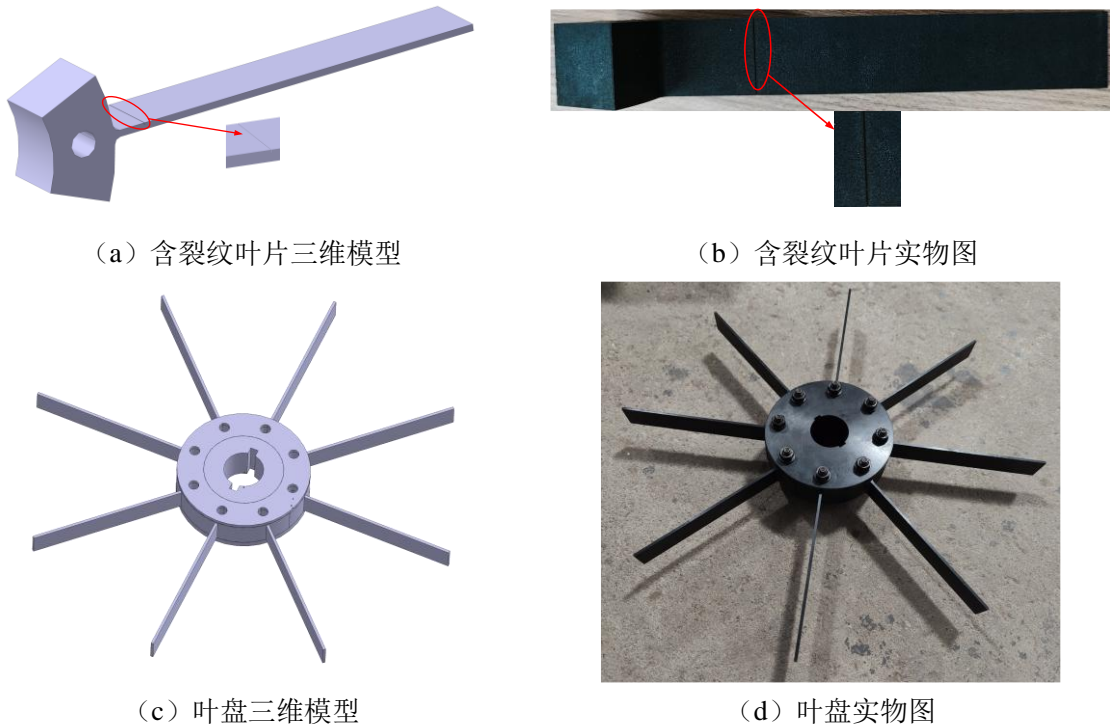


图 4.2 含裂纹叶片及叶盘三维模型与实物图

4.2.2 旋转叶片气流激励装置结构

实际航空发动机叶片在服役过程中会受到极为复杂的激励作用，其中气体激励是至关重要的一类载荷，气动载荷可诱发叶片产生多种复杂的振动响应。为在试验中真实复现此类动态激励环境，本文设计并集成了气流激励装置，以尽可能模拟实际工作条件下的气动载荷特性。如图 4.3 所示，气体激励功能通过高压气源实现：高压气体经由安装在机匣上的专用气嘴喷射至旋转叶片表面，从而对叶片施加可控的气动激励力。通过调节气阀的开度比例、气嘴与叶片之间的夹角、气嘴数量及其周向布局等参数，可灵活调控叶片所受激励的幅值及频率特性。每一

路气流激励通道均配备独立控制的电磁气阀，实现对各喷嘴激励的精确调控。此外，气体喷嘴出口设计为具有一定倾斜角度的结构，以增大气流与叶片表面的有效接触面积，从而提升激励效率并增强气动载荷的施加效果。旋转状态下叶片气流激励装置的实物照片如图 4.4 所示。该系统为开展叶片在气动激励下的动态响应及故障特征提取等研究提供了关键的试验支撑。

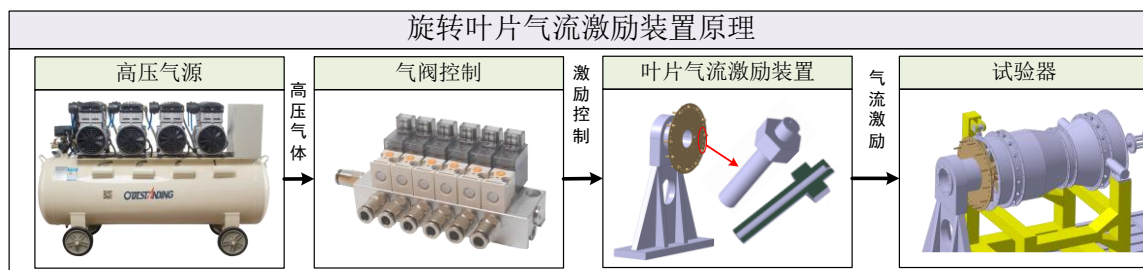


图 4.3 旋转叶片气流激励装置功能原理图



(a) 气流激励喷嘴实物图



(b) 旋转叶片气流激励装置实物图

图 4.4 旋转叶片气流激励装置实物图

4.2.3 旋转叶片应力测量装置结构

在航空发动机模拟试验中，旋转叶片的应变测量装置发挥着至关重要的作用。作为航空发动机的核心组件之一，旋转叶片在工作时需承受复杂多变的载荷条件，而应变测量装置能够实时监测叶片的应变状态，提前预警潜在故障，从而有效防止叶片断裂，保障飞行安全。如图 4.5 所示，旋转叶片应变测量基于一种空心旋转轴架构实现，以确保在旋转状态下高效、可靠地传输应变信号。具体布线路径如下：首先，应变片通过高强度粘合剂均匀且稳固地贴附于叶片表面，每组应变片的引线沿着叶片的气动外形走向进行集束整理。接着，引线束经由旋转轴上周向均匀分布的径向布线孔进入空心轴内部腔体，并采用热缩套管进行防护后沿轴向布置。随后，旋转轴输出端与引线管一端通过柔性联轴器实现机械连接，应变片引线则进一步穿过该联轴器内部通道以及引线管内部通道，最终以焊接方式连接到滑环引电器的旋转接头触点上。从这里开始，应变信号被导入至一个包含应变放大器、数据采集器及上位机在内的三级处理系统中，完成对叶片应变信号的精确获取与分析。图 4.6 展示了装配有此旋转叶片应变测量装置的转子试验器整机三维模型及其实物图，直观呈现了这一精密测量系统的实际应用情况。这一装置为

深入研究叶片在不同工况下的应力应变特性提供了坚实的技术支持。

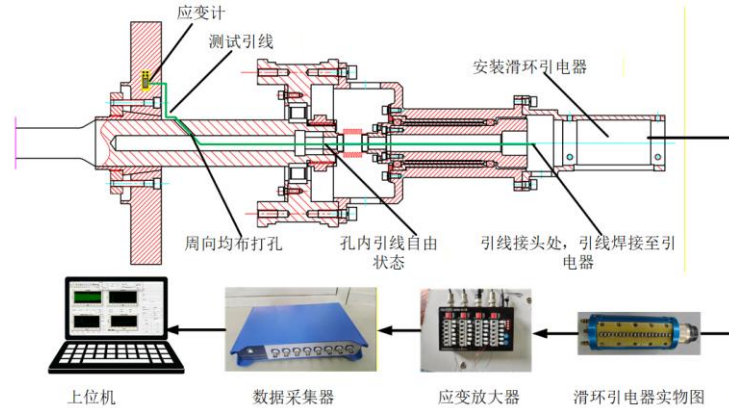


图 4.5 旋转叶片应变测量原理图

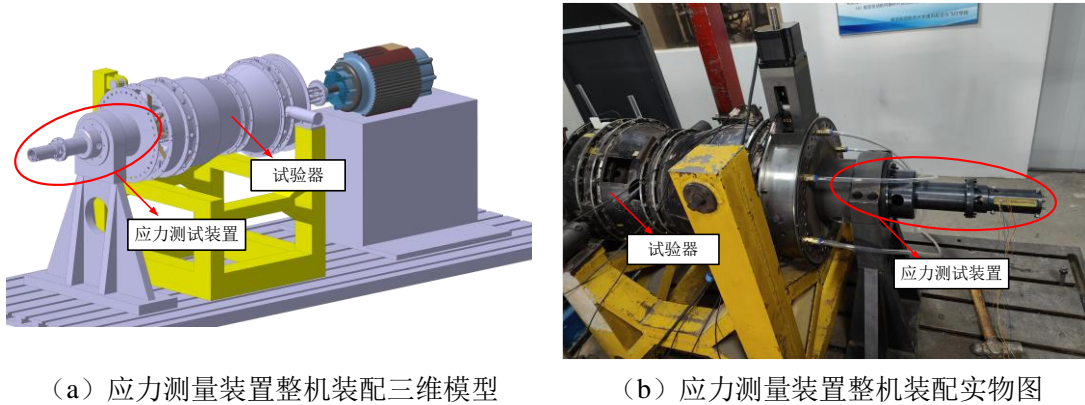


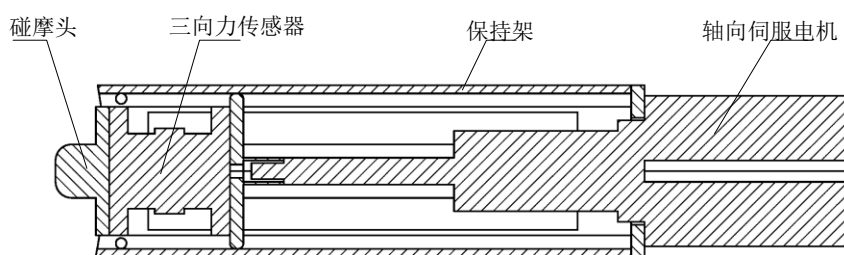
图 4.6 应力测量装置整机装配三维模型与实物图

4.2.4 碰摩力连续可调的叶片 - 机匣碰摩施加装置结构

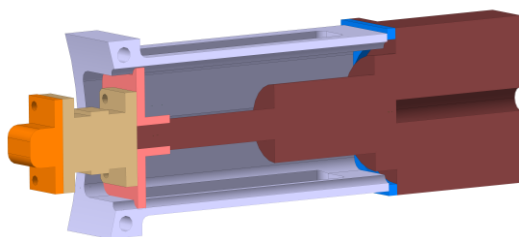
通过航空发动机碰摩力施加与测量装置开展高精度的碰摩模拟试验，对航空发动机的设计优化、安全运行及全寿命周期管理具有重要的工程价值与科学意义。构建高保真度的碰摩模拟试验平台，可有效突破传统数值仿真中对复杂接触边界条件过度简化的局限，在可控试验环境中精准复现真实工况下的碰摩行为。本文试验平台采用主动加载方式，对旋转叶片与机匣施加径向、轴向及切向的瞬态碰摩力，并同步实时捕捉碰摩过程中的接触力峰值与结构振动响应，为碰摩机理研究和故障特征提取提供可靠数据支撑。

如图 4.7 所示，碰摩实现与碰摩力测量装置采用模块化设计，主要由保持架基座、轴向伺服驱动单元、三维力传感模块及碰摩执行机构四部分组成。保持架通过螺栓与机匣法兰面或地面支架刚性连接，确保整体结构稳定性；轴向伺服电机固定于专用电机安装座上，可实现高精度的轴向位移控制。三向力传感器后端采用法兰式接口与碰摩头刚性耦合，当伺服驱动单元执行轴向进给运动时，碰摩头与旋转叶片发生干涉，从而模拟不同程度的碰摩故障。通过 PID 闭

环控制策略，系统可实现快速、精准的进给调节，建立从轻微接触到深度碰摩的连续工况谱（进给量越大，碰摩程度越重；进给量越小，碰摩程度越轻）。值得注意的是，三向力传感器与碰摩头的连接结构允许其在周向方向产生微小位移，从而有效适应转子旋转过程中叶片的动态位置变化，确保在碰摩过程中能够准确测量径向、切向和轴向三个方向的瞬态碰摩力。碰摩装置的三维模型剖面图与实物照片如图 4.8 所示。将该碰摩力施加与测量装置集成于模拟试验器的机匣上，可在发生碰摩故障时，使冲击信号有效传递至机匣结构，更真实地复现实际航空发动机中碰摩故障的力学传播路径与动态响应特性。如图 4.9 所示，整套试验系统主要包括两大部分：带机匣的转子试验器，以及集成于其上的碰摩施加与碰摩力测量装置，共同构成了功能完备、高度仿真的航空发动机碰摩故障模拟试验平台。

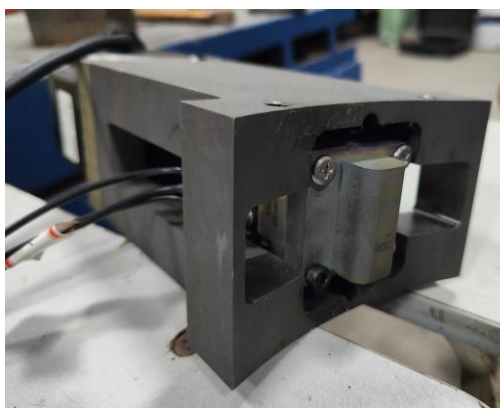


(a) 碰摩装置结构简图

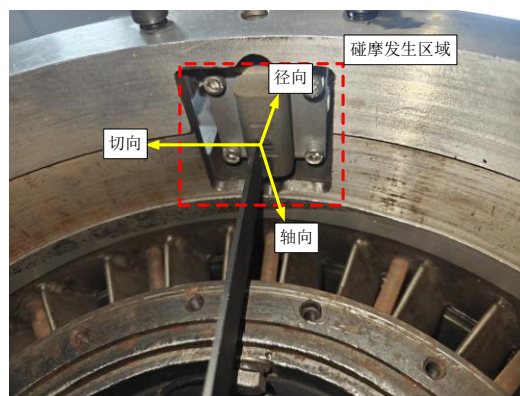


(b) 碰摩装置三维模型剖面图

图 4.7 碰摩施加与碰摩力测量装置结构示意图与三维模型剖面图



(a) 碰摩装置实物图



(b) 碰摩力方向示意图

图 4.8 碰摩装置实物图

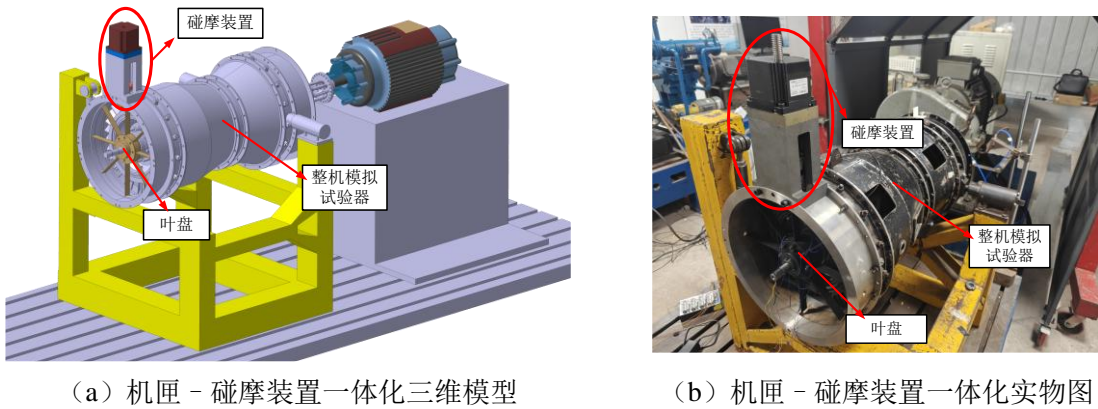


图 4.9 机匣 - 碰摩装置一体化三维模型与实物图

4.3 含叶片裂纹单一故障的整机振动仿真分析与试验验证

针对叶片裂纹故障诊断的实际需求，本文系统开展了含叶片裂纹故障的整机振动特性仿真分析与试验研究。通过高保真度的整机动力学仿真，构建了包含裂纹叶片、盘 - 轴一体化转子、弹性支承、滚动轴承及机匣结构的多体耦合动力学模型。在模型中，裂纹叶片模型准确反映了不同裂纹深度与位置对叶片动态刚度的影响。仿真了裂纹故障对叶片响应及整机系统振动特性的影响规律，特别关注裂纹诱发的特征频率成分在轴承座和机匣测点处的传递路径与表现形式，初步建立了裂纹故障与整机振动响应之间的映射关系。为验证上述仿真结果的准确性与物理可实现性，开展了与仿真工况对应的含裂纹叶片整机试验：采用接触式应变测量装置实时监测预制裂纹叶片在旋转状态下的动态应力响应，同时同步采集轴承座及机匣关键位置的加速度信号。通过信号分析，将实测的叶片应力特征与整机振动响应进行关联建模，结果表明：裂纹引起的刚度弱化与振动响应特征能够有效传递至整机固定部件，并在常规振动测点中形成具有重复性和辨识度的特征模式，与仿真结果一致。

4.3.1 含叶片裂纹单一故障的整机振动特性仿真分析

4.3.1.1 变速工况下有/无气流激励仿真分析

根据第二章整机动力学建模中含叶片裂纹故障的整机动力学模型，开展含叶片裂纹单一故障的整机振动数值仿真。在叶片气流激励力的动力学建模设置中，本节仿真取叶片气动力幅值 A_{bair} 为 10N，气流激励倍率 EO_{air} 为 6，转速范围设置为 500r/min-2000r/min。

变速工况下有无气流激励时健康叶片整机振动响应的仿真结果如图 4.10 所示。由图可知，叶片在气流激励下会产生明显的共振现象，而无气流激励时则不会出现明显的共振现象。当叶片发生共振时，轴承座加速度及涡轮机匣加速度响应频谱中亦会出现明显的组合频率成分，即

$f_b \pm f_r$ (f_r 为转速频率, f_b 为叶片共振频率)。同理,若叶片无共振现象,轴承座加速度及涡轮机匣加速度响应频谱中同样也没有相应的组合频率成分。

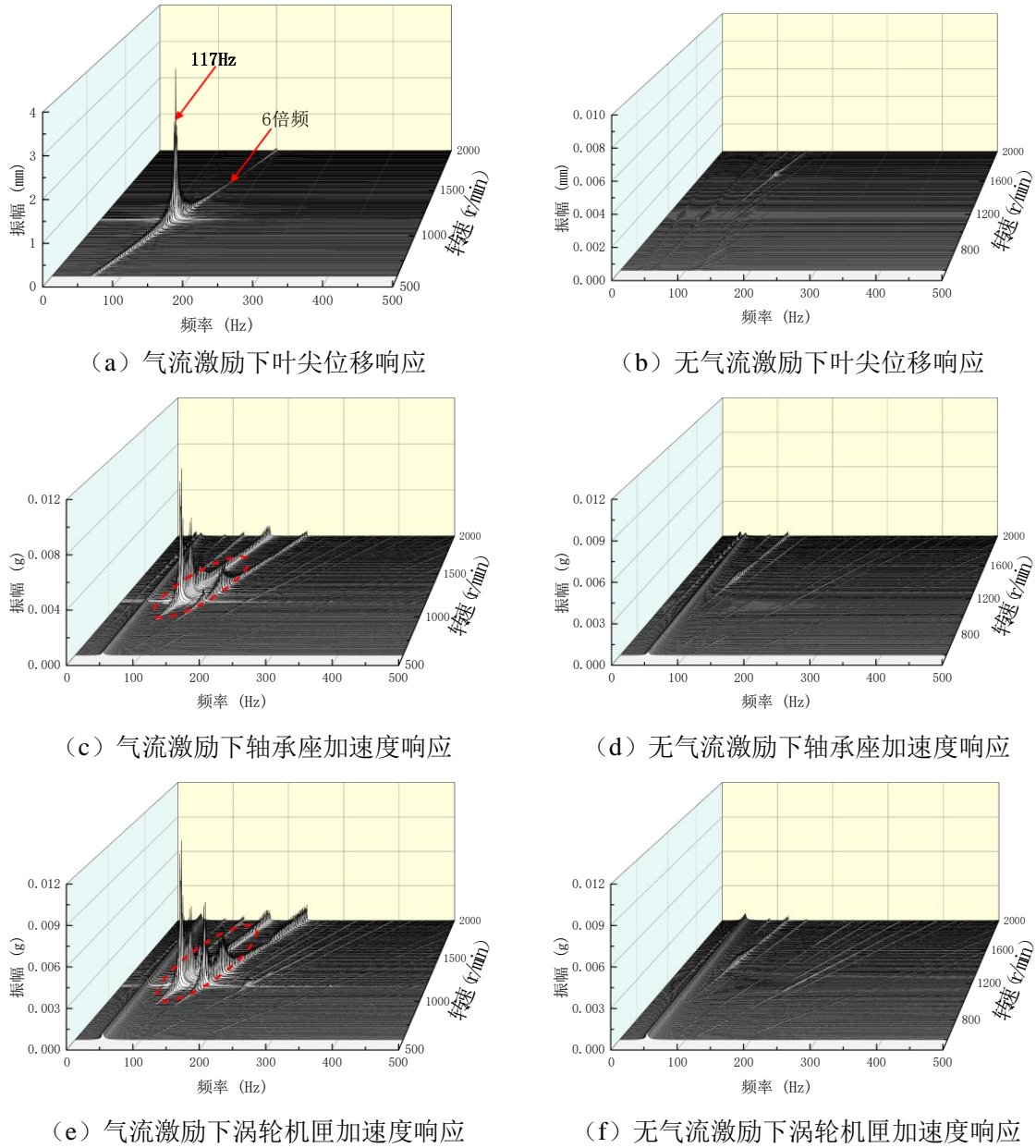


图 4.10 变速工况下有无气流激励健康叶片整机振动响应仿真结果

4.3.1.2 变速工况气流激励下裂纹叶片仿真分析

本节仿真参数与 4.3.1.1 节保持一致,仅将健康叶片参数设置为裂纹叶片参数(叶片相对裂纹深度 γ_{bc} 设为 0.25,叶片相对裂纹位置 ξ_{bc} 设为 0.1)。

变速工况气流激励下裂纹叶片整机振动响应仿真结果如图 4.11 所示,由图可知,在气流激

励下裂纹叶片同样会产生共振现象，但是其共振转速要更低，这是由于含裂纹故障叶片的固有频率要低于健康叶片固有频率，因此其共振转速要更低一些。并且由于叶片含有裂纹故障，在叶片接近共振转速时会有 2 倍频现象产生。

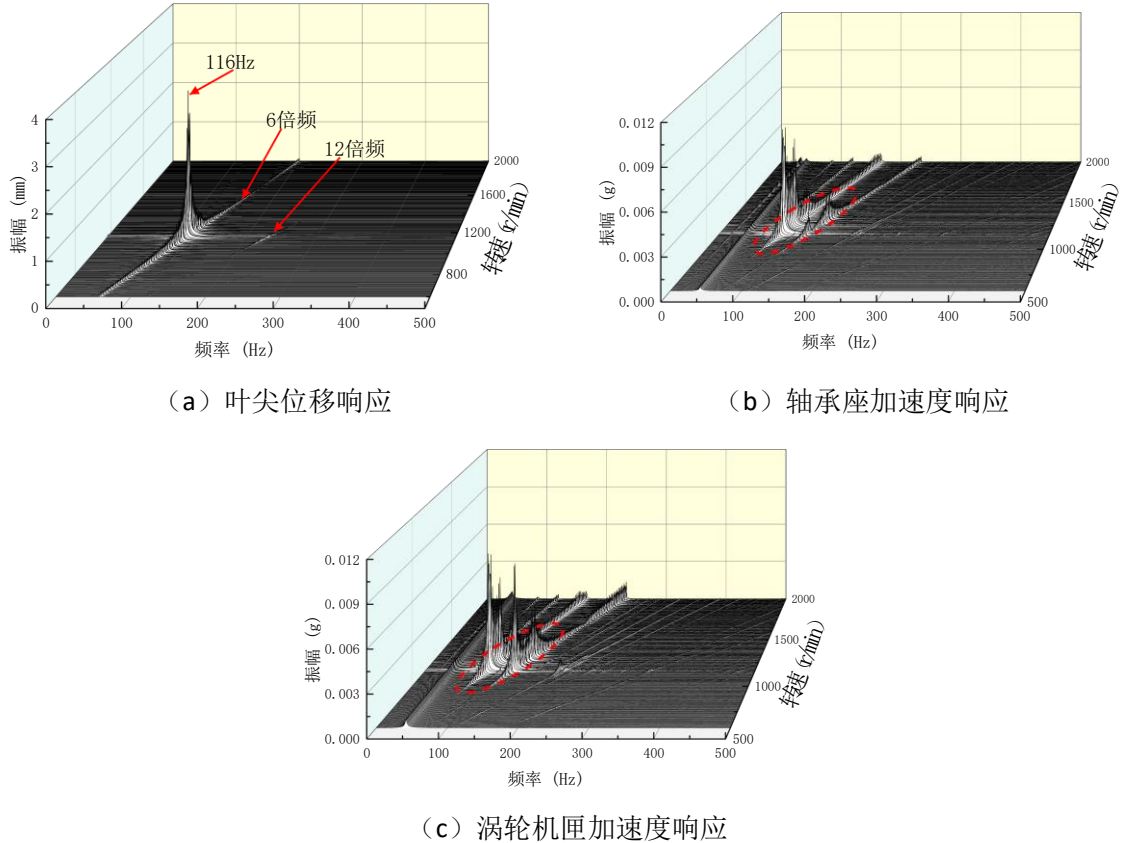


图 4.11 变速工况气流激励下裂纹叶片整机振动响应仿真结果

4.3.2 含叶片裂纹单一故障的整机振动特性试验验证

4.3.2.1 试验方案

基于 4.2 节中的整机模拟试验器和旋转叶片气流激励装置，以及旋转叶片应力测量装置进行含裂纹叶片整机试验。含叶片裂纹故障整机试验测试系统示意图如图 4.12 所示，通过更换叶片试验件，从而可以进行健康叶片整机试验与含叶片裂纹故障整机试验，并且通过应变片传感器进行叶片应力响应测量；在轴承座（①号）、涡轮机匣（②号）以及压气机机匣（③号）上安装加速度传感器测量整机加速度响应；通过电涡流传感器在压气机端测量转轴振动位移响应；通过高压气源控制是否对叶片进行气流激励。基于上述试验器，进行整机试验，具体试验内容如表 4.1 所示。

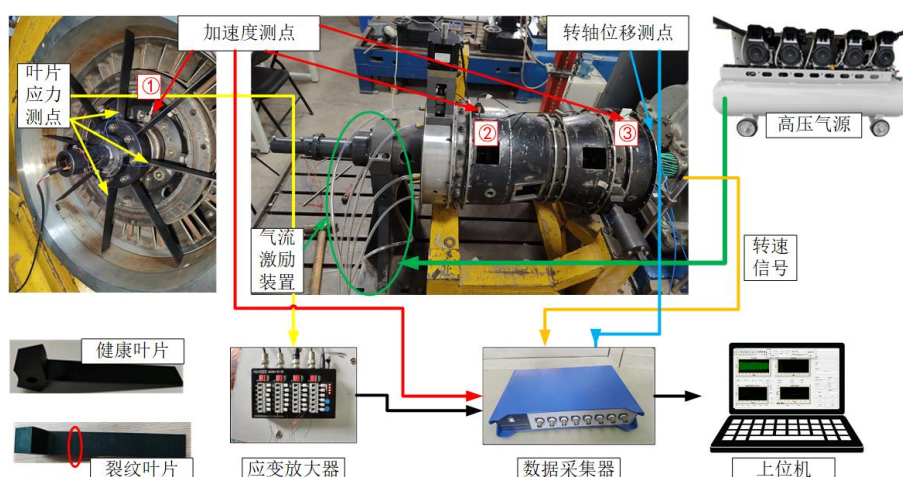


图 4.12 含叶片裂纹故障整机试验测试系统示意图

表 4.1 含裂纹旋转叶片共振试验具体内容

试验内容	叶片类型
有/无气流激励下升速试验	健康叶片
有/无气流激励下恒速试验	健康叶片
气流激励下升速试验	健康叶片 含裂纹叶片
气流激励下恒速试验	健康叶片 含裂纹叶片

4.3.2.2 数据分析

(1) 变速工况下有/无气流激励试验

进行变速工况下有/无气流激励整机试验，研究气流激励对整机振动影响规律。如图 4.13 所示，对比了升速状态有无气流激励下转子位移响应的区别，详细分析了其有效值、1 倍频、2 倍频以及三维瀑布图，可知有无气流激励对其影响很小，有无气流激励转子位移响应变化趋势一致。

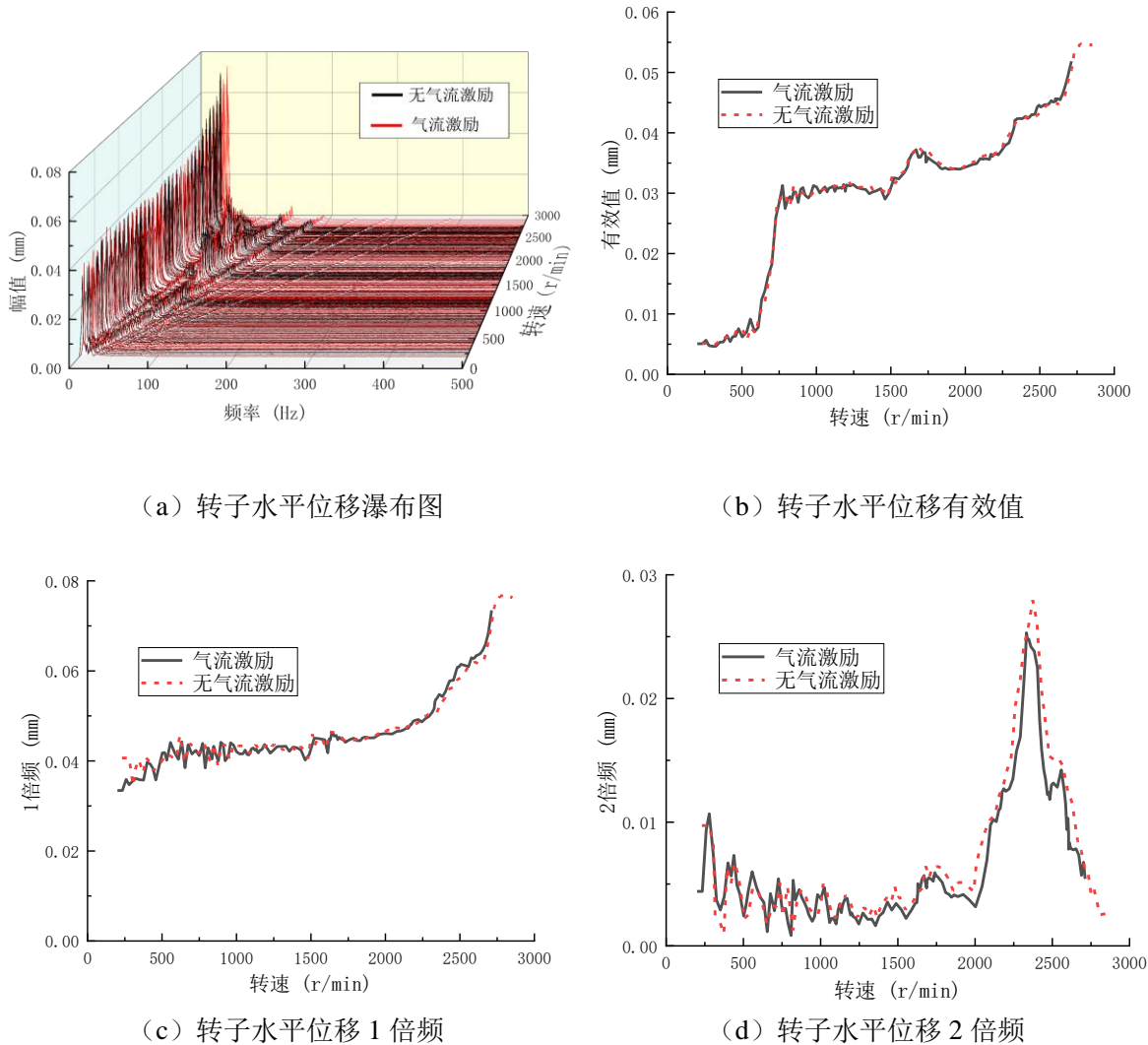
如图 4.14 所示，对比了升速状态有无气流激励下叶片应力响应的区别，详细分析了其有效值、1 倍频、2 倍频以及瀑布图，可知叶片在气流激励下产生了明显的共振现象，应力响应幅值对比无气流激励工况下大大增加，从三维瀑布图中可以清晰地看出气流激励下叶片共振频率与叶片固有频率成分。从叶片应力响应倍频图中可以更加清晰地看出，叶片产生了非常明显的 6 倍频共振现象，这是由于本文使用的气流激励气嘴数量为 6 个。

如图 4.15 所示，对比了升速状态有无气流激励下轴承座加速度响应的区别，详细分析了其有效值、1 倍频、2 倍频以及三维瀑布图，可知有无气流激励对其影响很小，有无气流激励轴承座加速度响应变化几乎趋势一致。但是从轴承座加速度响应倍频图中可以看出，在气流激励下

叶片共振转速下，轴承座加速度响应的 5 倍频幅值与 7 频谱幅值要明显大于对应的无气流激励下轴承座加速度响应。

如图 4.16 所示，对比了升速状态有无气流激励下涡轮机匣加速度响应的区别，详细分析了其有效值、1 倍频、2 倍频以及三维瀑布图，可知有无气流激励对涡轮机匣加速度响应低频信号部分影响很小，但是会增大涡轮机匣加速度响应高频信号的幅值。并且同样可以从涡轮机匣加速度响应倍频图中可以看出，在气流激励下叶片共振转速下，涡轮机匣加速度响应的 5 倍频幅值与 7 频谱幅值要明显大于对应的无气流激励下涡轮机匣加速度响应。

如图 4.17 所示，对比了升速状态有无气流激励下压气机机匣加速度响应的区别，详细分析了其有效值、最大值、1 倍频、2 倍频以及三维瀑布图，可知有无气流激励对压气机机匣加速度响应的规律与对涡轮机匣加速度响应的规律基本一致。



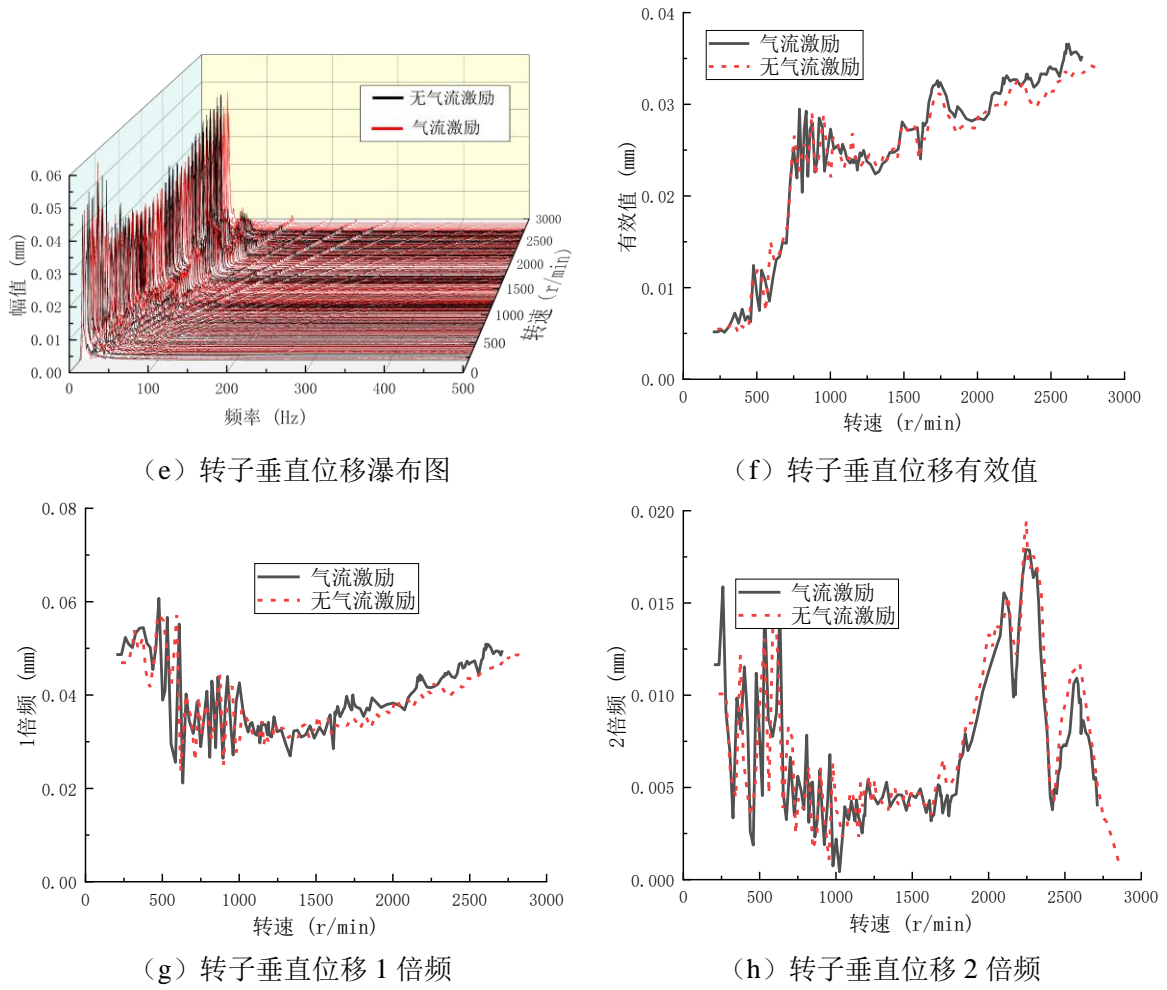
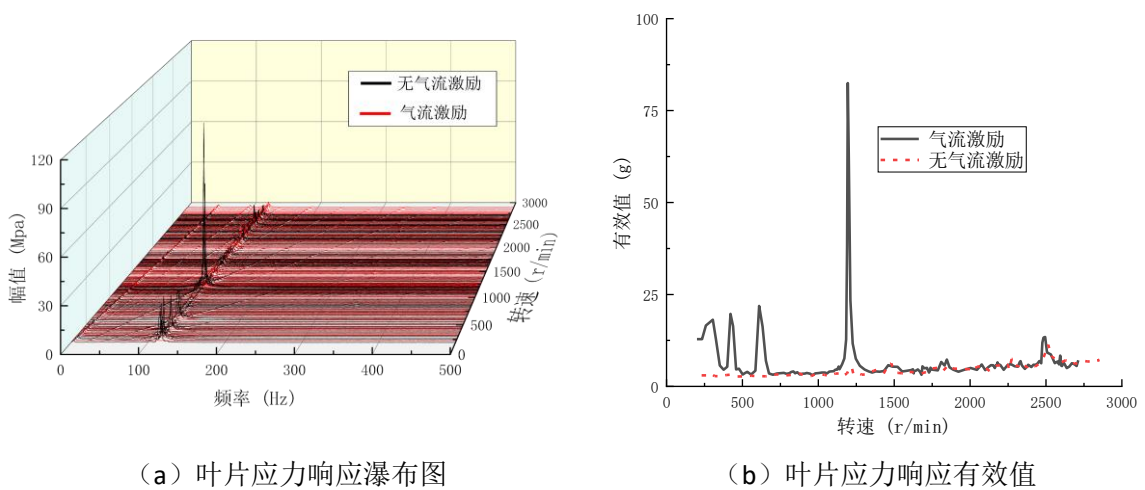
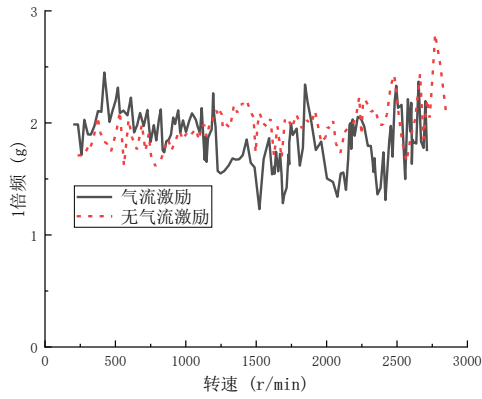
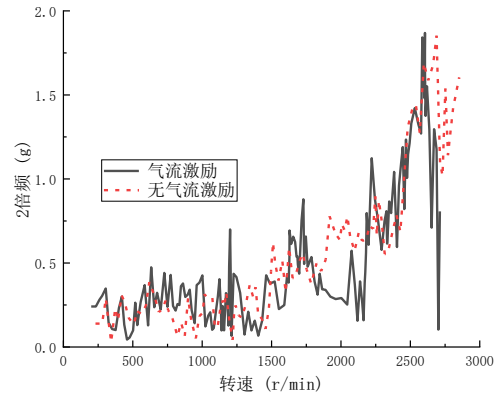


图 4.13 有无气流激励下转子位移响应对比

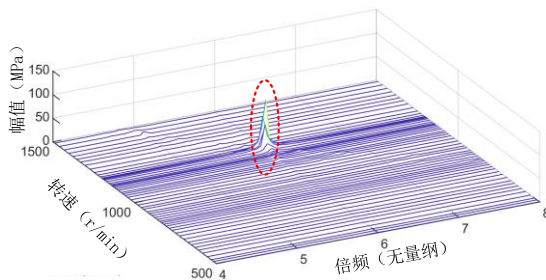




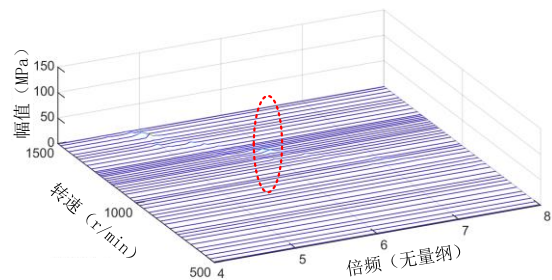
(c) 叶片应力响应 1 倍频



(d) 叶片应力响应 2 倍频

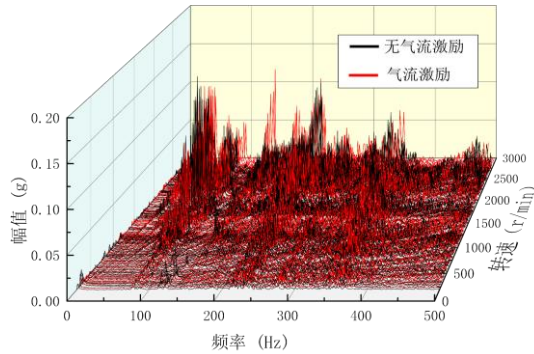


(e) 气流激励下叶片应力响应倍频图

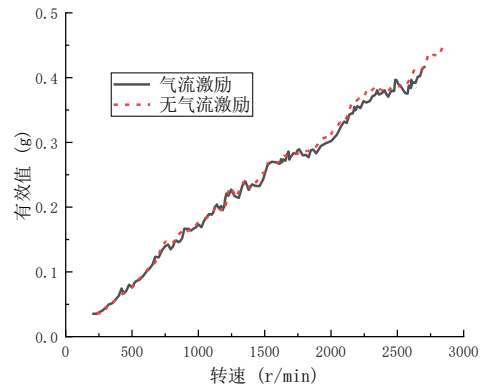


(f) 无气流激励下叶片应力响应倍频图

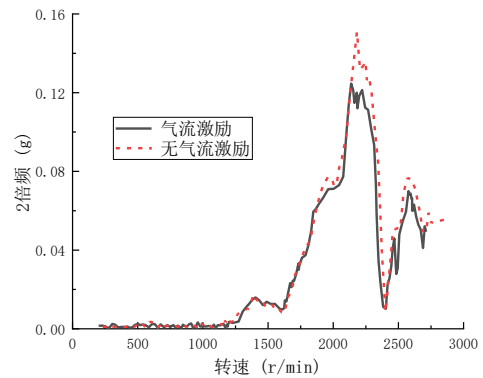
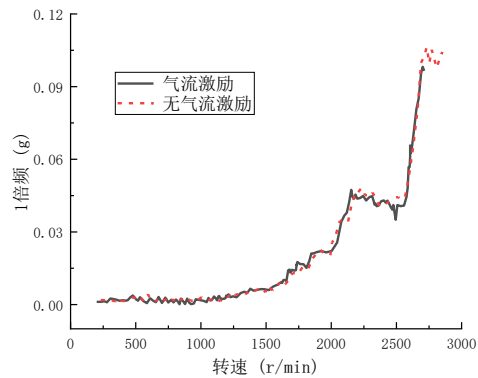
图 4.14 有无气流激励下叶片应力响应对比



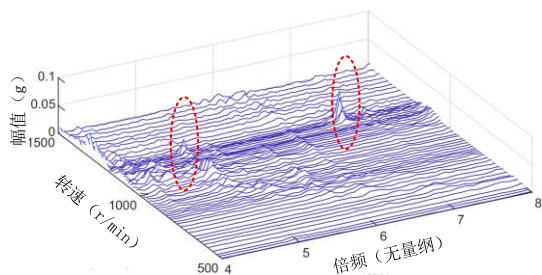
(a) 轴承座加速度响应瀑布图



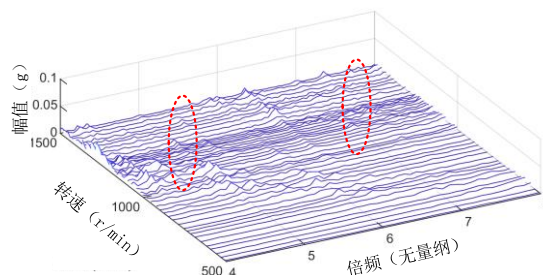
(b) 轴承座加速度响应有效值



(c) 轴承座加速度响应 1 倍频



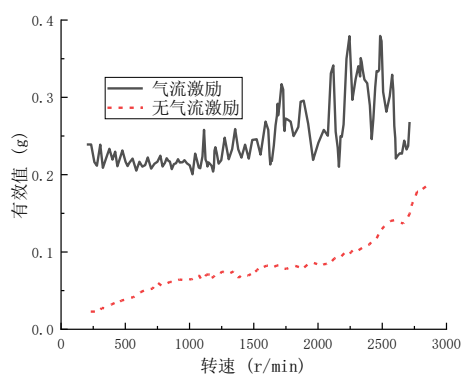
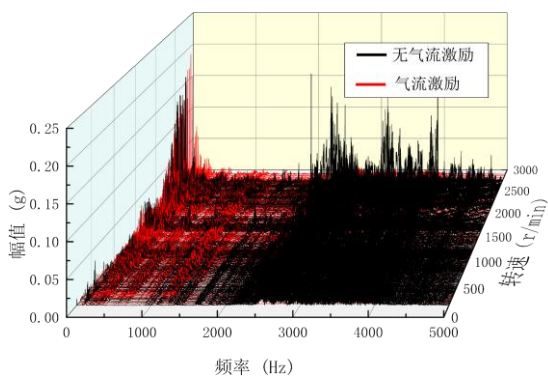
(d) 轴承座加速度响应 2 倍频



(e) 气流激励下轴承座加速度响应倍频图

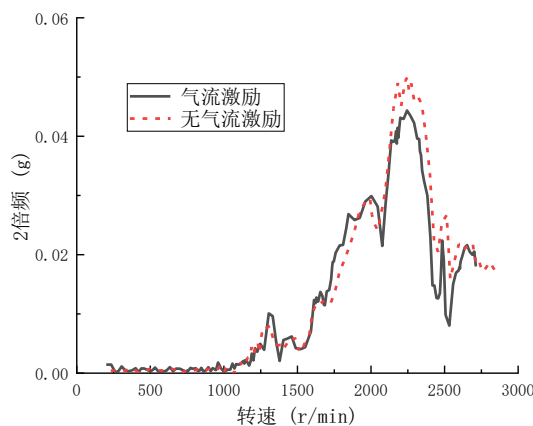
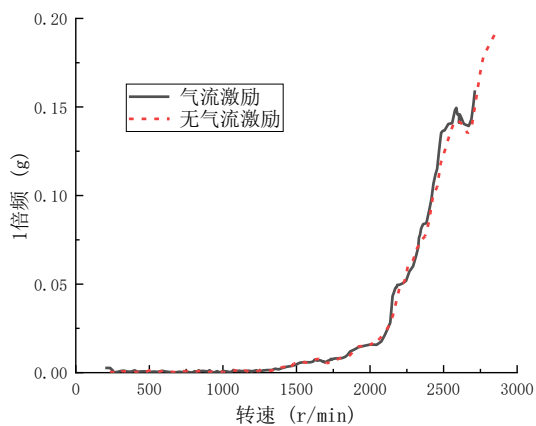
(f) 无气流激励下轴承座加速度响应倍频图

图 4.15 有无气流激励下轴承座加速度响应对比



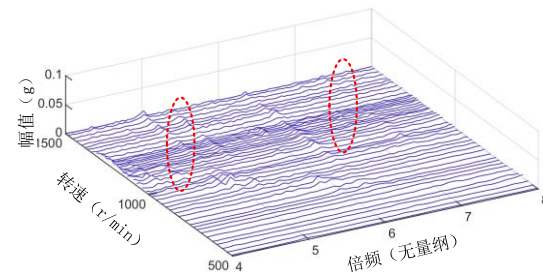
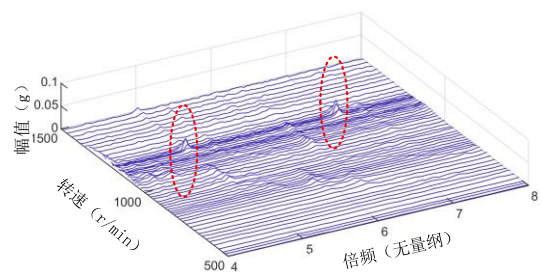
(a) 涡轮机匣加速度响应瀑布图

(b) 涡轮机匣加速度响应有效值



(c) 涡轮机匣加速度响应 1 倍频

(d) 涡轮机匣加速度响应 2 倍频



(e) 气流激励下涡轮机匣加速度响应倍频图

(f) 无气流激励涡轮机匣加速度响应倍频图

图 4.16 有无气流激励下涡轮机匣加速度响应对比

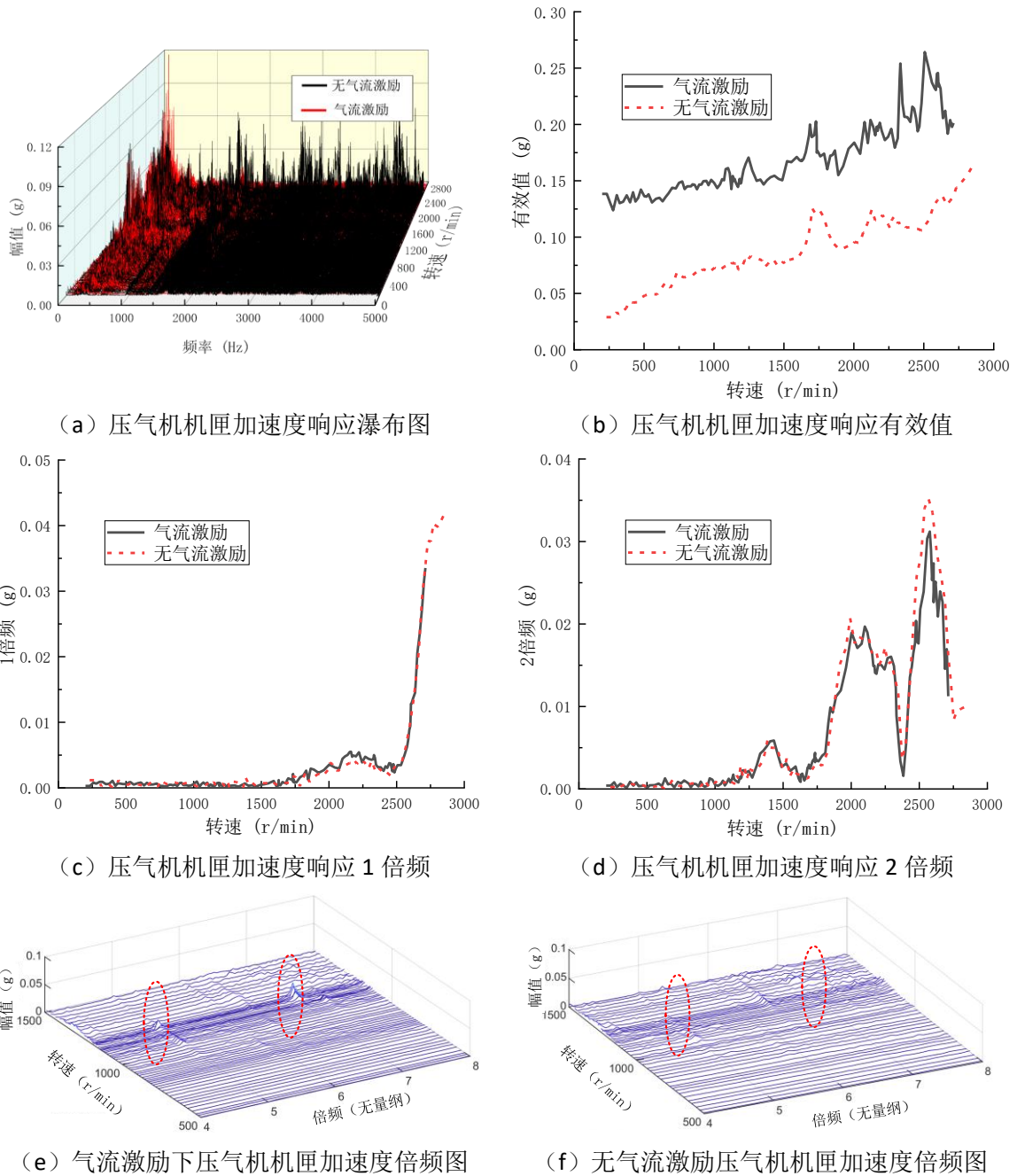
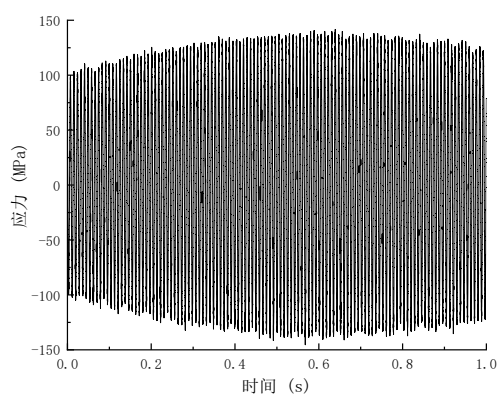


图 4.17 有无气流激励下压气机机匣加速度响应对比

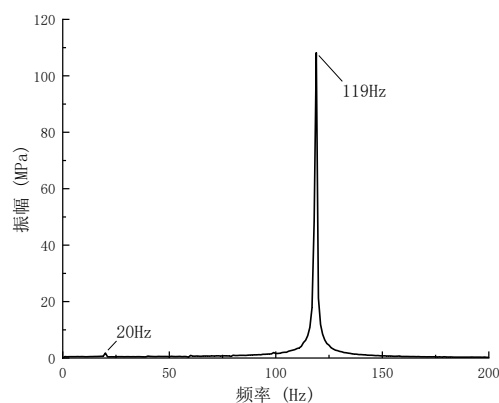
(2) 恒速工况下有/无气流激励试验

通过上述分析可知，当叶片产生共振时，轴承座加速度与机匣加速度响应中会出现相应的组合频率成分，为进一步证明该结论，进行了恒速工况下有/无气流激励试验。如图 4.19 与图 4.18 所示，分别为气流激励下叶片共振时整机振动响应与无气流激励下叶片非共振时整机振动

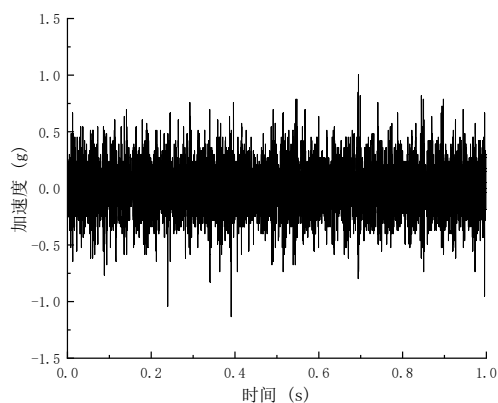
响应，两次试验仅在激励气流条件存在不同。由图 4.19 可知，当叶片产生共振时，轴承座加速度响应、涡轮机匣加速度响应以及压气机机匣加速度响应频谱中会出现转速频率与叶片共振频率的组合频率成分，即 $f_b \pm f_r$ (f_r 为转速频率， f_b 为叶片共振频率)。而在图 4.18 中，叶片没有产生共振，相对应的组合频率成分则不明显，并且涡轮机匣加速度响应与压气机机匣加速度响应要显著小于叶片共振情况下涡轮机匣加速度响应与压气机机匣加速度响应。



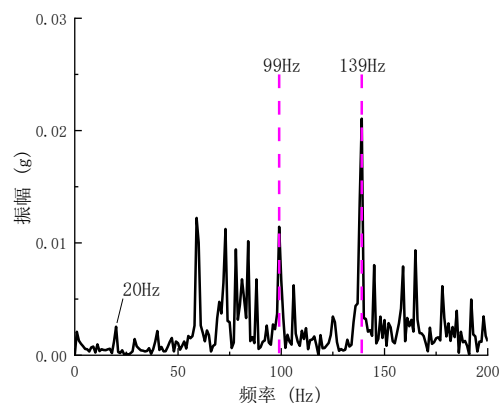
(a1) 叶片应力响应



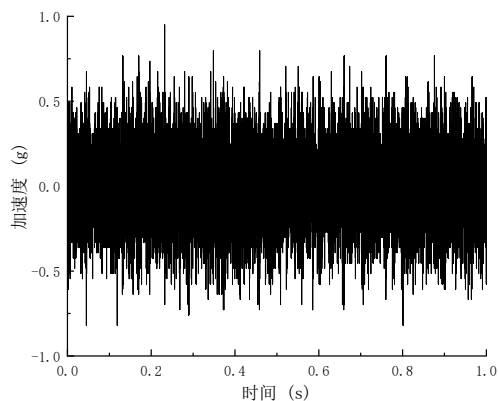
(a2) 叶片应力响应频谱



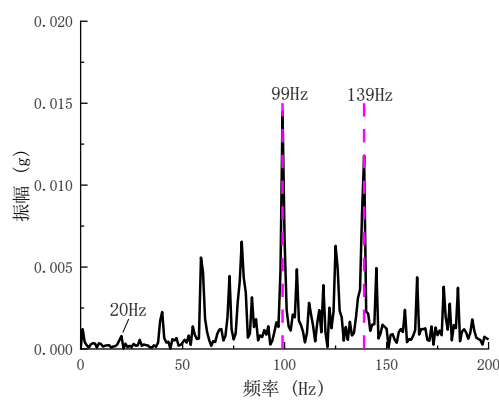
(b1) 轴承座加速度响应



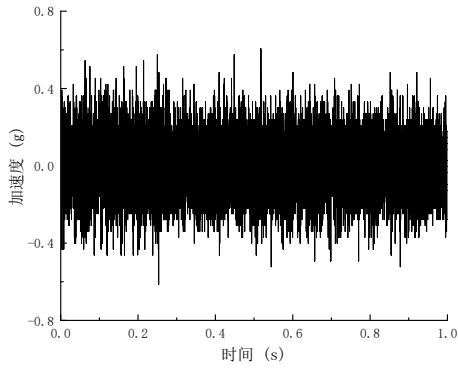
(b2) 轴承座加速度响应频谱



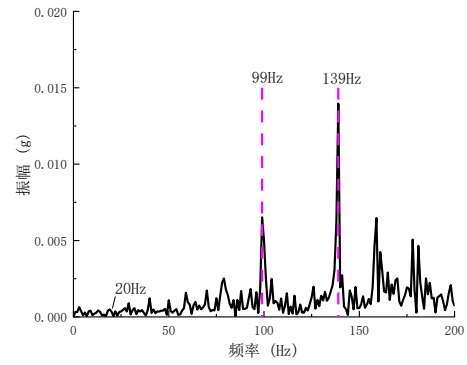
(c1) 涡轮机匣加速度响应



(c2) 涡轮机匣加速度响应频谱

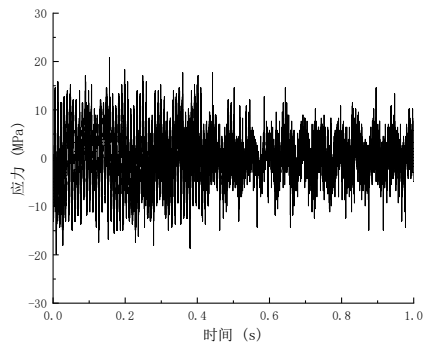


(d1) 压气机机匣加速度响应

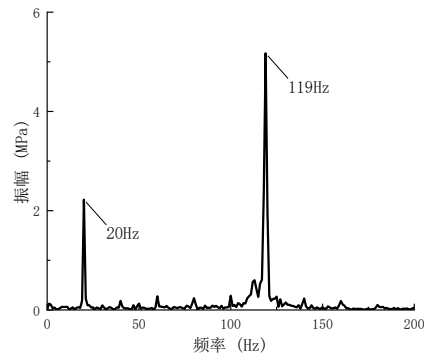


(d2) 压气机机匣加速度响应频谱

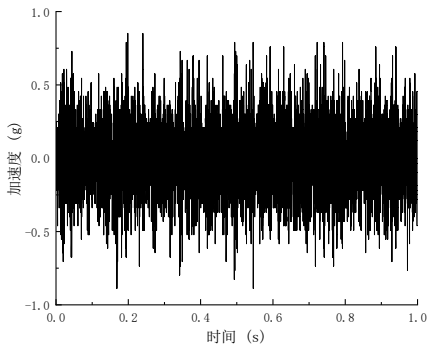
图 4.18 气流激励下叶片共振时整机振动响应



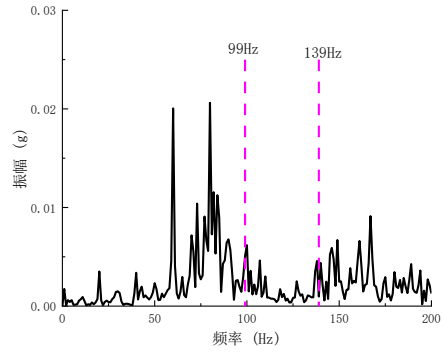
(a1) 叶片应力响应



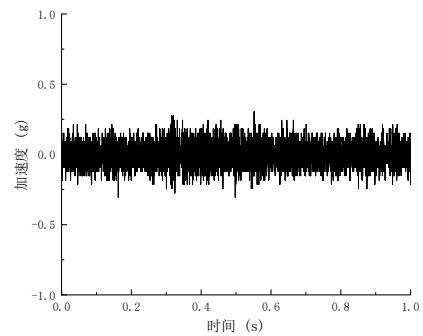
(a2) 叶片应力响应频谱



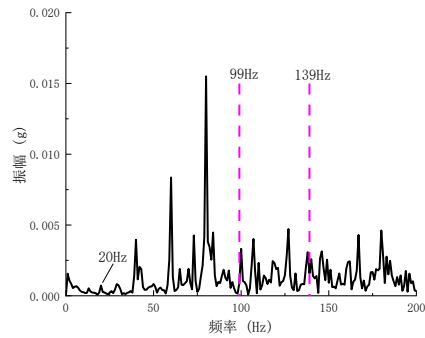
(b1) 轴承座加速度响应



(b2) 轴承座加速度响应频谱



(c1) 涡轮机匣加速度响应



(c2) 涡轮机匣加速度响应频谱

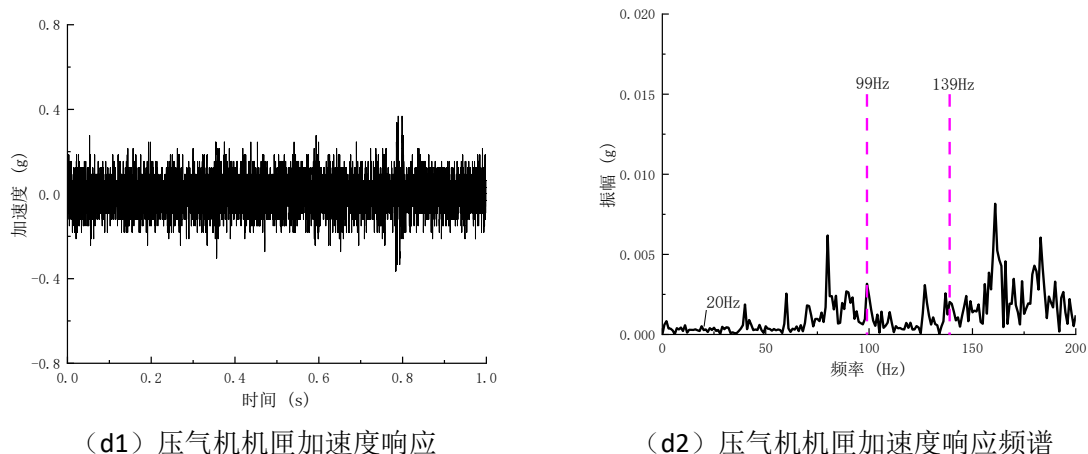


图 4.19 无气流激励下叶片非共振时整机振动响应

(3) 变速工况气流激励下健康叶片与裂纹叶片试验

针对健康叶片与含裂纹叶片分别进行了气流激励下升速试验，健康叶片与含裂纹叶片的叶片振动应力、轴承座振动加速度及涡轮机匣振动加速度结果对比。由图 4.20 叶片振动应力的三维瀑布图可知，健康叶片与含裂纹故障叶片在气流激励下均会产生共振现象，但是含裂纹叶片的共振转速为 1159r/min，要比健康叶片共振转速 1183r/min 更低。图 4.21 为轴承座振动加速度三维频谱图，对比了健康叶片与含裂纹叶片整机试验中轴承座振动加速度响应三维频谱图，未发现明显差异。图 4.22 为健康叶片与含裂纹叶片整机试验中涡轮机匣振动加速度响应的三维瀑布图，同样未见明显差异。轴承座振动加速度有效值比较结果如图 4.23 (a) 所示，叶片有无裂纹故障对轴承座振动加速度有效值影响不大，轴承座振动加速度有效值没有体现出明显差异。涡轮机匣振动加速度与压气机机匣振动加速度有效值比较如图 4.23 (b) 与图 4.23 (c) 所示，叶片有无裂纹故障对机匣加速度有效值无明显影响。

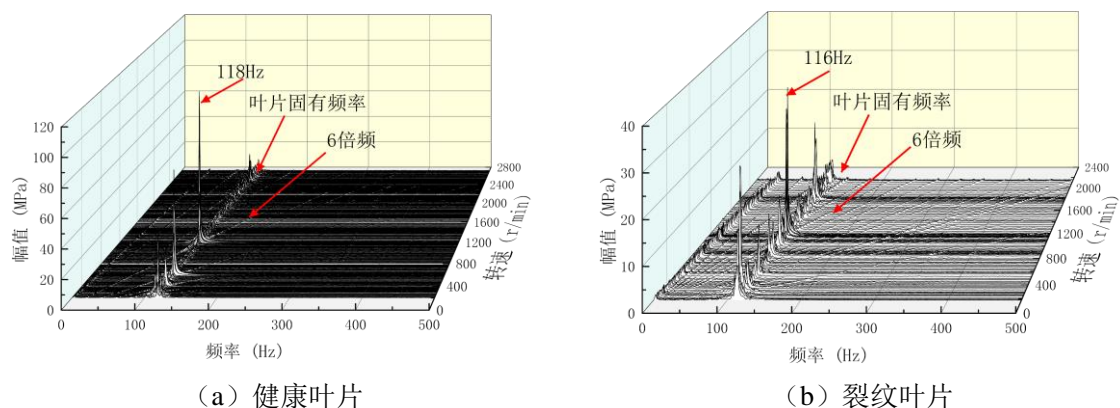


图 4.20 叶片应力响应瀑布图

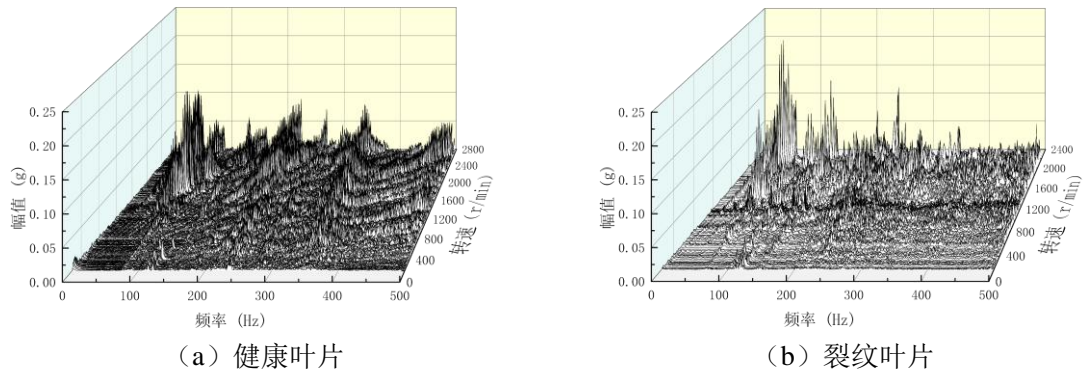


图 4.21 轴承座加速度响应瀑布图

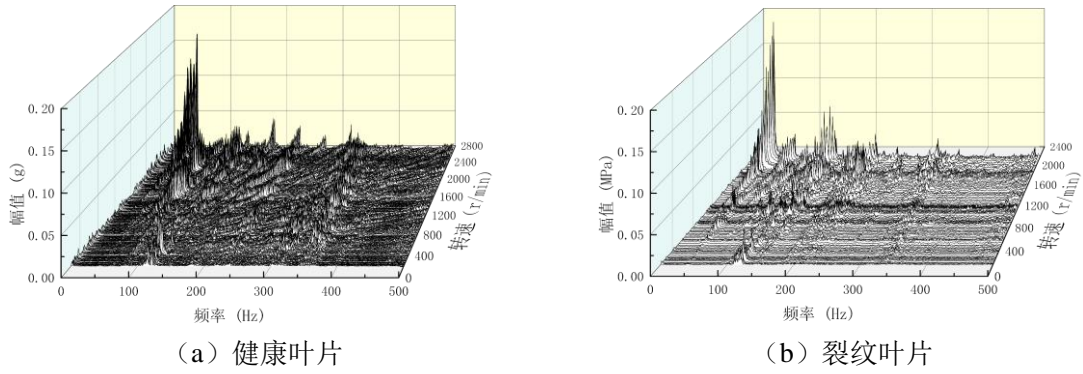
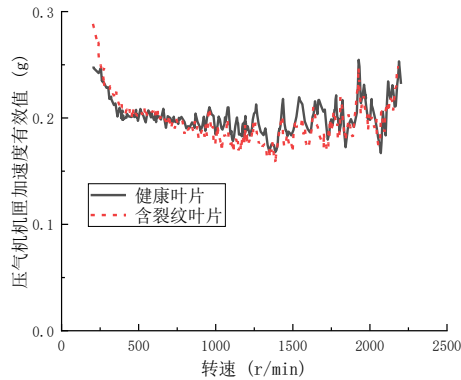
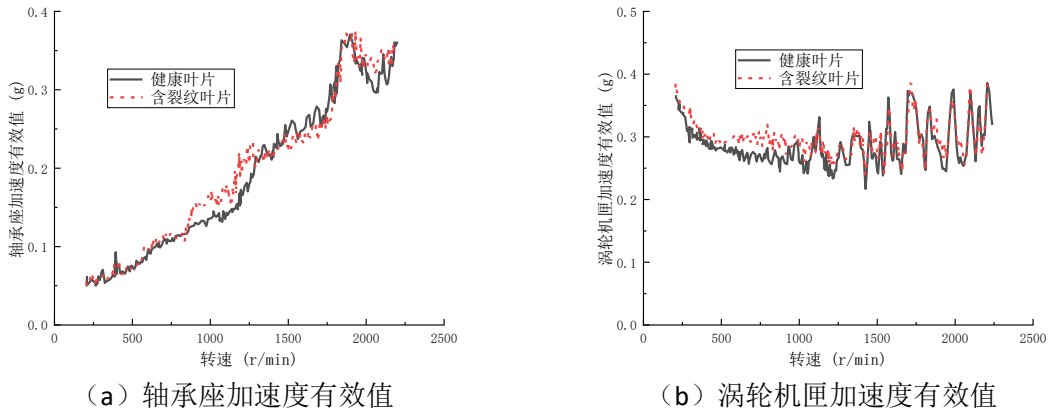


图 4.22 涡轮机匣加速度响应瀑布图

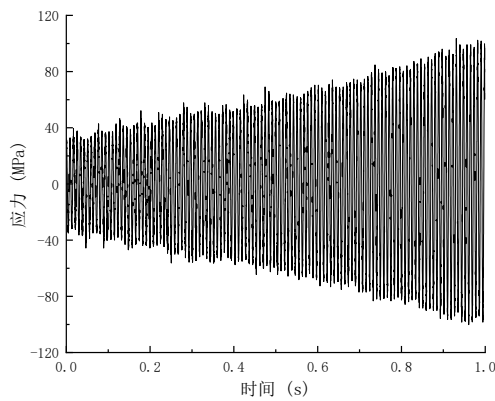


(c) 压气机机匣加速度有效值

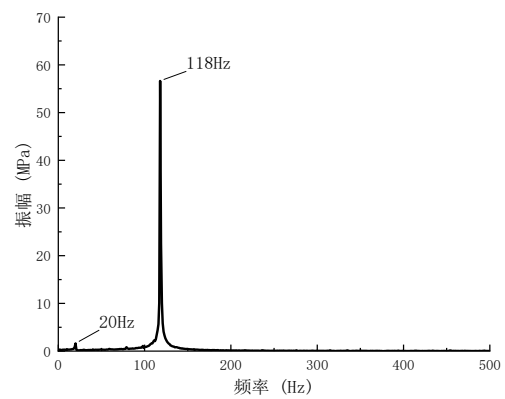
图 4.23 健康/含裂纹叶片整机试验加速度响应对比

(4) 恒速工况气流激励下健康叶片与裂纹叶片试验

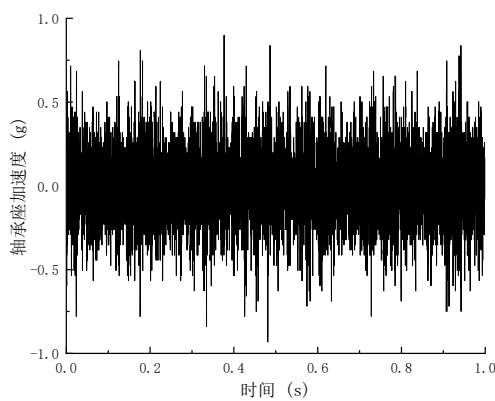
进行了气流激励下健康叶片整机振动测试试验，图 4.24 为气流激励下健康叶片共振时整机振动响应。图 (a1) 与 (a2) 为健康叶片应力时域响应与频谱图，从时域图中可以清晰地看到正弦形式叶片应力响应的现象，频域中则表现出明显的 118Hz 频率成分；图 4.24 中 (a1) - (d2) 为轴承座及机匣测点的加速度时域响应与频谱图。从频谱可知轴承座及机匣加速度频谱中存在叶片共振频率与转速频率的组合频率。图 4.25 为气体激励下健康叶片共振时整机振动响应。图 (a1) 与 (a2) 为含裂纹叶片应力响应，从时域图中可以看出与叶片共振时的叶片应力响应截然不同，没有清晰地正弦形式响应，频域中 118Hz 频率成分幅值也较小；图 4.25 中 (a1) - (d2) 为轴承座及机匣测点的加速度时域响应与频谱图。从频谱可知，轴承座与机匣加速度响应频谱中不存在像叶片共振时出现的叶片共振频率与转速频率的组合频率。



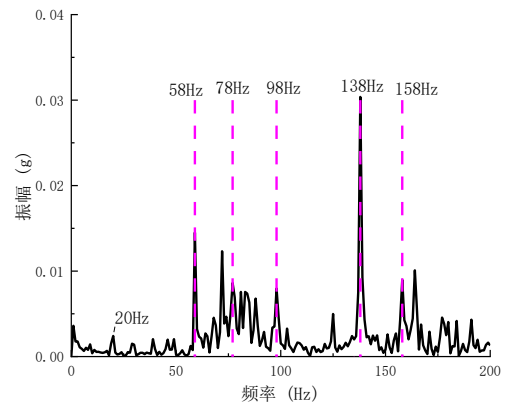
(a1) 健康叶片应力响应



(a2) 健康叶片应力响应频谱



(b1) 轴承座加速度响应



(b2) 轴承座加速度响应频谱

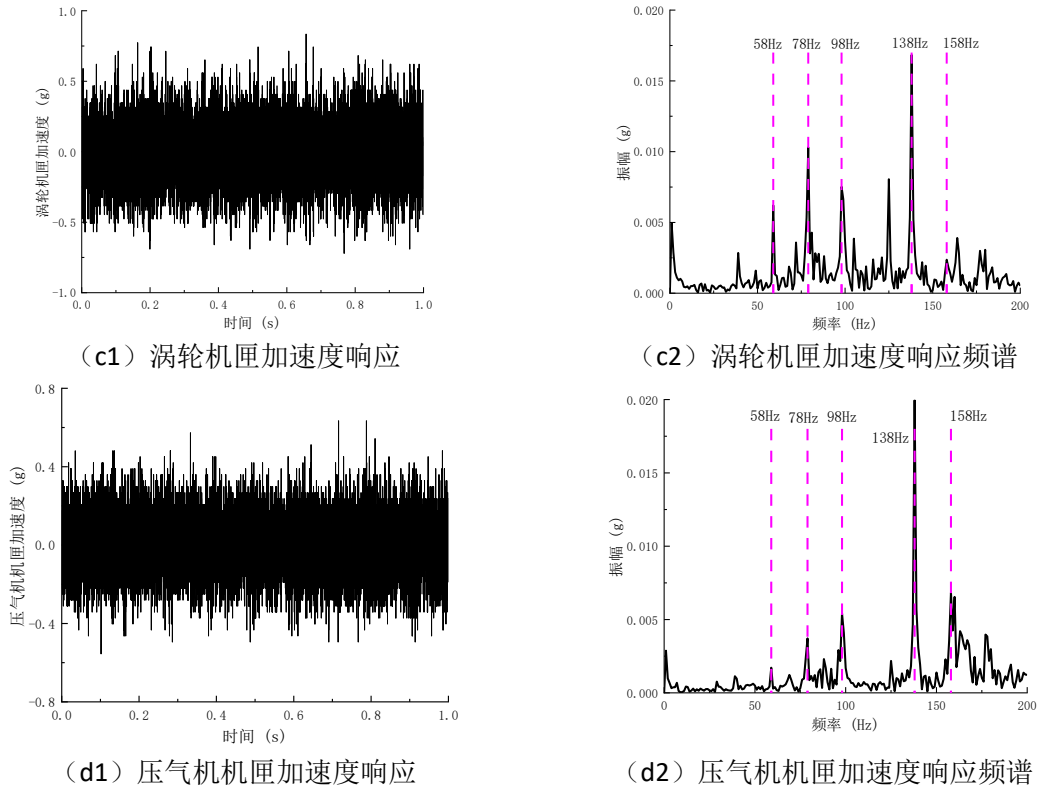
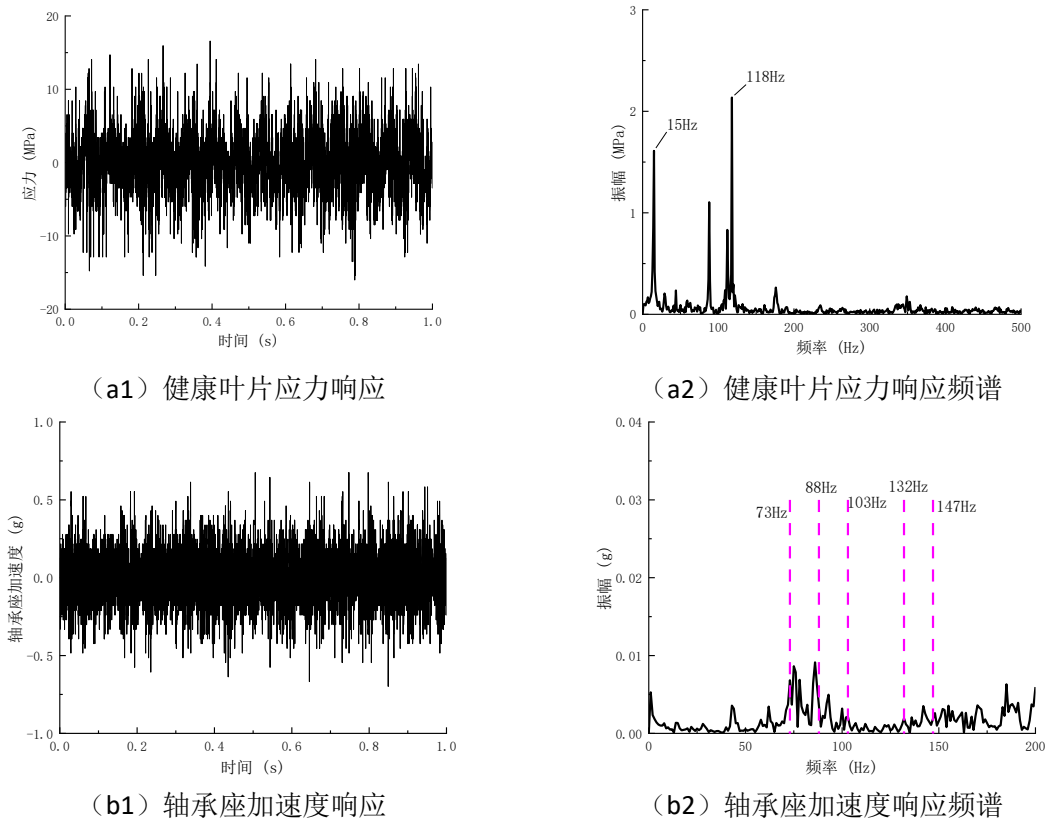


图 4.24 健康叶片共振时整机振动响应试验结果



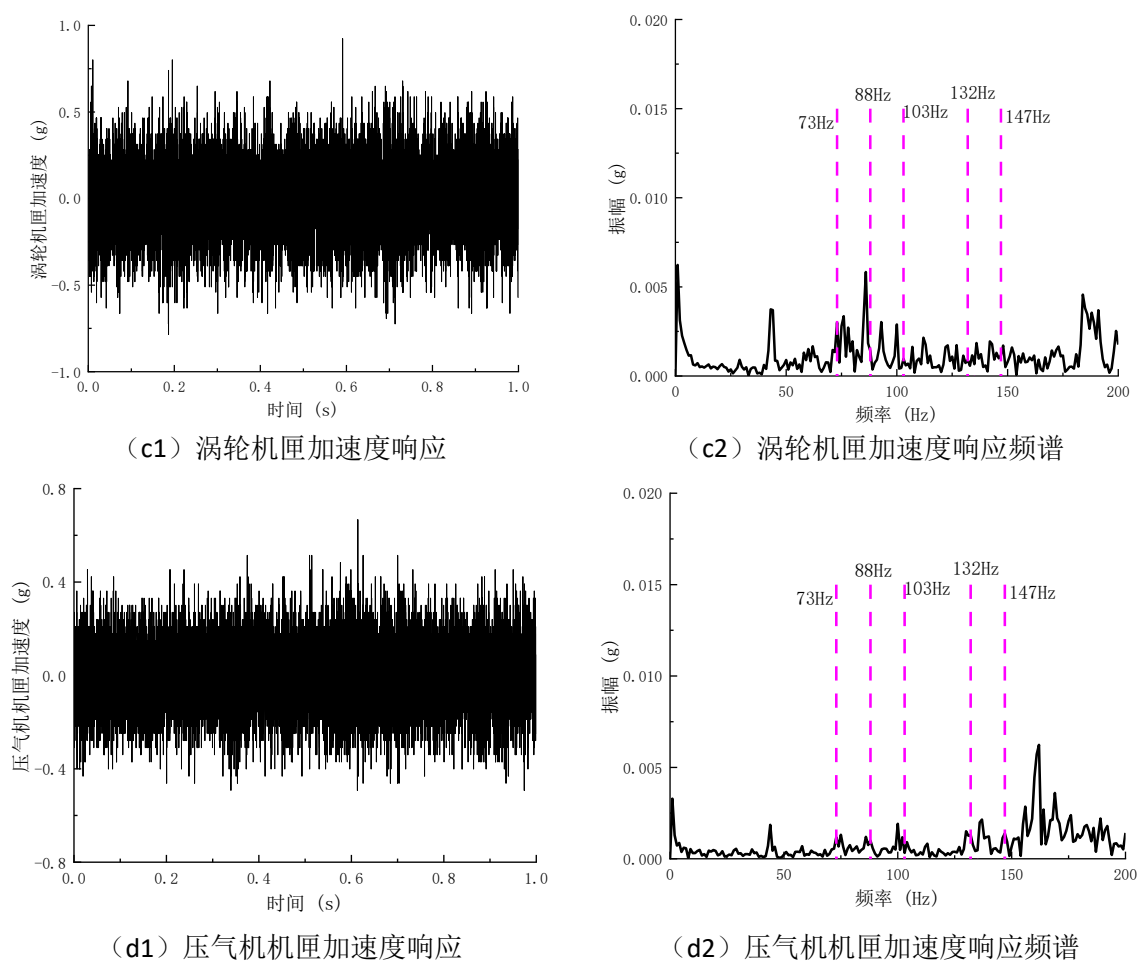
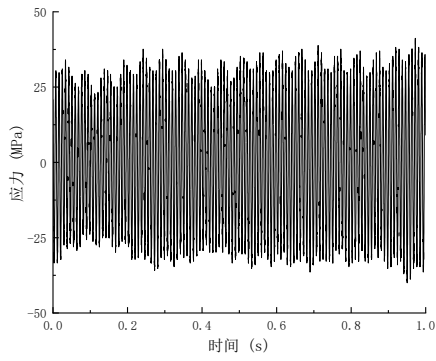
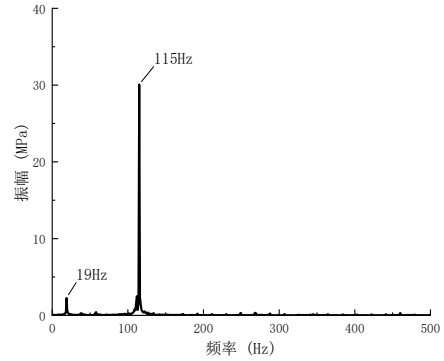


图 4.25 健康叶片非共振时整机振动响应试验结果

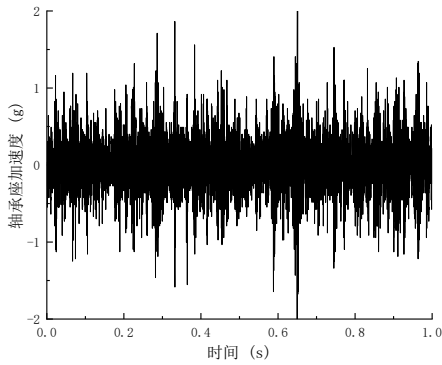
然后进行了气流激励下含裂纹叶片恒速试验测试，图 4.26 为气流激励下含裂纹叶片共振时整机振动响应。图 4.26 (a1) 与 (a2) 为健康叶片应力时域响应与频谱图，从时域图中可以清晰地看到正弦形式叶片应力响应的现象，但含裂纹叶片共振频率为 115Hz，低于健康叶片共振频率。图 4.26 中 (b1) - (d2) 为轴承座及机匣测点的加速度时域响应与频谱图。从频谱可知轴承座及机匣加速度频谱中同样存在叶片共振频率与转速频率的组合频率。图 4.27 为气体激励下含裂纹叶片共振时整机振动响应。图 4.27 (a1) 与 (a2) 为含裂纹叶片应力响应，从时域图中可以看出与叶片共振时的叶片应力响应截然不同，没有清晰地正弦形式响应，频域中 115Hz 频率成分幅值也较小；图 4.27 中 (b1) - (d2) 为轴承座及机匣测点的加速度时域响应与频谱图。从频谱可知，轴承座与机匣加速度响应频谱中不存在像叶片共振时出现的叶片共振频率与转速频率的组合频率。



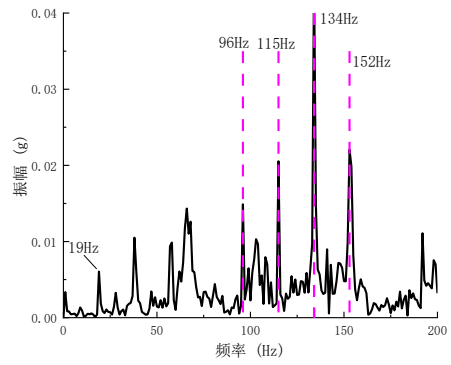
(a1) 含裂纹叶片应力响应



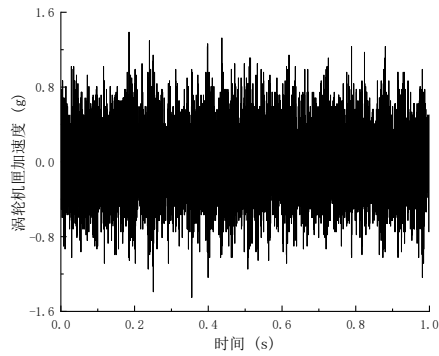
(a2) 含裂纹叶片应力响应频谱



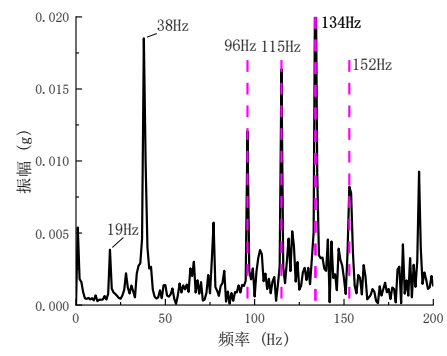
(b1) 轴承座加速度响应



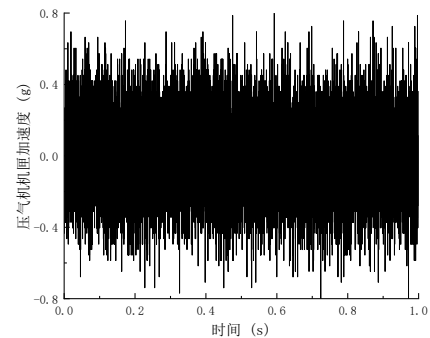
(b2) 轴承座加速度响应频谱



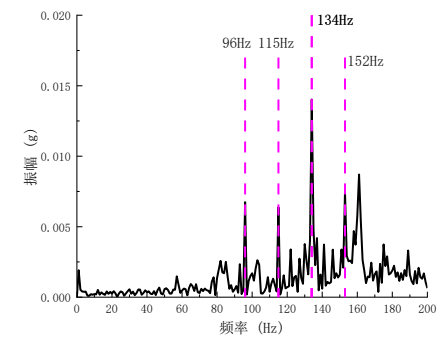
(c1) 涡轮机匣加速度响应



(c2) 涡轮机匣加速度响应频谱

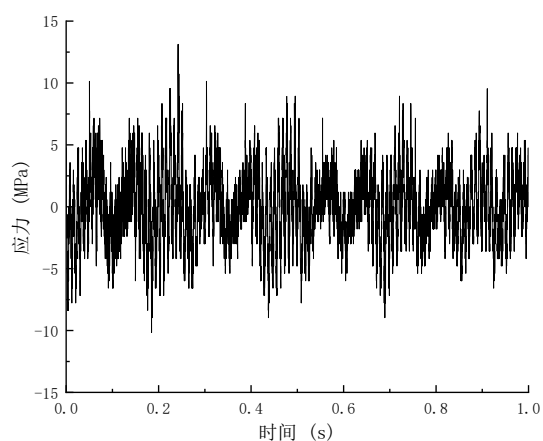


(d1) 压气机机匣加速度响应

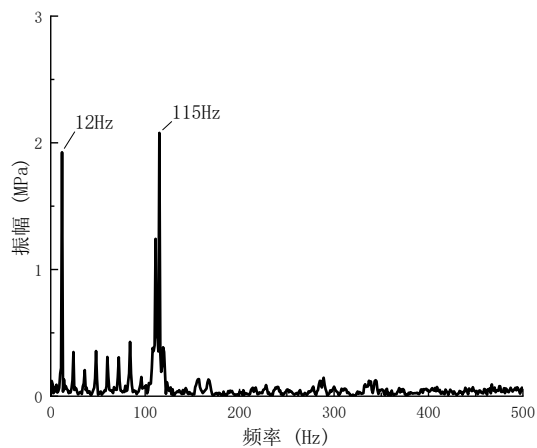


(d2) 压气机机匣加速度响应频谱

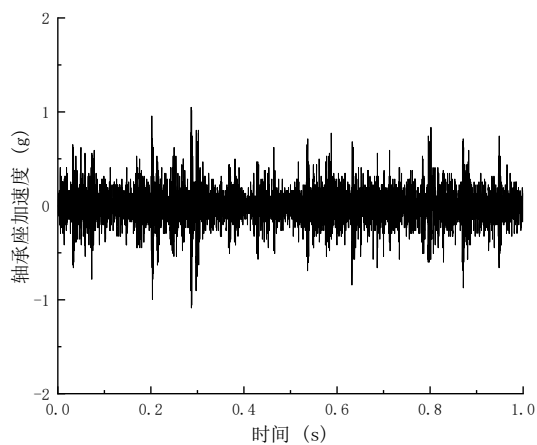
图 4.26 含裂纹叶片共振时整机振动响应试验结果



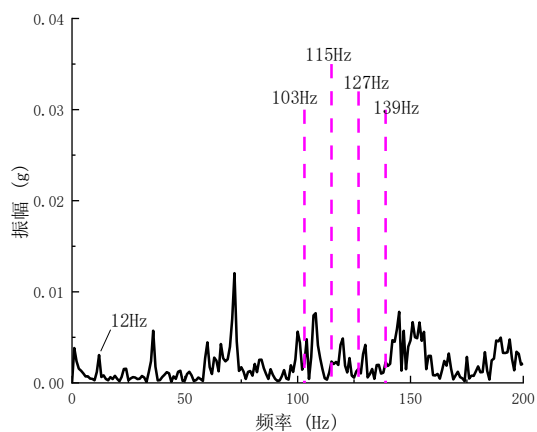
(a1) 含裂纹叶片应力响应



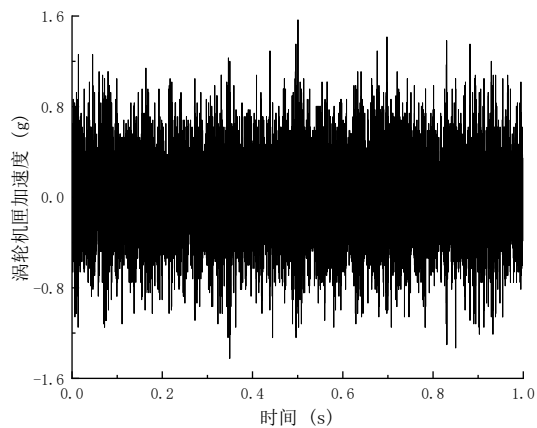
(a2) 含裂纹叶片应力响应频谱



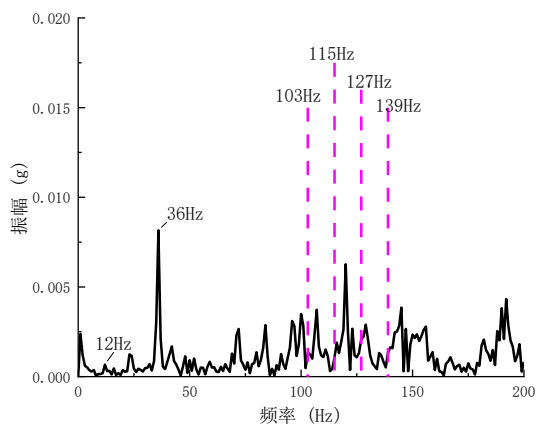
(b1) 轴承座加速度响应



(b2) 轴承座加速度响应频谱



(c1) 涡轮机匣加速度响应



(c2) 涡轮机匣加速度响应频谱

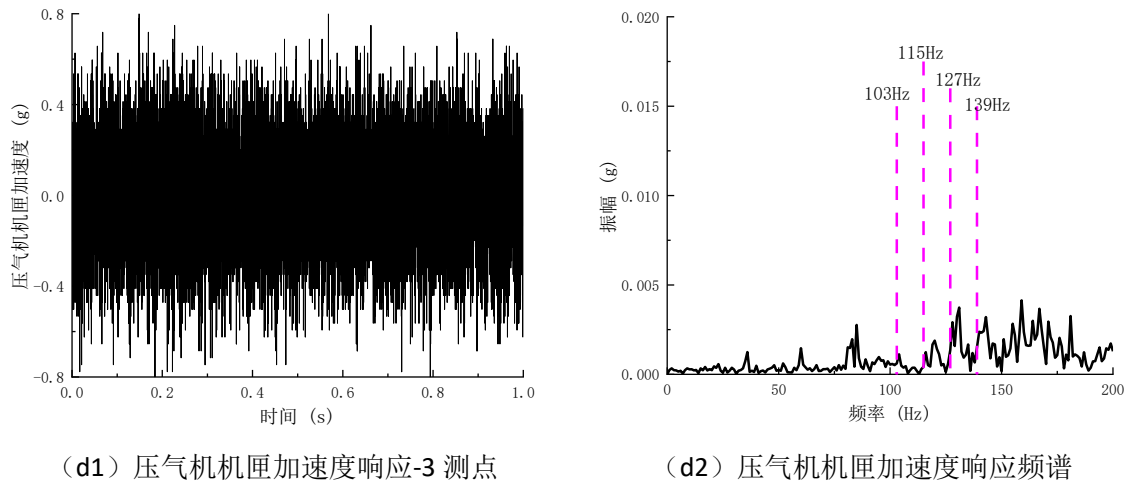


图 4.27 含裂纹叶片非共振时整机振动响应试验结果

4.3.2.3 试验结论

(1) 气流激励下叶片在共振转速附近会产生共振现象，响应幅值剧烈增大，叶片应力时域响应中可以清晰地看到正弦形式叶片应力响应。而当叶片产生共振时，轴承座加速度响应、涡轮机匣加速度响应以及压气机机匣加速度响应频谱中会出现转速频率与叶片共振频率的组合频率成分，即 $f_b \pm f_r$ (f_r 为转速频率， f_b 为叶片共振频率)。若无叶片没有共振，则轴承座加速度响应、涡轮机匣加速度响应以及压气机机匣加速度响应频谱中不会出现明显的组合频率成分。

(2) 健康叶片与含裂纹故障叶片在气流激励下均会产生共振现象，但是含裂纹叶片的共振转速比健康叶片共振转速更低。

(3) 对比了健康叶片与含裂纹叶片试验下轴承座振动加速度响应的三维频谱图与倍频图，均未发现明显差异；涡轮机匣振动加速度的三维瀑布图同样未见明显差异。叶片有无裂纹故障对轴承座振动加速度有效值无明显影响，叶片有无裂纹故障对机匣加速度有效值无明显影响。

4.4 含叶片 - 机匣碰摩单一故障的整机振动仿真分析与试验验证

为满足叶片-机匣碰摩故障诊断的工程需求，本节研究聚焦于叶片-机匣碰摩故障下的整机振动特性，开展了仿真分析与试验验证。通过整机动力学仿真，构建了包含转子（叶片-盘-轴）、滚动轴承、弹性支承及机匣的多体耦合模型，并引入叶片-机匣碰摩故障模型，准确复现了碰摩引起的冲击瞬态响应、高频成分激发和调制边带等典型振动特征，揭示了故障特征从局部接触区向整机结构传递的路径与规律。为验证仿真结果真实性，开展了与仿真工况对应的碰摩试验：利用高精度碰摩加载与测量装置，在可控条件下实现设定程度的叶片-机匣碰摩；同步采集旋转叶片动态应变、轴承座三向加速度及机匣周向多点加速度信号。通过信号分析，发现碰摩

引发的瞬态冲击与高频能量可有效传播至轴承座和机匣，在振动信号中形成周期性冲击脉冲、特定频段能量集中等强相关特征，与仿真结果一致，充分验证了模型的准确性与物理代表性。

4.4.1 含叶片 - 机匣碰摩单一故障的整机振动特性仿真分析

4.4.1.1 恒速工况下健康叶片机匣碰摩仿真

根据第二章整机动力学建模中含叶片 - 机匣碰摩故障整机动力学模型进行含叶片 - 机匣碰摩单一故障的整机振动数值仿真。为了与碰摩试验进行对照，本文进一步引入可变间隙设置，即在原有叶尖间隙的计算方法上，同时考虑叶尖间隙随着圆周角度的变化，本文间隙设置如图 4.29 所示，叶尖初始间隙在某一角度突然变小，从而产生碰摩故障，这与本文基于碰摩装置产生碰摩故障的原理一致，从而与试验达成更好的对照。假设在角度 θ_c 处，机匣局部形变伸长量为 C_0 ，并且在 $\pm C_{\text{angle}}$ 度范围内考虑用余弦函数来模拟该变形，设初始间隙为 C_1 ，在不同角度上的由于机匣形变导致的叶尖间隙值可通过式 (4.1) 计算。本文 C_{angle} 取值 1， C_1 取值 0.6mm， C_0 取值 0.62mm， C_{angle} 取值 5， θ_c 取值 0。

$$C_{\text{case}}(\theta) = \begin{cases} C_1, & |\theta - \theta_c| > C_{\text{angle}} \\ C_1 - C_0 \left[0.5 + 0.5 \cos \frac{\pi(\theta - \theta_c)}{C_{\text{angle}}} \right], & |\theta - \theta_c| \leq C_{\text{angle}} \end{cases} \quad (4.1)$$

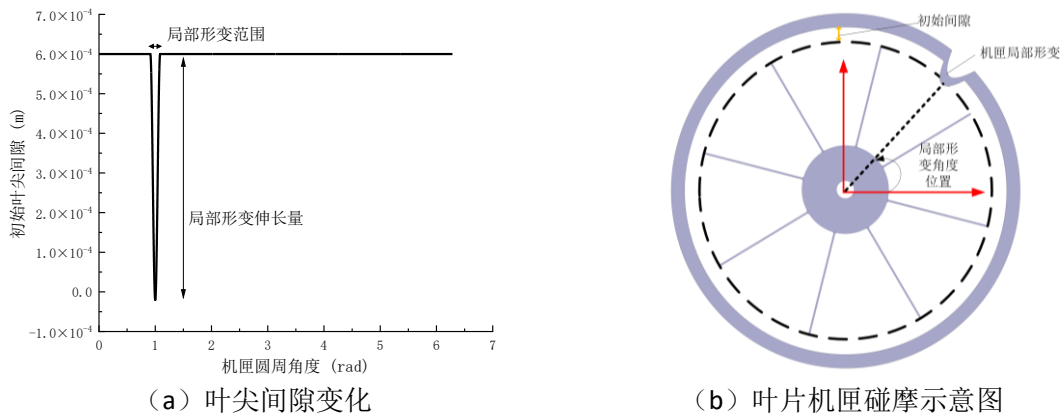


图 4.28 碰摩间隙示意图

健康叶片 - 机匣碰摩故障下整机振动响应如图 4.29 所示，图 4.29 (a) 为径向碰摩力响应；如图 4.29 (b) - (c) 所示，在碰摩力作用下，叶片叶尖加速度响应时域响应中出现了明显的冲击与振荡衰减特征，其频谱中出现了明显的倍频现象，并且在叶片固有频率处出现幅值增大现象；轴承座加速度响应与压气机机匣加速度响应类似，在时域中均出现了明显的冲击特征，频谱中同样出现了非常多的转速频率及其倍频成分，同时也在叶片固有频率处出现了幅值增大现象，其中较为明显频率的是叶片 1 阶固有频率与转速频率的组合频率，即 $f_{b1} \pm f_r$ (f_r 为转速频率， f_{b1} 为叶片 1 阶固有频率)。

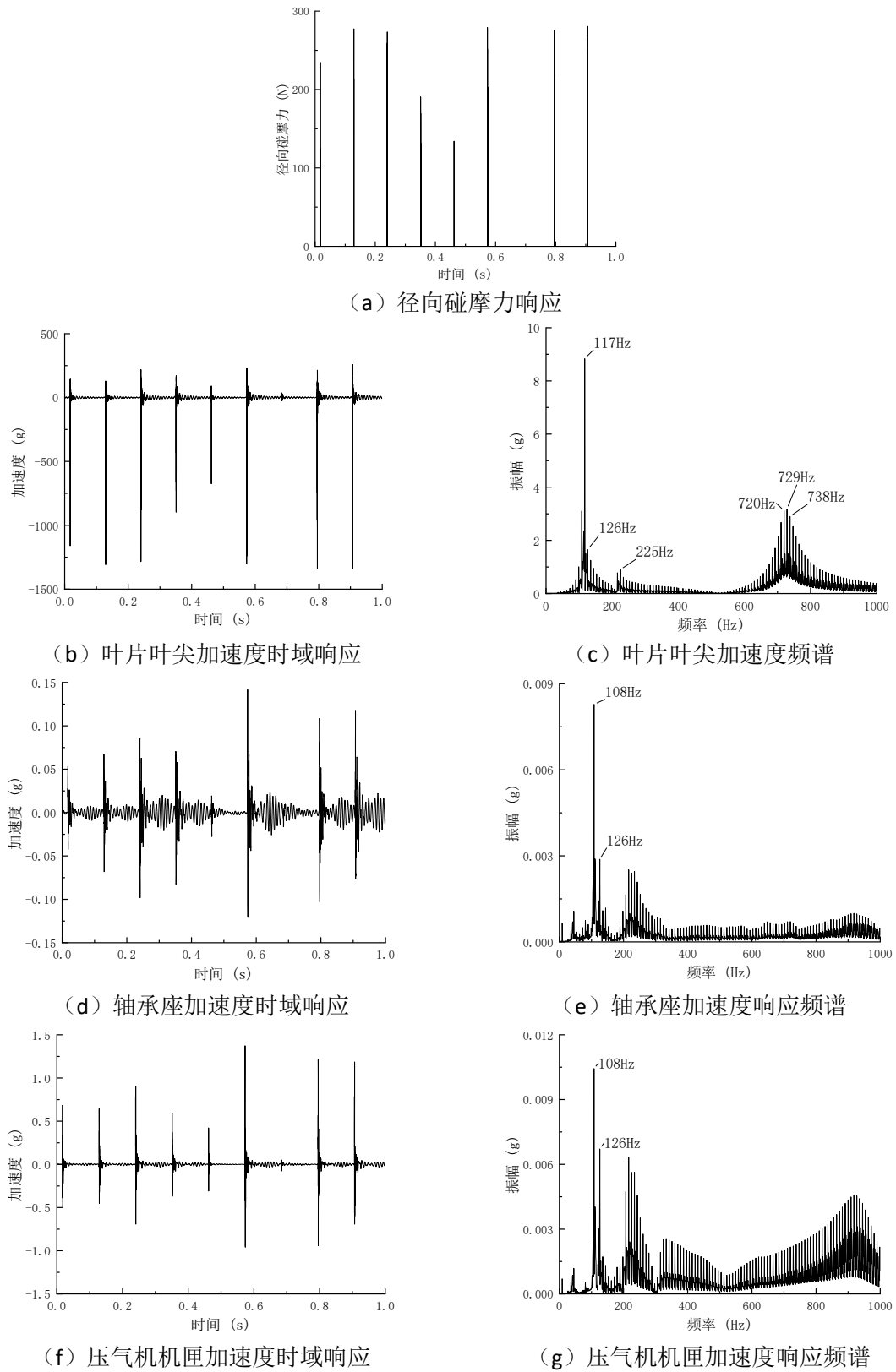
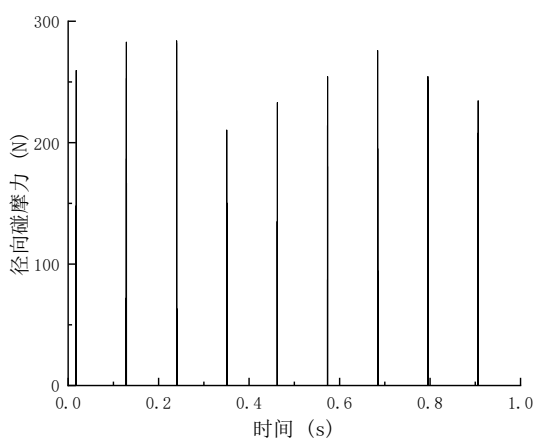


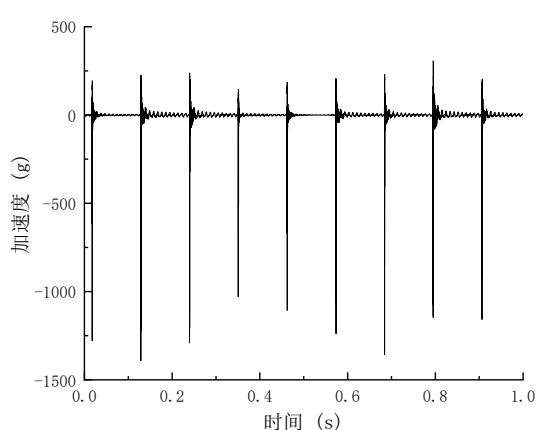
图 4.29 健康叶片 - 机匣碰摩故障下整机振动仿真

4.4.1.2 恒速工况下裂纹叶片机匣碰摩仿真

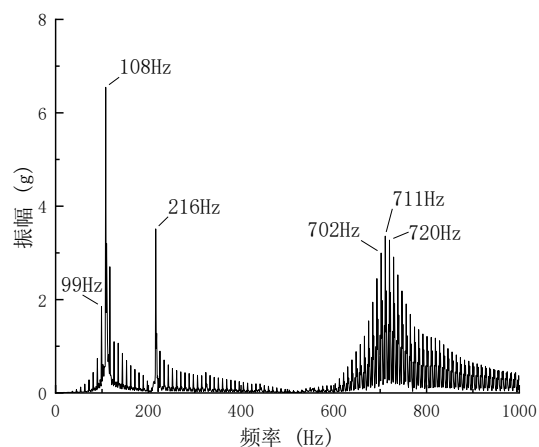
裂纹叶片-机匣碰摩故障下整机振动响应如图 4.30 所示,其中振动响应与健康叶片-机匣碰摩故障下整机振动响应基本一致。图 4.30 (a) 为径向碰摩力响应;如图 4.30 (b) - (c) 所示,在碰摩力作用下,叶片叶尖加速度响应时域响应中出现了明显的冲击与振荡衰减特征,其频谱中出现了明显的倍频现象,并且在叶片固有频率处出现幅值增大现象;轴承座加速度响应与压气机机匣加速度响应类似,在时域中均出现了明显的冲击特征,频谱中同样出现了非常多的转速频率及其倍频成分,同时也在叶片固有频率处出现了幅值增大现象,其中较为明显频率的是叶片 1 阶固有频率与转速频率的组合频率,即 $f_{b1} \pm f_r$ (f_r 为转速频率, f_{b1} 为叶片 1 阶固有频率)。与健康叶片-机匣碰摩故障下整机振动响应不同之处在于,裂纹导致了叶片固有频率出现了下降,因此轴承座与压气机机匣加速度响应频谱中的组合频率也随之变化。



(a) 径向碰摩力响应



(b) 叶片叶尖加速度时域响应



(b) 叶片叶尖加速度时域响应

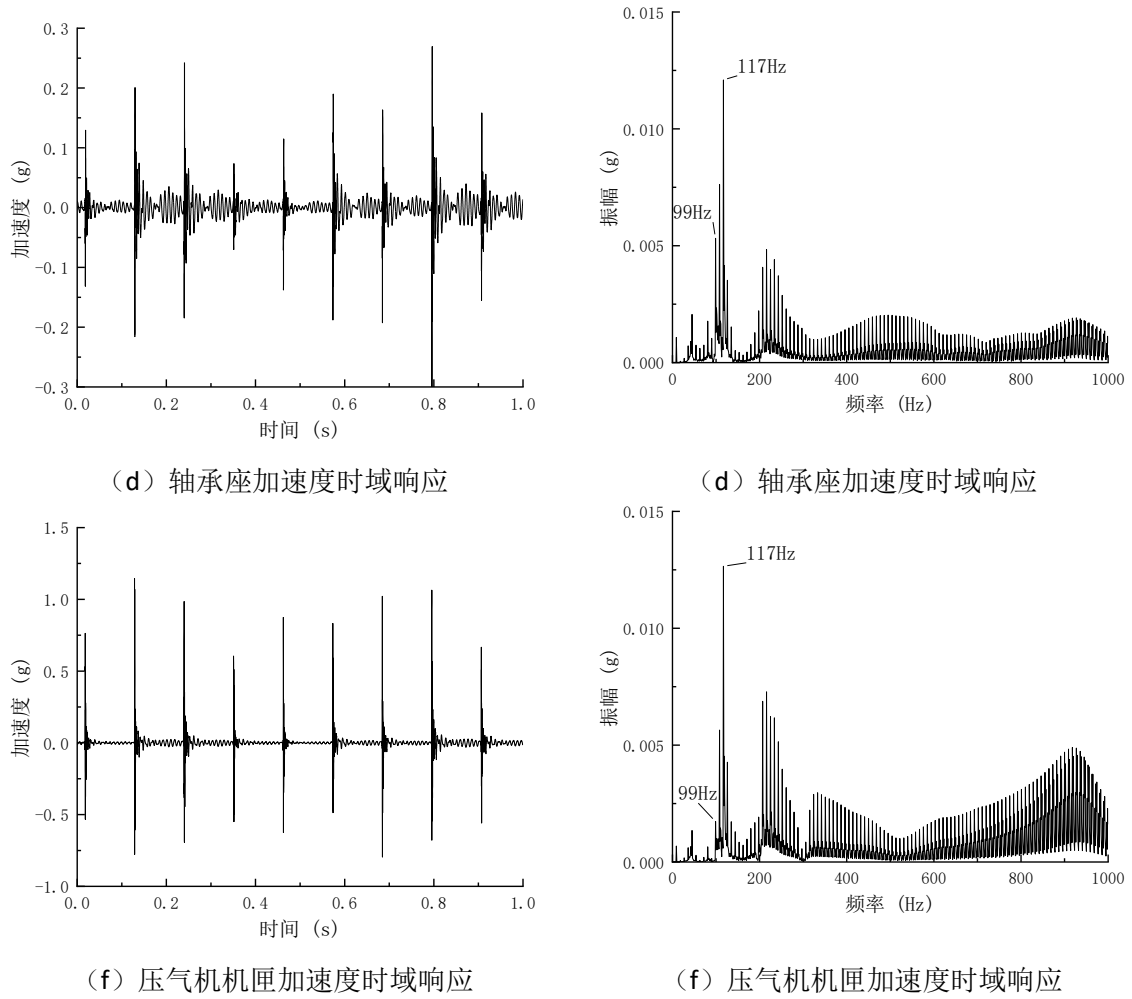


图 4.30 含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障下整机振动仿真

4.4.2 含叶片 - 机匣碰摩的整机振动特性试验研究

4.4.2.1 试验方案

基于 4.2 节中的整机模拟试验器和旋转叶片应力测量装置，以及叶片 - 机匣碰摩施加装置进行含叶片 - 机匣碰摩的整机试验。含叶片 - 机匣碰摩故障整机试验测试系统示意图如图 4.31 所示，通过碰摩施加装置可以施加不同程度的碰摩故障，碰摩程度通过碰摩装置前端的三向力传感器测量出的碰摩力数值进行量化。并且通过更换叶片试验件，从而可以进行健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验与含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障整机试验，并且通过应变片传感器进行叶片应力响应测量；在轴承座（①号）、涡轮机匣（②号）以及压气机机匣（③号）上安装加速度传感器测量整机加速度响应；通过电涡流传感器在压气机端测量转轴振动位移响应。基于上述试验器，进行整机试验，具体试验内容如表 4.2 所示。

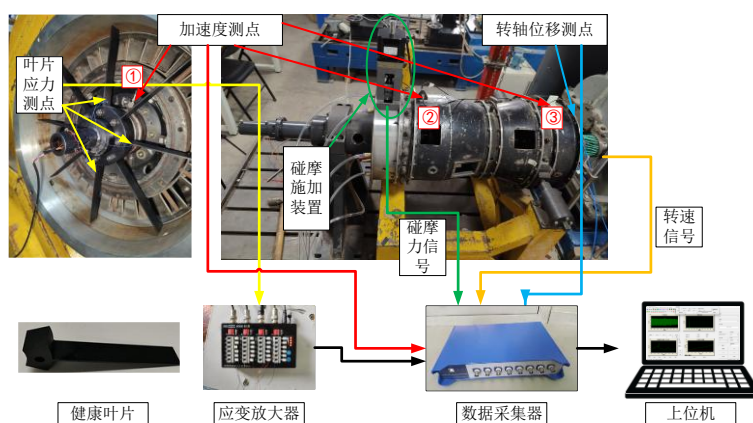


图 4.31 含叶片 - 机匣碰摩故障整机试验测试系统示意图

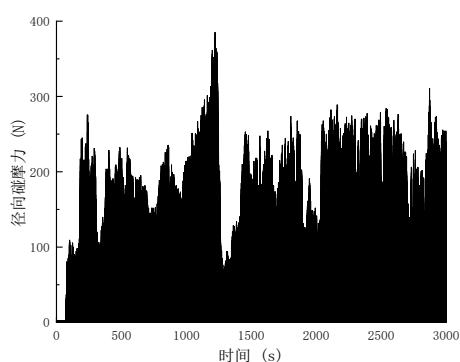
表 4.2 含叶片 - 机匣碰摩故障整机试验内容

序号	试验内容
1	碰摩力测试试验 - 摩擦系数试验
2	恒速工况下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
3	恒速工况下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
4	碰摩故障冲击信号传递试验

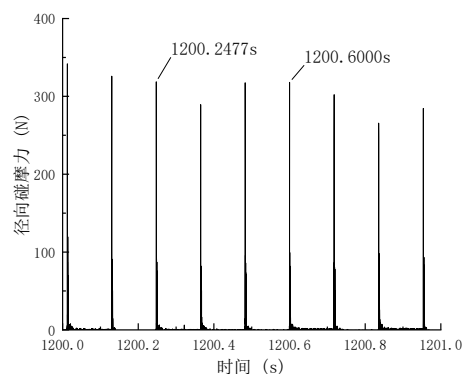
4.4.2.2 数据分析

(1) 碰摩力测试试验

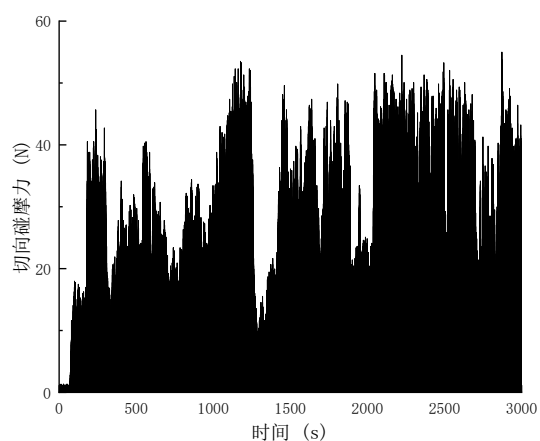
针对碰摩施加与碰摩力装置开展了测试试验，验证碰摩力装置测量的碰摩力数值是否具有可信度。如图 4.32 所示，为 3000 秒的碰摩试验的碰摩力测量结果，其径向、切向及轴向碰摩力能够可靠的反映出碰摩故障的剧烈程度。径向、切向以及轴向碰摩力的冲击峰值时刻误差可以保持在 0.1 毫秒以内，保证了碰摩力测量装置的准确性与可靠性。并且切向碰摩力与径向碰摩力比值（摩擦系数）稳定在 0.15 左右，也从侧面证明了碰摩力测量的可靠性。碰摩试验产生的碰摩痕迹如图 4.33 所示，可以看到由于产生碰摩故障，在碰摩头与叶片尖端留下了明显的碰摩痕迹。



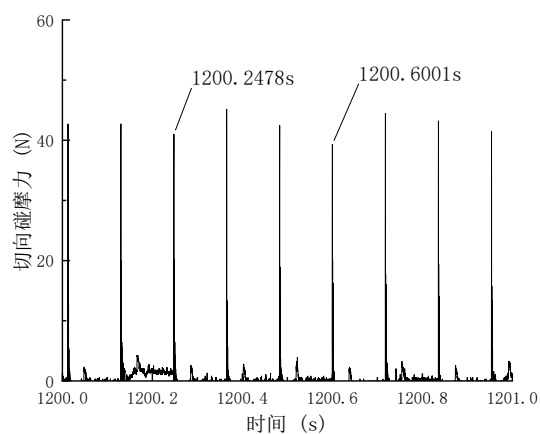
(a) 径向碰摩力



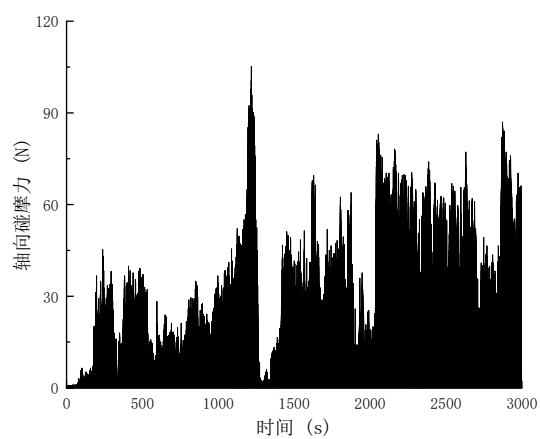
(b) 径向碰摩力细节



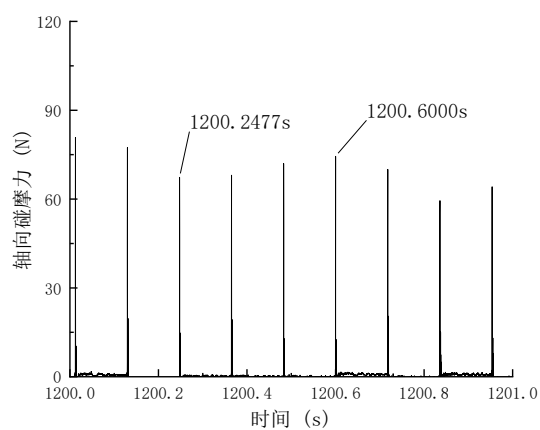
(c) 切向碰摩擦力



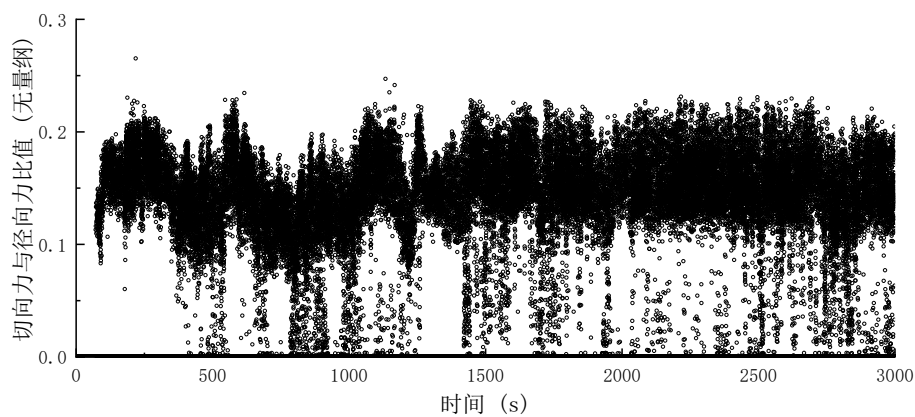
(d) 切向碰摩擦力细节



(e) 轴向碰摩擦力



(f) 轴向碰摩擦力细节



(g) 切向碰摩擦力与径向碰摩擦力比值 (摩擦系数)

图 4.32 碰摩擦力测试试验结果

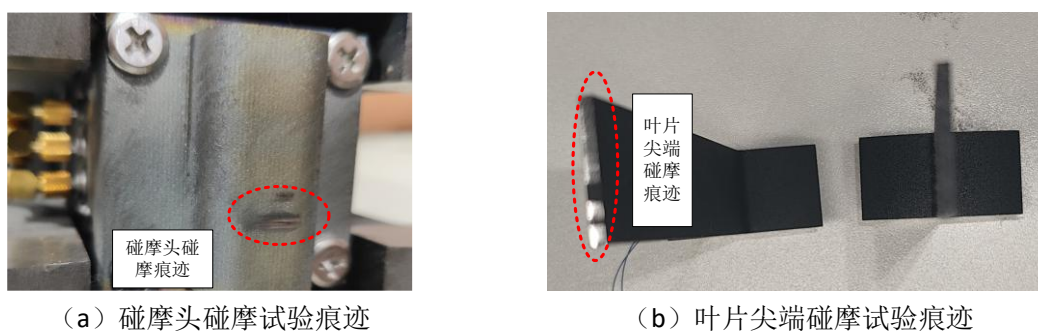


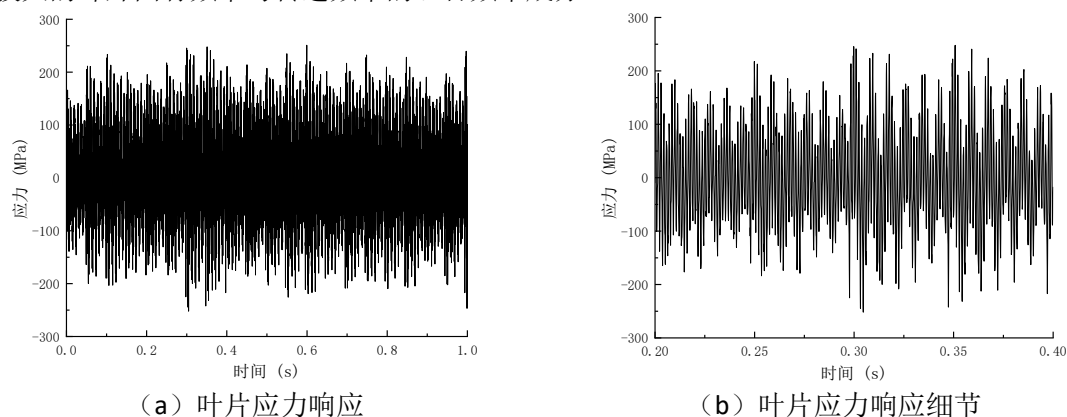
图 4.33 碰摩试验痕迹

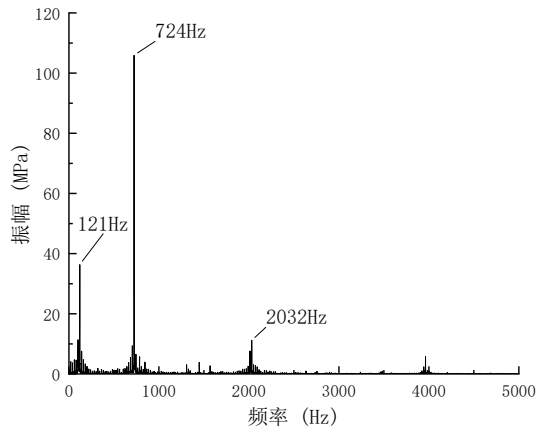
(2) 恒速工况下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验

针对碰摩故障研究,开展了恒速工况下健康叶片-机匣碰摩故障整机试验。叶片应力响应如图 4.34 所示,叶片应力幅值超过 200MPa,图 4.34 (a) - (b) 中可以明显看到碰摩载荷导致的冲击现象,图 4.34 (c) 为叶片应力频谱,由图可知,碰摩载荷作用下,叶片响应频谱中出现了明显的叶片 1 阶固有频率成分、2 阶固有频率成分以及 3 阶固有频率成分;图 4.34 (d) - (f) 为叶片应力频谱细节图,可以看到在叶片出现了非常多的转速调整频率成分,这也是碰摩故障的典型特征之一,而且在叶片固有频率处出现幅值增大现象。

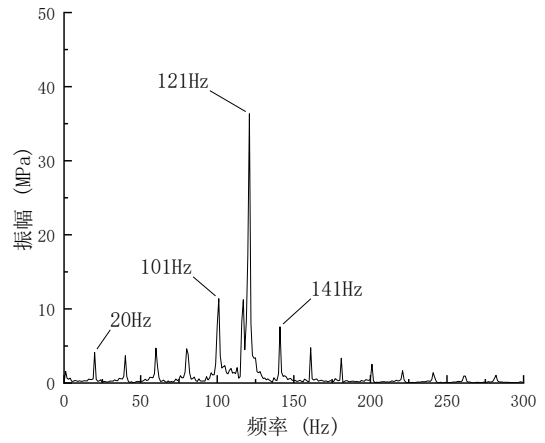
轴承座加速度响应如图 4.35 所示,同样可以从轴承座加速度响应时域曲线中看出明显的碰摩载荷所导致的冲击信号。在轴承座加速度频谱中同样出现了大量的转速调制频率成分,同时也在叶片固有频率成分附近出现幅值增大现象。不同于叶片应力响应频谱,轴承座加速度频谱中出现幅值增大的频率为转速频率与叶片固有频率的组合频率,这与 4.3.2 节得出的结论具有相似性,即叶片振动频率会以与转速频率的组合频率形式出现在轴承座等加速度频谱中。

涡轮机匣加速度响应与压气机机匣加速度响应如图 4.36 与图 4.37 所示,其响应特征与轴承座加速度响应基本一致,时域曲线中出现了明显的冲击信号特征,并且更靠近碰摩发生点的涡轮机匣的冲击信号特征更加明显。机匣加速度频谱中同样出现了大量转速调制频率成分以及幅值较大的叶片固有频率与转速频率的组合频率成分。

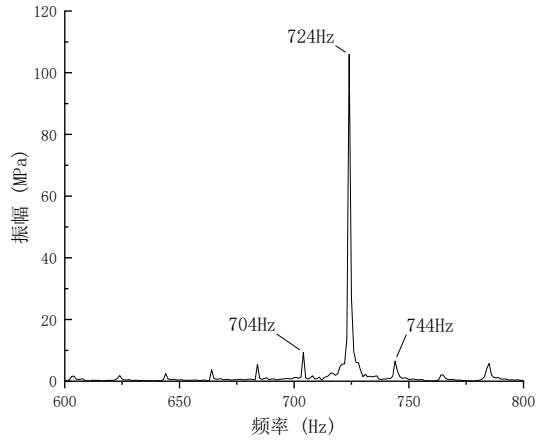




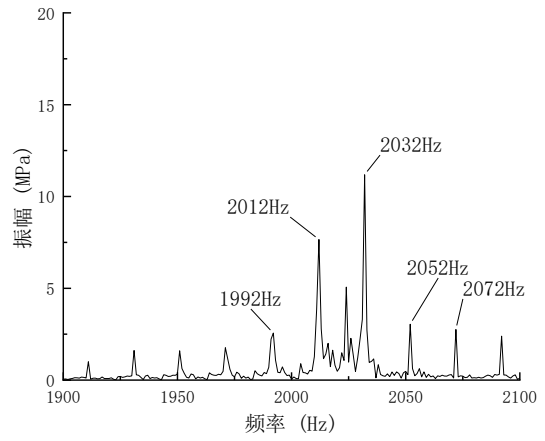
(c) 叶片应力响应频谱



(d) 叶片应力响应频谱细节 1

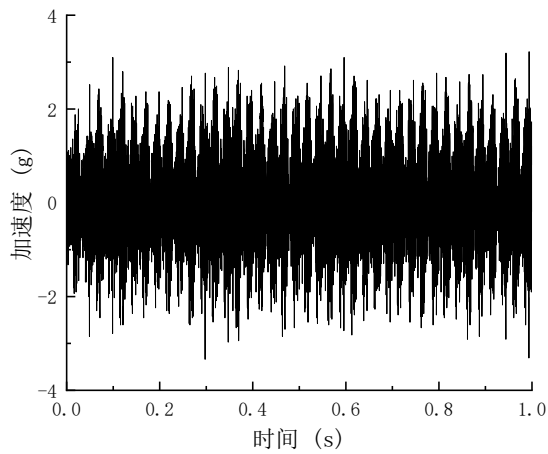


(e) 叶片应力响应频谱细节 2

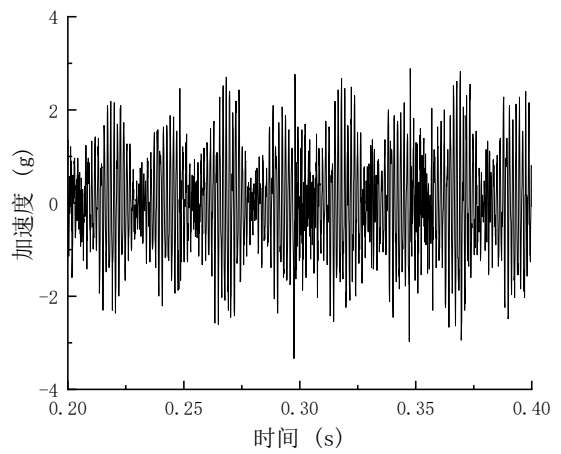


(f) 叶片应力响应频谱细节 3

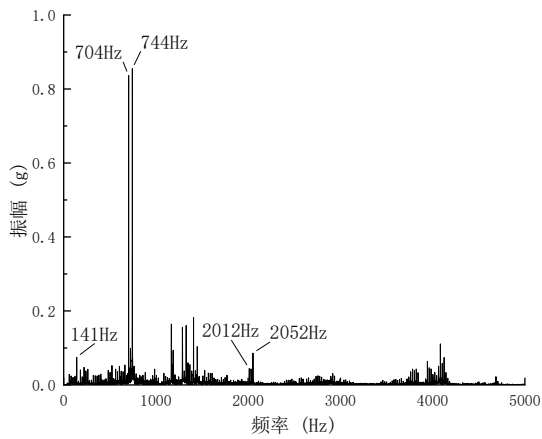
图 4.34 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验叶片应力响应



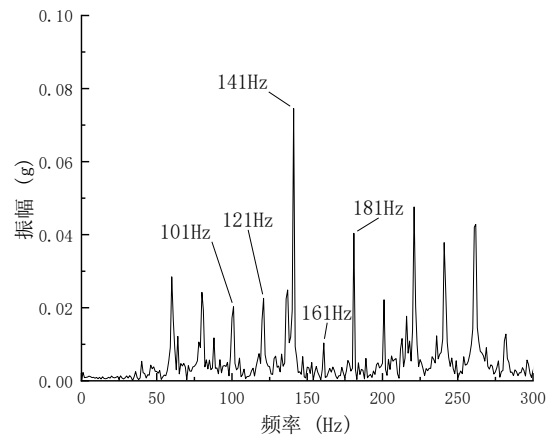
(a) 轴承座加速度响应



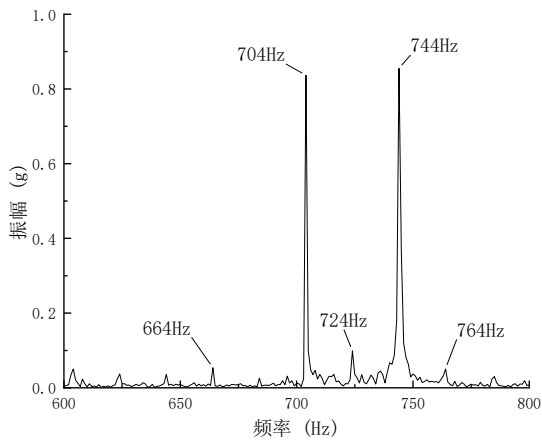
(b) 轴承座加速度响应细节



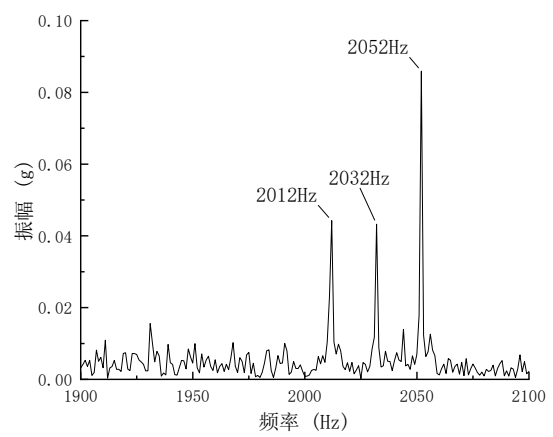
(c) 轴承座加速度响应频谱



(d) 轴承座加速度响应频谱细节 1

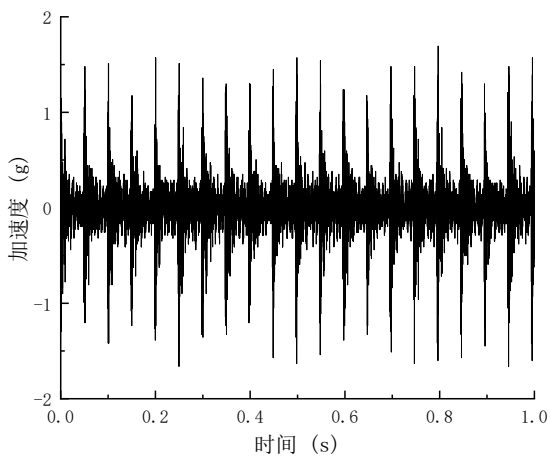


(e) 轴承座加速度响应频谱细节 2

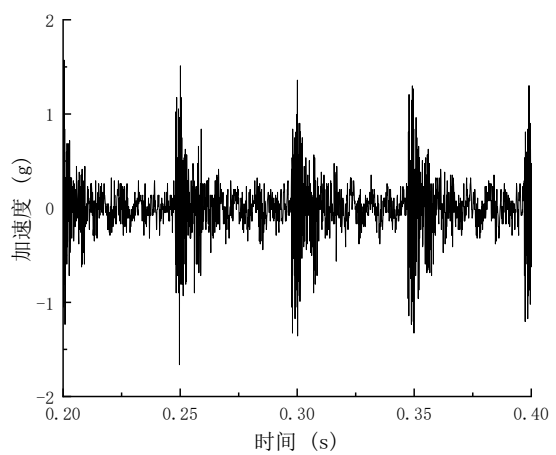


(f) 轴承座加速度响应频谱细节 3

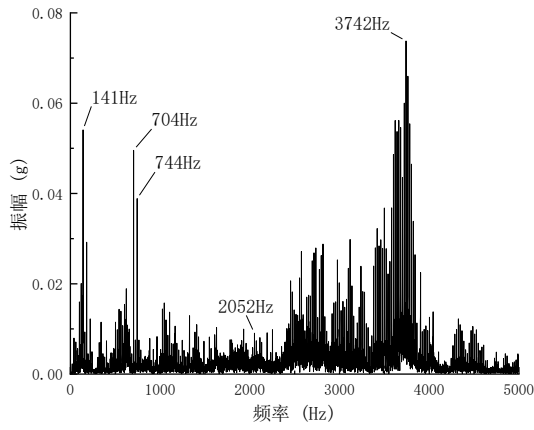
图 4.35 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应



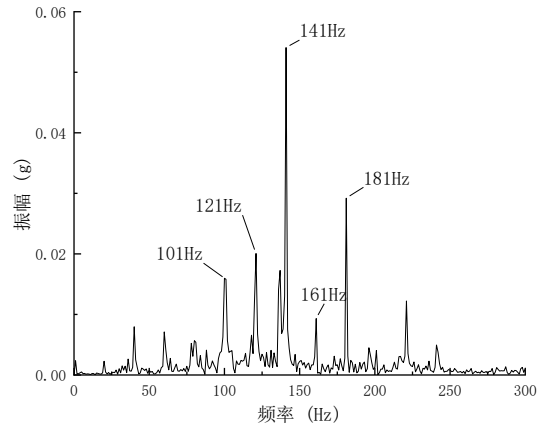
(a) 涡轮机匣加速度响应



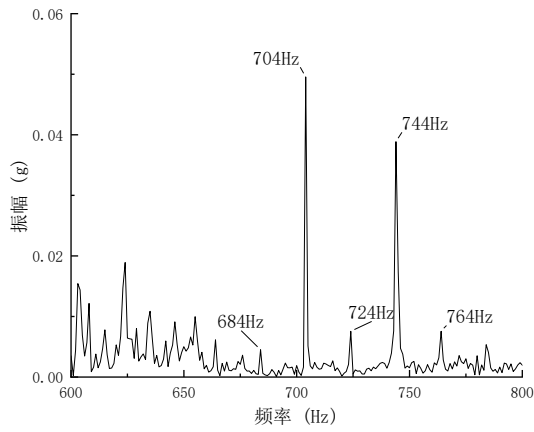
(b) 涡轮机匣加速度响应细节



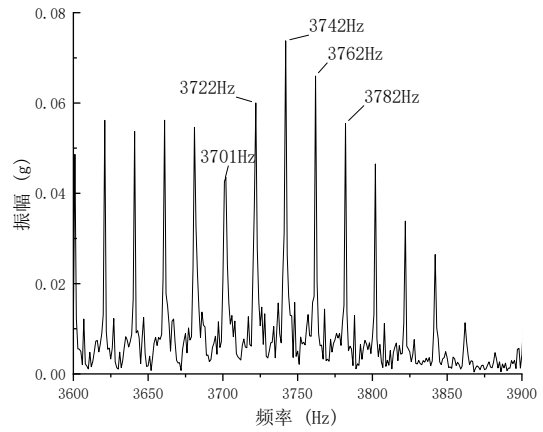
(c) 涡轮机匣加速度响应频谱



(d) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 1

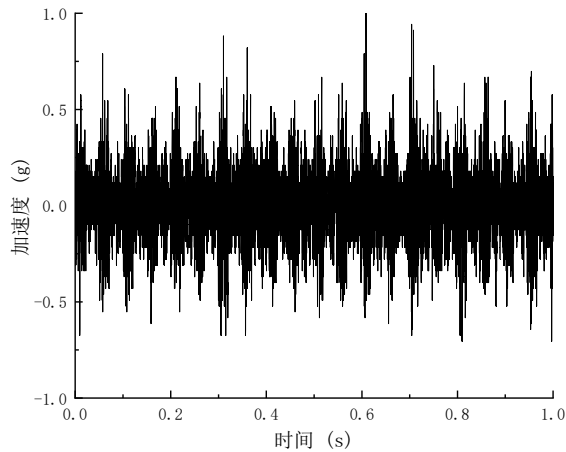


(e) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 2

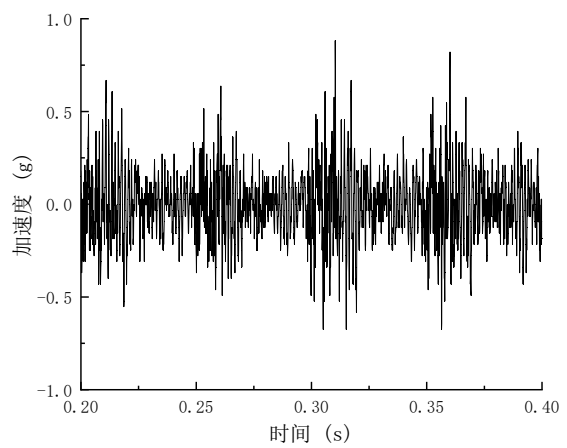


(f) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 3

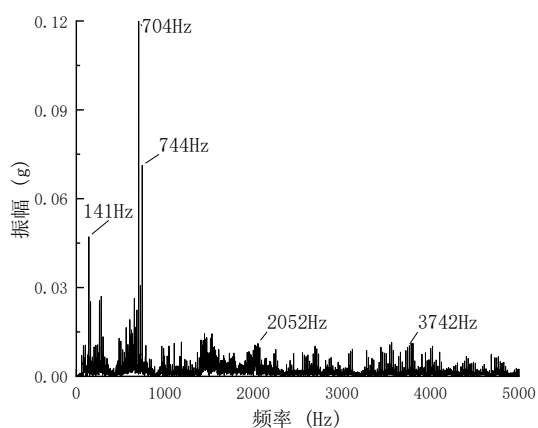
图 4.36 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应



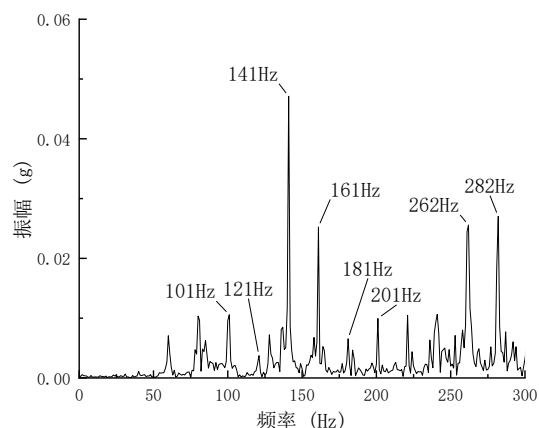
(a) 压气机机匣加速度响应



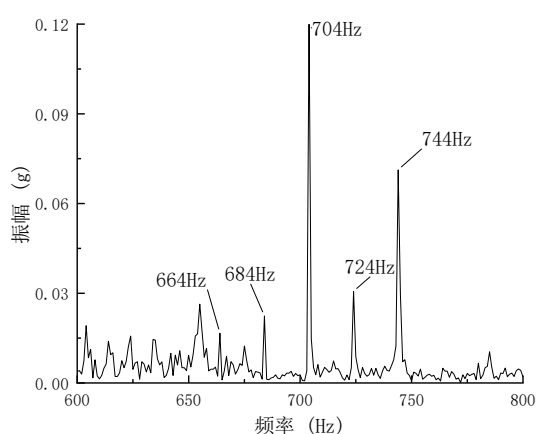
(b) 压气机机匣加速度响应细节



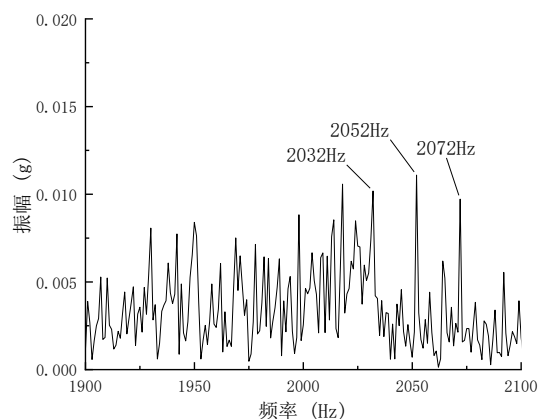
(c) 压气机机匣加速度响应频谱



(d) 压气机机匣加速度响应频谱细节 1



(e) 压气机机匣加速度响应频谱细节 2



(f) 压气机机匣加速度响应频谱细节 3

图 4.37 恒速工况健康叶片-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应

(3) 恒速工况下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障整机试验

针对碰摩故障研究,开展了恒速工况下含裂纹叶片-机匣碰摩故障整机试验。叶片应力响应如图 4.38 所示,叶片应力幅值超过 150MPa,图 4.38 (a) - (b) 中可以明显看到碰摩载荷导致的冲击现象,图 4.38 (c) 为叶片应力频谱,由图可知,碰摩载荷作用下,叶片响应频谱中出现了明显的叶片 1 阶固有频率成分、2 阶固有频率成分以及 3 阶固有频率成分;图 4.34 (d) - (f) 为叶片应力频谱细节图,可以看到在叶片出现了非常多的转速调整频率成分,这也是碰摩故障的典型特征之一,而且在叶片固有频率处出现幅值增大现象。与健康叶片-机匣碰摩试验结果相比,裂纹仅导致叶片自身的固有频率出现下降。

含裂纹叶片碰摩工况下轴承座加速度响应及机匣加速度响应如图 4.39-图 4.41 所示,其由于碰摩故障导致的特征与健康叶片碰摩故障试验得出的特征几乎一致。时域响应中出现明显的

冲击信号，频谱中出现很多高倍频及转速调制频率成分，以及幅值较大的叶片固有频率与转速频率的组合频率成分。

综上所述，健康叶片碰摩故障特征与含裂纹叶片故障特征基本一致，裂纹故障仅导致叶片自身固有频率下降，并没有产生其余特征。

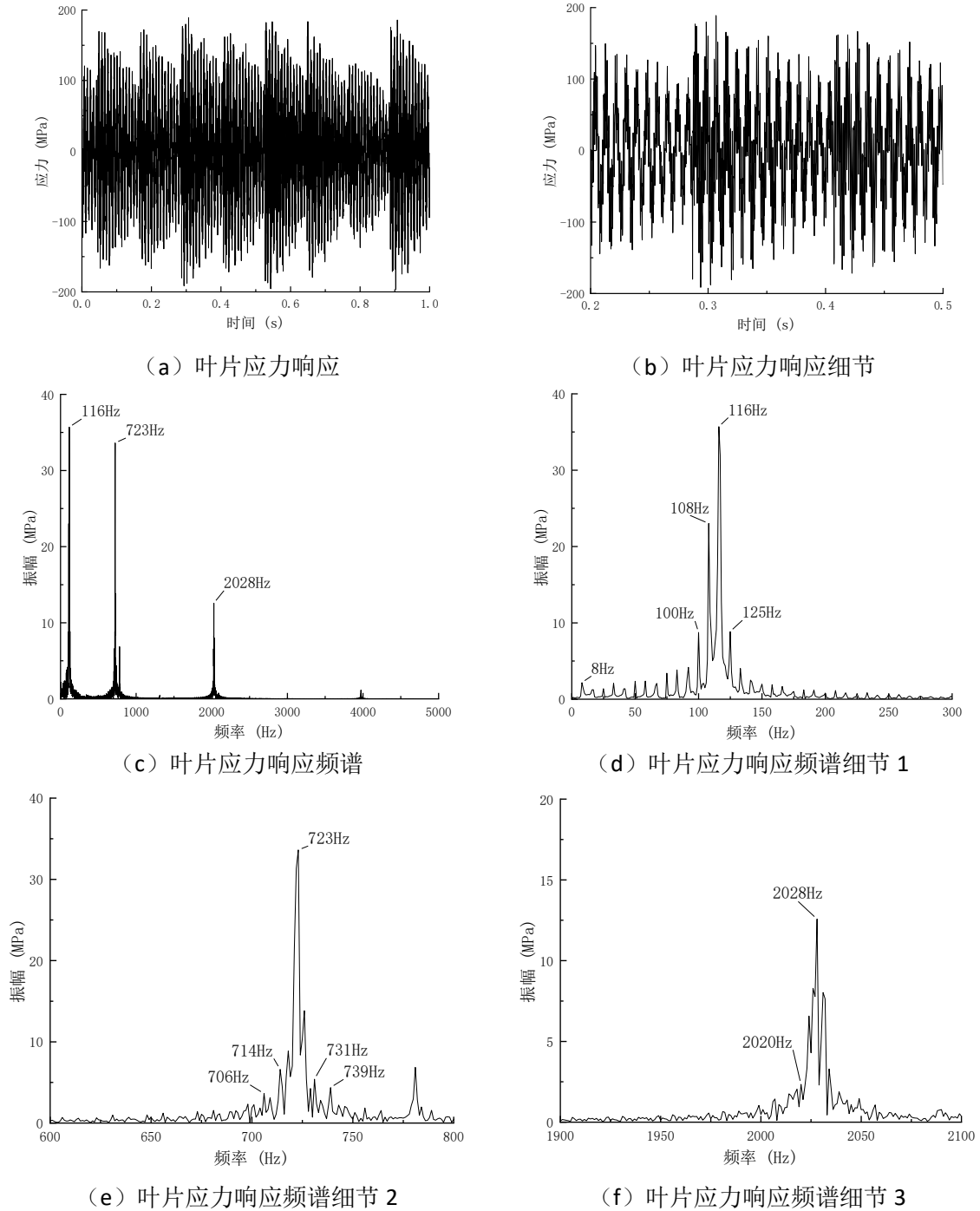
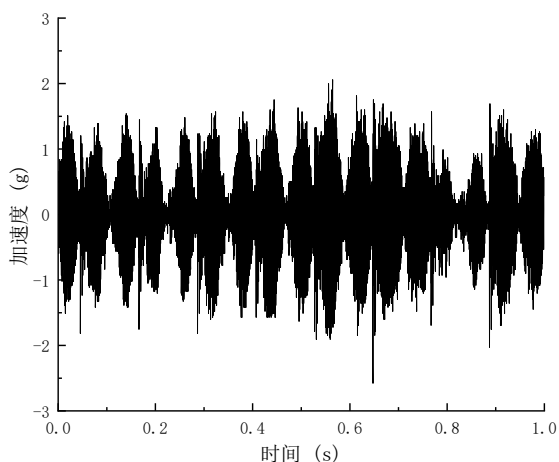
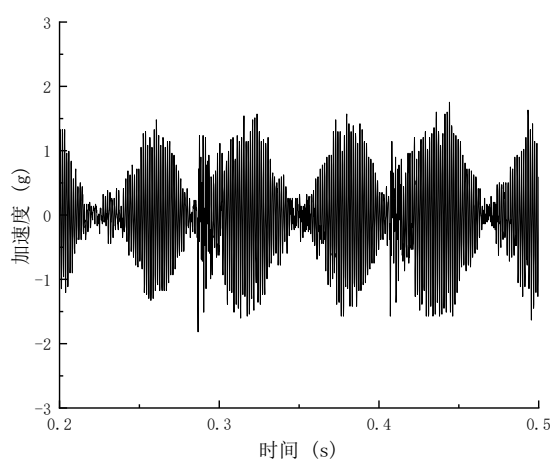


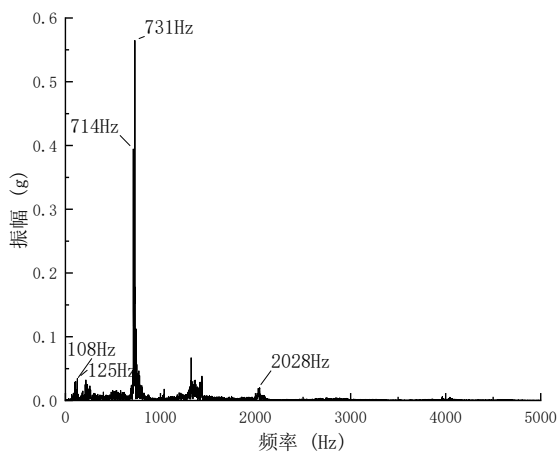
图 4.38 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验叶片应力响应



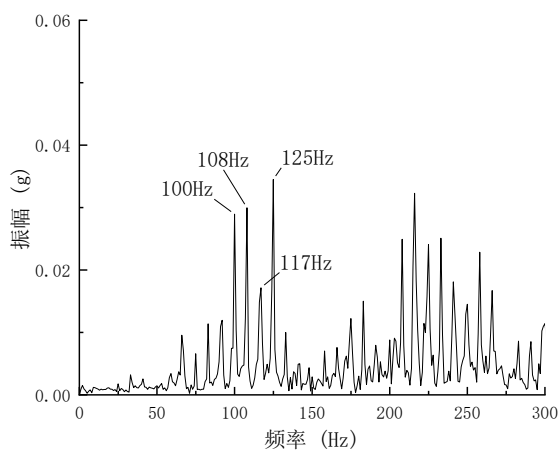
(a) 轴承座加速度响应



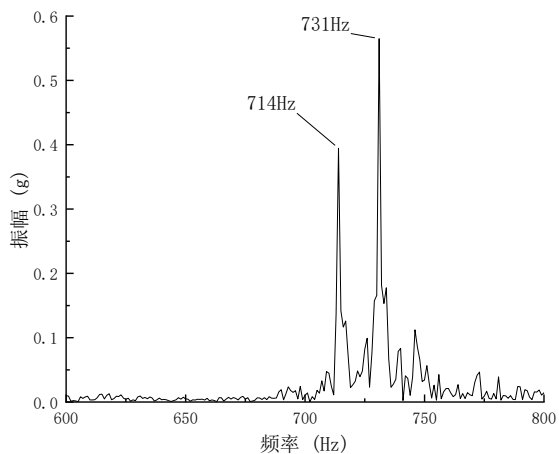
(b) 轴承座加速度响应细节



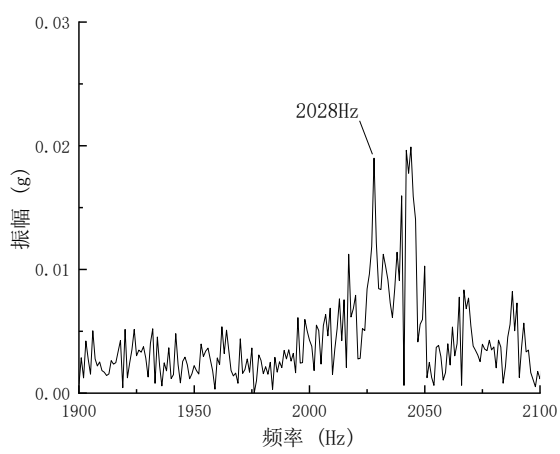
(c) 轴承座加速度响应频谱



(d) 轴承座加速度响应频谱细节 1



(e) 轴承座加速度响应频谱细节 2



(f) 轴承座加速度响应频谱细节 3

图 4.39 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应

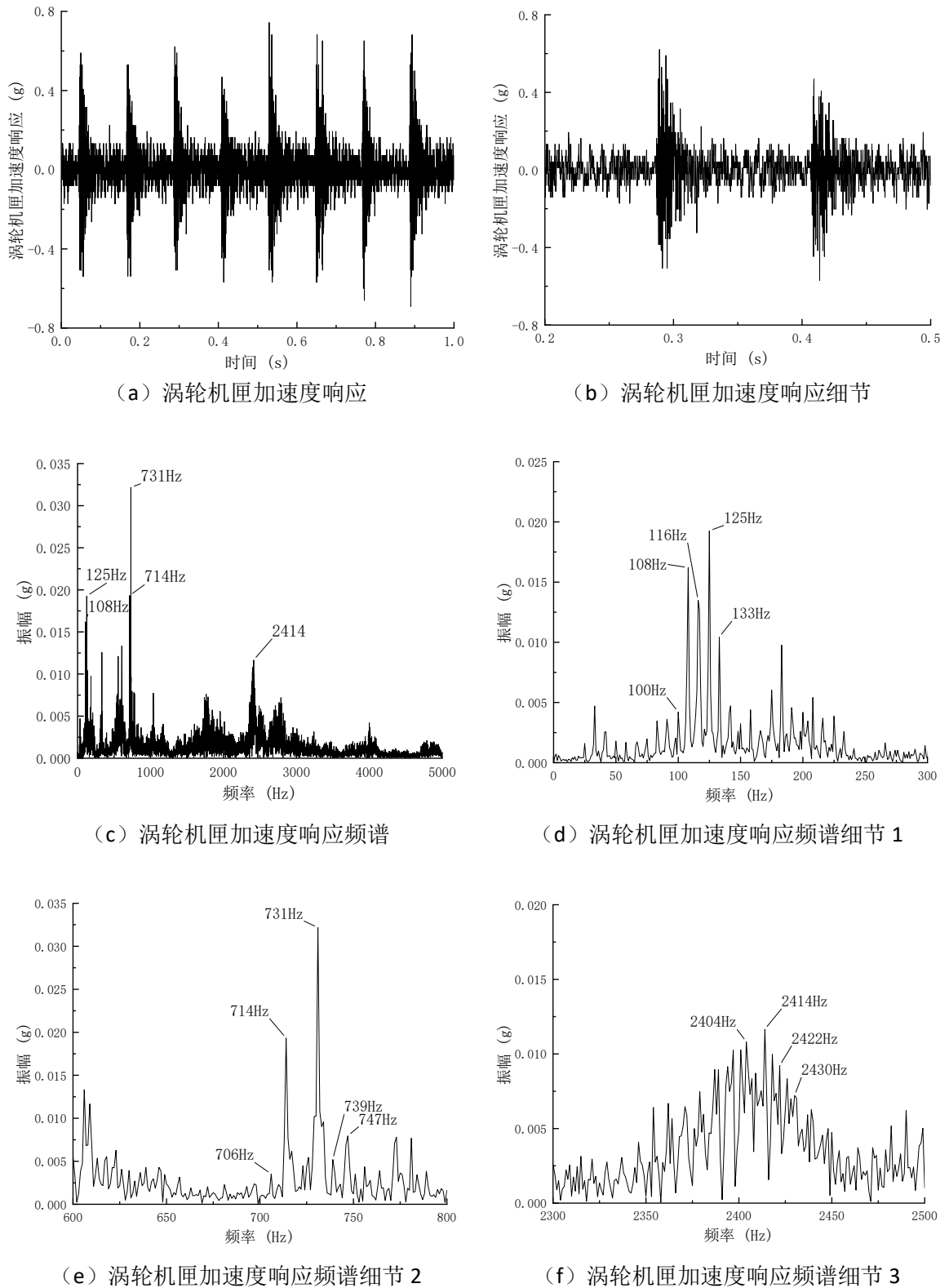


图 4.40 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应

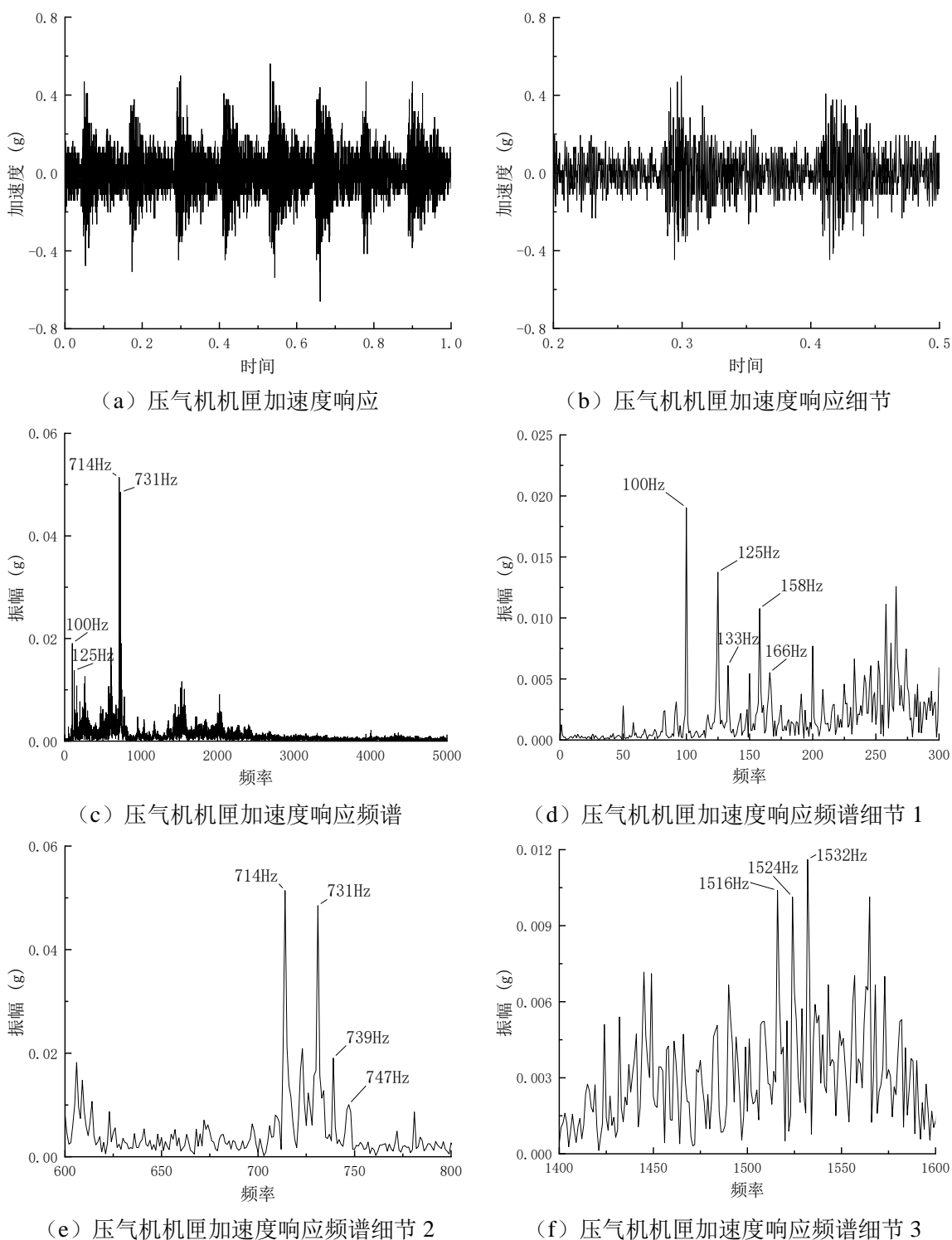


图 4.41 恒速工况含裂纹叶片-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应

(4) 碰摩故障导致的冲击信号传递试验

根据上述章节分析，叶片-机匣碰摩故障会在叶片应力响应与机匣加速度响应中引发显著

的冲击信号特征。值得注意的是，涡轮机匣靠近碰摩发生点的加速度响应中，冲击信号强度明显高于远离碰摩发生点的压气机机匣加速度响应。为深入探究这一现象，本文进一步开展了碰摩故障导致的冲击信号传递特性试验研究。

在试验设计方面，本次试验装置与图 4.31 所示的碰摩故障试验系统保持一致，并在原有测点基础上增设了燃烧室机匣加速度测点，具体测点位置如图 4.42 所示。针对冲击信号传递特性，本文开展了不同转速条件下的系列试验，重点分析了各测点冲击信号的到达时序特征

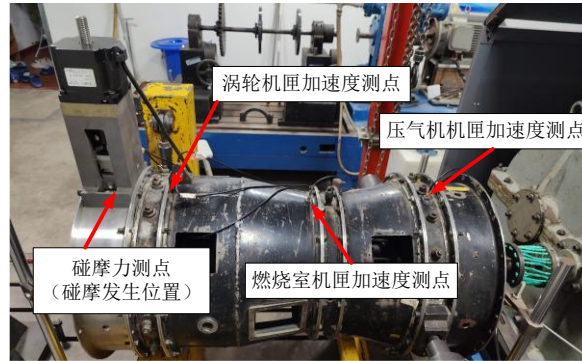


图 4.42 碰摩冲击信号传递试验测点示意图

在转速 800r/min 工况下开展的碰摩故障试验中，产生的冲击信号响应如图 4.43 所示。其中，图 4.43 (a) 为时域响应信号，显示碰摩故障产生了大量冲击信号；图 4.43 (b) 为时域响应细节信号，表明冲击信号最先出现在碰摩力测点，随后依次传递至涡轮机匣加速度测点、燃烧室机匣加速度测点，最后到达压气机机匣加速度测点，并分别提取了各测点冲击峰值的到达时刻。由于压气机机匣加速度响应幅值显著低于涡轮机匣与燃烧室机匣加速度响应，且冲击信号特征不明显，故对加速度信号进行了小波分解与重构处理，选用 ‘db4’ 小波基、设置 5 层分解层数，并提取第 1 层小波重构信号，结果如图 4.43 (d) 所示。相较于图 4.43 (a) 的原始时域响应，经小波重构后的信号中碰摩故障产生的冲击信号特征更加清晰，据此提取了冲击峰值到达时刻并计算了到达时刻差，结果如表 4.3 所示，可见小波重构信号中的冲击信号峰值到达时刻与原始信号中的峰值到达时刻基本一致。此外，在转速为 1200r/min 及 1800r/min 工况下开展的试验，结果分别如图 4.44-图 4.45 及表 4.4-表 4.5 所示，其与 800r/min 工况试验结果呈现相似的规律性。

综上所述，当碰摩故障发生时，由此产生的冲击信号会从碰摩发生点开始传递，其传递路径依次为：首先到达涡轮机匣加速度测点，随后传递至燃烧室机匣加速度测点，最终抵达压气机机匣加速度测点。由于压气机机匣加速度测点与碰摩发生点相距较远，且压气机机匣靠近安装节位置，导致该测点加速度响应中碰摩故障的特征信号显著减弱。针对此类特征微弱的碰摩故障信号，需进一步开展深入分析与处理。

航空发动机叶片裂纹-机匣碰摩复合故障整机振动分析与诊断

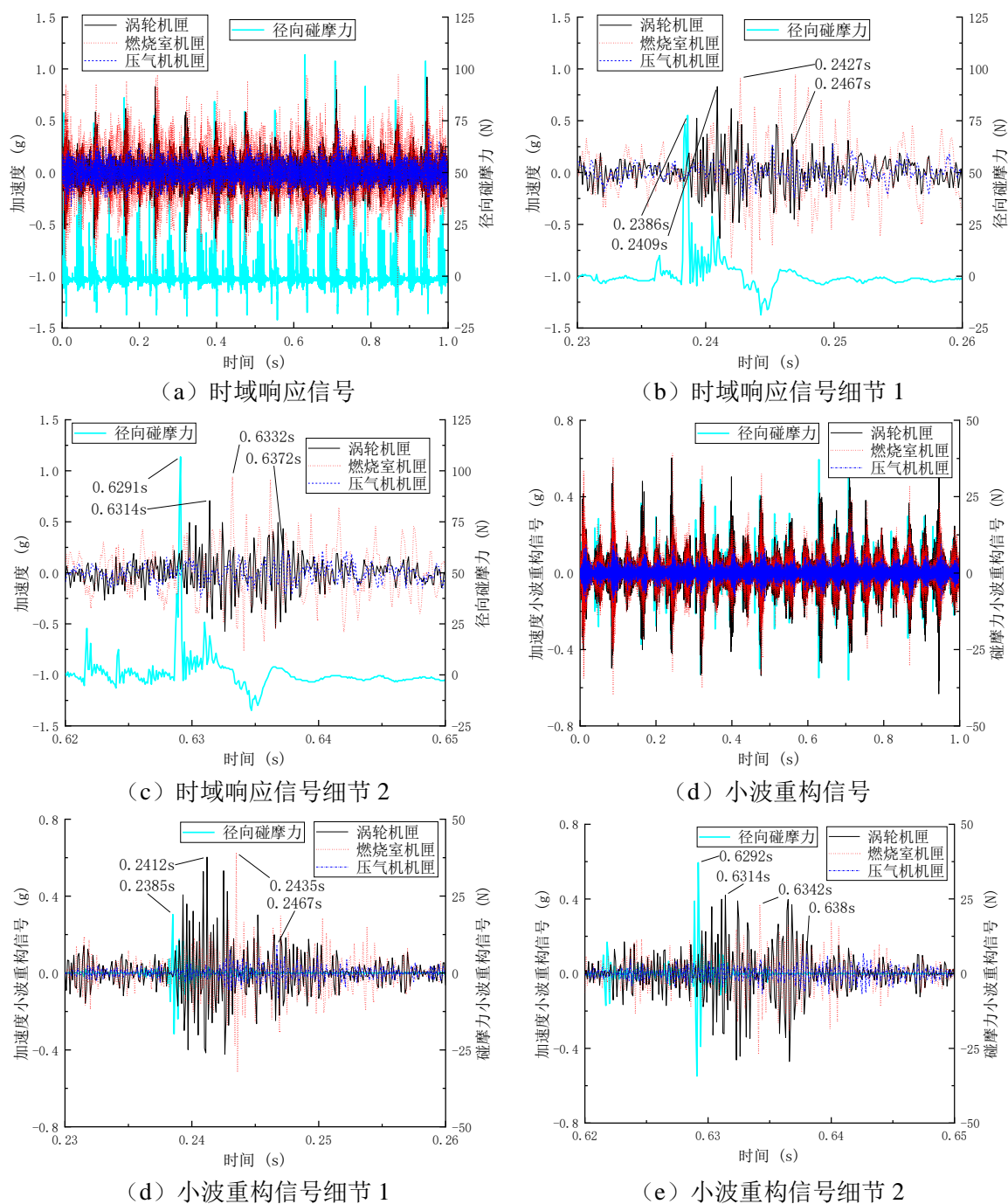


图 4.43 转速 800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应

表 4.3 转速 800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差

	时刻	碰摩力 - 涡轮机匣	涡轮 - 燃烧室机匣	燃烧室 - 压气机机匣
原始信号时刻差	0.2s	2.3ms	1.8ms	4.0ms
	0.6s	2.3ms	1.8ms	4.0ms
小波重构信号时刻差	0.2s	2.7ms	2.3ms	3.2ms
	0.6s	2.2ms	2.8ms	3.8ms

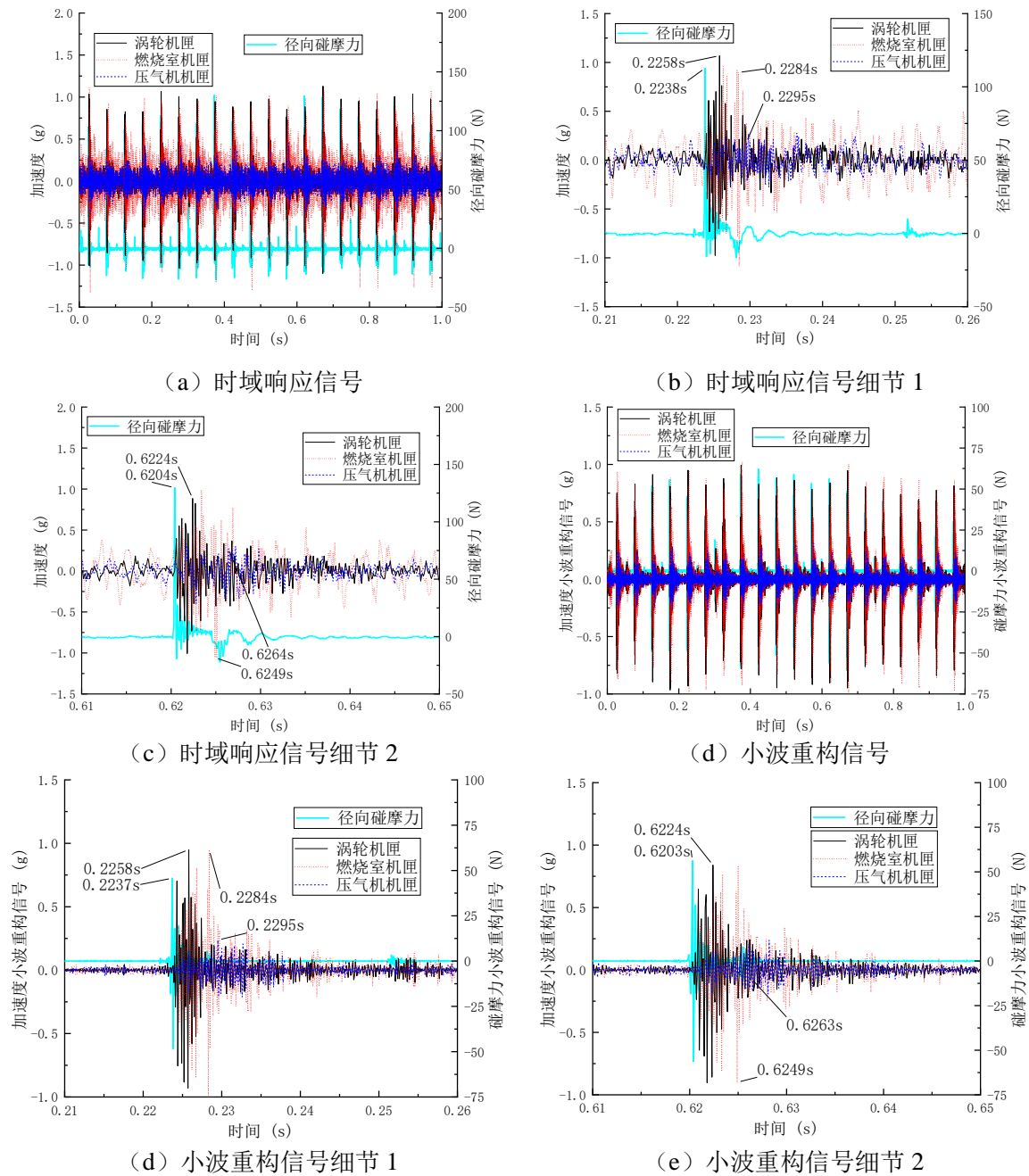


图 4.44 转速 1200r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应

表 4.4 转速 1200r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差

	时刻	碰摩力 - 涡轮机匣	涡轮 - 燃烧室机匣	燃烧室 - 压气机机匣
原始信号时刻差	0.2s	2.0ms	2.7ms	1.3ms
	0.6s	2.0ms	2.5ms	1.5ms
小波重构信号时刻差	0.2s	2.1ms	2.5ms	1.2ms
	0.6s	2.1ms	2.5ms	1.4ms

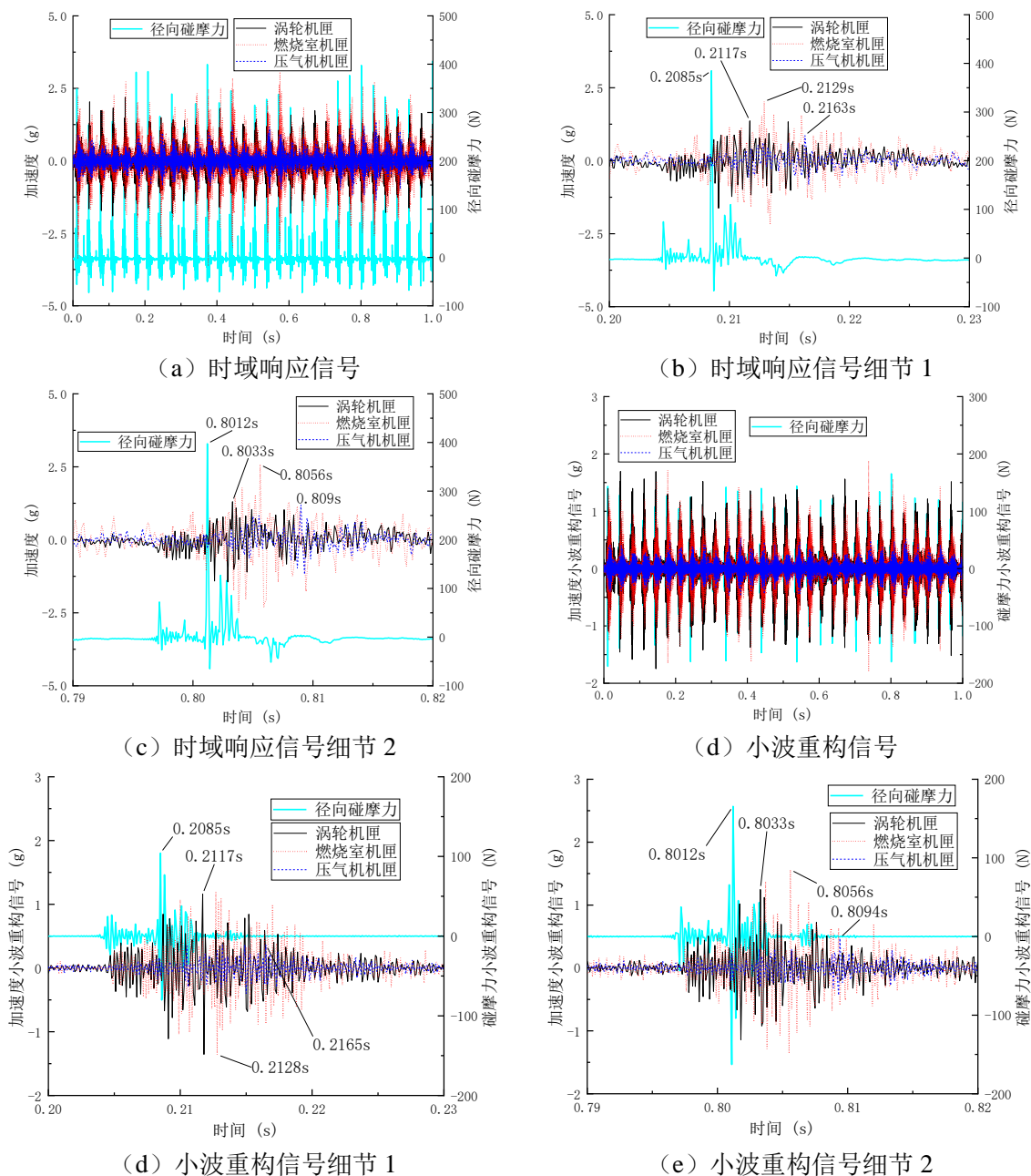


图 4.45 转速 1800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号响应

表 4.5 转速 1800r/min 工况碰摩故障试验冲击信号到达时刻差

	时刻	碰摩力 - 涡轮机匣	涡轮 - 燃烧室机匣	燃烧室 - 压气机机匣
原始信号时刻差	0.2s	3.2ms	1.2ms	3.4ms
	0.6s	2.1ms	2.3ms	3.4ms
小波重构信号时刻差	0.2s	3.2ms	1.1ms	3.7ms
	0.6s	2.1ms	2.3ms	3.8ms

4.4.2.3 试验结论

(1) 碰摩载荷作用下, 叶片时域响应出现明显的冲击信号以及振荡衰减现象。叶片响应频谱中出现了明显的叶片 1 阶固有频率成分、2 阶固有频率成分以及 3 阶固有频率成分, 并且在叶片频谱中出现了非常多的转速调整频率成分。

(2) 碰摩载荷作用下, 轴承座加速度时域响应出现明显的碰摩载荷所导致的冲击信号。在轴承座加速度频谱中同样出现了大量的转速调制频率成分, 同时也在叶片固有频率成分附近出现幅值增大现象。不同于叶片应力响应频谱, 轴承座加速度频谱中出现幅值增大的频率为转速频率与叶片固有频率的组合频率。涡轮机匣加速度响应与压气机机匣加速度响应特征与轴承座加速度响应一致。

(3) 健康叶片碰摩故障特征与含裂纹叶片故障特征基本一致, 裂纹故障仅导致叶片自身固有频率下降, 并没有产生其余特征。

(4) 碰摩故障导致的冲击载荷, 会根据传感器测点距离碰摩发生点的距离产生到达时间差, 即冲击波首先会到达距离碰摩发生点最近的涡轮机匣加速度测点, 随后是燃烧室机匣加速度测点, 最后到达压气机机匣加速度测点。并且冲击信号到达压气机机匣加速度测点时, 冲击特征已经大大减弱, 信号需要通过进一步处理, 才能找到明显的冲击响应特征。

4.5 含叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的整机振动仿真分析与试验验证

为了满足含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障诊断的工程需求, 本节探讨了这种复合故障条件下的整机振动特性, 并进行了动力学仿真分析和针对性试验验证。通过构建一个包含裂纹叶片、盘轴转子系统、弹性支承、滚动轴承和机匣结构的多体耦合模型, 精确地模拟了裂纹故障的影响, 并引入了裂纹叶片与机匣碰摩的动力学模型。仿真分析着重于裂纹导致的结构非线性与碰摩接触非线性之间的耦合作用机制, 揭示了这些因素如何共同影响叶片的振动响应、接触力的动态特性和整机振动响应。为了验证仿真的准确性, 本文进行了严格的复合故障试验, 在含有预制裂纹的叶片上施加可控的碰摩力, 并实时监测其动态应力响应。

4.5.1 含叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的整机振动特性仿真分析

4.5.1.1 变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩仿真

本节进行了变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真验证, 仿真设置与上述章节保持一致, 仅针对设置进行了叠加 (气流激励、碰摩激励等)。变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真结果如图 4.46 所示, 从图 4.46 (a) 叶尖加速度响应瀑布图可知, 在气流激励和碰摩激励下, 叶片响应频谱中出现了比较多的倍频特征, 并且在叶片 1 阶固有频

率与 2 阶固有频率附近出现了幅值增大现象，从图 4.46 (a) 叶尖加速度响应瀑布图细节中可以更加清楚的看出较大的 6 倍频(即气流激励频率)，以及叶片在气流激励下的共振频率(117Hz)。从图 4.46 (c) 轴承座加速度响应瀑布图和图 4.46 (d) 涡轮机匣加速度响应瀑布图中均可以得出叶片 1 阶固有频率与转速频率的组合频率成分，基于此可以反推演叶片固有频率。

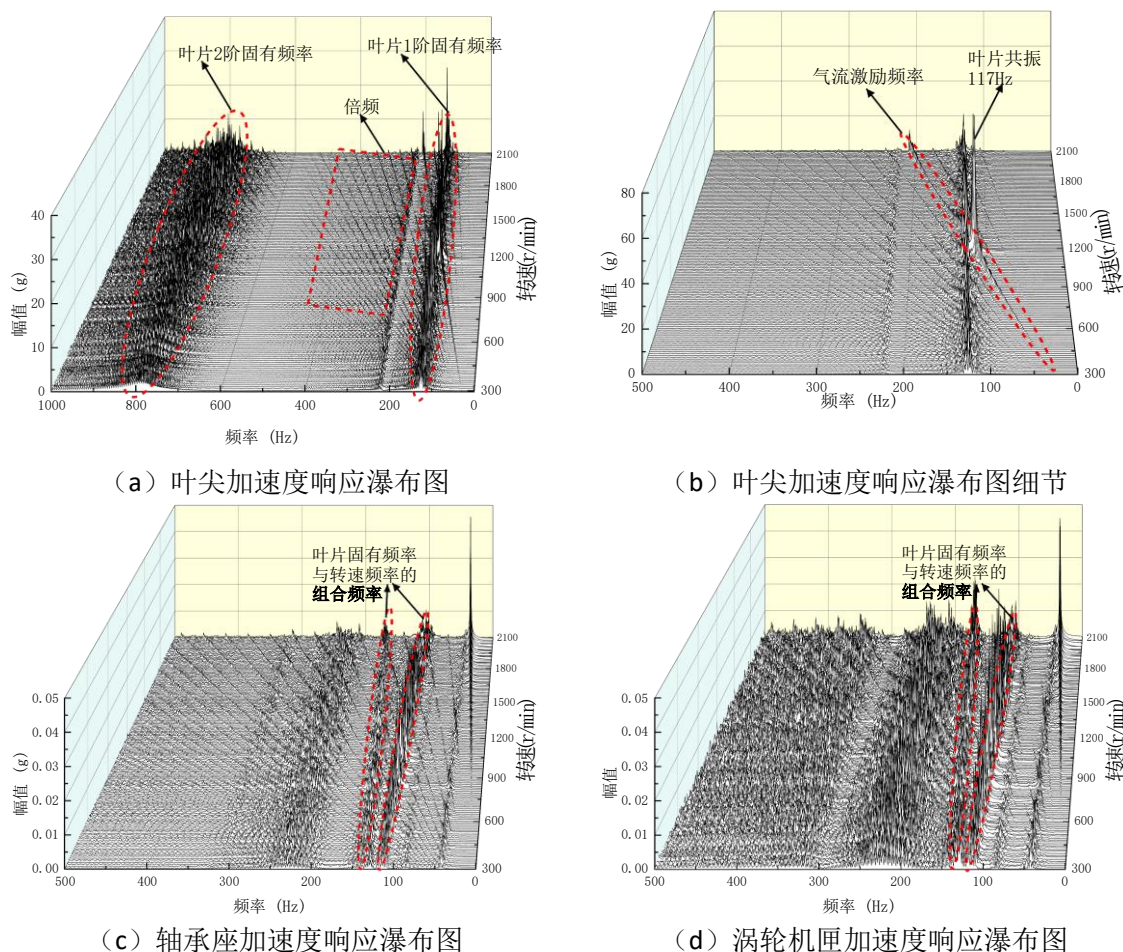


图 4.46 变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真

4.5.1.2 变速工况气流激励下裂纹叶片 - 机匣碰摩仿真

本节进行了变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真验证，仿真设置与上述章节保持一致，仅针对设置进行了叠加（裂纹叶片、气流激励、碰摩激励等）。变速工况气流激励下裂纹叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真结果如图 4.47 所示，图 4.47 (a) 与图 4.47 (b) 为叶尖加速度响应瀑布图，其特征与健康叶片 - 机匣碰摩仿真结果一致（频谱中均有明显的转速倍频、叶片 1 阶固有频率和 2 阶固有频率），但是由于叶片含有裂纹故障，因此叶片共振频率更小（116Hz）。同理，图 4.47 (c) 轴承座加速度响应瀑布图和图 4.47 (d) 涡轮机匣加速度响应瀑布图中也出现了较为明显的叶片 1 阶固有频率与转速频率的组合频率成分。

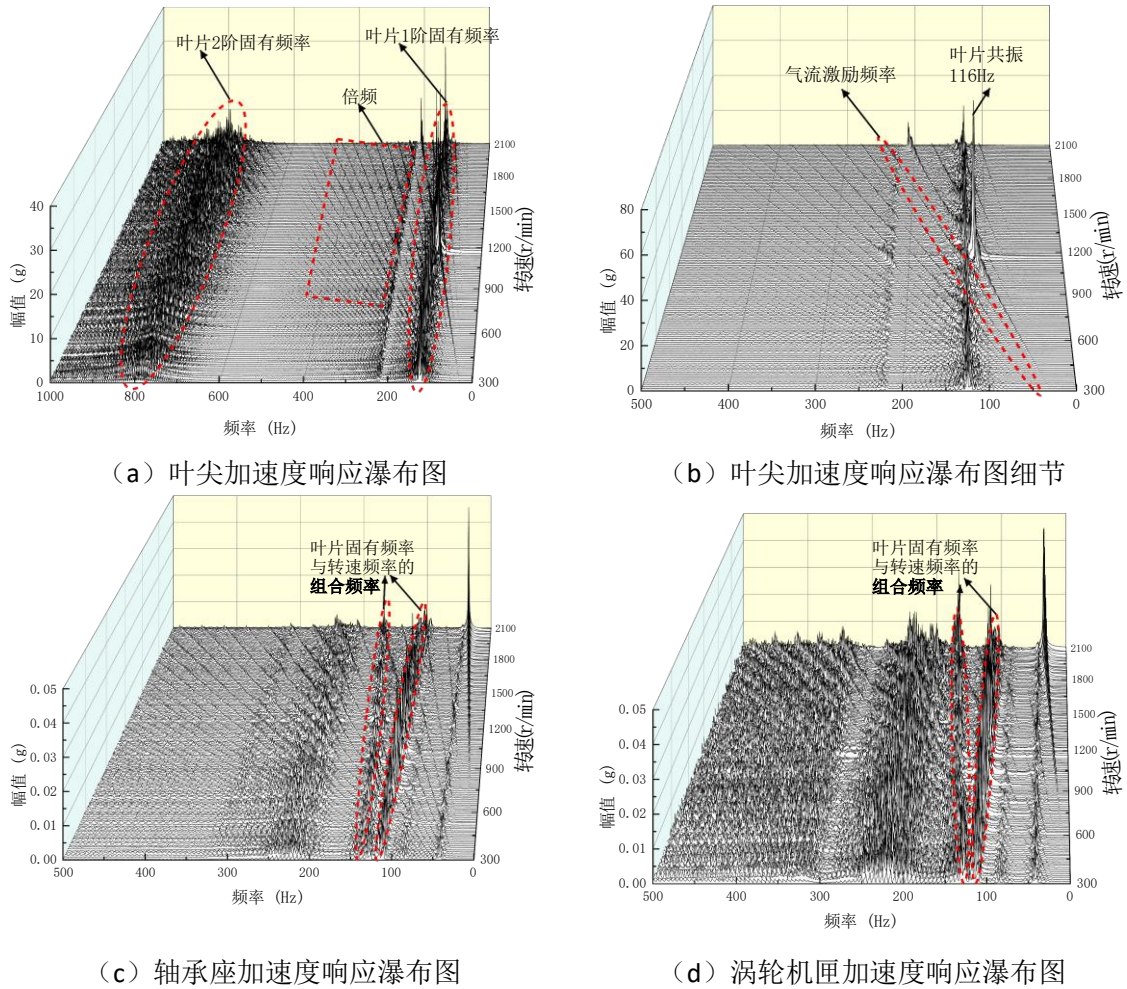


图 4.47 变速工况气流激励下裂纹叶片 - 机匣碰摩整机振动仿真

4.5.2 含叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障整机试验验证

4.5.2.1 试验方案

基于 4.2 节中的整机模拟试验器、旋转叶片气流激励装置、叶片 - 机匣碰摩施加装置，以及旋转叶片应力测量装置进行含复合故障的整机试验。含复合故障整机试验测试系统示意图如图 4.48 所示，通过更换叶片试验件，从而可以进行健康叶片整机试验与含叶片裂纹故障整机试验，并且通过应变片传感器进行叶片应力响应测量。通过碰摩施加装置可以施加不同程度的碰摩故障，碰摩程度通过碰摩装置前端的三向力传感器测量出的碰摩力数值进行量化。在轴承座（①号）、涡轮机匣（②号）以及压气机机匣（③号）上安装加速度传感器测量整机加速度响应；通过电涡流传感器在压气机端测量转轴振动位移响应；通过高压气源控制是否对叶片进行气流

激励。基于上述试验器，进行整机试验，具体试验内容如表 4.6 所示。

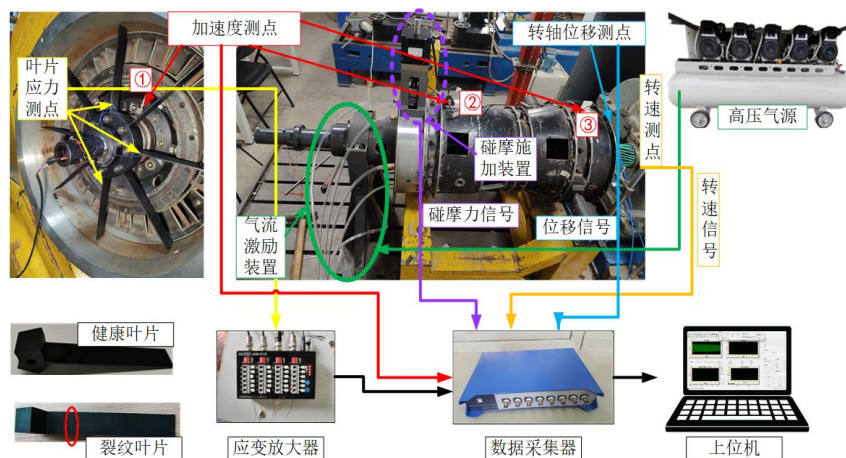


图 4.48 含裂纹叶片 - 机匣碰摩复合故障整机试验测试系统示意图

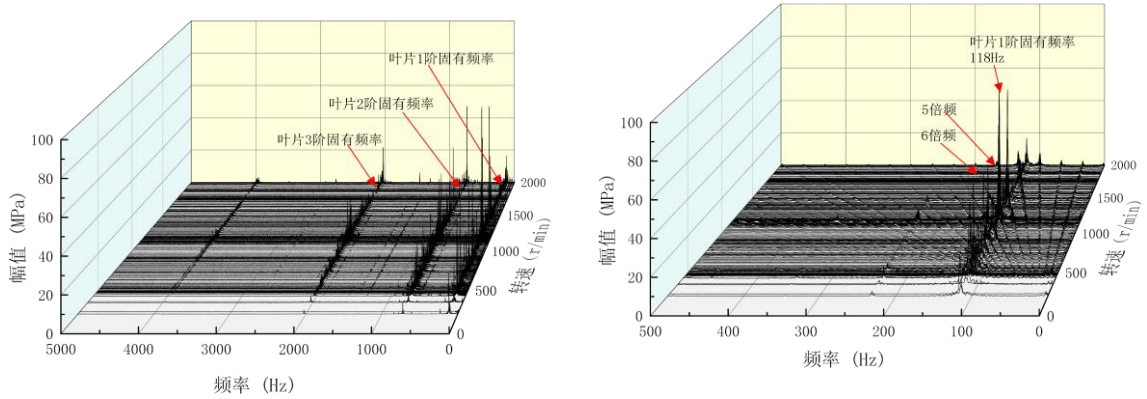
表 4.6 含叶片 - 机匣碰摩故障整机试验内容

序号	试验内容
1	变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
2	变速工况气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
3	恒速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
4	恒速工况气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩故障整机试验
5	碰摩载荷下叶片裂纹扩展演化试验

4.5.2.2 数据分析

(1) 变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机试验

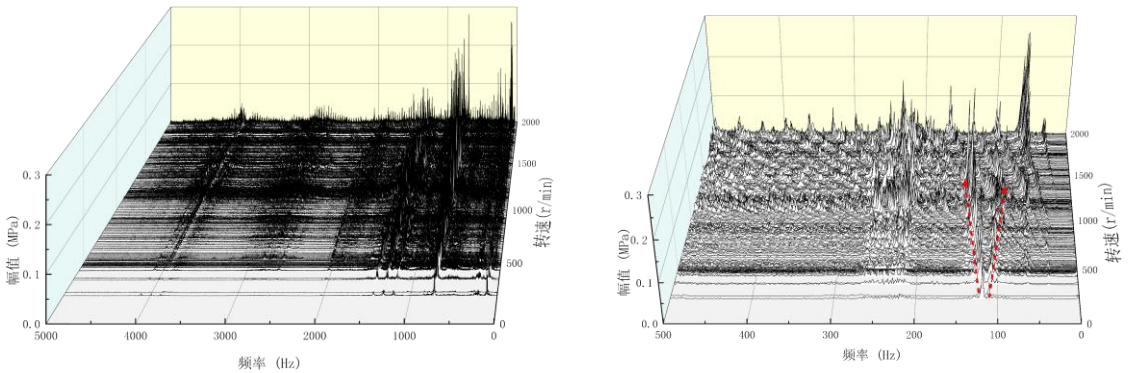
由 4.3 节可知，叶片共振时，叶片应力响应频谱中主要含有叶片 1 阶固有频率成分；由 4.4 节可知，当叶片受到碰摩载荷时，叶片应力响应频谱中不仅含有 1 阶固有频率成分，还会存在转速倍频成分以及叶片 2 阶、3 阶固有频率成分。而当叶片受到气流激励产生共振，并且同时受到碰摩载荷时，如图 4.41 所示，叶片应力响应频谱中会出现较多的转速倍频成分以及叶片 1 阶、2 阶和 3 阶固有频率成分。图 4.50 为轴承座加速度三维瀑布图，可知在气流激励叶片共振与碰摩故障两种载荷作用下，频谱中出现了非常多的倍频成分，但是从频谱细节图中，可以清晰地看出频谱中不仅有叶片 1 阶固有频率成分与转速频率的组合频率，还有叶片 2 阶、3 阶固有频率成分与转速频率的组合频率成分，进一步证明了 4.3 节中的结论。图 4.51-图 4.52 为涡轮机匣加速度以及压气机机匣加速度响应三维瀑布图，其响应特征与轴承座加速度响应三维瀑布图一致，也出现了叶片固有频率与转速频率的组合频率成分。但不同之处在于，叶片 3 阶固有频率与转速频率的组合频率成分特征较小，并且压气机机匣加速度响应中对应的频率特征要小于涡轮机匣加速度响应，这是由于涡轮机匣要比压气机机匣更靠近碰摩点。



(a) 叶片应力响应三维瀑布图

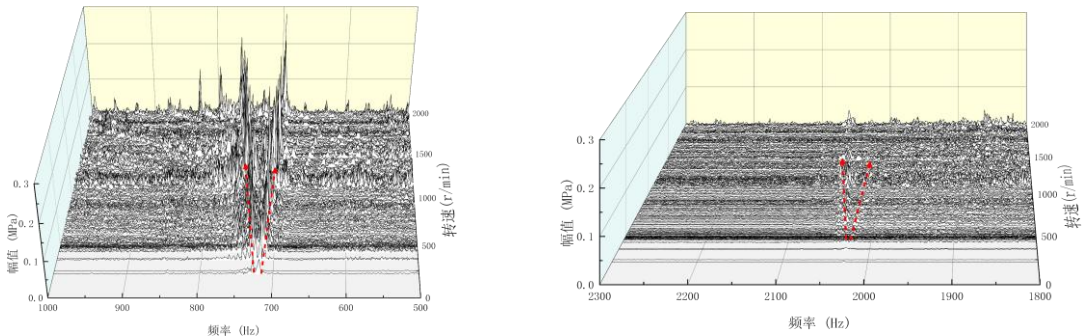
(a) 叶片应力响应三维瀑布图-细节

图 4.49 变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障叶片应力响应



(a) 轴承座加速度响应三维瀑布图

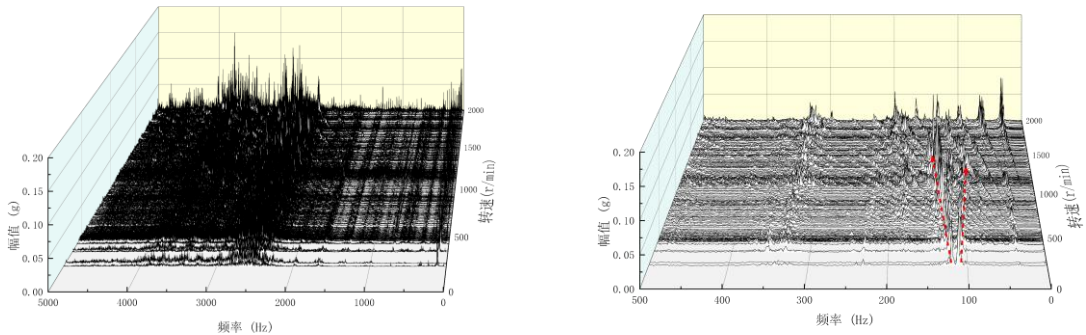
(b) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 1



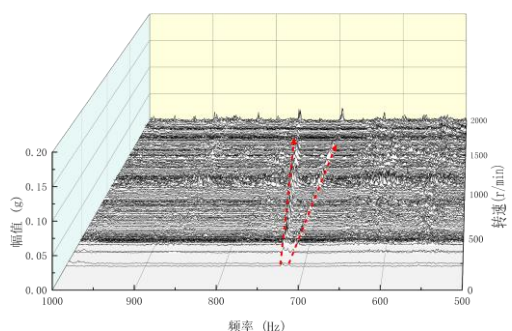
(c) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 2

(d) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 3

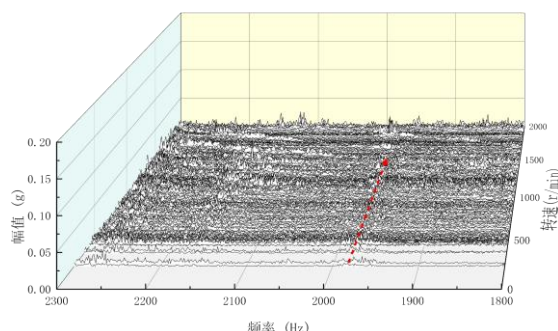
图 4.50 变速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障轴承座加速度响应



(a) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图



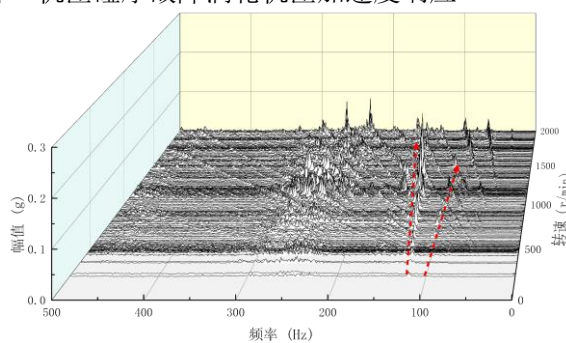
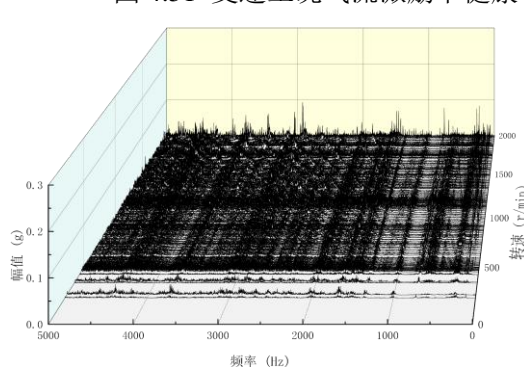
(b) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 1



(c) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 2

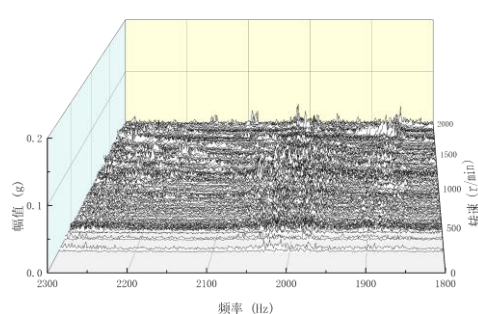
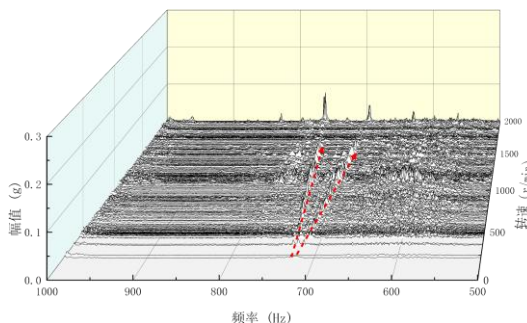
(d) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 3

图 4.51 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障涡轮机匣加速度响应



(a) 压气机机匣加速度响应三维瀑布图

(b) 压气机机匣加速度响应三维瀑布图-细节 1



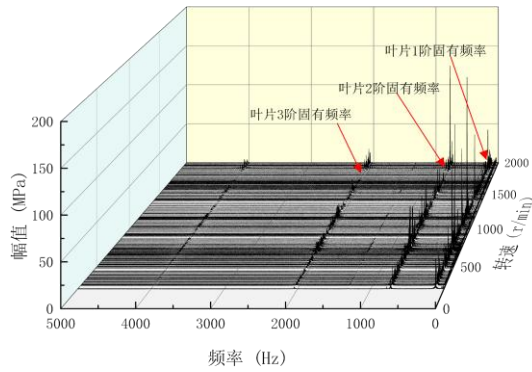
(c) 压气机机匣加速度三维瀑布图-细节 2

(d) 压气机机匣加速度响应三维瀑布图-细节 3

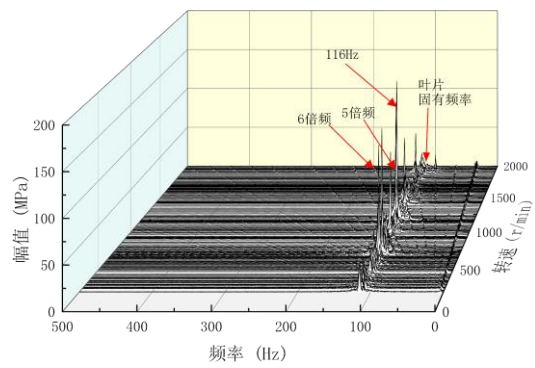
图 4.52 变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩故障压气机机匣加速度响应

(2) 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障整机振动试验

变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障整机试验结果如图 4.53-图 4.56 所示, 整机响应结果与变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩复合故障整机试验结果基本一致。叶片应力响应频谱中出现倍频、1 阶、2 阶、3 阶固有频率成分, 轴承座及机匣加速度响应频谱也出现了明显的叶片固有频率与转速频率的组合频率成分。与变速工况气流激励下健康叶片-机匣碰摩复合故障整机试验结果不同之处在于, 含裂纹叶片自身的固有频率出现了下降, 即, 裂纹故障仅会导致叶片自身固有频率下降, 没有产生其余特征。

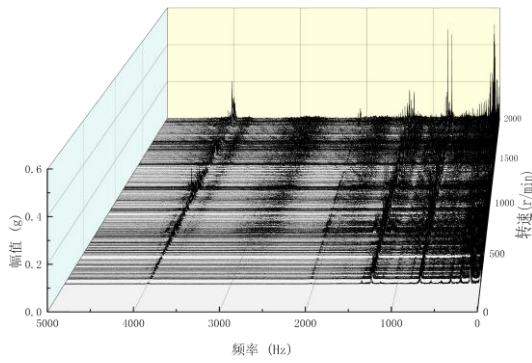


(a) 叶片应力响应三维瀑布图

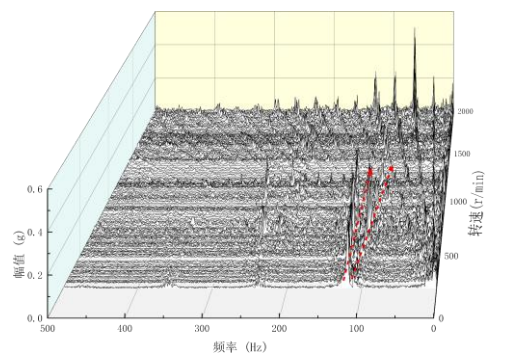


(a) 叶片应力响应三维瀑布图-细节

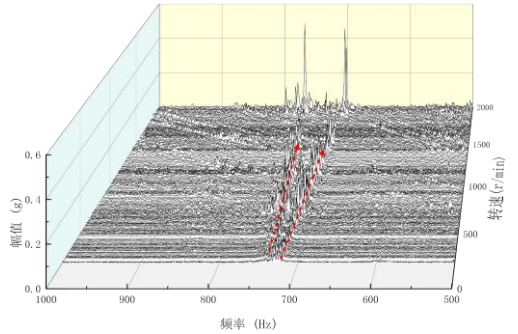
图 4.53 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障叶片应力响应



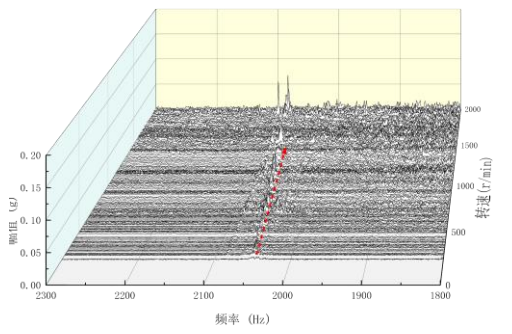
(a) 轴承座加速度响应三维瀑布图



(b) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 1

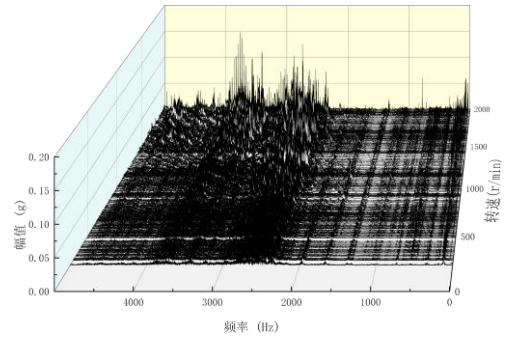


(c) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 2

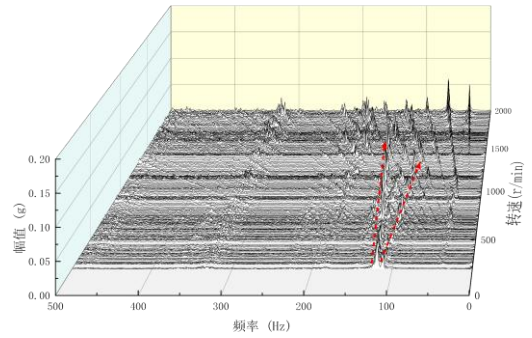


(d) 轴承座加速度响应三维瀑布图-细节 3

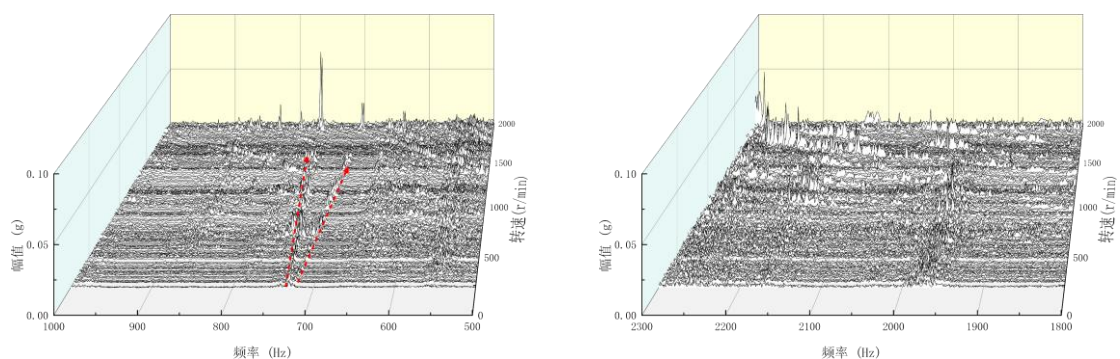
图 4.54 变速工况气流激励下含裂纹叶片-机匣碰摩复合故障轴承座加速度响应



(a) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图

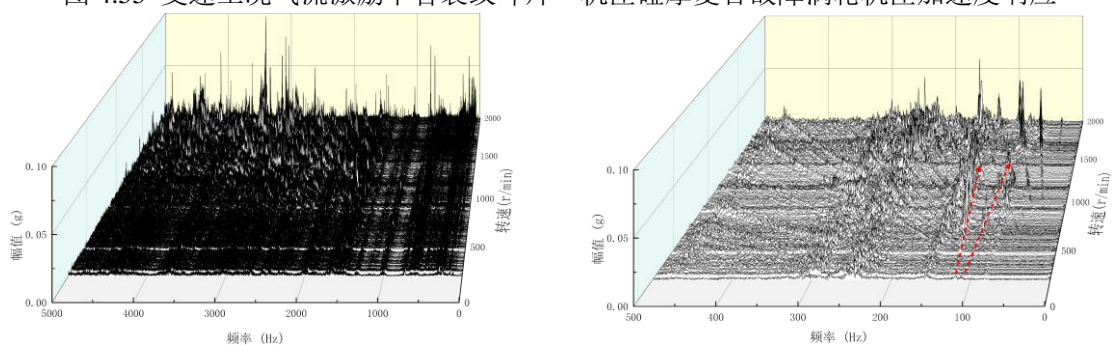


(b) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 1

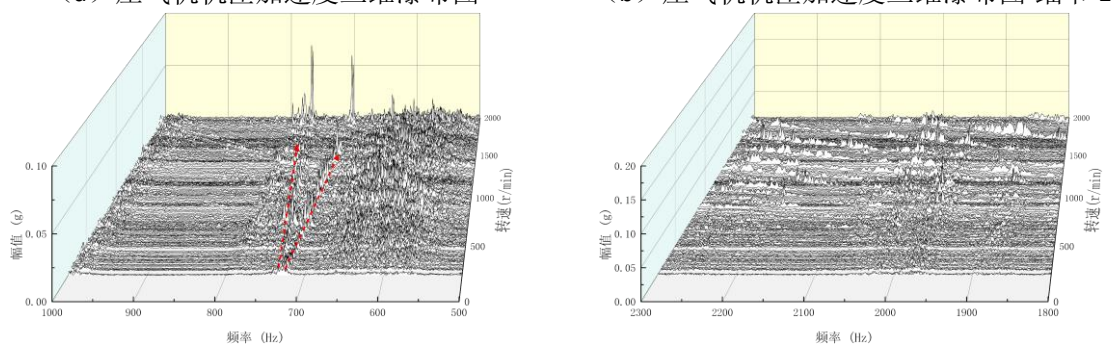


(c) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 2 (d) 涡轮机匣加速度响应三维瀑布图-细节 3

图 4.55 变速工况气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩复合故障涡轮机匣加速度响应



(a) 压气机机匣加速度三维瀑布图 (b) 压气机机匣加速度三维瀑布图-细节 1



(c) 压气机机匣加速度三维瀑布图-细节 2 (d) 压气机机匣加速度三维瀑布图-细节 3

图 4.56 变速工况气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩复合故障压气机机匣加速度响应

(3) 恒速工况气流激励下健康叶片 - 机匣碰摩故障整机振动试验

对比了恒速工况健康叶片共振 - 机匣碰摩故障整机振动响应与恒速工况健康叶片共振整机振动响应。

碰摩力响应如图 4.57 所示, 图 4.57 (a) 为叶片共振碰摩工况下径向碰摩力响应, 图 4.57 (b) 为叶片共振碰摩工况下径向碰摩力响应, 可以看出碰摩工况下, 径向碰摩力响应要明显增大。

叶片应力响应如图 4.58 所示, 图 4.58 (a) -图 4.58 (b) 为叶片时域响应曲线, 由图可知, 叶片共振无碰摩工况下时域响应是标准正弦曲线形式, 叶片共振碰摩工况下时域响应也为正弦

曲线形式，且幅值更大，而且时域响应曲线中会出现由于碰摩导致的额外的振荡响应。叶片共振工况下，叶片应力响应频谱中仅有幅值较大的叶片 1 阶固有频率成分，在叶片共振碰摩工况下，叶片应力响应频谱中不仅含有幅值较大叶片 1 阶固有频率成分，同时还包含了叶片 2 阶及 3 阶固有频率成分。即叶片共振碰摩工况下叶片响应特征，为叶片共振特征与叶片碰摩特征的叠加。

轴承座加速度响应如图 4.59 所示，图 4.59 (a) -图 4.59 (b) 为加速度响应时域曲线及其细节图，由图可知，叶片共振碰摩工况下轴承座加速度响应幅值要略大于叶片共振工况下轴承座加速度响应幅值。图 4.59 (c) -图 4.59 (f) 为轴承座加速度响应频谱及其细节图，叶片共振碰摩工况与叶片共振碰工况下，频谱中均出现了叶片 1 阶固有频率与转速频率的组合频率成分；但是叶片共振碰摩工况还出现了叶片 2 阶固有频率与转速频率的组合频率成分、叶片 3 阶固有频率与转速频率的组合频率成分以及较多的转速频率倍频频率成分。

涡轮机匣加速度响应与压气机机匣加速度响应如图 4.60-图 4.61 所示，其响应特征与轴承座加速度响应基本一致，不再赘述。

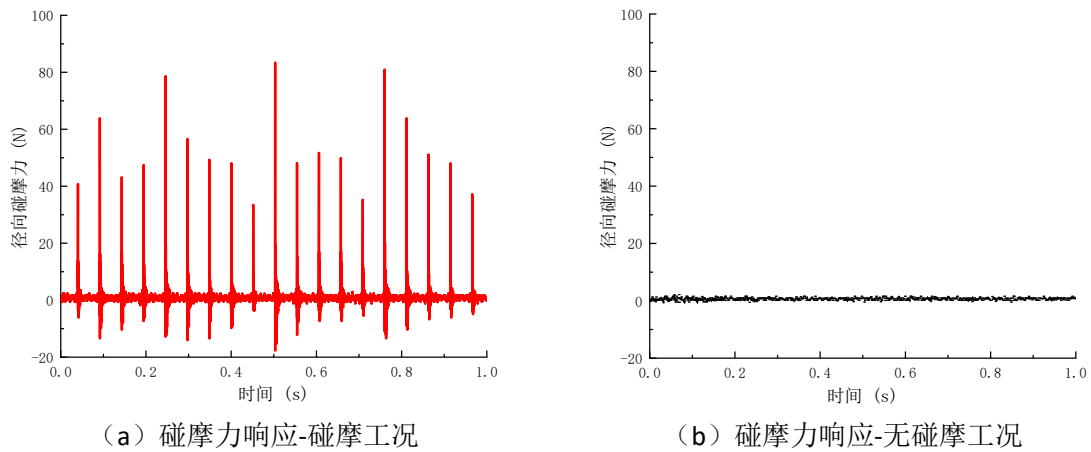
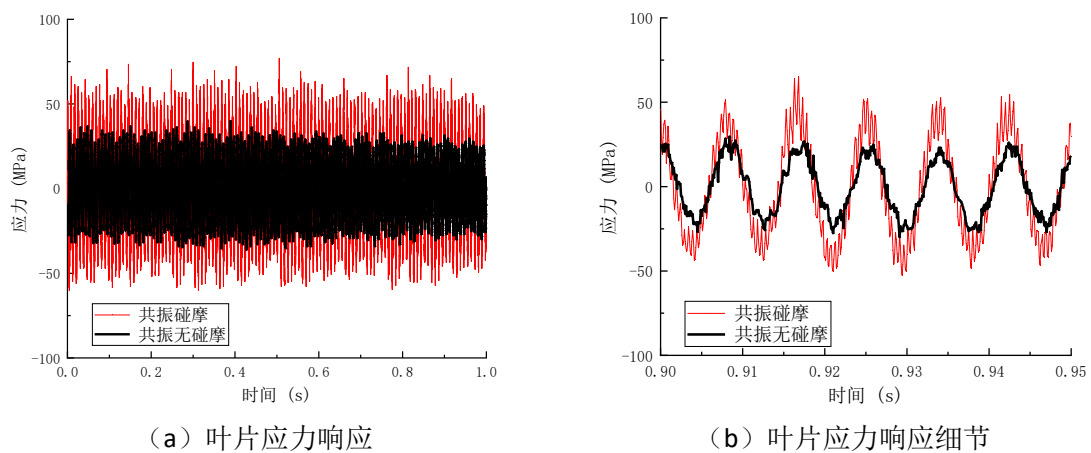
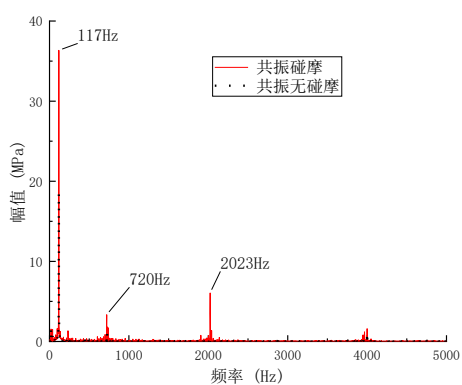
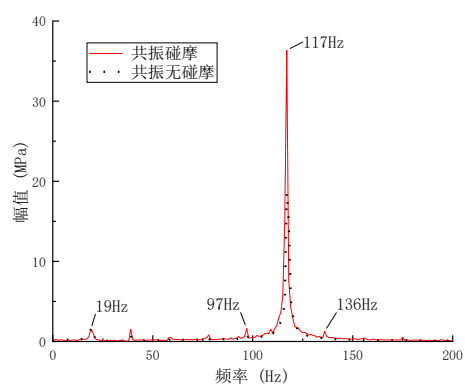


图 4.57 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验碰摩力响应

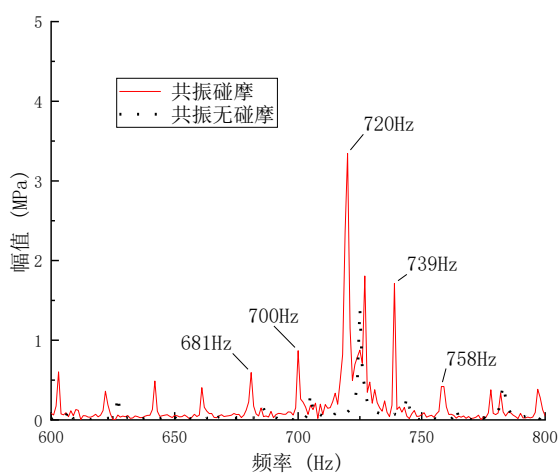




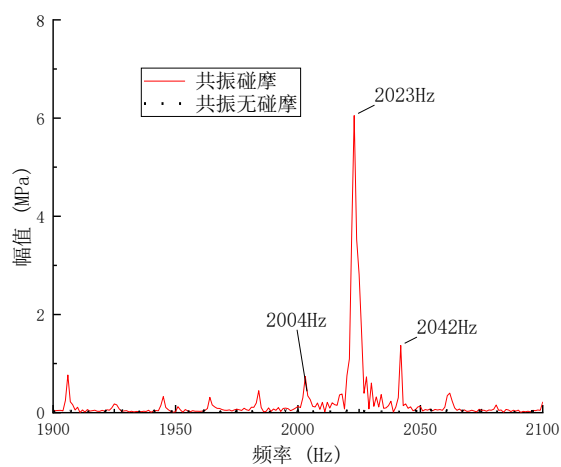
(c) 叶片应力响应频谱



(d) 叶片应力响应频谱细节 1

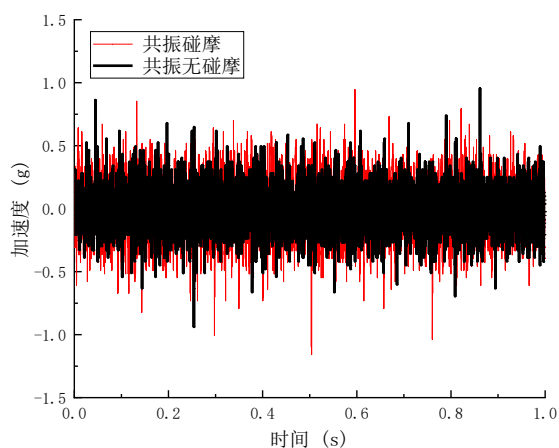


(e) 叶片应力响应频谱细节 2

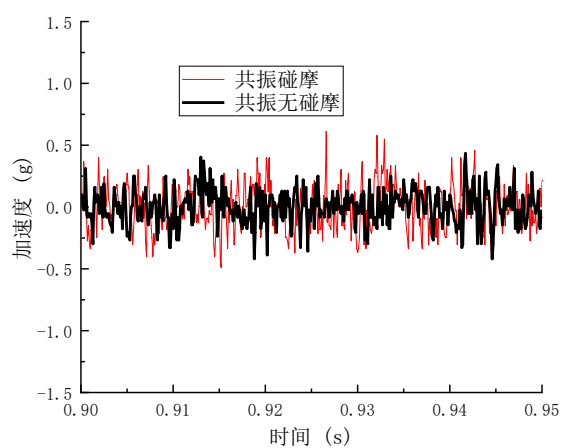


(f) 叶片应力响应频谱细节 3

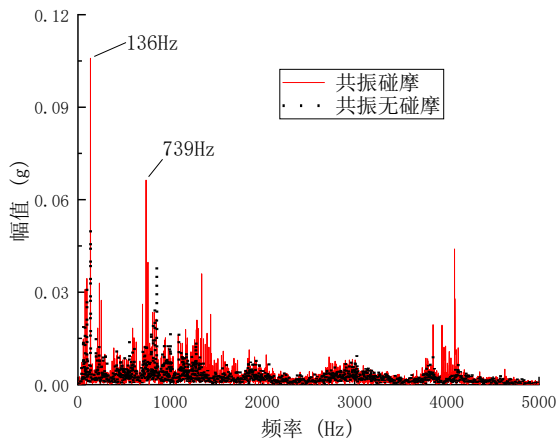
图 4.58 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验叶片应力响应



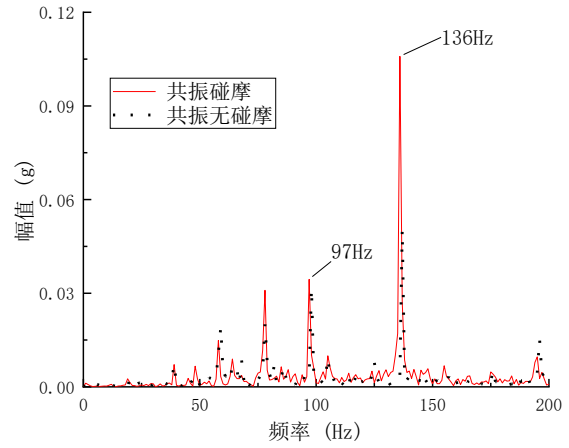
(a) 轴承座加速度响应



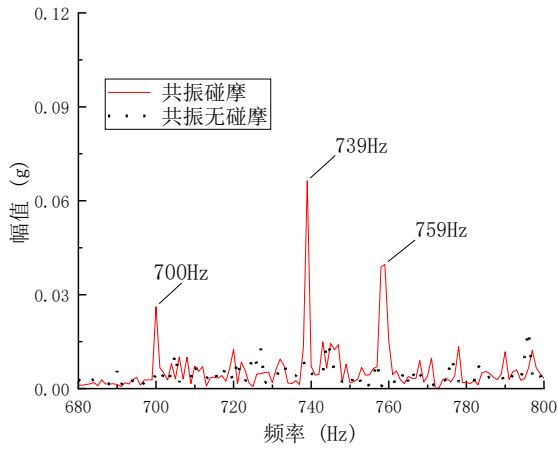
(b) 轴承座加速度响应细节



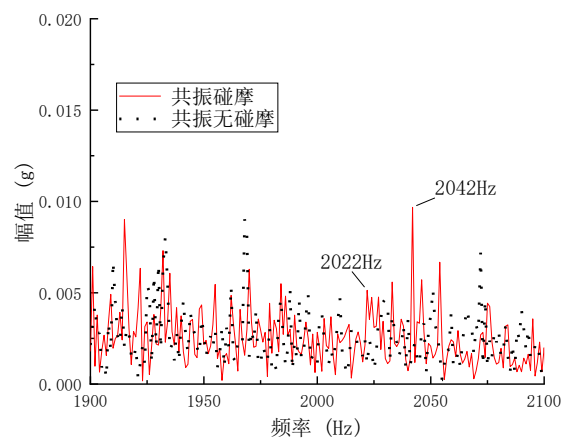
(c) 轴承座加速度响应频谱



(d) 轴承座加速度响应频谱细节 1

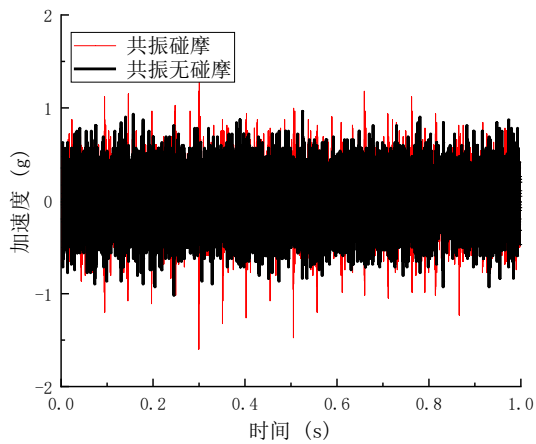


(e) 轴承座加速度响应频谱细节 2

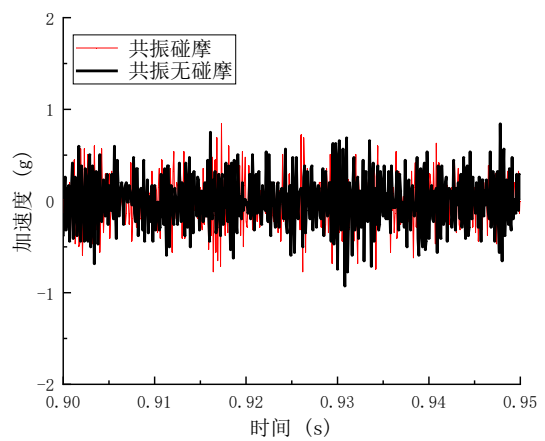


(f) 轴承座加速度响应频谱细节 3

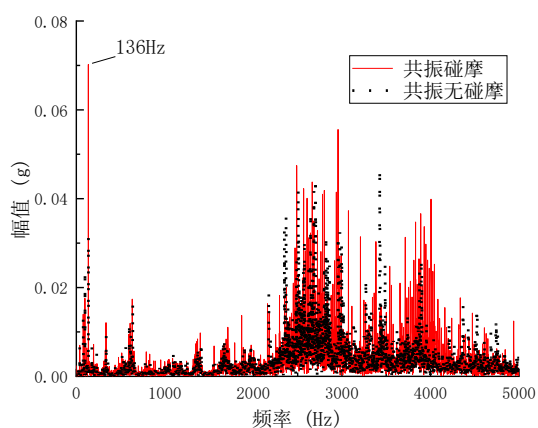
图 4.59 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应



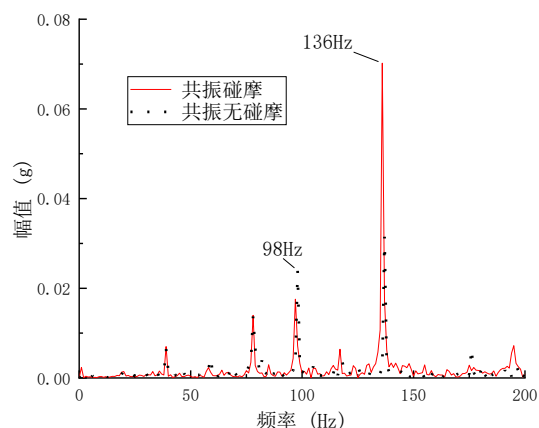
(a) 涡轮机匣加速度响应



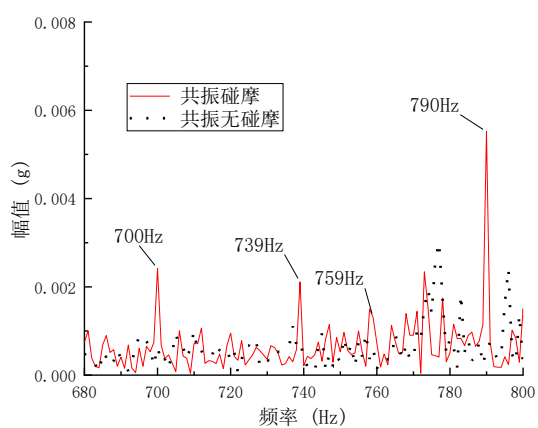
(b) 涡轮机匣加速度响应细节



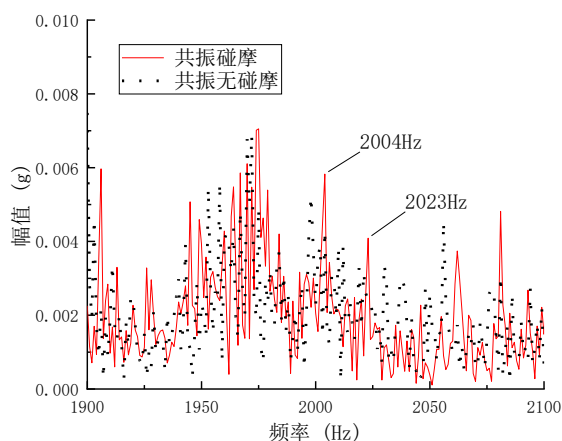
(c) 涡轮机匣加速度响应频谱



(d) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 1

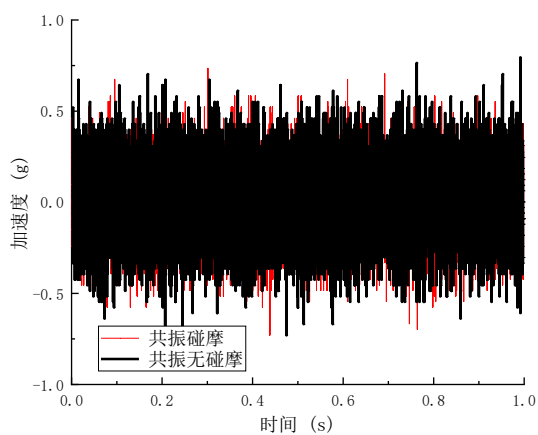


(e) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 2

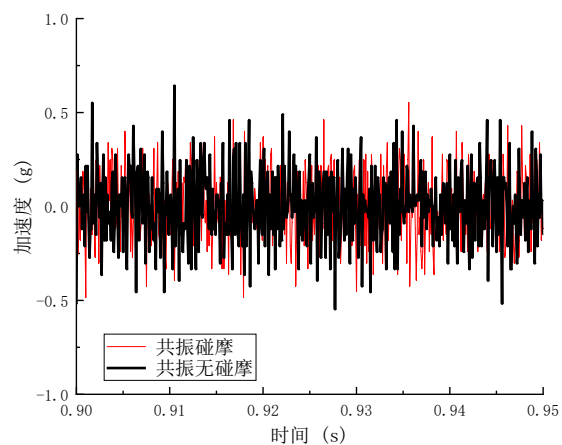


(f) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 3

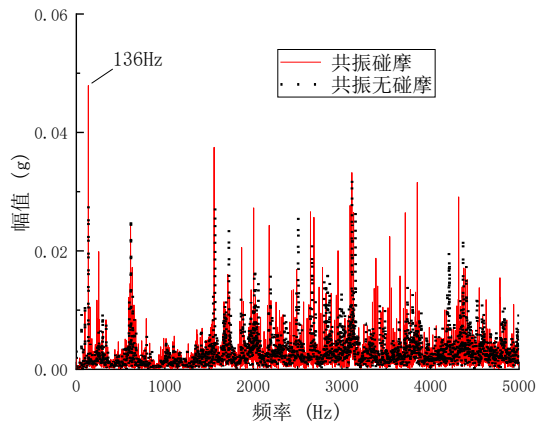
图 4.60 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应



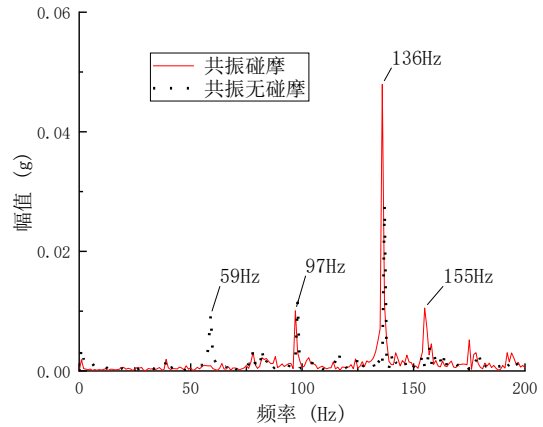
(a) 压气机机匣加速度响应



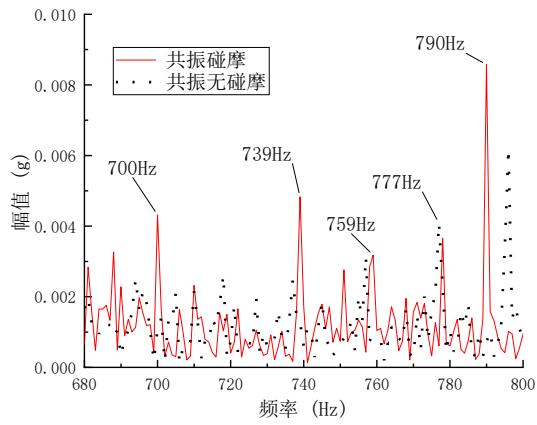
(b) 压气机机匣加速度响应细节



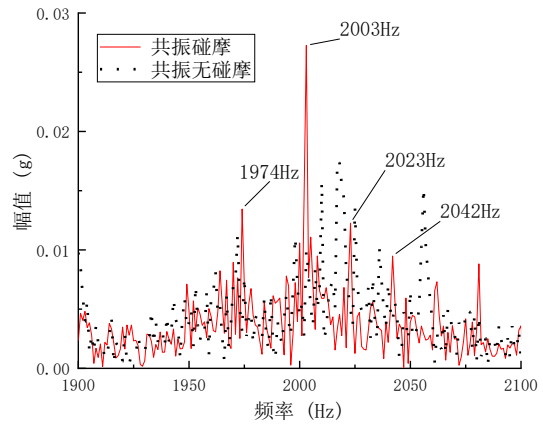
(c) 压气机机匣加速度响应频谱



(d) 压气机机匣加速度响应频谱细节 1



(e) 压气机机匣加速度响应频谱细节 2



(f) 压气机机匣加速度响应频谱细节 3

图 4.61 恒速工况健康叶片共振-机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应

(4) 恒速工况气流激励下含裂纹叶片 - 机匣碰摩复合故障整机振动试验

恒速工况含裂纹叶片共振 - 机匣碰摩复合故障整机振动响应与恒速工况含裂纹叶片共振整机振动响应对比如图 4.62-图 4.66 所示。整机响应特征与中恒速工况健康叶片共振 - 机匣碰摩故障整机振动基本一致，叶片裂纹故障仅会导致叶片自身固有频率出现下降，无其他特殊特征指标。

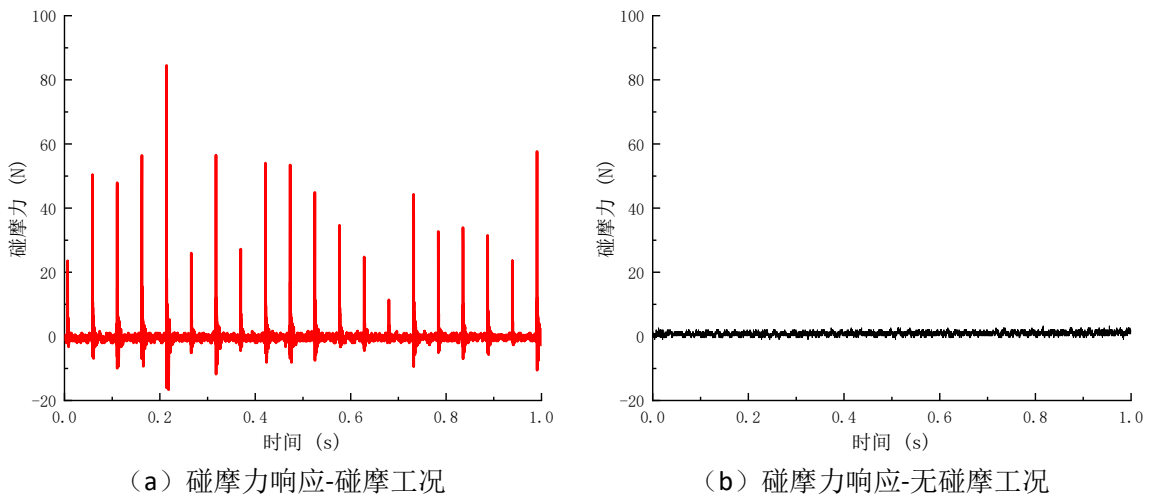
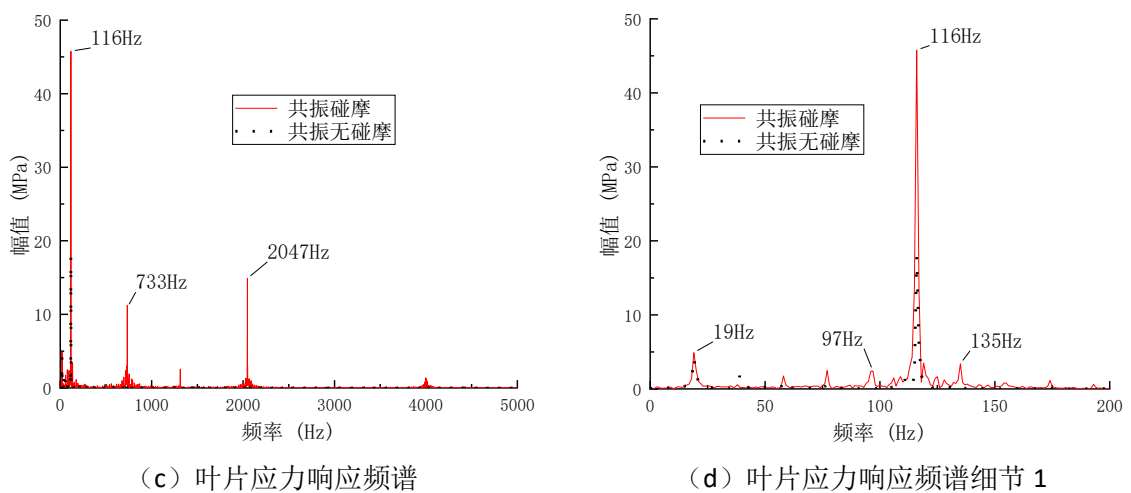
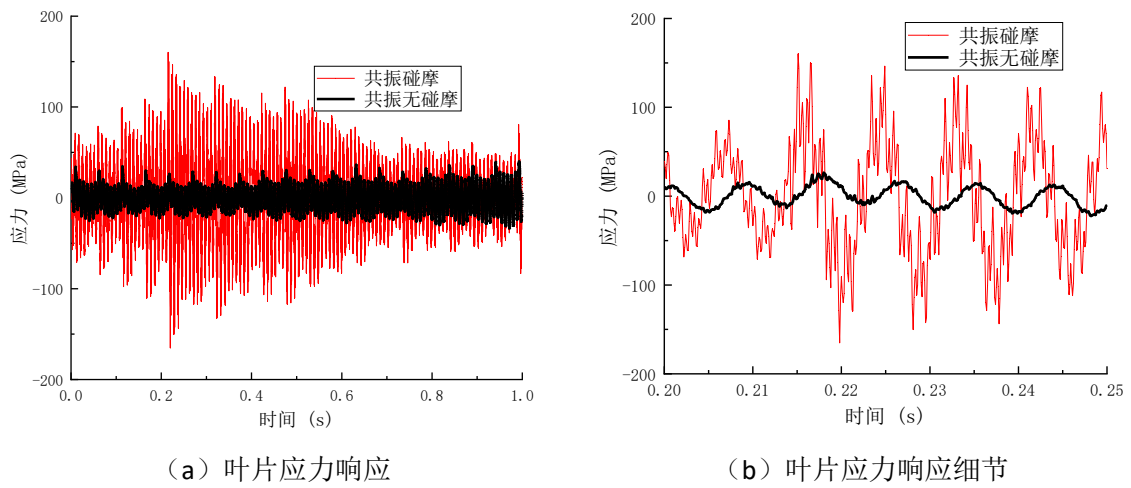
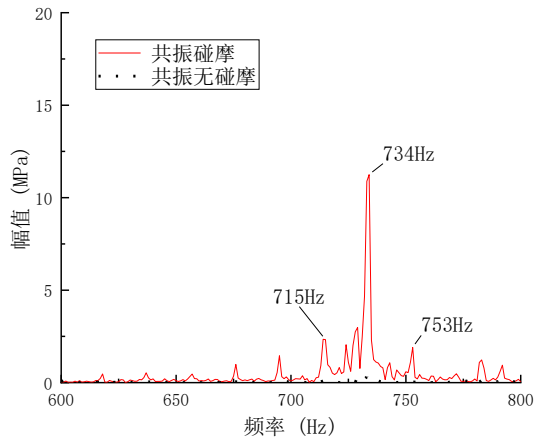
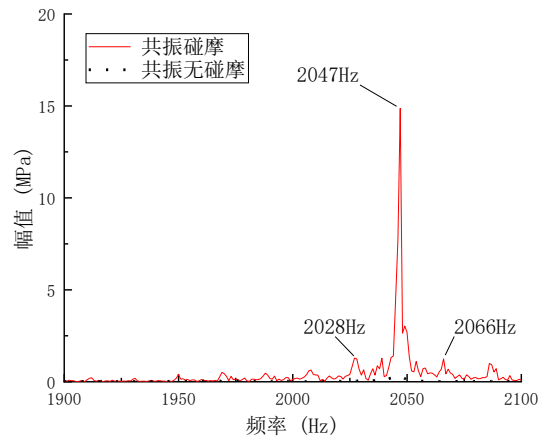


图 4.62 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验碰摩力响应



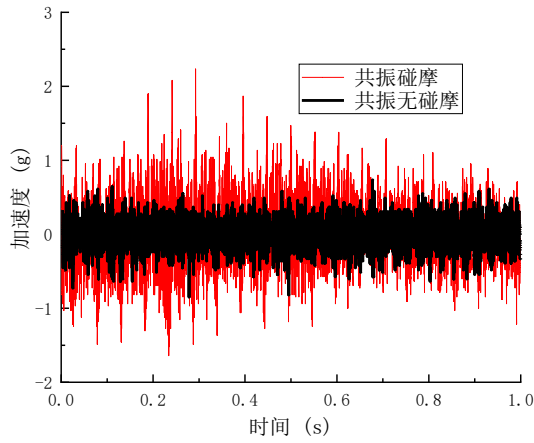


(e) 叶片应力响应频谱细节 2

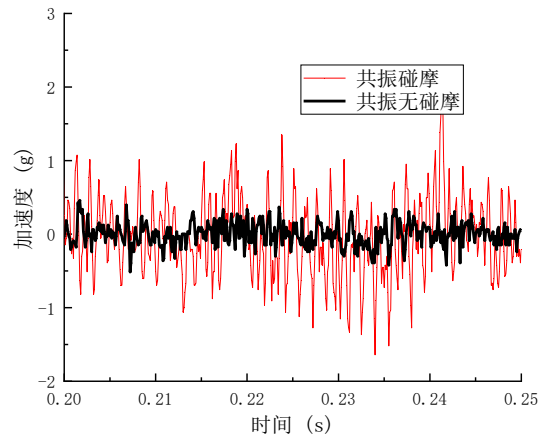


(f) 叶片应力响应频谱细节 3

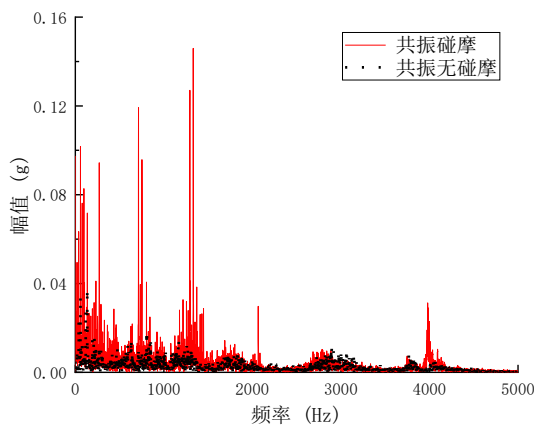
图 4.63 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验叶片应力响应



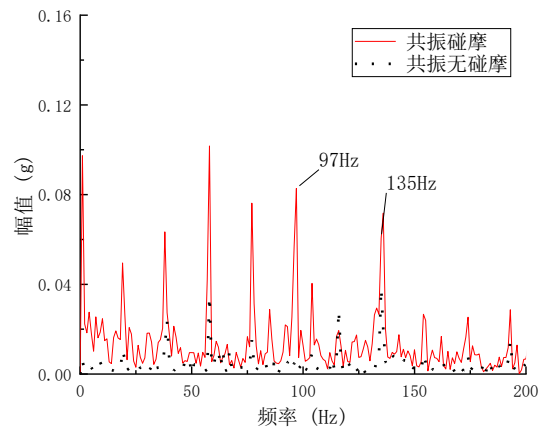
(a) 轴承座加速度响应



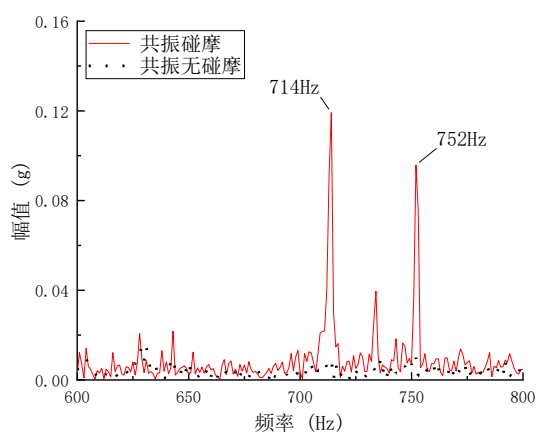
(b) 轴承座加速度响应细节



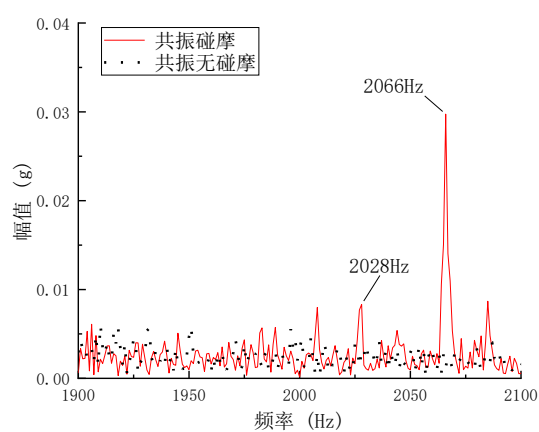
(c) 轴承座加速度响应频谱



(d) 轴承座加速度响应频谱细节 1

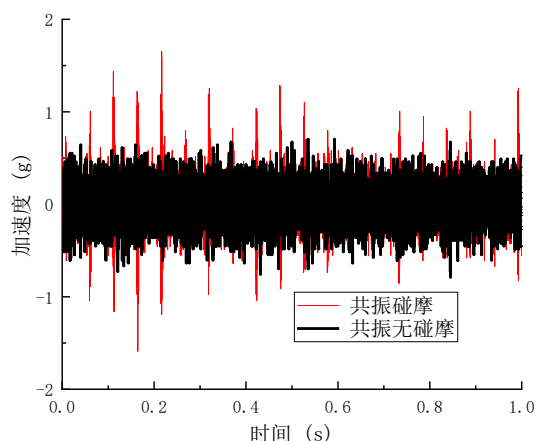


(e) 轴承座加速度响应频谱细节 2

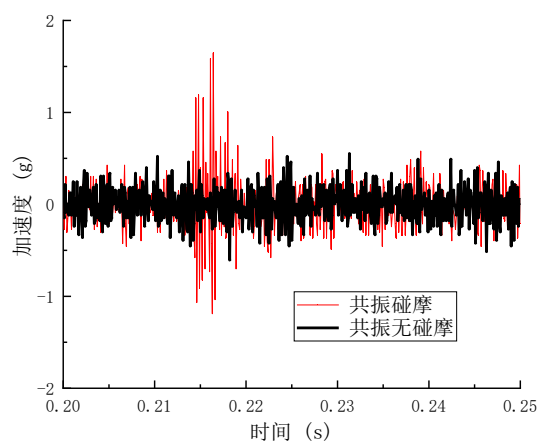


(f) 轴承座加速度响应频谱细节 3

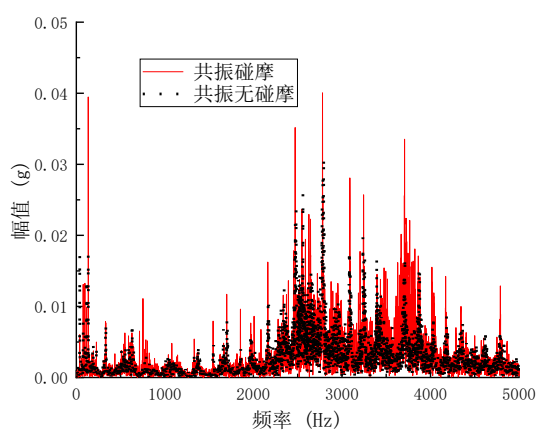
图 4.64 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验轴承座加速度响应



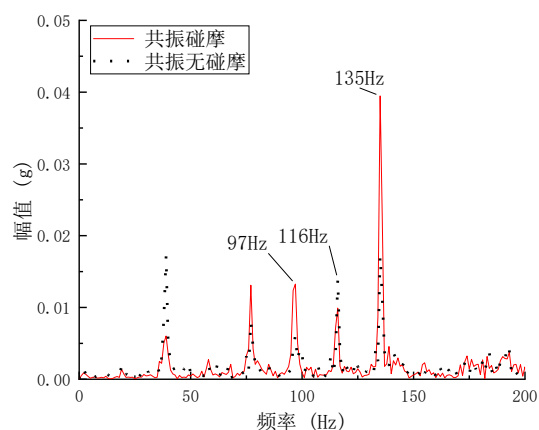
(a) 涡轮机匣加速度响应



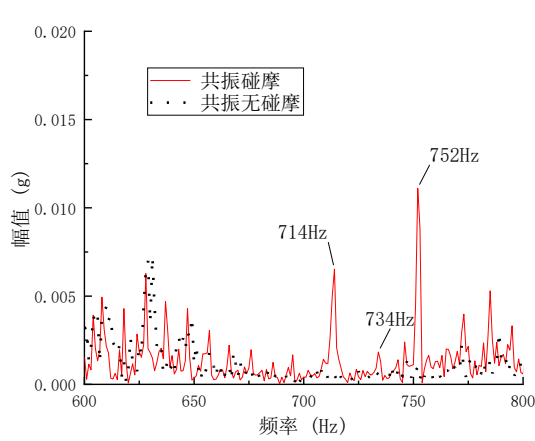
(b) 涡轮机匣加速度响应细节



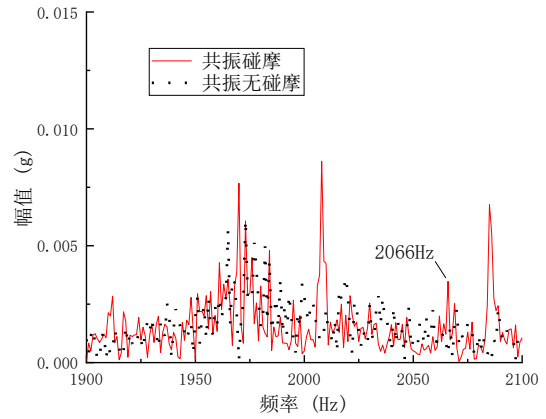
(c) 涡轮机匣加速度响应频谱



(d) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 1

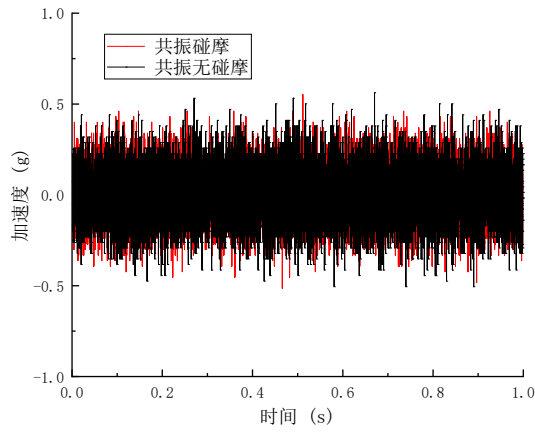


(e) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 2

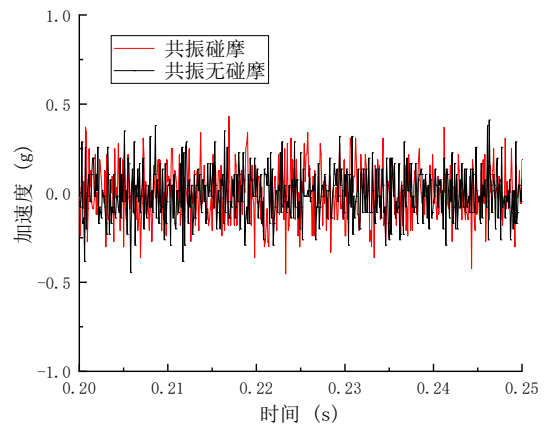


(f) 涡轮机匣加速度响应频谱细节 3

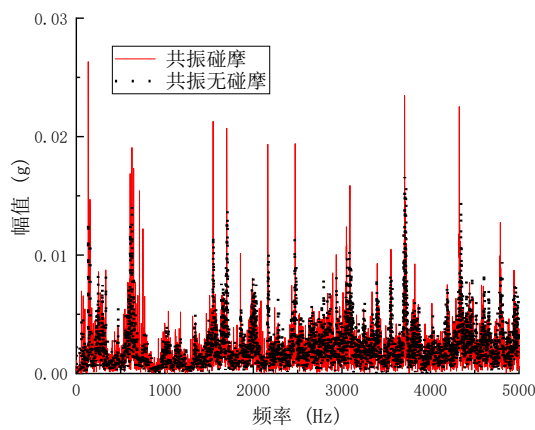
图 4.65 恒速工况含裂纹叶片共振-机匣碰摩故障试验涡轮机匣加速度响应



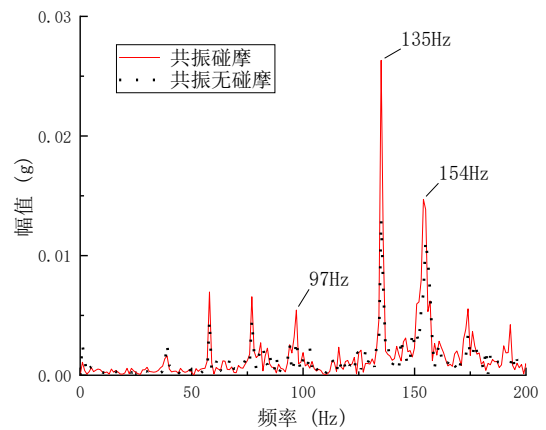
(a) 压气机机匣加速度响应



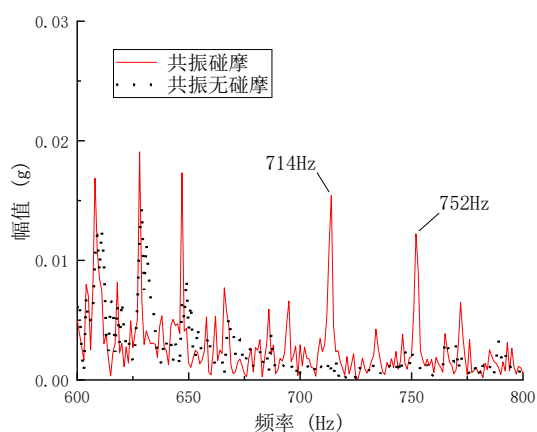
(b) 压气机机匣加速度响应细节



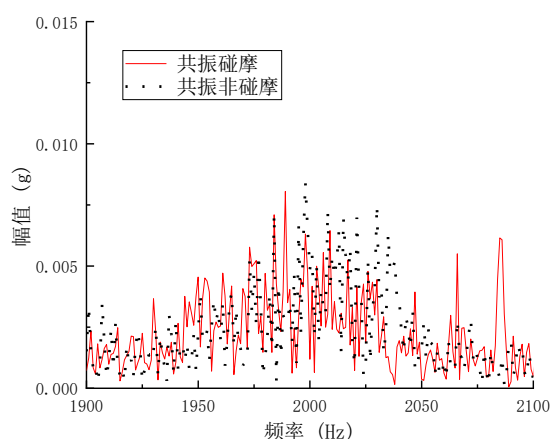
(c) 压气机机匣加速度响应频谱



(d) 压气机机匣加速度响应频谱细节 1



(e) 压气机机匣加速度响应频谱细节 2

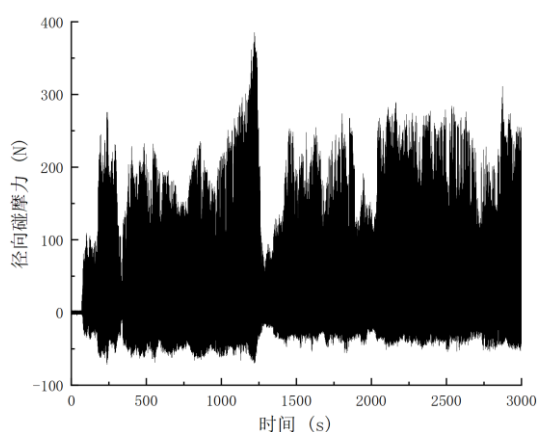


(f) 压气机机匣加速度响应频谱细节 3

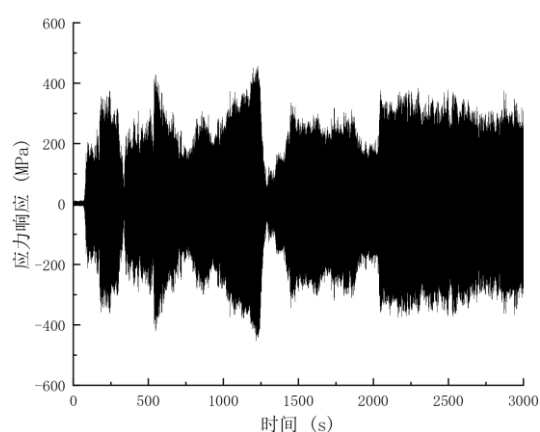
图 4.66 恒速工况含裂纹叶片共振 - 机匣碰摩故障试验压气机机匣加速度响应

(5) 碰摩载荷下叶片裂纹扩展演化试验

针对含预制裂纹旋转叶片，在旋转叶片运转过程中持续施加碰摩力，使得裂纹产生扩展现象，并在此过程中监测叶片振动响应，提取出可以反映裂纹扩展程度的特征量。叶片裂纹扩展演化过程如图 4.67 所示：(a)为径向碰摩力响应，可知碰摩冲击持续发生，最大碰摩力可达 400N；图 4.67 (b) 为叶片应力响应，可知叶片持续受到碰摩载荷作用，最大应力响应超过 400MPa；图 4.67 (c) 为某 1 秒钟的叶片应力响应，可以很清晰地看到碰摩冲击下叶片应力响应，叶片应力曲线出现明显的冲击 - 振荡衰减现象；图 4.67 (d) 为某 1 秒钟叶片应力响应频谱图，频谱中出现了明显的叶片 1 阶固有频率、2 阶固有频率以及 3 阶固有频率；图 4.67 (e) - (f) 为整个叶片裂纹扩展过程中叶片 1 阶固有频率与 2 阶固有频率的变化过程，可以看出随着碰摩持续作用，叶片固有频率随着下降，并且下降过程越来越快，可知叶片裂纹后期在快速扩展。



(a) 径向力碰摩力响应



(b) 叶片应力响应

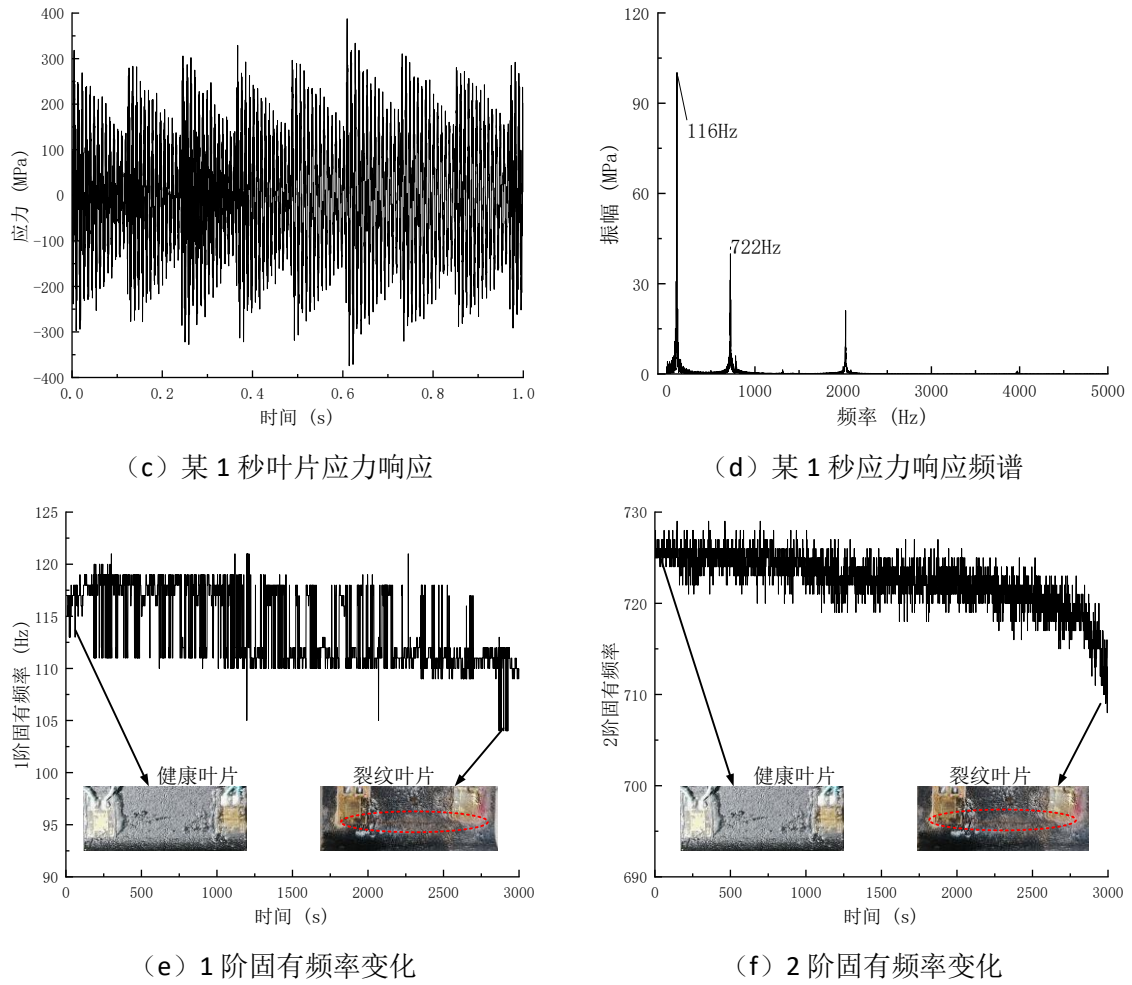


图 4.67 碰摩载荷作用下的叶片裂纹扩展演化过程

4.5.2.3 试验结论

(1) 当叶片受到气流激励作用引发共振,并同时承受碰摩载荷时,叶片时域响应表现为正弦形式与振荡形式的叠加。在此情况下,叶片应力响应频谱中会呈现较多的转速倍频成分,以及叶片 1 阶、2 阶和 3 阶固有频率成分。

(2) 在气流激励叶片共振与碰摩故障两种载荷的共同作用下,轴承座加速度频谱中出现了大量倍频成分。此外,频谱中还包含叶片 1 阶固有频率成分与转速频率的组合频率,以及叶片 2 阶、3 阶固有频率成分与转速频率的组合频率成分。涡轮机匣加速度、压气机机匣加速度的响应特征与轴承座加速度响应特征一致,同样出现了叶片固有频率与转速频率的组合频率成分。然而,不同之处在于,叶片 3 阶固有频率与转速频率的组合频率成分特征在涡轮机匣与压气机机匣响应中相对较弱。同时,压气机机匣加速度响应中对应的频率特征相较于涡轮机匣加速度响应更小,这是由于涡轮机匣相较于压气机机匣更靠近碰摩点。

(3) 对于裂纹叶片共振 - 碰摩与健康叶片共振 - 碰摩情况, 其响应特征基本一致。裂纹仅导致叶片自身固有频率出现下降, 并未产生其他显著特征。

(4) 在碰摩冲击载荷的持续作用下, 叶片裂纹会发生扩展演化现象。这一过程可以通过监测叶片固有频率的变化情况实现实时监控。

4.6 本章小结

本章围绕航空发动机叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障的整机振动特性, 系统性地开展了高保真度的动力学仿真分析与针对性的试验验证研究, 旨在揭示单一故障与复合故障的振动响应规律及其内在耦合机理, 主要研究内容与结论如下:

(1) 设计并搭建了航空发动机模拟试验器平台。该平台集成了多项功能: 包括可预制裂纹并独立更换的模块化叶盘、可精确调控气动载荷特性的旋转叶片气流激励装置、基于空心轴与滑环引电器的旋转叶片动态应力实时监测系统, 以及采用伺服驱动与三向力传感器、可实现碰摩力连续可调与精确测量的主动碰摩施加装置。这一系列设计为开展复杂故障的机理研究提供了坚实可靠的试验基础。

(2) 针对裂纹单一故障的研究表明: 气流激励是诱发叶片共振并将其特征有效传递至整机固定部件(如轴承座、机匣)的关键因素, 其典型特征表现为在共振转速下出现转频与叶片共振频率的组合频率。然而, 裂纹本身虽能引起叶片固有频率的降低(导致共振转速前移), 但其对整机宏观振动响应(如加速度有效值和整体频谱形态)的影响相对微弱, 在常规测点上难以形成强辨识度的独立特征。

(3) 针对碰摩单一故障的研究发现: 碰摩作用会在局部产生强烈的瞬态冲击, 并激发叶片的固有频率。这些特征能够有效传播至整机结构, 在轴承座及机匣的振动信号中表现为显著的冲击脉冲、丰富的转频高次谐波以及转频与叶片各阶固有频率的组合频率成分。并且冲击信号的传递路径遵循从碰摩发生点(涡轮机匣)向远处(燃烧室、压气机机匣)衰减的规律。

(4) 针对裂纹 - 碰摩复合故障的研究表明, 在复合故障状态下, 整机振动响应呈现出两种单一故障特征的叠加与交互。具体而言, 在气流激励引发叶片共振的同时施加碰摩载荷, 系统响应不仅包含叶片共振特征, 还会额外激发出由碰摩引起的叶片高阶模态组合频率及丰富的转频谐波。

(5) 无论是在单一碰摩还是复合故障工况下, 裂纹的存在主要体现为导致叶片所有相关固有频率(基频及高阶频率)的整体下移, 而并未产生新的、独立于碰摩或共振之外的独特振动特征。此外, 通过持续施加碰摩载荷的裂纹扩展演化试验证实, 叶片固有频率的持续下降可作为在线监测裂纹动态扩展的有效指标。

第五章 裂纹碰摩复合故障特征提取及故障诊断

5.1 引言

航空发动机作为高精尖装备的核心部件，其运行安全高度依赖于对关键旋转部件（如叶片）的健康状态监测。在复杂服役环境下，叶片常同时遭受裂纹萌生与机匣碰摩等多重损伤机制作用，形成裂纹-碰摩复合故障。此类复合故障不仅具有强非线性、强耦合特征，且早期信号微弱、易被噪声掩盖，给传统故障诊断方法带来严峻挑战。尤其对于叶片裂纹，其引起的刚度弱化仅导致共振频率发生几赫兹以内的微小偏移，在机匣加速度信号中难以直接识别；而远端测点的碰摩特征亦因结构衰减而显著弱化。为此，本章围绕“裂纹-碰摩复合故障”的特征提取与诊断难题，提出基于机匣振动信号的非侵入式诊断策略：一方面构建调制强度指标，在转速域放大裂纹引起的共振转速偏移效应；另一方面融合遗传算法与频带优化技术，增强微弱碰摩冲击特征。并且进一步协同分析，实现复合故障的有效诊断，并验证所提方法在工程实际中的可行性。

5.2 基于机匣振动信号的叶片裂纹故障特征分析及诊断

5.2.1 试验数据分析及故障诊断难点

小裂纹叶片的共振频率与健康叶片的共振频率差异较小，通常相差都在 3-4Hz 以内，如图 5.1 所示。在此量级下，直接通过叶片共振频率的微小偏移来判别叶片是否产生裂纹故障存在较大困难，在信噪比较低或存在多模态耦合干扰的机匣加速度响应信号中，存在着很多干扰频率，无法直接得出叶片共振频率。然而，若将分析视角从频率域转向转速域，即采用共振转速作为判据，则裂纹引起的刚度弱化效应将被显著放大。以本文所研究的 6 倍气流激励工况为例，尽管健康与含裂纹叶片的共振频率仅相差约 4Hz，但对应的共振转速差异却可达到 40r/min。这一放大的转速差异在工程判别中具有更高的鲁棒性和可检测性，因此，基于共振转速的故障判别方法相较于直接依赖共振频率更为合理且实用。

由 4.3 节可知，通过在叶片上安装应变片并测量其动态应力响应，可绘制出叶片应力的三维瀑布图，从而清晰识别出共振发生的转速位置，并直观判断是否存在因裂纹导致的共振转速左移现象。该方法在试验验证中具有高精度和强物理可解释性。然而，在实际航空发动机或燃气轮机的工程应用中，直接获取旋转叶片的应力响应极为困难：一方面，叶片高速旋转环境对传感器安装、引线布置及信号传输提出极高要求；另一方面，长期服役条件下应变片易受高温、

离心载荷和振动疲劳影响，可靠性难以保障。相比之下，机匣加速度信号可通过固定于机匣或轴承座的常规振动传感器便捷、稳定地获取，是当前状态监测系统的标准配置。

因此，如何从易于获取的机匣加速度响应中准确、可靠地反演叶片的共振转速，进而实现对微小裂纹故障的有效诊断，不仅具有重要的理论价值，更具备显著的工程应用前景。解决这一问题，将为叶片裂纹的早期预警提供一条无需侵入式测量、兼容现有监测架构的可行技术路径。

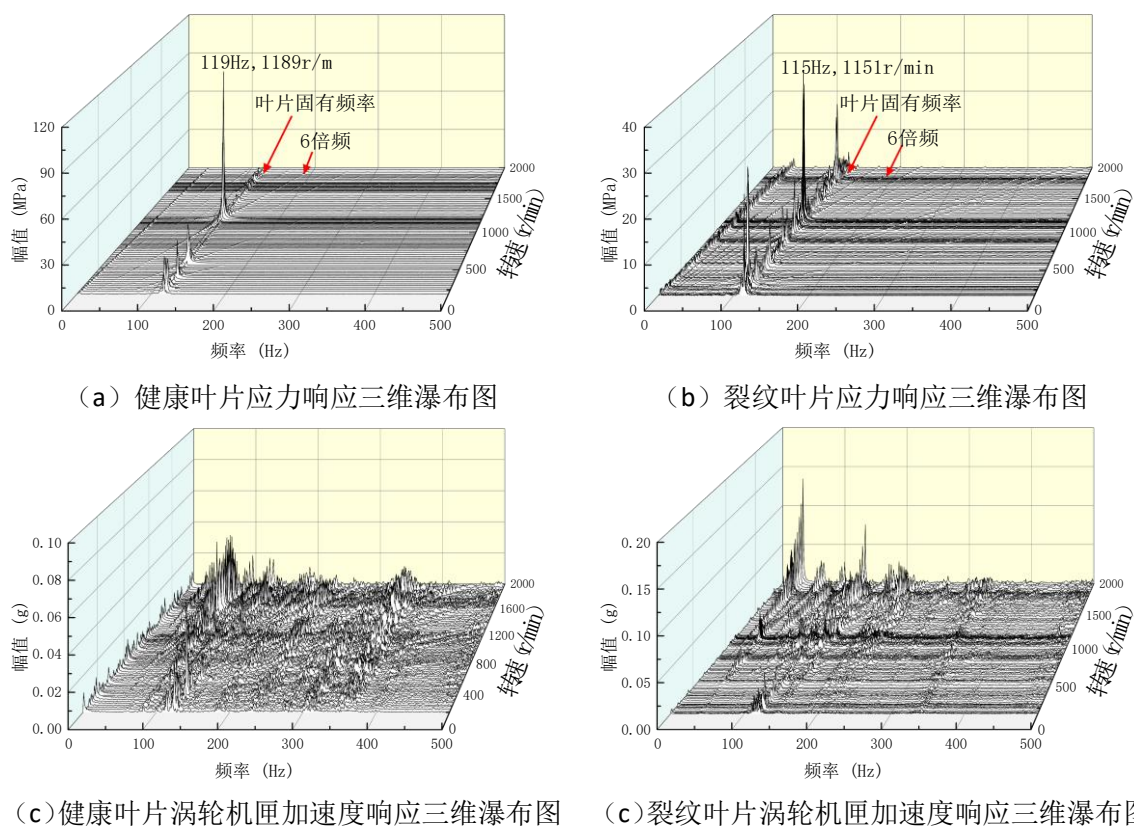


图 5.1 健康叶片与裂纹叶片试验结果对比

5.2.2 故障诊断方法及指标

针对上述问题，本文提出一种基于机匣振动信号的叶片裂纹故障诊断方法，其诊断流程如图 5.2 所示。该方法的核心在于构建一个无量纲的故障敏感指标，组合频率强度指标 CI (Combination Intensity Index)，用于量化叶片共振状态下的组合频率特征强度。

$$CI = \sum |A^2(f_b \pm Nf_r)| / A^2(f_r) \quad (5.1)$$

其中 $A(f_r)$ 为转速频率幅值， $A(f_b \pm f_r)$ 为叶片共振频率与转速频率的组合频率幅值， N 为考虑的组合数（通常取 1~2），以覆盖主要的组合成分。

首先进行健康叶片试验作为预试验，通过测量叶片应力响应得出健康叶片共振频率 f_{bh} ，然

后基于机匣加速度信号验证组合强度指标 CI 。随后进行测试叶片试验，基于机匣加速度信号在健康叶片共振频率 f_{bh} 附近搜索 CI 最大值，进而得出测试叶片共振频率 f_{bc} ，最后通过比较 f_{bc} 与 f_{bc} 的值判断测试叶片是否产生裂纹故障。

诊断流程分为两个阶段：第一阶段为基准离线测试：开展健康叶片的试验作为预试验，通过高精度应变传感器获取叶片应力响应，识别出健康状态下的共振频率 f_{bh} ，并利用机匣加速度信号计算该工况下的组合强度指标 CI ，建立正常状态的参考模型。第二阶段为在线判别：对待测叶片进行相同工况下的运行试验，基于机匣加速度信号，在 f_{bh} 附近一定范围内搜索，使 CI 达到最大值的频率点，将其识别为测试叶片的共振频率 f_{bc} 。最终通过比较 f_{bc} 与 f_{bh} 的差异，判断叶片是否存在裂纹故障。若 $f_{bc} < f_{bh}$ ，且差值超过设定阈值，则判定为裂纹存在。

该方法充分利用了裂纹导致叶片刚度下降、共振频率降低，并引发组合频率变化的物理机制，实现了从易获取的机匣振动信号中反演叶片动态特性的目标，具有良好的工程适用性与诊断灵敏度。

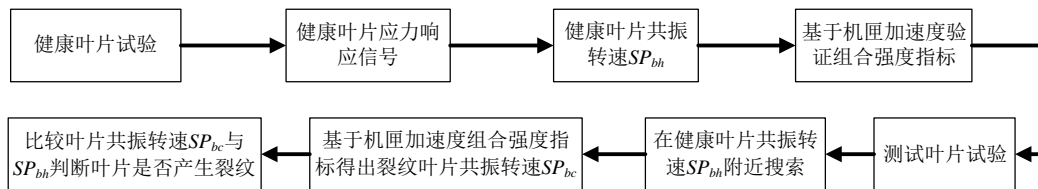


图 5.2 一种基于机匣振动信号的叶片裂纹故障诊断方法流程

5.2.3 诊断方法验证

根据健康叶片试验中所获得的叶片应力响应三维瀑布图（图 5.1）可知，健康叶片的共振频率为 119Hz，对应的共振转速约为 1190r/min。基于该结果，对同步采集的涡轮机匣加速度响应信号计算组合强度指标 CI ，所得结果如图 5.3 所示。从图中可以清晰地识别出，涡轮机匣加速度响应在转速约为 1190r/min 处出现 CI 的显著峰值，表明此时叶片处于共振状态。该共振转速与由叶片应力响应直接识别的结果高度一致，验证了基于机匣振动信号反演叶片共振转速的可行性。

在已知健康叶片共振频率为 119Hz 的前提下，针对测试叶片的涡轮机匣加速度响应，采用相同的组合强度指标进行分析。具体而言，在预设的频率搜索区间（120Hz 至 110Hz）内对共振频率进行遍历计算，逐点评估对应的 CI 值。遍历结果如图 5.4 所示，调制强度在 115Hz 处取得最大值，据此判定测试叶片的共振频率为 115Hz。由于测试叶片的共振频率明显低于健康叶片的 119Hz，表明其结构刚度已发生弱化，符合裂纹故障的典型动力学特征。因此，可判定该测试叶片已存在裂纹损伤。

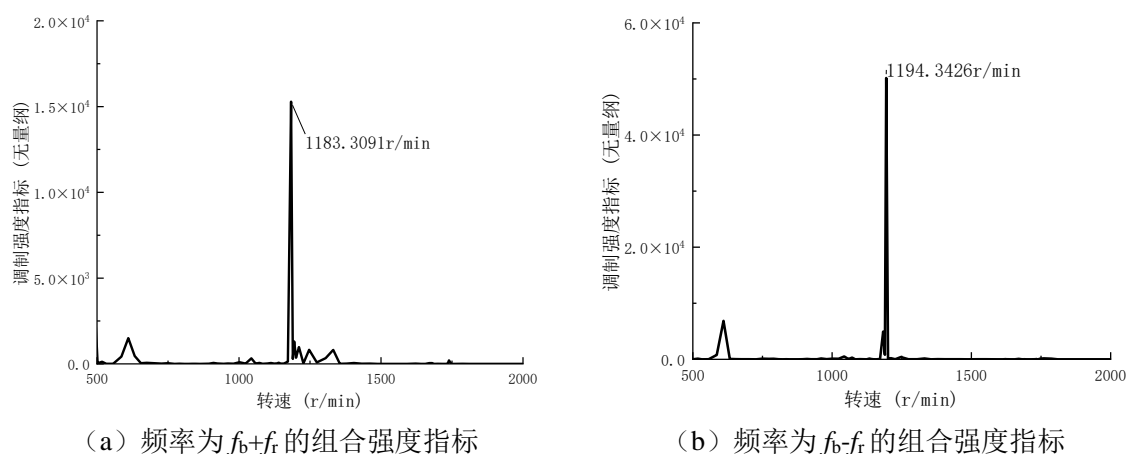


图 5.3 健康叶片试验的涡轮机匣加速度响应组合强度指标

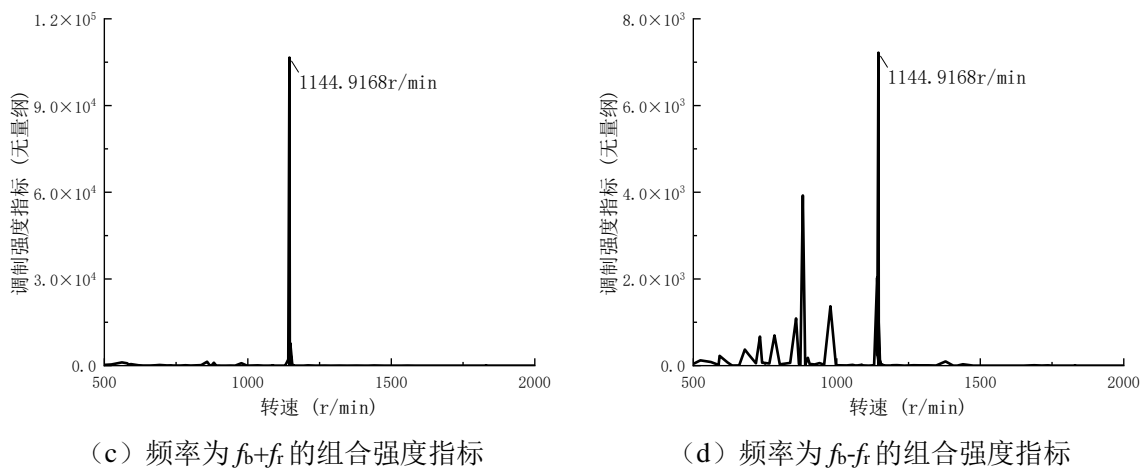
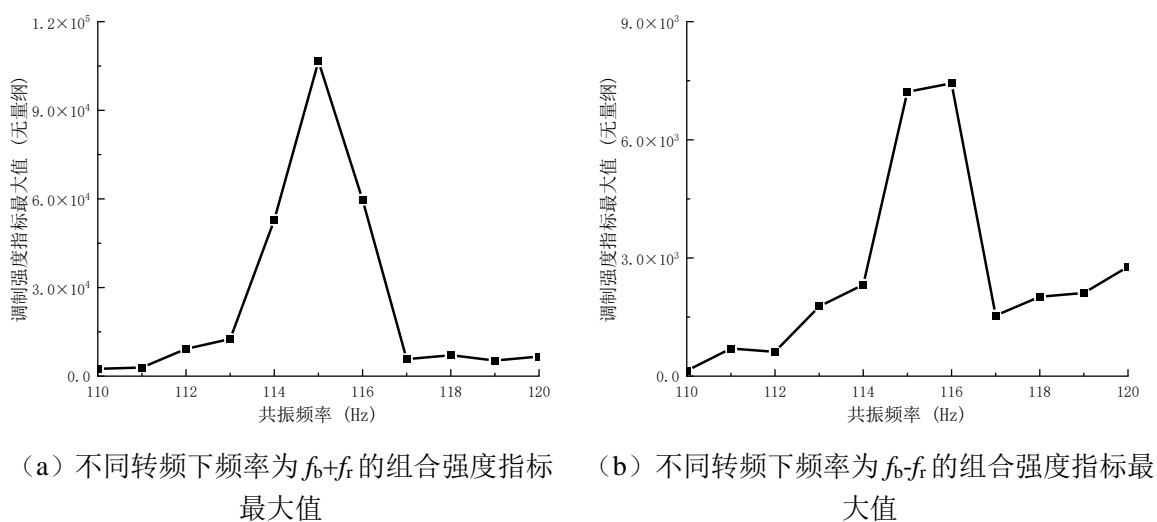


图 5.4 测试叶片试验的涡轮机匣加速度响应组合强度指标

5.3 基于机匣振动信号的碰摩故障微弱特征分析及诊断

5.3.1 试验数据分析及故障诊断难点

由 4.4.2 节碰摩试验可知,当发生叶片与机匣碰摩故障时,涡轮机匣加速度传感器所采集的振动信号在时域中表现出明显的冲击特征,其频谱中亦可识别出显著的转速调制边带成分。此外,由于压气机机匣测点距离碰摩发生位置较远,其所捕获的碰摩特征明显弱于靠近故障源的涡轮机匣测点。基于上述观察,本节在已有碰摩试验研究的基础上,进一步设计并开展了不同碰摩程度的对比试验,具体包括无碰摩、轻度碰摩(径向碰摩力约为 50N)以及重度碰摩(径向碰摩力约为 100N)三种典型工况。研究重点聚焦于压气机机匣加速度信号中微弱碰摩特征的提取,并据此提出一种新的信号处理与特征增强方法。

图 5.5 展示了不同碰摩程度下径向碰摩力的实测响应。结果表明:在无碰摩工况下,径向碰摩力基本为零;轻度碰摩工况下,碰摩力幅值稳定在约 50N;而重度碰摩工况下,该幅值则上升至约 100N,验证了试验工况设置的有效性。

图 5.6 给出了涡轮机匣加速度响应的时域波形。由图 5.6 (a)可知,随着碰摩程度的加剧,加速度信号的整体幅值显著增大,表现为:重度碰摩>轻度碰摩>无碰摩。图 5.6 (b)为局部放大波形,清晰显示出碰摩事件引发的周期性冲击响应,且冲击强度随碰摩力的增大而增强,尤其在重度碰摩工况下表现尤为突出。相比之下,压气机机匣的加速度响应如图 5.7 所示。无论是在整体波形(图 5.7 (a))还是局部细节(图 5.7 (b))中,不同碰摩程度下的信号幅值差异均不显著,且未观察到明显的冲击特征。这表明,由于传播路径长、结构阻尼及能量衰减等因素,压气机测点对碰摩故障的敏感性显著降低,常规时域分析难以有效识别其微弱故障信息。

为进一步量化碰摩严重程度对振动响应的影响,图 5.8 展示了涡轮机匣加速度信号的典型时域特征指标,包括有效值、峰值指标、峭度指标和裕度指标。结果表明,上述指标均随碰摩程度的加剧而单调递增,具有良好的故障敏感性与区分能力。然而,如图 5.9 所示,相同指标在压气机机匣加速度信号中的变化趋势并不明显,无法有效反映碰摩程度的差异。这一现象再次印证了远端测点信号中碰摩特征被严重弱化的事实。因此,针对此类微弱、低信噪比的碰摩故障信号,亟需引入先进的信号处理技术,以实现故障特征的有效增强与可靠提取,为后续的智能诊断提供高质量的输入特征。

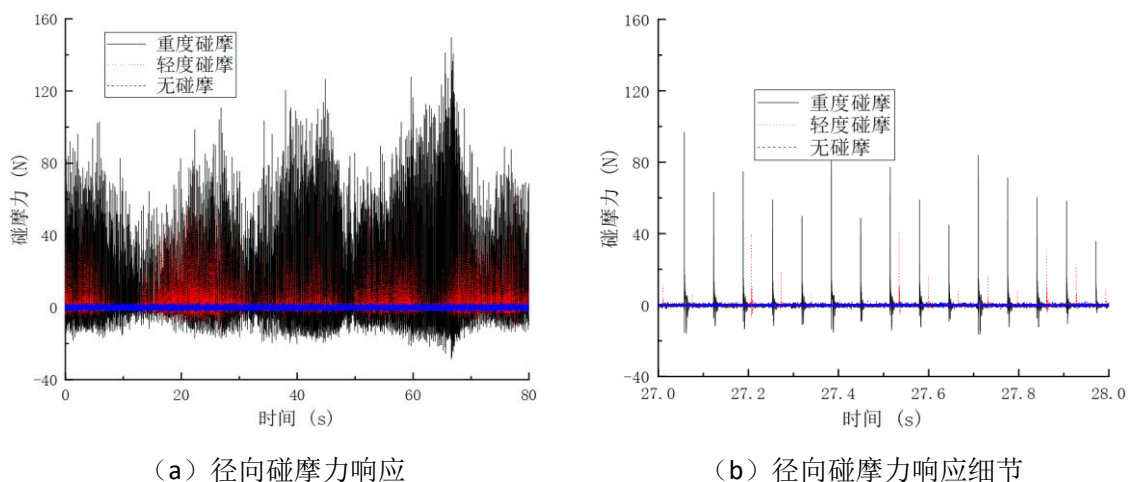


图 5.5 不同碰摩程度工况碰摩试验径向碰摩力响应

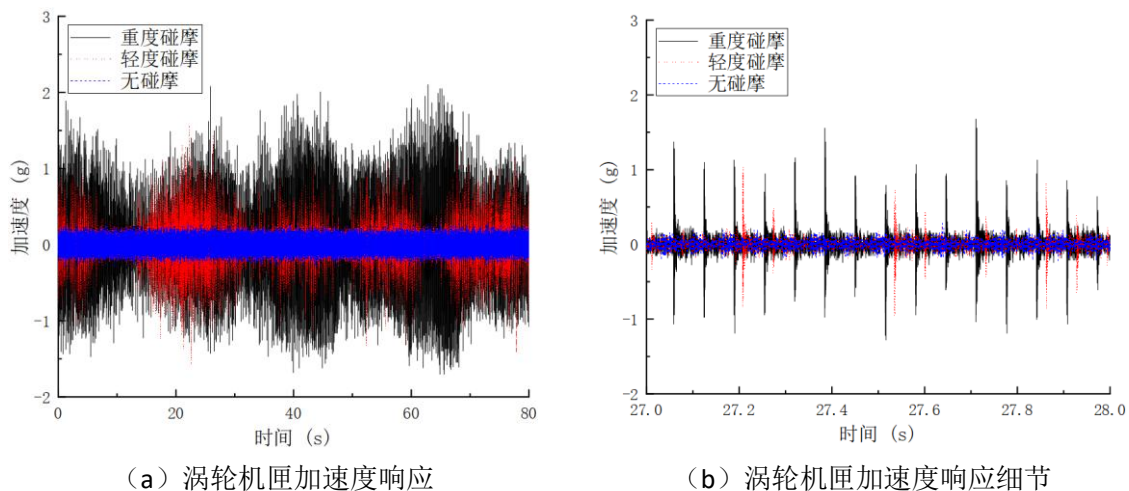


图 5.6 不同碰摩程度工况碰摩试验涡轮机匣加速度响应

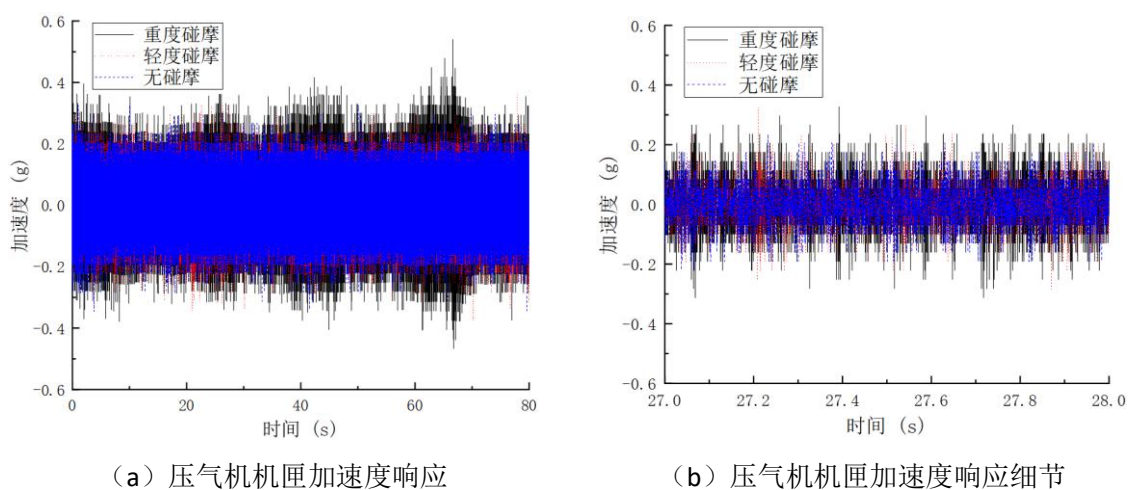


图 5.7 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应

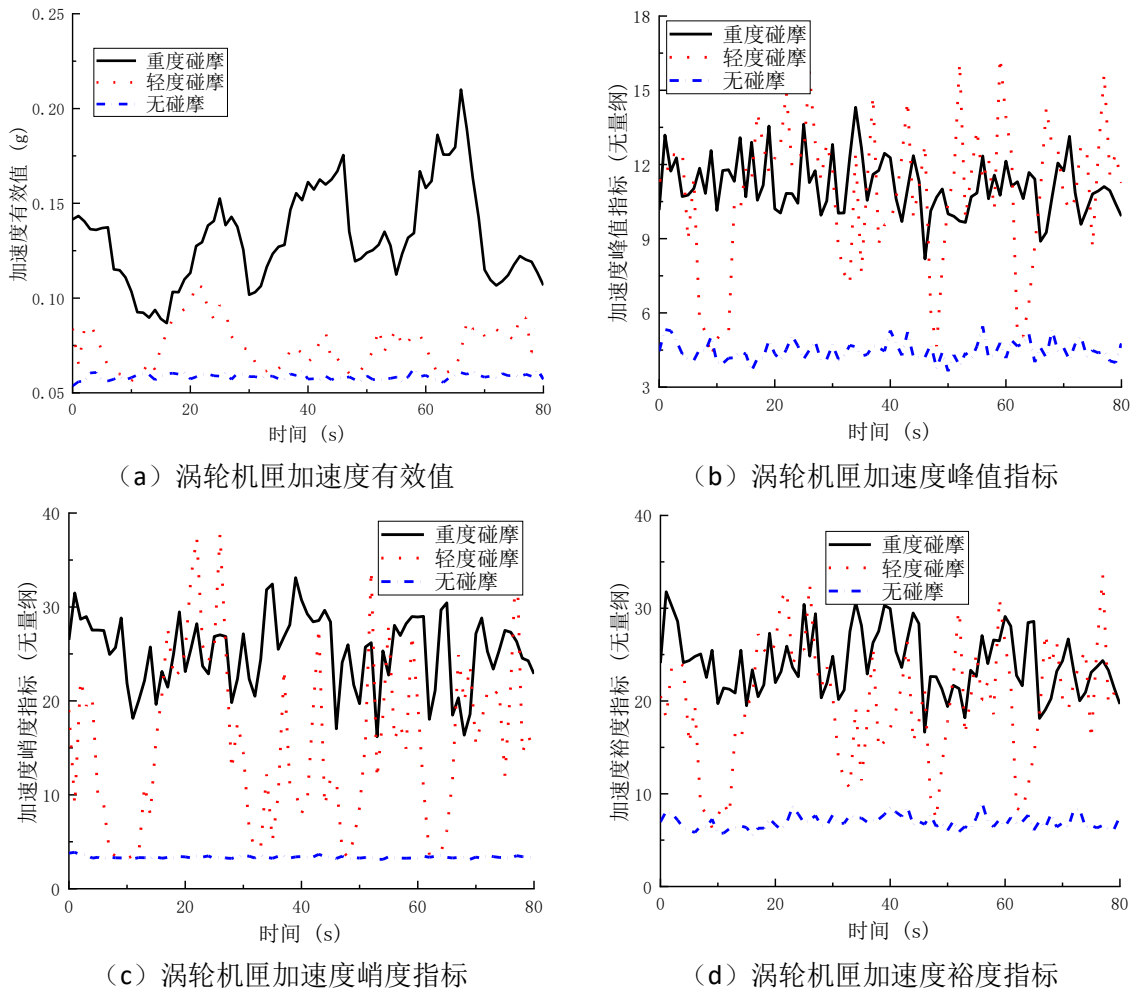
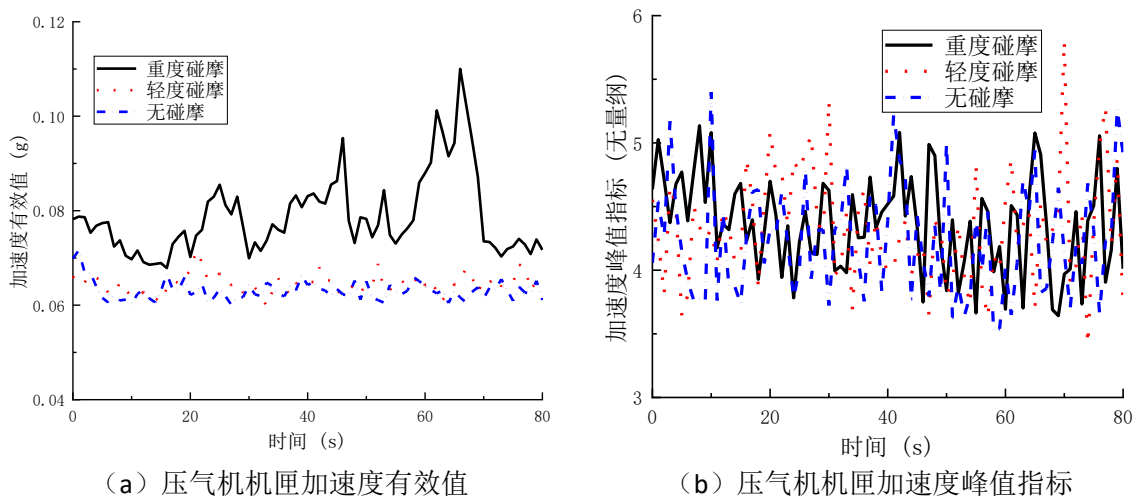


图 5.8 不同碰摩程度工况碰摩试验涡轮机匣加速度响应指标



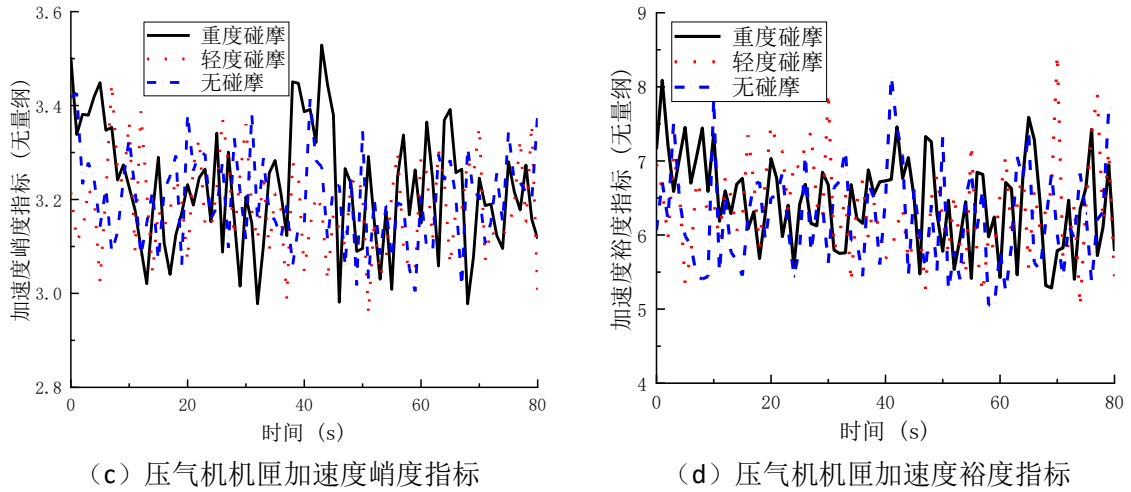


图 5.9 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应指标

5.3.2 故障诊断及指标

针对上述压气机机匣加速度响应中碰摩特征指标不显著的问题，需对原始信号进行进一步的精细化处理。所采用的信号处理流程如图 5.10 所示。首先，对采集的加速度信号实施频带滤波，以增强其中潜在的微弱碰摩特征。为实现最优频带的自适应选取，本文构建了一个基于时域特征指标的适应度函数（fitness function，简称 fit_{fun} ），该函数基于峭度指标建立，取其极大值的前 10% 的平均数。在此基础上，引入遗传算法（Genetic Algorithm, GA）对滤波频带的上下限进行全局优化搜索，从而确定能够最大程度凸显碰摩故障特征的最优频带范围。

$$Kurtosis = N_{x_i} \sum_{i=1}^{N_{x_i}} x_i^4 / \left(\sum_{i=1}^{N_{x_i}} x_i^2 \right)^2 \quad (5.2)$$

$$fun_{peak} = peak(Kurtosis(X_j))$$

其中， X_j 表示第 j 秒的时域数据， x_i 表示某一秒数据中的第 i 个数值， N_{x_i} 为 1 秒内的总数据点数， $peak$ 表示取极大值。

将 fun_{peak} 顺序排列，即 $fun_{peak}(1) \leq \dots \leq fun_{peak}(j)$ ，令 $m = \lceil 0.1j \rceil$

$$fit_{fun} = -\frac{1}{m} \sum_{k=j-m+1}^j (fun_{peak}(k)) \quad (5.3)$$

基于遗传算法确定最优频带 $[f_{low}, f_{high}]$ ，其中 f_{low} 为频率下限， f_{high} 为频率上限。遗传算法流程如图 5.11 所示：①编码与种群初始，将问题解映射为染色体（如二进制/实数编码），随机生成 50 个个体的初始种群。在本文中为最优频率范围，即 2 个变量，频带上限和频带下限。②适应度评估，计算每个个体的适应度值，作为优劣评判标准，适应度越高，生存概率越大。③遗传操作，选择：按适应度筛选优质个体，本实例中采用轮盘赌法：适应度越高选中概率越大。交叉：父代基因重组产生新个体，本实例中采用多点交叉：多位置交换增强多样性；变异：

小概率随机修改基因，避免早熟收敛。④终止迭代，重复遗传操作直至满足终止条件。达到最大迭代次数 15 次，并且适应度趋于稳定。

基于遗传算法优化所得的最优频带，对原始加速度信号进行带通滤波处理。滤波器采用 6 阶巴特沃斯（Butterworth）滤波器，以在保证通带平坦性的同时有效抑制带外噪声。对滤波后的加速度信号，进一步分析其时域特性以判别碰摩故障是否存在。考虑到碰摩故障通常在振动信号中表现为周期性冲击脉冲，本文通过自相关分析检测信号中是否存在具有转频周期性的脉冲成分。若在对转频或其倍频处观察到显著的自相关峰值或倒频谱峰，则可判定碰摩故障发生。

自相关函数：

$$R_{xx}(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} x_i x_{i+r}, \quad r = 1, 2, 3, \dots, m \quad (m < N) \quad (5.4)$$

针对上述滤波后得到的时域信号，如果存在碰摩故障，则可以进一步基于有效值、倒频谱中 $1/f_r$ 处幅值、频谱中最大值对应的频率及其和转速频率的调制频率的平均能量（Ef）等指标构成的综合指标，来判断碰摩故障严重程度。

有效值：

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (5.5)$$

倒频谱函数：

$$CF(q) = |F^{-1}[\log S(f)]|^2 \quad (5.6)$$

其中 $S(f)$ 为信号的双边功率谱（或自功率谱）， F^{-1} 为里叶逆变换， q 为倒频率变量（量纲为时间）。

倒频谱中 $1/f_r$ 处幅值：

$$CF\left(\frac{1}{f_r}\right) \quad (5.7)$$

频谱中最大值对应的频率及其和转速频率的调制频率的平均能量：

$$Ef = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (A(f_{\max} \pm nf_r))^2, \quad flow \leq f_{\max} \pm nf_r \leq fhigh \quad (5.8)$$

其中 f_r 为当前时刻转子转速频率。

基于加速度滤波信号，提取上述指标，如图 8 所示，可以明显看出有效值、倒频谱中 $1/f_r$ 处幅值、频谱中最大值对应的频率及其和转速频率的调制频率的平均能量（Ef）等指标变化与无碰摩、轻度碰摩和重度碰摩强相关，可以基于这些指标，判断碰摩故障严重程度。

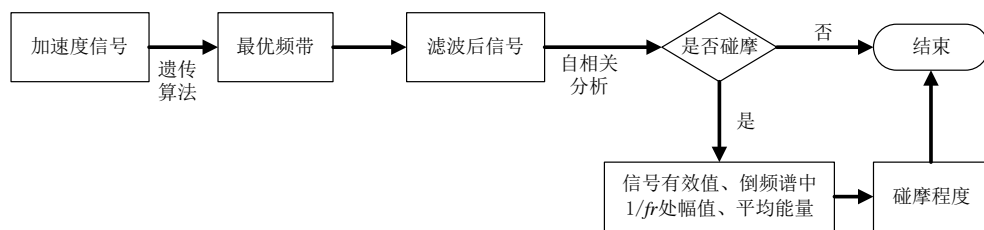


图 5.10 一种基于机匣信号的微弱碰摩故障诊断方法流程

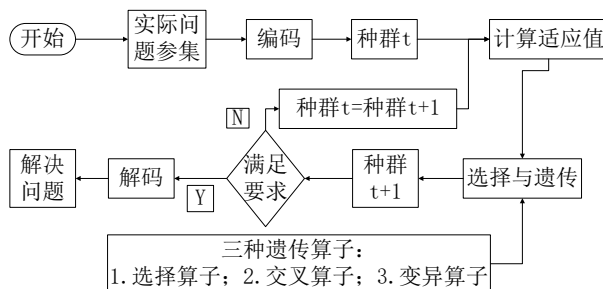
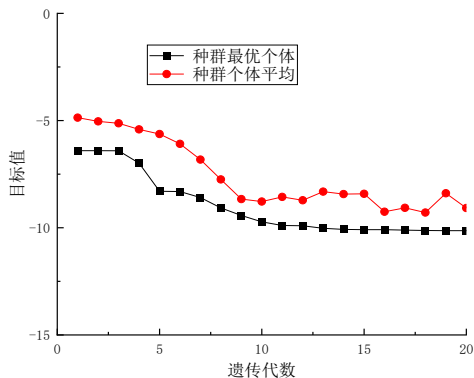


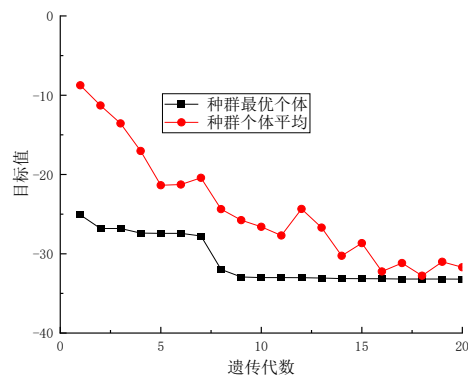
图 5.11 遗传算法流程

5.3.3 诊断方法验证

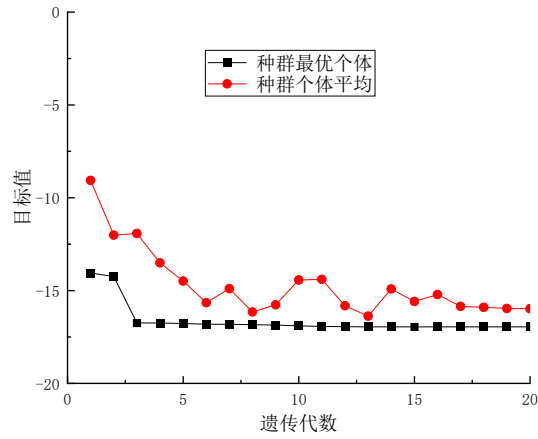
基于遗传算法的不同程度碰摩试验的目标函数值进化曲线如图 5.12 所示，其中无碰摩试验的最优频带选择结果为 4133Hz-4782Hz，轻度碰摩试验的最优频带选择结果为 3423Hz-3963Hz，重度碰摩试验的最优频带选择结果为 3426Hz-3967Hz。基于上述最优频带对不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应进行滤波，结果如图 5.13 所示，与未处理的压气机机匣加速度响应对比，滤波后的压气机机匣加速度信号在不同碰摩程度工况下呈现明显不同；由图 5.13 (a) 可知，重度碰摩工况下加速度响应幅值最大，轻度碰摩工况次之，无碰摩工况最小；在图 5.13 (b) 细节图中也可以看出清晰地碰摩冲击信号特征。不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应滤波后指标如图 5.14 所示，可知，压气机机匣加速度响应滤波后的有效值、倒频谱中 $1/f_r$ 处幅值以及频谱中最大值对应的频率及其和转速频率的调制频率的平均能量可以很好地体现碰摩故障严重程度。



(a) 无碰摩

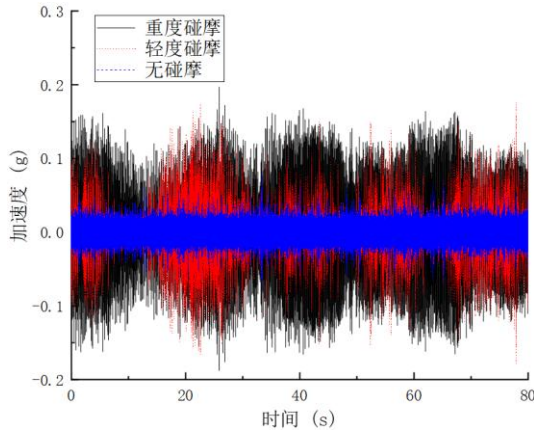


(b) 轻度碰摩

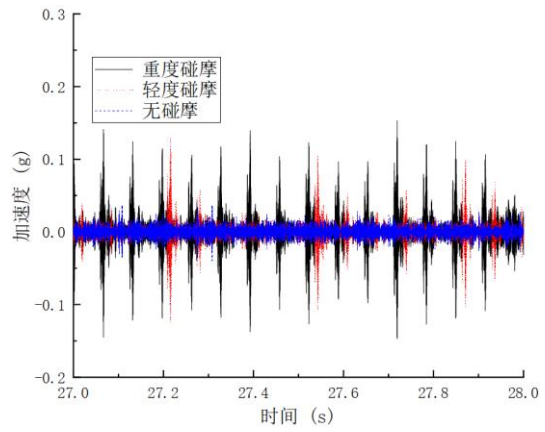


(c) 重度碰摩

图 5.12 目标函数值进化曲线

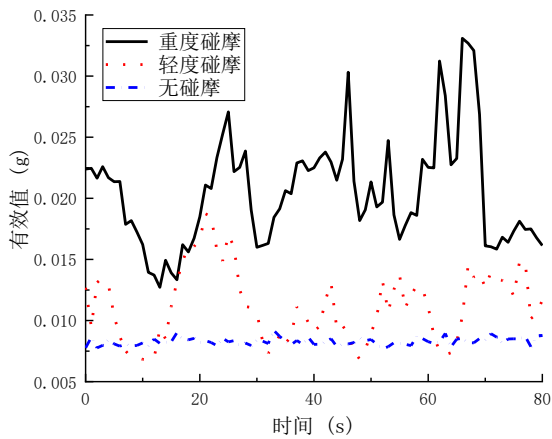


(a) 压气机机匣加速度响应滤波结果

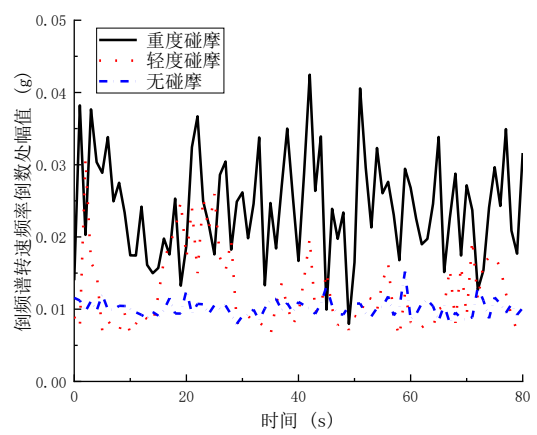


(a) 压气机机匣加速度响应滤波结果细节

图 5.13 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应滤波结果



(a) 滤波结果有效值



(b) 滤波结果倒频谱中转速频率倒数处幅值

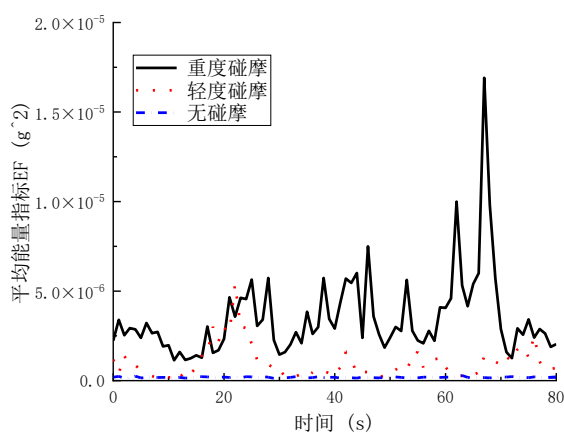
(c) 滤波结果平均能量 E_f

图 5.14 不同碰摩程度工况碰摩试验压气机机匣加速度响应滤波后指标

5.4 基于机匣信号的叶片裂纹 - 碰摩复合故障特征分析及诊断

5.4.1 故障诊断难点

根据 5.2 节的分析可知, 叶片裂纹故障的诊断方法核心在于: 利用机匣信号中叶片一阶共振频率与转速频率之间的组合关系, 提取出叶片的 1 阶固有频率; 再结合健康状态下叶片 1 阶固有频率的先验数据, 判断测试叶片的固有频率是否出现下降, 从而判定其是否存在裂纹故障。由 5.3 节可知, 叶片 - 机匣碰摩故障的诊断则依赖于机匣加速度时域信号中的冲击特征。具体而言, 只有在靠近碰摩发生位置的传感器处, 冲击特征才较为明显; 而在远离碰摩点的位置, 冲击信号往往十分微弱, 需通过选取最优频带对信号进行增强, 以有效识别碰摩故障及其严重程度。当同时存在叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障时, 机匣加速度信号中依然会呈现碰摩引起的冲击特征, 其强度主要取决于碰摩力的大小, 且该冲击特征在远离碰摩点的位置仍然微弱, 这一现象与叶片是否带有裂纹无关。因此, 针对碰摩故障的诊断方法在复合故障情形下仍可沿用单一碰摩故障的诊断策略。

然而, 由于此时已存在碰摩故障, 若继续采用 5.2 节所述的转速遍历方法进行裂纹诊断, 可能因频繁变转速而加剧碰摩, 不符合工程实际的安全与运行要求。因此, 需发展一种无需改变转速工况、能够在已有碰摩故障条件下准确判别叶片是否发生裂纹的新方法。

5.4.2 故障诊断及指标

针对上述问题, 本文提出了一种基于机匣信号的叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障诊断及相应的诊断指标。该方法首先判断是否存在叶片 - 机匣碰摩故障, 其诊断流程与判据与 5.3 节中针对单一碰摩故障所提出的方法完全一致。

随后, 在已确认存在碰摩故障的前提下, 进一步判断叶片是否发生裂纹故障。与 5.2 节中

依赖升速扫频工况获取叶片固有频率的方法不同，本文所提方法无需改变转速条件。其核心原理在于：当叶片与机匣发生碰摩时，叶片会受到周期性或瞬态碰摩力的冲击作用，导致其应力响应在时域上呈现出明显的冲击特征和振荡衰减现象。在对应的频域响应中，不仅可清晰观察到叶片的 1 阶、2 阶及 3 阶固有频率成分，还伴随大量由转速调制产生的边频成分。

与此同时，在涡轮、压气机机匣的加速度响应频谱中，也会出现由转速频率与叶片各阶固有频率组合所产生的组合频率成分。通过对这些频率进行有效提取与分析，即可反演出叶片的各阶固有频率。进一步地，通过比对当前固有频率与健康状态下的先验值，若发现固有频率显著下降，则可判定叶片存在裂纹故障。基于机匣加速度信号的

值得注意的是，随着裂纹损伤程度的加剧，叶片的 2 阶和 3 阶固有频率变化往往比 1 阶更为敏感，尤其在微小裂纹阶段表现尤为突出。因此，利用高阶模态频率作为诊断依据，可显著提升对早期或微弱裂纹故障的识别精度与可靠性。

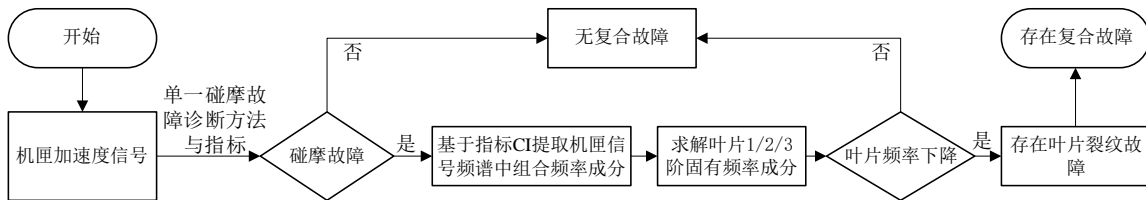


图 5.15 叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障诊断流程

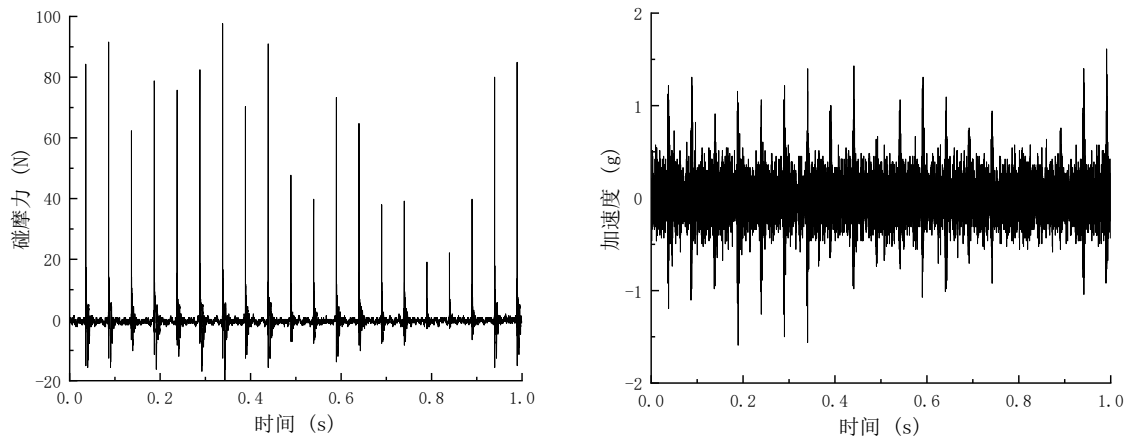
5.4.3 诊断方法验证

在健康叶片机匣碰摩试验中，碰摩力及涡轮机匣加速度响应如图 5.16 所示，由图可知碰摩故障导致机匣加速度响应产生了大量的冲击信号。叶片应力响应与压气机机匣加速度响应分别如图 5.17 与图 5.18 所示。由图 5.17 可见，在碰摩冲击载荷作用下，叶片应力响应频谱中显著出现了其 1 阶、2 阶及 3 阶固有频率成分（分别为 119Hz、733Hz 和 2046Hz）。此外，通过频谱细节图可进一步观察到，在各阶固有频率附近存在与转速频率发生调制的边频成分。图 5.18 所示的压气机机匣加速度频谱中同样呈现出叶片 1 阶与 2 阶固有频率与转速频率的组合频率成分；相比之下，3 阶固有频率与转速频率的组合频率则表现得不够明显。

在裂纹叶片机匣碰摩试验中，碰摩力及涡轮机匣加速度响应如图 5.19 所示，由图可知碰摩故障导致机匣加速度响应产生了大量的冲击信号。叶片应力响应与压气机机匣加速度响应分别如图 5.20 与图 5.21 所示。图 5.20 显示，在压气机机匣加速度频谱中，同样可观测到 1 阶与 2 阶固有频率与转速频率的组合频率成分，因此可以反算出此时叶片 1 阶固有频率为 117Hz，2 阶固有频率为 725Hz，参考健康叶片固有频率（119Hz、733Hz），可知此时测试叶片含有裂纹故障。由于机匣加速度频谱中的叶片 3 阶固有频率相关的组合频率不显著，因此不采用其反算结果。由图 5.21 可知，含裂纹叶片在碰摩冲击载荷作用下，其应力响应频谱出现了清晰 1 阶、

2 阶及 3 阶固有频率成分, 但由于裂纹的存在, 各阶固有频率均出现不同程度的下降 (分别降至 117Hz、725Hz 和 2026Hz), 且高阶模态频率的偏移幅度大于低阶模态, 这与基于机匣加速度响应反算出的叶片固有频率一致。

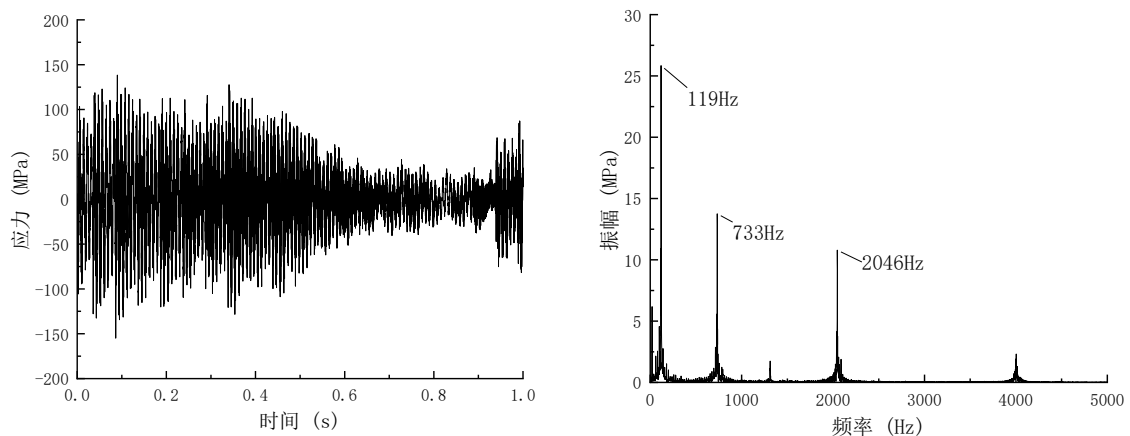
综上所述, 针对叶片-机匣碰摩与叶片裂纹共存的复合故障诊断, 首先应依据 5.3 节所述方法判断是否存在碰摩故障。若确认存在碰摩, 则需进一步分析机匣加速度响应中的频率特征。具体而言, 可基于已知健康叶片的固有频率先验信息, 在机匣加速度频谱中相应频段内搜索叶片固有频率与转速频率的组合频率成分, 并据此反演推算出待测叶片的实际固有频率。通过将该频率与健康状态下的基准值进行对比, 即可有效判别叶片是否存在裂纹损伤, 从而实现对上述复合故障的准确识别与诊断。



(a) 径向碰摩力响应

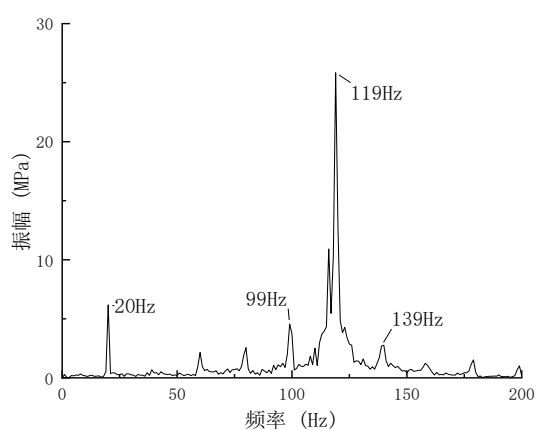
(b) 涡轮机匣加速度时域响应

图 5.16 健康叶片机匣碰摩试验下碰摩力及涡轮机匣加速度响应

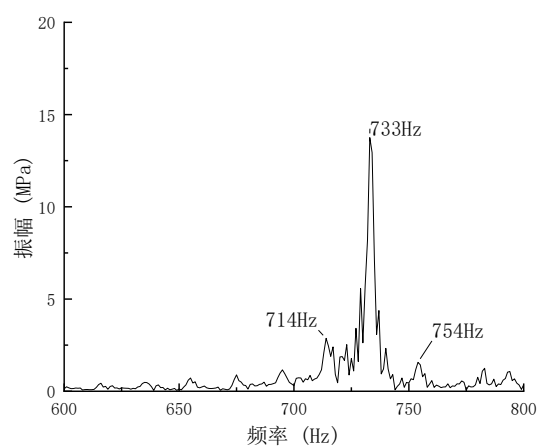


(a) 叶片应力时域响应

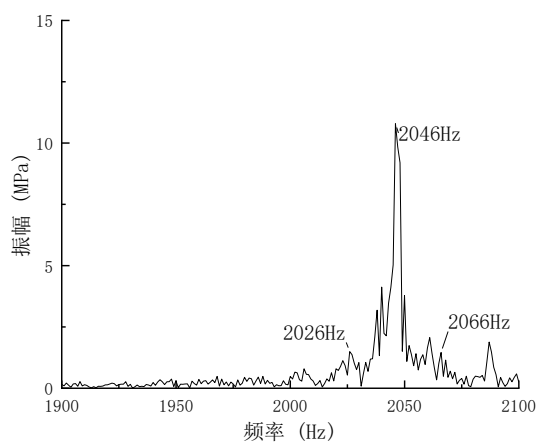
(b) 叶片应力频谱



(c) 叶片应力频谱细节 1

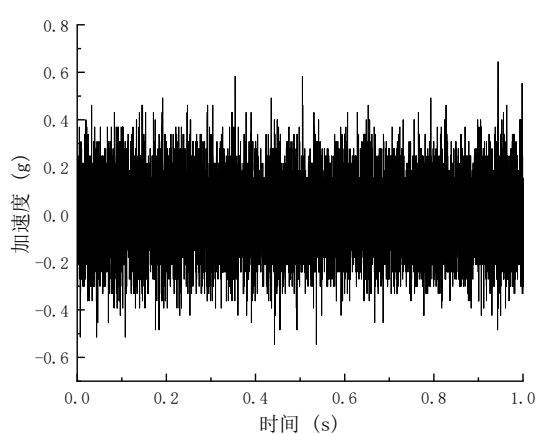


(d) 叶片应力频谱细节 2

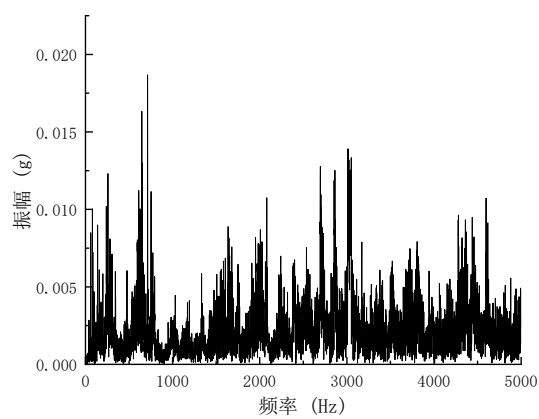


(e) 叶片应力频谱细节 3

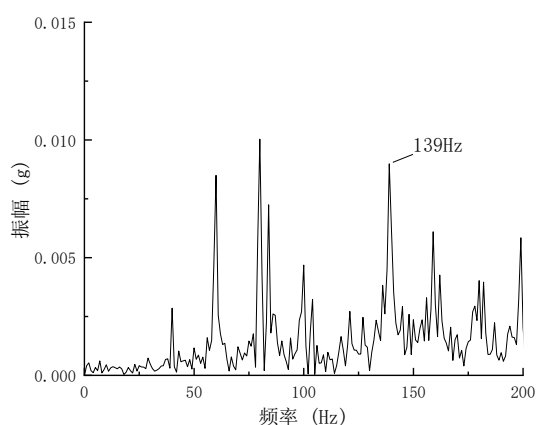
图 5.17 健康叶片机匣碰摩试验下叶片应力响应



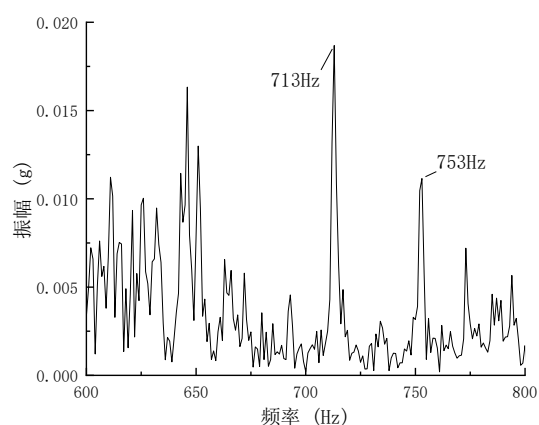
(a) 压气机机匣加速度时域响应



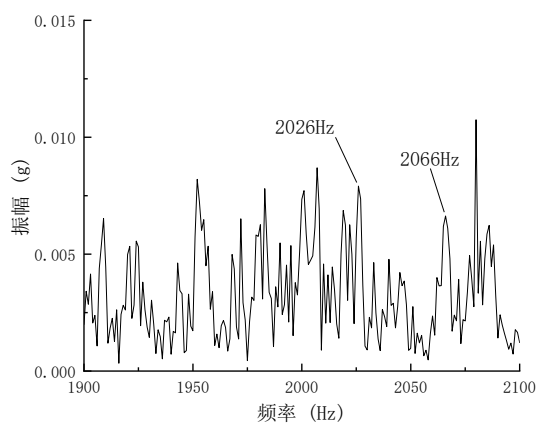
(b) 压气机机匣加速度频谱



(c) 压气机机匣加速度频谱细节 1

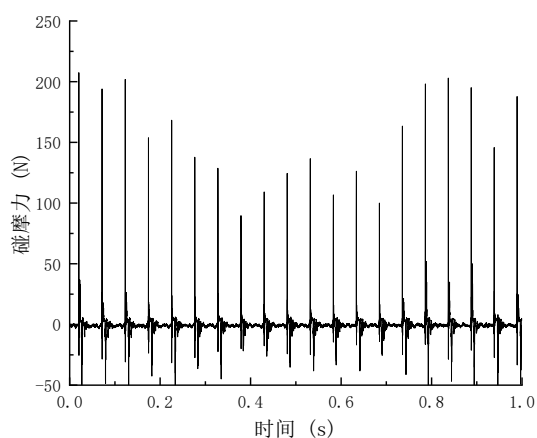


(d) 压气机机匣加速度频谱细节 2

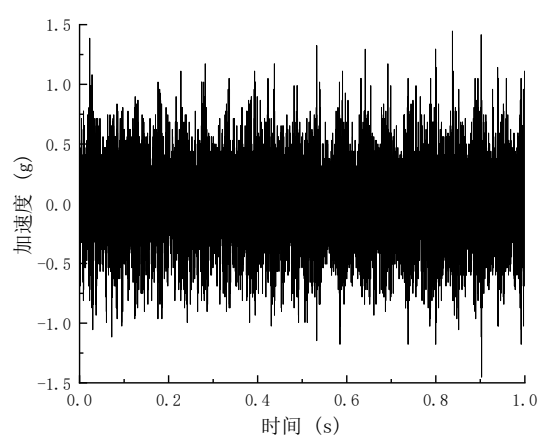


(e) 压气机机匣加速度频谱细节 3

图 5.18 健康叶片机匣碰摩试验下压气机机匣加速度响应

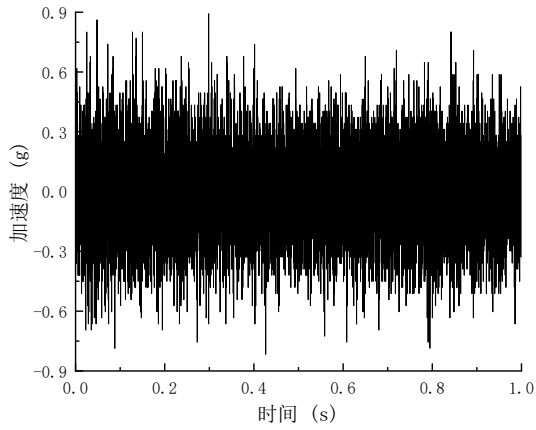


(a) 径向碰摩力响应

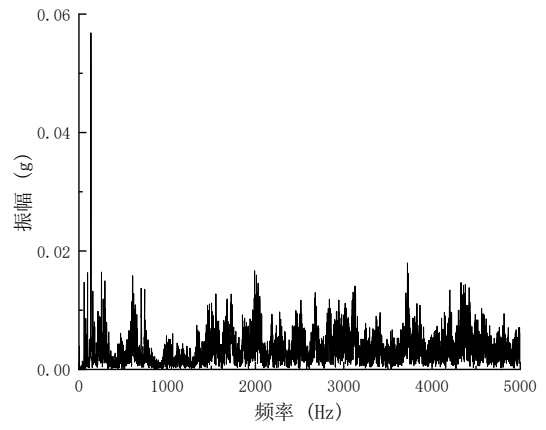


(b) 涡轮机匣加速度时域响应

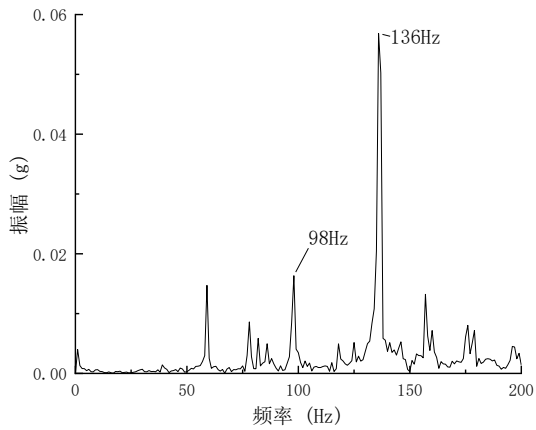
图 5.19 裂纹叶片机匣碰摩试验下碰摩力及涡轮机匣加速度响应



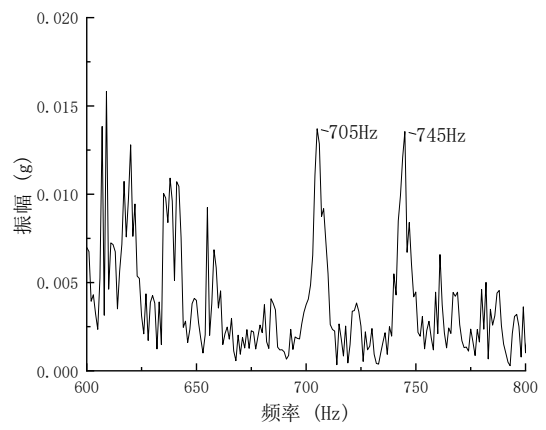
(a) 压气机机匣加速度时域响应



(b) 压气机机匣加速度频谱

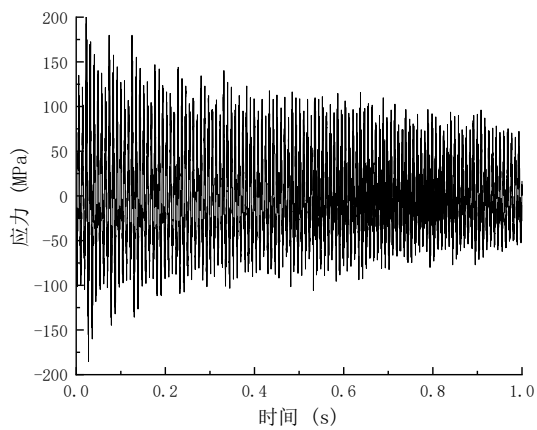


(c) 压气机机匣加速度频谱细节 1

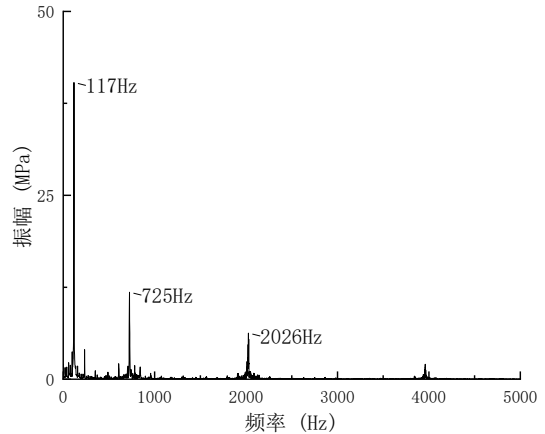


(d) 压气机机匣加速度频谱细节 2

图 5.20 裂纹叶片机匣碰摩试验下压气机机匣加速度响应



(a) 叶片应力时域响应



(b) 叶片应力频谱

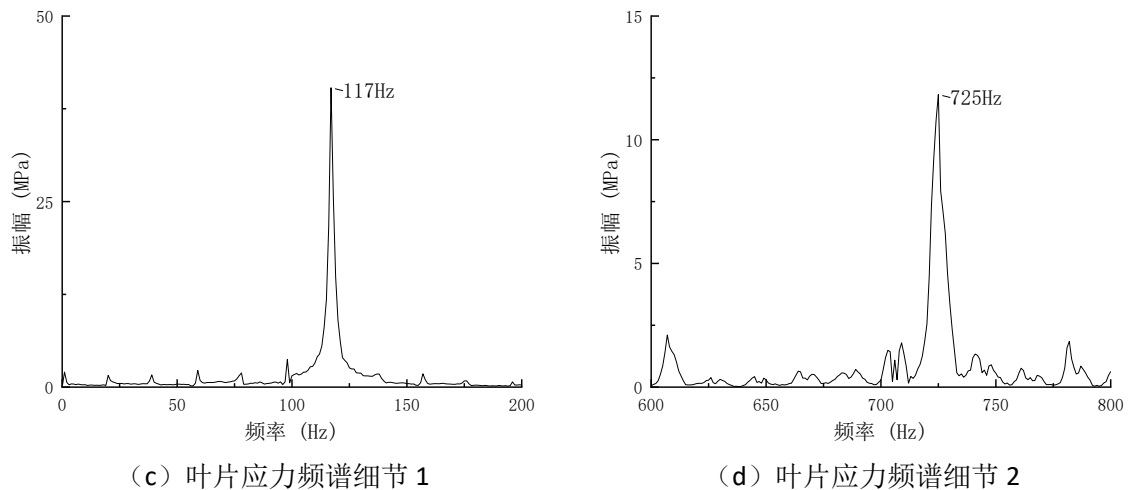


图 5.21 裂纹叶片机匣碰摩试验下叶片应力响应

5.5 本章小结

本章针对航空发动机中叶片裂纹与机匣碰摩共存的复合故障诊断难题，系统开展了基于机匣加速度信号的特征提取与智能判别方法研究，主要研究内容与结论如下：

(1) 针对裂纹导致的微弱频率偏移问题，提出以组合频率强度指标 (CI) 为核心的共振转速反演方法，将频率域微小变化转化为转速域显著差异，实现了无需应变片的高灵敏度裂纹识别。

(2) 针对远端测点碰摩特征微弱的问题，发展了基于遗传算法优化频带的信号增强策略，结合自相关分析与倒频谱特征，有效提升了轻度碰摩的检出能力。

(3) 构建了适用于复合故障场景的诊断流程：在确认碰摩存在的前提下，利用碰摩冲击激发的宽频响应，从机匣信号中提取叶片高阶模态的组合频率成分，反演其固有频率变化，从而准确判别裂纹损伤。试验结果表明，所提方法不仅能有效区分无故障、单一故障与复合故障工况，还可对故障严重程度进行量化评估，为航空发动机在线健康监测提供了兼具工程实用性与理论创新性的技术路径。

第六章 结论与展望

6.1 总结

6.1.1 本文工作总结

本文围绕航空发动机中叶片裂纹与机匣碰摩共存的复合故障问题，针对现有研究在耦合建模、机理认知、试验平台和诊断技术等方面的不足，系统开展了高保真整机动力学建模、振动特性分析与智能诊断方法研究。主要研究工作和成果如下：

(1) 建立了叶片裂纹-机匣碰摩复合故障动力学模型

基于叶片应力状态建立了呼吸裂纹时变刚度模型，通过分析裂纹在弯曲应力与离心应力作用下的开闭状态（完全闭合、部分张开、完全张开），推导出裂纹深度随叶片动态应力变化的分段函数表达式，进而获得了能够精确表征裂纹动态特性的时变刚度矩阵。然后，首次提出了融合气流激励与动态叶尖间隙的含裂纹多叶片-机匣碰摩动力学模型。基于能量守恒原理表征碰摩力，有效集成裂纹故障导致的时变刚度、旋转效应与弹性机匣等关键因素，对碰摩力进行了有效表征，从而实现了对叶片裂纹-机匣碰摩复合故障动力学建模，并且定量讨论裂纹严重程度与气流激励力幅值对碰摩力的影响规律。上述复合故障动力学建模工作为含复合故障整机动力学模型的建立奠定了基础。

(2) 建立了融合叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的航空发动机整机动力学模型

聚焦航空发动机关键部件耦合动力学行为的高精度建模，融合多源强非线性因素（叶片、轴承、机匣、转子、叶片裂纹故障、叶片-机匣碰摩故障及叶片裂纹-机匣碰摩复合故障等），采用多类型单元混合动力学建模，基于显隐式结合的数值积分方法，构建“多类型单元混合-显隐式结合”航空发动机整机仿真模型，兼顾整机动力学模型仿真计算速度与仿真精度。研究从子结构建模出发，逐步集成形成整机耦合模型。首先，建立了单叶片动力学模型，并引入呼吸裂纹模型，通过裂纹在弯曲应力下的开闭状态推导出时变刚度矩阵，精确表征裂纹动态特性。本文建立的叶片模型仿真结果与试验结果对比，健康叶片的1阶固有频率的相对误差在0.3%以内，含小裂纹叶片的1阶固有频率的相对误差在1.6%以内。然后，将单叶片拓展至多叶片系统，结合有限元法对轮盘与转轴建模，综合运动学约束与动力学耦合，组装形成叶片-盘-轴一体化模型。本文建立的叶片-盘-轴模型仿真结果与ANSYS实体有限元模型仿真结果对比，模型的前5阶固有频率相对误差在2%以内，前9阶固有频率相对误差在3.5%以内。其次，采用截锥壳单元法对薄壁机匣进行高效高精度建模，模型仿真结果与ANSYS实体有限元模型仿真

结果对比,前 9 阶固有频率的平均误差在 3.5% 以内。随后,通过 5 自由度非线性滚动轴承支承模型与线性支承模型连接转子与机匣模型,进而形成整机动力学模型,整机模型仿真结果与整机试验器的试验结果对比,前 3 阶固有频率的相对误差在 3.4% 以内。最后,融合含裂纹叶片-机匣碰摩动力学模型,实现了对裂纹-碰摩强耦合非线性动力学行为的整机级刻画,为后续故障机理分析与仿真奠定了理论基础。

(3) 揭示了含叶片裂纹-机匣碰摩复合故障航空发动机整机振动特征与机理

围绕航空发动机叶片裂纹-机匣碰摩复合故障的整机振动特性,开展了高保真动力学仿真与试验验证。为支撑研究,自主搭建了一套高度仿真的航空发动机模拟试验平台,集成可预制裂纹的模块化叶盘、可控气流激励装置、基于空心轴与滑环引电器的旋转叶片动态应力实时监测系统,以及采用伺服驱动与三向力传感器的主动碰摩施加装置,实现碰摩力连续调节与精确测量,为复杂故障机理研究提供了可靠试验基础。在此平台上,分别对裂纹单一故障、碰摩单一故障及复合故障工况进行了深入分析。结果表明:气流激励是诱发叶片共振并将特征传递至轴承座、机匣等固定部件的关键路径,典型表现为共振转速下的转频-叶片频率组合成分;裂纹虽导致叶片固有频率降低(共振转速下降),但对整机宏观振动响应影响微弱,难以形成强辨识特征。碰摩则引发显著瞬态冲击,在机匣信号中表现为冲击脉冲、丰富转频高次谐波及转频-固有频率组合成分,且能量沿机匣由碰摩点向远端衰减传播。在复合故障下,振动响应呈现两类特征的叠加与交互:气流激励与碰摩共同作用不仅保留共振特征,还激发出更多高阶模态组合频率与复杂谐波结构。值得注意的是,裂纹在各类工况中主要体现为引起叶片各阶固有频率整体下移,未产生独立新特征。裂纹扩展演化试验进一步证实,固有频率的持续下降可作为在线监测裂纹扩展的有效指标。

(4) 提出了基于机匣加速度信号的叶片裂纹-机匣碰摩复合故障诊断方法

针对航空发动机中叶片裂纹与机匣碰摩共存的复合故障诊断难题,本文系统开展了基于机匣加速度信号的特征提取与智能判别方法研究。首先,针对裂纹引起的固有频率微小偏移难以直接识别的问题,提出一种以组合频率强度指标为核心的共振转速反演方法,将频域中微弱的频率变化转化为转速域中显著的共振点偏移,实现了无需安装应变片的高灵敏度裂纹检测。其次,针对远端测点处碰摩特征微弱、易被噪声掩盖的问题,发展了一种基于遗传算法优化频带的信号增强策略,融合自相关分析与倒频谱特征,显著提升了轻度碰摩故障的检出能力与鲁棒性。在此基础上,进一步构建了面向复合故障场景的分层诊断流程:在确认碰摩存在的前提下,充分利用碰摩冲击所激发的宽频振动响应,从机匣加速度信号中提取由碰摩激励出的叶片高阶模态组合频率成分,并据此反演叶片固有频率的变化趋势,从而实现了对裂纹损伤的准确判别。试验结果表明,所提方法不仅能有效区分无故障、单一裂纹、单一碰摩及裂纹-碰摩复合故障等多种工况,还可对故障严重程度进行定量评估。该技术路径兼具工程实用性与理论创新性,为

航空发动机在线健康监测与智能运维提供了有力支撑。

6.1.2 本文创新点

(1) 构建了叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障整机动力学模型与求解方法

突破传统单一故障建模或简化耦合的局限, 将呼吸裂纹的时变刚度、动态叶尖间隙演化、非线性碰摩力与多体耦合结构深度统一, 建立“多类型单元混合 - 显隐式结合”的仿真模型; 基于能量守恒原理实现裂纹与碰摩的物理协同表征, 明确了二者相互调制的双向作用机制。经整机试验模态与仿真数据多层次验证, 模型实现对复合故障强非线性动力学行为的精准刻画, 为整机级仿真提供核心算法支撑。

(2) 揭示了裂纹 - 碰摩共存下的整机振动传递机理与特征规律

依托自主研发的集成预制裂纹、主动可控碰摩及实时应力监测的试验平台, 通过多工况仿真与试验对比, 系统阐明了复合故障下振动传递路径与特征。量化揭示了裂纹主导频率偏移、碰摩主导瞬态冲击与谐波, 以及二者复合下特征叠加与组合频率激发的特征规律, 为早期故障识别提供了关键理论依据。

(3) 提出了基于机匣加速度信号的无侵入式复合故障诊断方法

针对工程中难以直接测量叶片状态的现实约束, 提出“共振转速反演”与“遗传算法优化频带增强”相结合的特征提取策略, 将微弱的裂纹频率偏移转化为显著的转速域偏移, 并有效提升远端碰摩信号的信噪比。在此基础上, 构建了“先判碰摩、再借碰摩激振反演裂纹”的分层诊断逻辑, 实现了仅依靠机匣测点即可对复合故障类型与严重程度进行准确辨识与定量评估, 兼具工程实用性与理论前瞻性。

6.2 展望

本文针对航空发动机中叶片裂纹与机匣碰摩共存的复合故障问题, 系统开展了整机动力学建模、振动特性分析与故障诊断方法研究, 并取得了一定的研究成果。然而, 受限于研究周期、试验条件以及作者对复杂故障机理认知的深度, 当前工作仍存在若干不足, 有待在后续研究中进一步完善:

(1) 叶片裂纹 - 机匣碰摩复合故障模型尚有提升空间

本文所构建的复合故障模型考虑了碰摩冲击对裂纹呼吸效应的影响, 以及裂纹所引起的刚度退化对碰摩力的反作用。然而, 尚未引入碰摩载荷作用下的裂纹扩展演化机制。未来可结合断裂力学理论与实际工况载荷谱, 嵌入裂纹扩展模型, 实现从“裂纹存在”到“裂纹演化”的动态闭环建模, 从而更真实地反映复合故障的时变非线性特性。

(2) 叶片 - 转子连接结构的建模精度有待提高

当前整机动力学模型中，叶片与轮盘采用刚性连接假设，虽简化了计算且适用于初步分析，但与实际航空发动机中广泛采用的榫卯连接结构存在差异。该连接形式具有非线性接触、局部刚度弱化等复杂动力学行为。后续研究可引入精细化接触单元或子结构模态综合法，对榫连接界面进行高保真建模，以更准确捕捉其对整机振动与故障传递路径的影响。

（3）复合故障智能诊断方法可进一步融合先进人工智能技术

本文提出的诊断策略主要基于信号处理与特征工程，依赖组合频率强度、共振转速偏移等物理可解释指标，在特定工况下具有良好有效性。然而，面对强噪声、多故障耦合及变工况等复杂场景，其泛化能力仍有限。未来可将现有方法与深度学习相结合，构建“物理机理引导+数据驱动”的混合智能诊断框架，实现更高鲁棒性、自动化程度和在线适应能力的复合故障识别。

参考文献

- [1] 宋兆泓,陈光,张景武,等. 航空发动机典型故障分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1993:59~61.
- [2] 韩清凯,于涛,王德有,等. 故障转子系统的非线性振动分析与诊断方法[M]. 北京:科学出版社,2010:1~5.
- [3] Chana K, Cardwell D, Gray L, et al. Disk Crack Detection and Prognosis Using Non Contact Time of Arrival Sensors[C]// Proceedings of the ASME Turbo Exposition. Vancouver: Int Gas Turbine Inst, 2011, 6: 11-18.
- [4] 罗佳奇,陈泽帅,曾先.考虑几何设计参数不确定性影响的涡轮叶栅稳健性气动设计优化[J].航空学报,2020, 41(10): 177-189.
- [5] Sun HB, Wang J, Chen K, et al. A tip clearance prediction model for multistage rotors and stators in aero-engines [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2021, 34(2): 343-357.
- [6] 王博,吴艳辉.扩压叶栅叶尖非定常流动的涡动力学机理[J].航空学报, 2020, 41(11): 17.
- [7] 张济龙.基于微波传感的叶尖间隙及叶尖定时测量方法研究[D].天津:天津大学, 2017.
- [8] Wiseman MW , Guo TH .An investigation of life extending control techniques for gas turbine engines[C]// Proceedings of the American Control Conference, Arlington County Virginia, IEEE, 2001:3706-3707.
- [9] 杨硕.涡扇发动机高压压气机叶片裂纹萌生及扩展寿命预测研究[D].天津:天津大学, 2015.
- [10] Bednarz J. Operational modal analysis for crack detection in rotating blades[J]. Archives of Acoustics, 2017, 42(1):105-112.
- [11] Li B, Chen XF, Ma JX, et al. Detection of crack location and size in structures using wavelet finite element methods[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 285(4-5): 767-782.
- [12] Maghsoodi A, Ghadami A, Mirdamadi HR. Multiple-crack damage detection in multi-step beams by a novel local flexibility-based damage index[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(2):294-305.
- [13] Zhang K, Yan X J. Multi-cracks identification method for cantilever beam structure with variable cross-sections based on measured natural frequency changes[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 387:53-65.
- [14] Ostachowicz W, Krawczuk M. On Modelling of Structural Stiffness Loss Due to Damage[J]. Key Engineering Materials, 2001, 204-205:185-200.
- [15] Joglekar DM, Mitra M. Time domain analysis of nonlinear frequency mixing in a slender beam

- for localizing a breathing crack[J]. *Smart Materials and Structures*, 2017, 26(2):025009.
- [16] Gasch R. Dynamic behavior of a simple rotor with cross-sectional crack[J]. *Vibrations in Rotating Machinery*, 1976.
- [17] Chu YC, Shen MHH. Analysis of forced bilinear oscillators and the application to cracked beam dynamics[J]. *Aiaa Journal*, 1992, 30(30):2512-2519.
- [18] Chati M , Rand R, Mukherjee S. Modal analysis of a cracked beam[J].*Journal of Sound and Vibration*, 1997, 207(2):249-270.
- [19] Chondros TG, Dimarogonas AD, Yao J. Vibration of a beam with a breathing crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 239(1):57-67.
- [20] Wei CX, Shang XC. Analysis on nonlinear vibration of breathing cracked beam[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 461: 114901.
- [21] Abraham ONL , Brandon JA .The modelling of the opening and closure of a crack[J].*Medical History*, 1995, 23(3):339-45.
- [22] Cheng SM, Wu XJ, Wallace W, et al. Vibrational response of a beam with a breathing crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 225(1):201-208.
- [23] Pugno N, Surace C, Ruotolo R. Evaluation of the non-linear dynamic response to harmonic excitation of a beam with several breathing cracks[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 235(5):749-762.
- [24] Rezaee M, Hassannejad R. A new approach to free vibration analysis of a beam with a breathing crack based on mechanical energy balance method[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2011, 24(2): 185-194.
- [25] Andreaus U, Baragatti P. Cracked beam identification by numerically analysing the nonlinear behaviour of the harmonically forced response[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(4):721-742.
- [26] Ma H, Zeng J, Lang ZQ, et al. Analysis of the dynamic characteristics of a slant-cracked cantilever beam[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 75: 261-279.
- [27] Zeng J, Ma H, Zhang W, et al. Dynamic characteristic analysis of cracked cantilever beams under different crack types[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2017, 74: 80-94.
- [28] Zhang W, Ma H, Zeng J, et al. Vibration responses analysis of an elastic-support cantilever beam with crack and offset boundary[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 95:205-218.
- [29] Yu Z, Xu C, Du F, et al. Time-domain Spectral Finite Element Method for Wave Propagation

- Analysis in Structures with Breathing Cracks[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2020, 33(6): 812-822.
- [30] Joglekar DM. Analysis of nonlinear frequency mixing in Timoshenko beams with a breathing crack using wavelet spectral finite element method[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 488(1):115532.
- [31] Liu C, Jiang D. Crack modeling of rotating blades with cracked hexahedral finite element method[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2014, 46(2):406–423.
- [32] Liu C, Jiang D, Chu F. Influence of alternating loads on nonlinear vibration characteristics of cracked blade in rotor system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 353:205-219.
- [33] Zhao C, Zeng J, Ma H, et al. Dynamic analysis of cracked rotating blade using cracked beam element[J]. *Results in Physics*, 2020, 19: 103360.
- [34] Xie JS, Zi YY, Zhang MQ, et al. A novel vibration modeling method for a rotating blade with breathing cracks[J]. *Science China (Technological Sciences)*, 2019, 62(2): 333-348.
- [35] Yang L, Ma M, Wu S, et al. An improved analytical dynamic model for rotating blade crack: With application to crack detection indicator analysis[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2021, 40(4):1935-1961.
- [36] Yang L, Yang Z, Mao Z, et al. Dynamic characteristic analysis of rotating blade with transverse crack—part I: modeling, modification, and validation[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2020, 143(5):1-36.
- [37] Yu C, Wang J, Li Q. On the individual and combined effects of intentional mistuning, coupling and damping on the forced response of bladed disks[C]// 53rd ASME Turbo Exp: Power for Land, Sea, and Air. Berlin: ASME, 2008, 5:493-499.
- [38] Hou JF. Cracking-induced mistuning in bladed disks[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(11):2542-2546.
- [39] 王建军,姚建尧,李其汉.刚度随机失谐叶盘结构概率模态特性分析[J].*航空动力学报*, 2008(2):62-68.
- [40] Keerti A, Nikolaidis E, Ghiocel DM, et al. Combined Approximations for Efficient Probabilistic Analysis of Structures[J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(7):1321~1330.
- [41] Kuang JH, Huang BW. Mode Localization of a Cracked Blade Disk[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1999, 121(2):335~341.
- [42] Huang BW. Effect of number of blades and distribution of cracks on vibration localization in a cracked pre-twisted blade system[J]. *International journal of mechanical sciences*, 2006,

48(1):1~10.

- [43] Lele SP, Maiti SK. Modelling of transverse vibration of short beams for crack detection and measurement of crack extension[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 257(3):559~583
- [44] Fang X, Tang J, Jordan E, et al. Crack induced vibration localization in simplified bladed-disk structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 291(1):395~418.
- [45] 徐海龙. 旋转叶片裂纹的叶端定时非接触在线检测关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2018.
- [46] Kim JT, Stubbs N. Crack detection in beam-type structures using frequency data[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(1):145-160.
- [47] Hou C, Lu Y. Identification of cracks in thick beams with a cracked beam element model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 143(6):104-124.
- [48] Rehman AU, Worden K, Rongong JA. On crack detection in tuned and mistuned repeating structures using the modal assurance criterion[J]. *Strain*, 2016, 52(3):175-185.
- [49] Shukla A, Harsha SP. Vibration response analysis of last stage lp turbine blades for variable size of crack in root[J]. *Procedia Technology*, 2016, 23:232-239.
- [50] Chang CC, Chen LW. Damage detection of cracked thick rotating blades by a spatial wavelet based approach[J]. *Applied Acoustics*, 2004, 65(11):1095-1111.
- [51] Liu B, Tang L, Liu T, et al. Blade health monitoring of gas turbine using online crack detection[C]//2017 Prognostics and System Health Management Conference, Harbin, IEEE, 2017: 1-6.
- [52] 李兴华, 关淳, 关明臣, 等. 叶身裂纹对汽轮机叶片振动特性影响的研究[J]. *汽轮机技术*, 2020, 62(04):267-269+274.
- [53] Yan G, Stefano AD, Matta E, et al. A novel approach to detecting breathing-fatigue cracks based on dynamic characteristics[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(2):407-422.
- [54] 孙佳兴, 曹树谦, 郭虎伦, 等. 基于 Hilbert 变换的裂纹叶片时变物理参数识别[J]. *振动. 测试与诊断*, 2018, 38(4):666-671+867.
- [55] 杨海燕, 杨秉玉, 刘启州. 疲劳裂纹叶片振动的非线性特性研究[J]. *西北工业大学学报*, 1999, (02):50-56.
- [56] Xu H, Chen Z, Yang Y, et al. Effects of crack on vibration characteristics of mistuned rotated blades[J]. *Shock and Vibration*, 2017, 2017(pt.2):1-18.
- [57] Rao AR, Dutta BK. Vibration analysis for detecting failure of compressor blade[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2012, (25): 211-218.

- [58] 张学峰.离心式压缩机叶片裂纹检测试验研究[D].大连:大连理工大学,2015.
- [59] Zhang K, Yan X. A wireless sensor network for online identification of rotor blade crack[J].*Smart Materials and Structures*, 2016, 25(6):067001.
- [60] Wu ZY, Yan H, Zhao LC, et al. Influences of blade crack on the coupling characteristics in a bladed disk with elastic support[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 133: 108135.
- [61] Guru SS, Shylaja S, Kumar S, et al. Pre-emptive rotor blade damage identification by blade tip timing method[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2013, 136(7):072504.
- [62] 刘豪.旋转叶片振动监测与分析方法研究[D].南京:南京航空航天大学,2017.
- [63] Fan Z, Li H, Cao H, et al. Research on running status monitoring and rotating blade crack detection of large-scale centrifugal compressor based on blade tip timing technique[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 72: 1-11.
- [64] Dong J, Li H, Cao H, et al. An improved blade tip timing dual-probe method of synchro-resonance frequency identification for blade damage detection[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 203: 110731.
- [65] He C, Antoni J, Daga AP, et al. An improved key-phase-free blade tip-timing technique for nonstationary test conditions and its application on large-scale centrifugal compressor blades[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 70:1-16.
- [66] Wu S, Wang Z, Li H, et al. Blade crack detection using blade tip timing[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 1-13.
- [67] Dimarogonas AD. Vibration of cracked structures: A state of the art review[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 55(5):831-857.
- [68] Gelman L, Gorpnich S, Thompson C. Adaptive diagnosis of the bilinear mechanical systems[J].*Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23(5):1548-1553.
- [69] Bovsunovskii AP. Numerical study of vibrations of a nonlinear mechanical system simulating a cracked body[J]. *Strength of Materials*, 1999, 31(6):571-581.
- [70] Andreaus U, Casini P, Vestroni F. Non-linear dynamics of a cracked cantilever beam under harmonic excitation[J].*International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2007, 42(3):566-575.
- [71] 蒋勉,张文安,伍济钢,等.一种利用振动响应非线性估计的叶片裂纹定位方法[J].*机械科学与技术*, 2018, 37(04):545-552.
- [72] Rezaee M, Hassannejad R. A new approach to free vibration analysis of a beam with a breathing crack based on mechanical energy balance method[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*,

2011(02):185-194.

- [73] Matveev VV, Bovsunovsky AP. Vibration-based diagnostics of fatigue damage of beam-like structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 249(1):23-40.
- [74] Peng ZK, Lang ZQ, Billings S A. Crack detection using nonlinear output frequency response functions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3-5):777-788.
- [75] Nguyen VK, Olatunbosun OA, Nguyen T K. Wavelet based method for remote monitoring of structural health by analysing the nonlinearity in dynamic response of damaged structures caused by the crack-breathing phenomenon[J]. *Technische Mechanik-European Journal of Engineering Mechanics*, 2008, 28(3-4): 289-298.
- [76] 靳子洋,陆永耕,张彬,等.特征模态函数双谱分析在叶片裂纹识别中的应用[J].*噪声与振动控制*,2016,36(01):153-156.
- [77] Prawin J, Lakshmi K, Rao A R M. A novel vibration based breathing crack localization technique using a single sensor measurement[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 122:117-138.
- [78] Huh YC, Chung TY, Moon S J, et al. Damage detection in beams using vibratory power estimated from the measured accelerations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(15):3645–3665.
- [79] 沈国际,官凤娇,边子方,等.裂纹叶片非线性振动响应理论分析与实验验证[J].*国防科技大学学报*,2021,43(06):127-134.
- [80] Yang L, Yang Z, Mao Z, et al. Dynamic Characteristic Analysis of Rotating Blade With Transverse Crack—Part II: A Comparison Study of Different Crack Models[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2020, 143(5):1-32.
- [81] Yang L, Mao Z, Wu S, et al. Nonlinear dynamic behavior of rotating blade with breathing crack[J]. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2021, 16(1): 196-220.
- [82] Wu ZY, Yan H, Zhao LC, et al. Axial-bending coupling vibration characteristics of a rotating blade with breathing crack[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 182: 109547.
- [83] Xu HL, Chen Z, Xiong Y, et al. Nonlinear Dynamic Behaviors of Rotated Blades with Small Breathing Cracks Based on Vibration Power Flow Analysis[J]. *Shock and Vibration*, 2016, 1: 4197203.
- [84] Xiong Q, Guan H, Ma H, et al. Dynamic characteristic analysis of rotating blade with breathing crack[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 196:110325.
- [85] 张帅.基于模型参数辨识的航空发动机风扇叶片裂纹故障诊断 [J].*航空发动*

- 机,2023,49(1):115-121.
- [86] 陈香,朱靖,张亚.含裂纹叶片的轴流式压气机整体叶盘振动特性分析[J].航空动力学报,2015,30(5):1141-1148.
- [87] 杨发明.航空发动机旋转叶片在线振动监测与裂纹识别研究[D].长沙:国防科技大学,2019.
- [88] Pan M, Xu H. A machine learning based hybrid nonlinear character monitoring approach for compressor blades fault diagnosis using blade tip timing measurement[C]// 11th International Conference on Prognostics and System Health Management. Jinan: IEEE, 2020: 599-604.
- [89] Chen Z, Yang Y, Xie Y, et al. Non-contact crack detection of high-speed blades based on principal component analysis and Euclidian angles using optical-fiber sensors[J].Sensors and Actuators A Physical, 2013, 201:66-72.
- [90] Zhongsheng C, Yongmin Y, Bin G, et al. Blade damage prognosis based on kernel principal component analysis and grey model using subsampled tip-timing signals[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 228(17), 3178-3185.
- [91] 熊逸伟,张小栋,谢思莹.裂纹故障下涡轮叶片三维叶尖间隙对转子轴向位移的响应特性[C]// 中国振动工程学会,南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室.第十二届全国振动理论及应用学术会议论文集.西安交通大学机械工程学院;西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室,2017:116-122.
- [92] 滕飞,张小栋,谢思莹.涡轮 3 维叶尖间隙对典型故障特征的响应特性分析[J].航空发动机,2017,43(04):90-95.
- [93] 于平超,陶玄君,刘中华,等.航空燃气涡轮发动机碰摩研究现状与展望[J].航空发动机,2023,49(01):1-17.
- [94] 胡葛庆,张雨,刘耀宗,等.转子系统动静件间尖锐碰摩时的振动特征试验研究[J].中国机械工程,2002, (09) :63-66+5.
- [95] 姚红良, 刘长利, 李鹤, 等.采用瞬态传递矩阵法分析复杂转子系统碰摩故障[J].东北大学学报,2004,25 (1) :62-65
- [96] Torkhani M, May L, Voinis P. Light, medium and heavy partial rubs during speed transients of rotating machines: Numerical simulation and experimental observation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 29:45-66.
- [97] 马辉,汪博,太兴宇,等.基于接触分析的转定子系统整周碰摩故障模拟[J].工程力学,2013,30(02):365-371.

- [98] 闻静,李舜酩.航空发动机非线性转子系统同步全周碰摩的温度影响分析[J].航空发动机,2018,44(01):7-13.
- [99] Muszynska A. Rotor-to-stationary element rub-related vibration phenomena in rotating machinery—literature survey[J]. The Shock and Vibration Digest, 1989, 21(3):3-11.
- [100] Jiang J, Chen Y. Advances in the research on nonlinear phenomena in rotor/stator rubbing systems[J].Advances in Mechanics, 2013, 43(1):132-148.
- [101] Padovan J, Choy FK. Nonlinear Dynamics of Rotor/Blade/Casing Rub Interactions[J]. Journal of Turbomachinery, 1987, 109(4):527-534.
- [102] Jiang, J, Ahrens, J, Ulbrich, H, et al. A contact model of a rotating, rubbing blade[C]// In Proceedings of the 5th Inter-national Conference on Rotor Dynamics of the IFTOMMD, Armstadt Germany, 1998:478-489.
- [103] Ma H, Tai X, Han Q, et al. A revised model for rubbing between rotating blade and elastic casing[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015. 337:301-320.
- [104] Batailly A, Legrand M, Cartraud P, et al. Assessment of reduced models for the detection of modal interaction through rotor stator contacts[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(26): 5546-5562.
- [105] Zeng J, Zhao C, Ma H, et al. Rubbing dynamic characteristics of the blisk-casing system with elastic supports[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 95:105481.
- [106] 柴象海,史同承,王少辉,等.航空发动机风扇叶片与机匣刮蹭分析及结构设计[J].航空动力学报,2019,34(09):1879-1887.
- [107] 乔保栋.基于自相关和经验模态分解的转子碰摩故障分析[J].测控技术, 2015,34(09):50-52.
- [108] 陈果,王海飞,刘永泉等.新型叶片-机匣碰摩模型及其验证[J].航空动力学报,2015,30(04):952-965.
- [109] 王海飞,陈果.考虑多叶片-机匣多点变形转静碰摩模型的机匣响应特征与验证[J].推进技术,2016,37(01):128-145.
- [110] Wang NF, Jiang DX, Han T. Dynamic characteristics of rotor system and rub-impact fault feature research based on casing acceleration[J]. Journal of Vibro-engineering, 2016, 18(3): 1525-1539.
- [111] 靳玉林,刘治汶,陈予恕.航空发动机双转子系统叶片-机匣碰摩故障模拟[J].航空学报,2022,43(12):498-511.
- [112] 刘书国,洪杰,陈萌.航空发动机叶片-机匣碰摩过程的数值模拟[J].航空动力学报,2011,26(06):1282-1288.

- [113] 张俊红,王杰,鲁鑫,等.考虑封严涂层的航空发动机叶片碰摩过程[J].浙江大学学报(工学版),2018,52(05):980-987.
- [114] Sinha SK. Combined torsional-bending-axial dynamics of a twisted rotating cantilever timoshenko beam with contact-impact loads at the free end[J]. Journal of Applied Mechanics, 2007, 74(3):505-522.
- [115] 太兴宇,马辉,谭祯,等.脉冲力加载下的叶片-机匣动力学特性研究[J].东北大学学报(自然科学版),2012,33(12):1758-1761+1799.
- [116] Ma H, Yin F, Tai X, et al. Vibration response analysis caused by rubbing between rotating blade and casing[J]. Journal of mechanical science and technology, 2016, 30(5):1983-1995.
- [117] Ma H, Wang D, Tai X, et al. Vibration response analysis of blade-disk dovetail structure under blade tip rubbing condition[J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(2):252-271.
- [118] Ma H, Lu Y, Wu Z, et al. Vibration response analysis of a rotational shaft-disk-blade system with blade-tip rubbing[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 107:110-125.
- [119] Guo X, Zeng J, Ma H, et al. A dynamic model for simulating rubbing between blade and flexible casing[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 466:115036.
- [120] Zeng J, Zhao C, Ma H, et al. Rubbing dynamic characteristics of the blisk-casing system with elastic supports[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 95:105481.
- [121] Ma H, Tai X, Niu H, et al. Numerical research on rub-impact fault in a blade-rotor-casing coupling system[J]. Journal of Vibroengineering, 2013, 15(3): 1477-1489.
- [122] 陈大玮,肖贾光毅,陈勇.宽弦风扇叶片造型对碰摩振动的影响规律[J].航空动力学报,2021,36(12):2524-2536.
- [123] Piollet E, Nyssen F, Batailly A. Blade/casing rubbing interactions in aircraft engines: Numerical benchmark and design guidelines based on NASA rotor 37[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 460:114878.
- [124] Kang Y, Cao S, Hou Y, et al. Dynamics research on the rubbing process and rubbing forms of rotor-blade-casing systems[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2022, 147: 104242.
- [125] Legrand M, Pierre C, Cartraud P, et al. Two-dimensional modeling of an aircraft engine structural bladed disk-casing modal interaction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(1-2):366-391.
- [126] Legrand M, Pierre C, Peseux B. Structural modal interaction of a four degree-of-freedom

- bladed disk and casing model[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2010, 5(4): 041013
- [127] 曾振坤,张大义,范雨,等.碰摩引发的增压级转静耦合振动特性分析方法[J].*航空动力学报*,2022,37(10):2233-2241.
- [128] Wang B, Zheng J, Lu G X. Rubbing contact between rotating blade and casing plate, part 1—experimental study[J]. *Key Engineering Materials*, 2002, 233: 725-730.
- [129] Prosvirin A, Kim J, Kim JM. Efficient rub-impact fault diagnosis scheme based on hybrid feature extraction and SVM[C]//*Advances in Computer Communication and Computational Sciences: Proceedings of IC4S*, Singapore: Springer Singapore, 2018: 405-415.
- [130] Abdelrhman AM, Leong MS, Hee LM, et al. Application of wavelet analysis in blade faults diagnosis for multi-stages rotor system[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2013, 393:959-964.
- [131] Padova C, Barton J, Dunn MG, et al. Development of an experimental capability to produce controlled blade tip / shroud rubs at engine speed[J]. *Journal of turbomachinery*, 2005, 127(4): 726-735.
- [132] 梁智超,张振波,刘书国,等.转子-支承-机匣系统碰摩试验及特征提取[J].*航空动力学报*,2014,29(03):604-611.
- [133] Tang T, Wang Y, Wang S, et al. Rubbing characteristics of a rotating blade with cracks[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 567: 117927.
- [134] Tang T, Wang Y, Chen Z, et al. Study on rubbing characteristics of blade-casing model considering transverse cracks[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 567: 117928.
- [135] Murphy BT, Vance JM. An improved method for calculating critical speeds and rotor dynamic stability of turbomachinery[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines &Power*, 1983, 105(3): 591.
- [136] Gupta K, Kumar R, Tiwari M, et al. Effect of rotary inertia and gyroscopic moments on dynamics of two spool aero engine rotor[C]// *International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, New York: ASME, 1993: 114.
- [137] Lee AC, Kang Y, Liu SL. Steady-state analysis of a rotor mounted on nonlinear bearings by the transfer matrix method[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1993, 35(6):479-490.
- [138] Varney P, Green I. Rotor dynamic analysis using the complex transfer matrix: an application to elastomer supports using the viscoelastic correspondence principle[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(23): 6258-6272.

- [139] 晏砺堂, 张辉. 计算复杂转子动力特性的子结构传递矩阵法[J]. 振动与冲击, 1986(4):41-50.
- [140] 黄太平. 转子动力学中传递矩阵阻抗耦合法[J]. 航空动力学报, 1988(04):315-318+382-383.
- [141] 任兴民, 顾家柳. 航空发动机静子支承刚性的一种传递矩阵算法[J]. 西北工业大学学报, 1993(3): 282-287.
- [142] 洪杰, 韩继斌, 朱梓根. 用整体传递系数法分析转子系统动力特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2002(01):39-42.
- [143] 蒋书运, 陈照波, 须根法, 夏松波. 用整体传递矩阵法计算航空发动机整机临界转速特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1998(01): 32-35.
- [144] 庞辉, 李育锡, 王三民. 基于 Riccati 变换的整体传递矩阵法计算双转子临界转速研究[J]. 机械科学与技术, 2005(07): 832-834+874.
- [145] 杨建刚. 改进传递矩阵法计算转子系统不平衡响应和灵敏度[J]. 机械工程学报. 2001(06): 109-112.
- [146] Hasselman TK, Kaplan A. Dynamic analysis of large systems by complex mode synthesis[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 1974, 96(3): 327-333.
- [147] Benfield WA, Hrude RF. Vibration analysis of structures by component mode substitution[J]. AIAA Journal. 1971(9): 1255-1261.
- [148] 王建军. 模态—物理—阻抗三参数混合动态子结构综合法[J]. 振动与冲击, 1995,(1):69-73
- [149] 欧园霞, 李彦. 航空发动机整机模型计算分析[J]. 航空动力学报, 1994,9(2): 137-141.
- [150] 董兴建, 孟光. 一种转角动柔度间接测量技术及在实验模态综合法中应用[J]. 振动与冲击, 2013,32(5): 58-61.
- [151] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报, 2011,24(6):619-632.
- [152] Chen G. Vibration modelling and verifications for whole aero-engine[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 349:163-176.
- [153] 陈果. 含复杂滚动轴承建模的航空发动机整机振动耦合动力学模型[J]. 航空动力学报, 2017, 32(9):12.
- [154] 高金海, 洪杰. 航空发动机整机动力特性建模技术研究[J]. 战术导弹技术, 2006(3):29-35.
- [155] 洪杰, 王华, 肖大为等. 转子支承动刚度对转子动力特性的影响分析[J]. 航空发动机, 2008, 34(1): 23-27.
- [156] 陈萌, 马艳红, 刘书国等. 航空发动机整机有限元模型转子动力学分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(9): 1013-1016.
- [157] 张大义, 刘焯辉, 洪杰等. 航空发动机整机动力学模型建立与振动特性分析[J]. 推进技术,

- 2015, 36(5): 768-773.
- [158] 张大义, 刘烨辉, 梁智超等.航空发动机双转子系统临界转速求解方法[J].推进技术, 2015, 36(2): 292-298.
- [159] 杨洋, 曹登庆, 王德友, 姜广义.双盘悬臂转子的不平衡-定点碰摩复合故障研究[J].航空动力学报,2016,31(02): 307-316.
- [160] 张鹏, 罗贵火, 王飞.机动转弯条件下转子有限元建模方法[J]. 航空发动机, 2018, 44(02): 75-80.
- [161] 杨喜关, 罗贵火, 王飞, 唐振寰.反向旋转双转子系统加速响应特性研究[J].振动与冲击, 2014, 33(02): 105-111.
- [162] 赵文涛,陈果,李琼,等.航空发动机机匣支承刚度有限元计算及验证[J]. 航空计算技术,2011,41(05): 34-38+41.
- [163] 赵斌, 陈果, 冯国全.航空发动机整机振动半实物建模方法研究[J].推进技术, 2016.37(2): 346-353
- [164] 李全成,王克明,肖齐林, 等.支承刚度耦合对转子系统临界转速影响分析[J].沈阳航空航天大学学报, 2014, 31(06): 7-11.
- [165] 缪辉,王克明,艾书民,等. 双转子系统临界转速的有限元分析[J].沈阳航空航天大学学报, 2011, 28(05): 27-31.
- [166] Feng GQ, Zhou BZ, Luo GH. Vibration characteristic investigation of counter-rotating dual-rotor in aero-engine[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. 2012, 29(01): 33-39.
- [167] 孟照国,王昊,秦海勤等.机匣参数对双转子航空发动机整机动力学特性的影响分析[J].动力学与控制学报,2018,16(03):258-264.
- [168] Vaganov PA, Lepeshkin AR. Simulation of the stress-strain state and evaluation of the blade loading capacity in the case of impermeability testing of engine housings [J]. Moscow University Mechanics Bulletin, 2013, 68(2): 40-43
- [169] Moore JJ, Vannini G, Camatti M, et al. Rotor dynamic analysis of a large industrial turbocompressor including finite element substructure modeling[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(8): 082401.
- [170] Marc-Antoine B, Kamran B. Analytical lump model for the nonlinear dynamic response of bolted flanges in aero-engine casings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019 115: 14-28.
- [171] Meguid SA, Mao RH, Ng TY. FE analysis of geometry effects of an artificial bird striking an

- aero-engine fan blade[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(6):487-498.
- [172] 付才高.航空发动机设计手册. 第 19 册, 转子动力学及整机振动[M].北京:工业出版社,2000:133-136.
- [173] 马辉,闻邦椿,太兴宇,等. 旋转叶片 - 机匣系统碰摩动力学[M]. 北京:科学出版社, 2017:25-26.
- [174] 程靳, 赵树山. 断裂力学[M].北京:科学出版社, 2006:13-14.
- [175] Dado MHF, Abuzeid O. Coupled transverse and axial vibratory behaviour of cracked beam with end mass and rotary inertia[J]. *Journal of Sound and Sibration*, 2003, 261(4): 675-696.
- [176] 杨毅,魏光涛,阎桂荣.圆柱壳自由振动特性分析方法研究[J].*应用力学学报*, 2011, 28(01):59-63+110.

致谢

博士论文的完成，不仅是一段科研旅程的终点，更是我人生中一次深刻的成长与蜕变。回望这段漫长而充实的岁月，有探索未知的兴奋，有遭遇瓶颈的焦虑，更有被理解、被支持、被引领的温暖。这一切，离不开许多人的无私帮助与坚定陪伴。

首先，我要向我的导师—陈果教授，致以最诚挚、最深沉的谢意。陈老师是我学术道路上最重要的引路人。从课题方向的确立，到研究框架的构建，再到论文的反复修改与完善，每一步都凝聚着您的悉心指导与高屋建瓴的点拨。您严谨求实的治学态度、敏锐深刻的学术洞察力，以及对科研本质的执着追求，深深影响了我对学问的理解与敬畏。更重要的是，您始终以极大的耐心与包容，给予我试错的空间和成长的信心。在我迷茫时，是您的话语让我重拾方向；在我动摇时，是您的信任让我坚持到底。您不仅教会我如何做研究，更以言传身教告诉我何为学者的责任与担当。这份师恩，厚重如山，我将永远铭记于心。

衷心感谢太行国家实验室的李成刚研究员与宋世哲博士。在项目推进过程中，您们始终给予我关键性的技术指导和宝贵的工程视角，帮助我将理论与实际需求紧密结合，有效避免了研究陷入空泛与脱离工程实践的困境。诚挚感谢中国航发沈阳发动机研究所的胡伟研究员、葛向东研究员，以及乔保栋高工、秦天龙高工、白孝栋高工、高强高工、刘海高工、娄金伟高工，以及中国航发西安航空发动机有限公司吴法勇副总经理，您们凭借深厚的行业积淀与前瞻性的战略眼光，多次在关键技术路线上为我提供极具价值的建议，极大提升了本研究的工程适用性与现实意义。同时，特别感谢中国航发燃气轮机有限公司的王德友总师、周柏卓总师，以及杨学广、张雪飞、贲云鹏、张海涛、蒋佳焯等各位工程师，您们在百忙之中不吝赐教，以丰富的实践经验与敏锐的产业洞察，为本研究的深化与完善提供了重要支撑。

感谢南京航空航天大学通用航空与飞行学院王海飞副教授、贺志远老师和康玉祥老师，民航学院潘文平老师在论文研究工作方面对我所做的帮助和支持；感谢各位博士与硕士同门：刘西洋博士、赵紫豪博士、张旭博士、何超博士、盛嘉玖博士、杨默涵硕士、张杰毅硕士、李伦绪硕士、王雨薇硕士、马佳丽硕士、赵旭升硕士、钱进硕士、刘富海硕士、陈智超硕士、刘耀宾硕士、张瑞硕士、马一杰硕士、池奕辛硕士、以及赵宇硕士，我们在共同求学的日子里，彼此陪伴、相互鼓励，在各自忙碌的科研生活中默默支持，在低谷时给予慰藉，在进步时分享喜悦，正是这份同窗情谊，让漫长的博士岁月多了几分温暖与力量。

最后，深深感恩我的父母和家人。你们从未要求我成为多么耀眼的人，只愿我平安、快乐、问心无愧。正是这份无条件的爱与支持，让我有勇气面对一次次挫折，也有底气追逐心中的理想。

博士生涯虽已接近尾声，但求知与奉献之路才刚刚启程。谨以此文，致敬所有照亮我前行道路的人。愿未来不负所学，不负所托，不负这个时代赋予我们的使命。

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读博士学位期间发表（录用）论文情况

1. **Shen Xiangxiang**, Chen Guo, Liu Fuhai, Zhang Rui, Chi Yixin. Study on dynamic characteristics of blade-casing rub-impact coupling fault considering breathing crack [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2025, 113:32091-32115. (SCI 收录, Q1)
2. Wang Haifei, **Shen Xiangxiang**, Zhou Tian, Sun Jianzhong, Chen Guo. Effects of contact stiffness on the nonlinear motions induced by impacts on an overhung rotor system[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2024, 138:108216. (SCI 收录, Q1)
3. **Shen Xiangxiang**, Chen Guo. Rotor vibration characteristics considering nonlinear stiffness of spigot bolts[J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2024, 12(4): 6703-6721. (SCI 收录, Q2)
4. **Shen Xiangxiang**, Chen Guo. Study on the nonconcentricity of the high-pressure rotor of the aero-engine[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2023, 37(10): 4989-5002. (SCI 收录, Q3)
5. **Shen Xiangxiang**, Chen Guo, Liu Fuhai. Rotating blade vibration parameter identification based on genetic algorithm[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2023, 15(10): 16878132231207153 (SCI 收录, Q3)
6. **沈响响**,陈果,胡伟,李成刚.基于叶尖间隙测量的航空发动机转子振动预测[J].*航空动力学报*,2022,37(12):2840-2850. (EI 收录)
7. 娄金伟,高涵宇,刘海,**沈响响**,刘富海,陈果.叶尖间隙测量的双光纤定时技术及试验验证[J].*振动、测试与诊断*,2025,45(05):1013-1018+1068. (EI 收录)
8. 刘富海,陈果,**沈响响**,张学飞,贲云鹏,王德友.叶片裂纹-碰摩耦合故障动力学建模与分析[J/OL].*噪声与振动控制*,1-8[2026-01-12]. (北大核心收录)

攻读博士学位期间申请专利情况

1. **沈响响**,乔保栋,高强,池奕辛,张瑞,陈果.一种轴向力加载装置及轴向力可调的转动装置:202511178794.5[P]. (已授权)
2. **沈响响**,娄金伟,高涵宇,米江,刘海,胡伟,刘富海,陈果.一种航空发动机叶尖间隙测试系统及试验方法: 202211471814.4[P]. (已授权)
3. 张瑞;陈果;**沈响响**;康玉祥;何超.一种用于航空发动机孔探测模拟的试验器,发明专利, ZL202510031962.1[P]. (已授权)
4. **沈响响**,陈果,张瑞,池奕辛.一种航空发动机旋转叶片碰摩故障模拟试验系统及方

法:202510681741.9[P]. (已公开)

5. 沈响响,陈果,张瑞,池奕辛,冯佳佳.一种航空发动机转子试验器双向轴向力加载装置:202510792522.8[P]. (已公开)

6. 沈响响,陈果,刘富海,陈智超.一种碰摩力可测的转静碰摩装置及试验方法:202311177411.3[P]. (已公开)

7. 沈响响,陈果,刘富海,陈智超.一种多参数叶片裂纹萌生与扩展监测试验系统及试验方法:202311057614.9[P]. (已公开)

8. 沈响响,刘海,米江,高涵宇,娄金伟,刘富海,陈果.一种旋转机械扭转振动测试系统及试验方法:202211471924.0[P]. (已公开)

9. 沈响响,高涵宇,娄金伟,刘海,米江,胡伟,刘富海,陈果.一种航空发动机叶片振动测试装置及试验方法:202211471803.6[P]. (已公开)

攻读博士学位期间申请软著情况

1. 沈响响,陈果. 转子扭转振动测试系统-2023Sr0233340. (已授权)

2. 沈响响,陈果. 转子叶片振动测试系统-2023SR0233339. (已授权)

3. 沈响响,陈果. 转静间隙测试系统-2023SR0233338. (已授权)

攻读博士学位期间参加科研项目情况

1. 太行国家实验室项目, 机匣-多级叶盘转静结构试验系统, 2025-2027, 主要参与人员;

2. 太行国家实验室项目, 多连接面的刚性转子试验系统, 2025-2027, 主要参与人员;

3. 太行国家实验室项目, 套齿联轴器连接的三支点柔性转子试验系统, 2025-2027, 主要参与人员;

4. 中国航空发动机集团产学研项目 (HFZL2022CXY021), 地面燃机关键机械部件故障机理及诊断方法研究, 2023-2025, 主要参与人员;

5. 国家自然科学基金面上项目 (52272436), 基于深度异常检测和元学习的航空发动机主轴承早期故障预警与演化诊断项目, 2023-2026;

6. 中国航发燃气轮机有限公司项目, 燃机智能运维典型结构损伤模拟试验与故障监测技术, 2022-2025, 主要参与人员;

7. 国防科工局中国航发自主创新专项 (ZZCX-2018-013), 多截面转静件间隙测试对比验证试验项目, 2021-2022, 主要参与人员;

8. 国家科技重大专项子专题 (J2019-IV-0004-0071): 复杂服役环境下主轴承典型故障宏观动力学研究, 2021-2024;

攻读博士学位期间获奖情况

2024 年：南京航空航天大学“三好研究生”

2023 年：南京航空航天大学“科研创新先进个人”

附录 1：单叶片动力学矩阵

\mathbf{M}_b 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片质量矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{M}_b(j, i) = \rho_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b1i} \phi_{b1j} dx$$

$$\mathbf{M}_b(j + N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = \rho_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b2i} \phi_{b2j} dx \quad ; \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}}), \text{ 其余矩阵为零。}$$

$$\mathbf{M}_b(j + 2N_{\text{bmod}}, i + 2N_{\text{bmod}}) = \rho_b \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx$$

\mathbf{G}_b 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片科氏力矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{G}_b(j, i + N_{\text{bmod}}) = -2\dot{\theta} \rho_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b2i} \phi_{b1j} dx \quad ; \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}}), \text{ 其余矩阵为零。}$$

$$\mathbf{G}_b(j + N_{\text{bmod}}, i) = 2\dot{\theta} \rho_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b1i} \phi_{b2j} dx$$

\mathbf{K}_{be} 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片结构刚度矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{K}_{\text{be}}(j, i) = -E_b \int_0^{L_b} (A'_b \phi'_{b1i} + A_b \phi''_{b1i}) \phi_{b1j} dx + E_b A_b \phi'_{b1i} \phi_{b1j} \Big|_{x=L_b}$$

$$\mathbf{K}_{\text{be}}(j + N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = -\kappa_b G_b \int_0^{L_b} (A'_b \phi'_{b2i} + A_b \phi''_{b2i}) \phi_{b2j} dx + \kappa_b G_b A_b \phi'_{b2i} \phi_{b2j} \Big|_{x=L_b}$$

$$\mathbf{K}_{\text{be}}(j + N_{\text{bmod}}, i + 2N_{\text{bmod}}) = \kappa_b G_b \int_0^{L_b} (A'_b \phi'_{b3i} + A_b \phi''_{b3i}) \phi_{b2j} dx - \kappa_b G_b A_b \phi_{b3i} \phi_{b2j} \Big|_{x=L_b} \quad ;$$

$$\mathbf{K}_{\text{be}}(j + 2N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = -\kappa_b G_b \int_0^{L_b} A_b \phi'_{b2i} \phi_{b3j} dx$$

$$\mathbf{K}_{\text{be}}(j + 2N_{\text{bmod}}, i + 2N_{\text{bmod}}) = \kappa_b G_b \int_0^{L_b} A_b \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx - E_b \int_0^{L_b} (I'_b \phi'_{b3i} + I_b \phi''_{b3i}) \phi_{b3j} dx + E_b I_b \phi'_{b3i} \phi_{b3j} \Big|_{x=L_b}$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})$ ，其余矩阵为零。

\mathbf{K}_{bc} 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片应力刚化矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{K}_{\text{bc}}(j + N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = f_{\text{bc}}(x) \phi'_{b2i} \phi_{b2j} \Big|_{x=L_b} - \int_0^{L_b} (f'_{\text{bc}}(x) \phi'_{b2i} + f_{\text{bc}}(x) \phi''_{b2i}) \phi_{b2j} dx \quad ;$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})$ ，其余矩阵为零。

\mathbf{K}_{bs} 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片旋转软化矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{K}_{\text{bs}}(j, i) = -\rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} A_b \phi_{b1i} \phi_{b1j} dx$$

$$\mathbf{K}_{\text{bs}}(j + N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = -\rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} A_b \phi_{b2i} \phi_{b2j} dx \quad ; \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}}), \text{ 其余矩阵为零。}$$

$$\mathbf{K}_{\text{bs}}(j + 2N_{\text{bmod}}, i + 2N_{\text{bmod}}) = -\rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3i} \phi_{b3j} dx$$

\mathbf{K}_{bacc} 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的加速度导致的刚度矩阵，矩阵中各个元素表达式为：

$$\mathbf{K}_{\text{bacc}}(j, i + N_{\text{bmod}}) = -\rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} A_b \phi_{b2i} \phi_{b1j} dx$$

$$\mathbf{K}_{\text{bacc}}(j + N_{\text{bmod}}, i) = \rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} A_b \phi_{b1i} \phi_{b2j} dx$$

; $(i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})$, 其余矩阵为零。

\mathbf{K}_{bF} 为 $3N_{\text{bmod}} \times 3N_{\text{bmod}}$ 的叶片外力导致的刚度矩阵, 矩阵中各个元素表达式为:

$$\mathbf{K}_{\text{bF}}(j + N_{\text{bmod}}, i + N_{\text{bmod}}) = F_{\text{bn}}(\phi'_{b2i} \phi_{b2j}) \Big|_{x=L_b} - \int_0^{L_b} (F_{\text{bn}} \phi''_{b2i} + F'_{\text{bn}} \phi'_{b2i}) \phi_{b2j} dx ;$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})$, 其余矩阵为零。

\mathbf{F}_b 为叶片外激振力向量:

$$\mathbf{F}_b(j, 1) = \rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b1j} dx + F_{\text{bn}} \phi_{b1j} \Big|_{x=L_b}$$

$$\mathbf{F}_b(j + N_{\text{bmod}}, 1) = \int_0^{L_b} F_e \phi_{b2j} dx - \rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b2j} dx + F_{\text{bt}} \phi_{b2j} \Big|_{x=L_b} ;$$

$$\mathbf{F}_b(j + 2N_{\text{bmod}}, 1) = -\rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3j} dx$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{bmod}})$, 其余矩阵为零。

\mathbf{C}_b 为瑞利阻尼矩阵:

$$\mathbf{C}_b = \alpha \mathbf{M}_b + \beta \mathbf{K}_b, \text{ 其中, } \mathbf{K}_b = \mathbf{K}_{\text{be}} + \mathbf{K}_{\text{bc}} + \mathbf{K}_{\text{bs}} + \mathbf{K}_{\text{bacc}} + \mathbf{K}_{\text{bF}},$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{4\pi f_{n1} f_{n2} (f_{n1} \xi_2 - f_{n2} \xi_1)}{(f_{n1}^2 - f_{n2}^2)} \\ \beta = \frac{f_{n2} \xi_2 - f_{n1} \xi_1}{\pi(f_{n2}^2 - f_{n1}^2)} \end{cases}, \text{ } f_{n1} \text{ 和 } f_{n2} \text{ 分别为叶片 1 阶和 2 阶静频。}$$

$$\mathbf{M}_{\text{brc3}}^i(m,1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc3}}^i(m + N_{\text{bmod}},1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc3}}^i(m + 2N_{\text{bmod}},1) = 0;$$

$\mathbf{M}_{\text{brc4}}^i$ 的各个元素表达式为:

$$\mathbf{M}_{\text{brc4}}^i(m,1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc4}}^i(m + N_{\text{bmod}},1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc4}}^i(m + 2N_{\text{bmod}},1) = 0;$$

$\mathbf{M}_{\text{brc5}}^i$ 的各个元素表达式为:

$$\mathbf{M}_{\text{brc5}}^i(m,1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc5}}^i(m + N_{\text{bmod}},1) = 0; \quad \mathbf{M}_{\text{brc5}}^i(m + 2N_{\text{bmod}},1) = 0$$

$\mathbf{M}_{\text{brc6}}^i$ 的各个元素表达式为:

$$\mathbf{M}_{\text{brc6}}^i(m,1) = 0;$$

$$\mathbf{M}_{\text{brc6}}^i(m + N_{\text{bmod}},1) = -\rho_b \int_0^{L_b} (R_d + x) A_b \phi_{b2m} dx;$$

$$\mathbf{M}_{\text{brc6}}^i(m + 2N_{\text{bmod}},1) = -\rho_b \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3m} dx; \quad \text{其中 } m=1,2, \dots, N_{\text{bmod}}.$$

叶片-转子系统与加速度有关的刚度耦合矩阵为:

$$\mathbf{K}_{\text{bracc}} = [\mathbf{K}_{\text{bracc1}} \quad \mathbf{K}_{\text{bracc2}} \quad \mathbf{K}_{\text{bracc3}} \quad \mathbf{K}_{\text{bracc4}} \quad \mathbf{K}_{\text{bracc5}} \quad \mathbf{K}_{\text{bracc6}}], \quad \text{其中 } \mathbf{K}_{\text{bracci}} = 0, \quad (i=1,2,3,4,5), \mathbf{K}_{\text{bracc6}}$$

的表达式为 $\mathbf{K}_{\text{bracc6}} = [\mathbf{K}_{\text{bracc6}}^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{K}_{\text{bracc6}}^{iT} \quad \dots \quad \mathbf{K}_{\text{bracc6}}^{N_i^T}]^T$, 式中 $\mathbf{K}_{\text{bracc6}}^{iT}$ 的各个元素表达式如下:

$$\mathbf{K}_{\text{bracc6}}(m,1) = -\rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b1m} dx;$$

$$\mathbf{K}_{\text{bracc6}}(m + N_{\text{bmod}},1) = 0;$$

$$\mathbf{K}_{\text{bracc6}}(m + 2N_{\text{bmod}},1) = 0; \quad \text{其中, } m=1,2, \dots, N_{\text{bmod}}.$$

叶片-转子系统的结构刚度耦合矩阵为:

$$\mathbf{K}_{\text{brc}} = [\mathbf{K}_{\text{brc1}} \quad \mathbf{K}_{\text{brc2}} \quad \mathbf{K}_{\text{brc3}} \quad \mathbf{K}_{\text{brc4}} \quad \mathbf{K}_{\text{brc5}} \quad \mathbf{K}_{\text{brc6}}], \quad \text{其中 } \mathbf{K}_{\text{brci}} = 0, \quad (i=1,2,3,4,5), \mathbf{K}_{\text{brc6}}$$

的表达式为 $\mathbf{K}_{\text{brc6}} = [\mathbf{K}_{\text{brc6}}^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{K}_{\text{brc6}}^{iT} \quad \dots \quad \mathbf{K}_{\text{brc6}}^{N_i^T}]^T$, 式中 $\mathbf{K}_{\text{brc6}}^{iT}$ 的各个元素表达式如下:

$$\mathbf{K}_{\text{brc6}}(m,1) = 0;$$

$$\mathbf{K}_{\text{brc6}}(m + N_{\text{bmod}},1) = -\rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b2m} dx;$$

$$\mathbf{K}_{\text{brc6}}(m + 2N_{\text{bmod}},1) = -\rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3m} dx; \quad \text{其中, } m=1,2, \dots, N_{\text{bmod}}.$$

叶片-转子系统的耦合阻尼矩阵为:

$\mathbf{G}_{\text{brc}} = [\mathbf{G}_{\text{brc1}} \quad \mathbf{G}_{\text{brc2}} \quad \mathbf{G}_{\text{brc3}} \quad \mathbf{G}_{\text{brc4}} \quad \mathbf{G}_{\text{brc5}} \quad \mathbf{G}_{\text{brc6}}]$, 其中 $\mathbf{G}_{\text{brci}} = 0$, ($i=1, 2, \dots, 5$), \mathbf{G}_{brc6} 的表达式为:

$$\mathbf{G}_{\text{brc6}}(m, 1) = -2\rho_b \dot{\theta} \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b1m} dx;$$

$$\mathbf{G}_{\text{brc6}}(m + N_{\text{bmod}}, 1) = 0;$$

$$\mathbf{G}_{\text{brc6}}(m + 2N_{\text{bmod}}, 1) = 0; \text{ 其中 } m=1, 2, \dots, N_{\text{bmod}}.$$

叶片-盘-轴系统附加动力学矩阵:

$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{bd}}$ 是叶片在轮盘位置的附加质量矩阵:

$$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{bd}} = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{\text{XX}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{M}_{\text{X}\theta_z} \\ 0 & \tilde{M}_{\text{YY}} & 0 & 0 & 0 & \tilde{M}_{\text{Y}\theta_z} \\ 0 & 0 & \tilde{M}_{\text{ZZ}} & \tilde{M}_{\text{Z}\theta_x} & \tilde{M}_{\text{Z}\theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{M}_{\theta_x\text{Z}} & \tilde{M}_{\theta_x\theta_x} & \tilde{M}_{\theta_x\theta_y} & \tilde{M}_{\theta_x\theta_z} \\ 0 & 0 & \tilde{M}_{\theta_y\text{Z}} & \tilde{M}_{\theta_y\theta_x} & \tilde{M}_{\theta_y\theta_y} & \tilde{M}_{\theta_y\theta_z} \\ \tilde{M}_{\theta_z\text{X}} & \tilde{M}_{\theta_z\text{Y}} & 0 & \tilde{M}_{\theta_z\theta_x} & \tilde{M}_{\theta_z\theta_y} & \tilde{M}_{\theta_z\theta_z} \end{bmatrix}, \text{ 其中}$$

$$\tilde{M}_{\text{XX}} = N_b \int_0^{L_b} \rho_b A_b dx = N_b \rho_b A_b L_b; \quad \tilde{M}_{\text{YY}} = \tilde{M}_{\text{ZZ}} = \tilde{M}_{\text{XX}};$$

$$\tilde{M}_{\theta_x\theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(\sin^2 \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + \cos^2 \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{M}_{\theta_y\theta_y} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(\cos^2 \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + \sin^2 \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{M}_{\theta_z\theta_z} = m_d e^2 + N_b \left(\rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{M}_{\text{X}\theta_z} = \tilde{M}_{\theta_z\text{X}} = \sum_{i=1}^{N_b} -\rho_b A_b \sin \vartheta_i \left(\frac{1}{2} (R_d + L_d)^2 - \frac{1}{2} R_d^2 \right);$$

$$\tilde{M}_{\text{Y}\theta_z} = \tilde{M}_{\theta_z\text{Y}} = \sum_{i=1}^{N_b} \rho_b A_b \cos \vartheta_i \left(\frac{1}{2} (R_d + L_d)^2 - \frac{1}{2} R_d^2 \right);$$

$$\tilde{M}_{\text{Z}\theta_x} = \tilde{M}_{\theta_x\text{Z}} = \sum_{i=1}^{N_b} \rho_b A_b \sin \vartheta_i \left(\frac{1}{2} (R_d + L_d)^2 - \frac{1}{2} R_d^2 \right);$$

$$\tilde{M}_{z\theta_y} = \tilde{M}_{\theta_y z} = \sum_{i=1}^{N_b} -\rho_b A_b \cos \vartheta_i \left(\frac{1}{2} (R_d + L_b)^2 - \frac{1}{2} R_d^2 \right);$$

$$\tilde{M}_{\theta_x \theta_y} = \tilde{M}_{\theta_y \theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(-\rho_b A_b \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + \rho_b I_b \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i L_b \right);$$

$$\tilde{M}_{\theta_x \theta_z} = \tilde{M}_{\theta_z \theta_x} = \tilde{M}_{\theta_y \theta_z} = \tilde{M}_{\theta_z \theta_y} = 0;$$

附加刚度矩阵:

$\tilde{\mathbf{K}}_{bd}$ 为叶片在转盘位置的附加刚度矩阵:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{bd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{K}_{\theta_x \theta_x} & \tilde{K}_{\theta_x \theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{K}_{\theta_y \theta_x} & \tilde{K}_{\theta_y \theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{K}_{\theta_z \theta_z} \end{bmatrix}, \text{ 式中}$$

$$\tilde{K}_{\theta_x \theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left((\ddot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i - \dot{\theta}^2 \sin^2 \vartheta_i) \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + (-\ddot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i - \dot{\theta}^2 \cos^2 \vartheta_i) \rho_b I_b L_b \right)$$

$$\tilde{K}_{\theta_y \theta_y} = \sum_{i=1}^{N_b} \left((-\ddot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i - \dot{\theta}^2 \cos^2 \vartheta_i) \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + (\ddot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i - \dot{\theta}^2 \sin^2 \vartheta_i) \rho_b I_b L_b \right)$$

$$\tilde{K}_{\theta_x \theta_y} = \sum_{i=1}^{N_b} \left((\ddot{\theta} \sin^2 \vartheta_i + \dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i) \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + (\ddot{\theta} \cos^2 \vartheta_i - \dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i) \rho_b I_b L_b \right)$$

$$\tilde{K}_{\theta_y \theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left((-\ddot{\theta} \cos^2 \vartheta_i + \dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i) \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) - (\ddot{\theta} \sin^2 \vartheta_i + \dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i) \rho_b I_b L_b \right)$$

$$\tilde{K}_{\theta_z \theta_z} = N_b \left(\rho_b A_b \dot{\theta}^2 \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) - \rho_b I_b \dot{\theta}^2 L_b \right);$$

附加陀螺矩阵:

$\tilde{\mathbf{G}}_{bd}$ 为叶片在转盘位置的附加陀螺矩阵

$$\tilde{\mathbf{G}}_{bd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{G}_{\theta_x \theta_x} & \tilde{G}_{\theta_x \theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{G}_{\theta_y \theta_x} & \tilde{G}_{\theta_y \theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 式中}$$

$$\tilde{G}_{\theta_x \theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(2\dot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) - 2\dot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{G}_{\theta_y \theta_y} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(-2\dot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + 2\dot{\theta} \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{G}_{\theta_x \theta_y} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(2\dot{\theta} \sin^2 \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) + 2\dot{\theta} \cos^2 \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

$$\tilde{G}_{\theta_y \theta_x} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(-2\dot{\theta} \sin^2 \vartheta_i \rho_b A_b \left(\frac{1}{3} (R_d + L_b)^3 - \frac{1}{3} R_d^3 \right) - 2\dot{\theta} \cos^2 \vartheta_i \rho_b I_b L_b \right);$$

叶片 - 盘 - 轴系统非线性力矩阵:

$\mathbf{F}_{nonlinear,b}^i$ 为第 i 个叶片上的非线性力向量:

$$\mathbf{F}_{nonlinear,b}^i(m,1) = \rho_b \dot{\theta}^2 \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b1m} dx;$$

$$\mathbf{F}_{nonlinear,b}^i(m+N_{bmod},1) = -\ddot{\theta} \rho_b \int_0^{L_b} A_b (R_d + x) \phi_{b2m} dx;$$

$$\mathbf{F}_{nonlinear,b}^i(m+2N_{bmod},1) = -\rho_b \ddot{\theta} \int_0^{L_b} I_b \phi_{b3m} dx; \text{ 其中 } m=1,2, \dots, N_{bmod}。$$

$f_{nonlinear,X}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 X 方向的非线性力:

$$\begin{aligned} f_{nonlinear,X} = & em_d \cos(\theta + \theta_{zd})(\dot{\theta} + \dot{\theta}_{zd})^2 + em_d \sin(\theta + \theta_{zd})(\ddot{\theta} + \ddot{\theta}_{zd}) \\ & + \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{m=1}^{N_{bmod}} \left(2\dot{\theta} \sin \vartheta_i \rho_b A_b \int_0^{L_b} \phi_{b1m} \dot{U}_{bm} dx + (\dot{\theta}^2 \cos \vartheta_i + \ddot{\theta} \sin \vartheta_i) \rho_b A_b \int_0^{L_b} \phi_{b1m} U_m dx \right) \\ & + \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{m=1}^{N_{bmod}} \left(2\dot{\theta} \cos \vartheta_i \rho_b A_b \int_0^{L_b} \phi_{b2m} \dot{V}_{bm} dx + (-\dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i + \ddot{\theta} \cos \vartheta_i) \rho_b A_b \int_0^{L_b} \phi_{b2m} V_m dx \right) \\ & + \sum_{i=1}^{N_b} \left((2\dot{\theta}_{zd} \dot{\theta} \cos \vartheta_i - \theta_{zd} \dot{\theta}^2 \sin \vartheta_i + \theta_{zd} \ddot{\theta} \cos \vartheta_i + \dot{\theta}^2 \cos \vartheta_i + \ddot{\theta} \sin \vartheta_i) \rho_b A_b \int_0^{L_b} (R_d + x) dx \right) \end{aligned}$$

$f_{nonlinear,Y}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 Y 方向的非线性力:

$$\begin{aligned}
 f_{\text{nonlinear},Y} &= em_d \sin(\theta + \theta_{Zd})(\dot{\theta} + \dot{\theta}_{Zd})^2 + em_d \cos(\theta + \theta_{Zd})(\ddot{\theta} + \ddot{\theta}_{Zd}) \\
 &+ \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{m=1}^{N_{\text{mod}}} \left(-2\dot{\theta} \cos \mathcal{G}_i \int_0^{L_b} \rho_b A_b \phi_{b1m} \dot{U}_{bm} dx + (\dot{\theta}^2 \sin \mathcal{G}_i - \ddot{\theta} \sin \mathcal{G}_i) \int_0^{L_b} \rho_b A_b \phi_{b1m} U_{bm} dx \right) \\
 &+ \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{m=1}^{N_{\text{mod}}} \left(2\dot{\theta} \sin \mathcal{G}_i \cos \beta \int_0^{L_b} \rho_b A_b \phi_{b2m} \dot{V}_{bm} dx + (\dot{\theta}^2 \cos \mathcal{G}_i + \ddot{\theta} \sin \mathcal{G}_i) \int_0^{L_b} \rho_b A_b \phi_{b2m} V_{bm} dx \right) \\
 &+ \sum_{i=1}^{N_b} \left((2\dot{\theta}_{Zd} \dot{\theta} \sin \mathcal{G}_i + \theta_{Zd} \dot{\theta}^2 \cos \mathcal{G}_i + \theta_{Zd} \ddot{\theta} \sin \mathcal{G}_i + \dot{\theta}^2 \sin \mathcal{G}_i - \ddot{\theta} \cos \mathcal{G}_i) \int_0^{L_b} \rho_b A_b (R_d + x) dx \right)
 \end{aligned}$$

$f_{\text{nonlinear},Z}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 Z 方向的非线性力:

$$f_{\text{nonlinear},Z} = \sum_{i=1}^{N_b} \left(\left(\begin{aligned} &-2\dot{\theta}_{Yd} \dot{\theta} \sin \mathcal{G}_i - \theta_{Yd} \ddot{\theta} \sin \mathcal{G}_i - \theta_{Yd} \dot{\theta}^2 \cos \mathcal{G}_i \\ &-2\dot{\theta}_{Xd} \dot{\theta} \cos \mathcal{G}_i - \theta_{Xd} \ddot{\theta} \cos \mathcal{G}_i + \theta_{Xd} \dot{\theta}^2 \sin \mathcal{G}_i \end{aligned} \right) \int_0^{L_b} \rho_b A_b (R_d + x) dx \right)$$

$M_{\text{nonlinear},X}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 θ_X 方向的非线性力:

$$M_{\text{nonlinear},X} = -J_p \dot{\theta}_{Yd} \dot{\theta}_{Zd}$$

$M_{\text{nonlinear},Y}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 θ_Y 方向的非线性力:

$$M_{\text{nonlinear},X} = J_p (\ddot{\theta}_{Xd} + \ddot{\theta}_{Zd} \theta_{Xd} + \dot{\theta}_{Zd} \dot{\theta}_{Xd})$$

$M_{\text{nonlinear},Z}$ 为叶片 - 盘 - 轴系统在转盘 θ_Z 方向的非线性力:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{nonlinear},Z} &= em_d \sin(\theta + \theta_{Zd}) \ddot{X}_d - em_d \cos(\theta + \theta_{Zd}) \ddot{Y}_d - e^2 m_d \ddot{\theta} - J_p \ddot{\theta} + J_p (\dot{\theta}_{Xd} \dot{\theta}_{Yd} + \theta_{Xd} \ddot{\theta}_{Yd}) \\
 &- N_b \left(\ddot{\theta} \rho_b \int_0^{L_b} (A_b (R_d + x)^2 + I_b) dx \right)
 \end{aligned}$$

附录 3：叶片裂纹动力学矩阵

$\mathbf{K}_{\text{bcrack}}$ 为叶片裂纹相关刚度矩阵，表达式为：

$$\mathbf{K}_{\text{bcrack}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{11} & \mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{21} & \mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } \mathbf{K}_{\text{bcrack}}^i \text{ 为:}$$

$$\mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{11} = -2E_b (1 - \mu_b^2) h_b Q_{11} (A_b \Lambda_1' \Lambda_1'^T) \Big|_{x_b=L_{bc}}$$

$$\mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{12} = -12E_b (1 - \mu_b^2) Q_{12} (I_b \Lambda_1' \Lambda_2''^T) \Big|_{x_b=L_{bc}}$$

$$\mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{21} = -12E_b (1 - \mu_b^2) Q_{12} (I_b \Lambda_2'' \Lambda_1'^T) \Big|_{x_b=L_{bc}}$$

$$\mathbf{K}_{\text{bcrack}}^{22} = -6E_b (1 - \mu_b^2) h_b Q_{22} (I_b \Lambda_2'' \Lambda_2''^T) \Big|_{x_b=L_{bc}}$$

, '表示对分式 x_b 的偏导数, Λ_1 、 Λ_2 、 Λ_3 分别为:

$$\Lambda_1(x_b) = [\phi_{b11}(x_b) \quad \phi_{b12}(x_b) \quad \dots \quad \phi_{b1N_{\text{mod}}}(x_b)]^T$$

$$\Lambda_2(x_b) = [\phi_{b21}(x_b) \quad \phi_{b22}(x_b) \quad \dots \quad \phi_{b2N_{\text{mod}}}(x_b)]^T ;$$

$$\Lambda_3(x_b) = [\phi_{b31}(x_b) \quad \phi_{b32}(x_b) \quad \dots \quad \phi_{b3N_{\text{mod}}}(x_b)]^T$$