

文章编号: 1001-8360(1999)05-0070-05

传统车辆模型与车辆-轨道耦合模型的垂向 随机振动响应分析及比较

陈 果, 翟婉明, 蔡成标, 王其昌
(西南交通大学 列车与线路研究所, 四川 成都 610031)

摘 要: 基于车辆-轨道耦合动力学原理, 运用随机振动理论进行了轮轨系统中传统车辆模型与车辆-轨道耦合模型的垂向随机振动响应比较分析。结果表明, 传统车辆模型仅适用于轮轨系统的低频振动分析, 在研究高频振动时将产生大的误差; 而车辆-轨道耦合模型则可适用于轮轨系统整个频率带的随机振动分析。

关键词: 铁道车辆; 随机振动; 轮轨系统; 模型

中图分类号: U 260 111 **文献标识码:** A

Comparison on Vertical Random Vibration Responses of Traditional Vehicle Model with Vehicle/Track Coupling Model

CHEN Guo, ZHA I Wanming, CA I Chengbiao, WANG Q ichang
(Train & Track Research Institute, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Based on the theory of vehicle/track coupling dynamics and the theory of random vibration, the vehicle vertical random responses with the traditional vehicle model and with the vehicle/track coupling model are investigated and compared. It is shown that the traditional model is only fit to study low frequency vibrations of wheel/rail systems, and very serious errors will be produced when studying high frequency vibrations. The vehicle/track coupling model can be suitable for studying the wheel/rail system random vibration within total frequency domain.

Keywords: railway vehicle; random vibration; wheel/rail system; model

长期以来, 在研究铁道车辆的振动形态时, 习惯上以车辆本身作为分析系统, 而将轨道状态(轨道不平顺)视作激励源, 通过车轮向系统输入。这实质上是将轨道结构视为“刚性基础”。事实上轨道系统是一个较为复杂的弹性/阻尼体系, 车辆的振动经由轮轨接触界面, 将引起轨道结构体系的振动, 而轨道的振动反过来又会通过钢轨和车轮向车辆系统传播, 从而对车辆振动产生影响。可见, 车辆与轨道的振动是相互影响, 相互耦合的。所以, 只有进行车辆-轨道耦合振动分析, 才能更好地反映铁道车辆的振动规律, 使分析结果更加趋于客观实际^[1]。而传统的车辆模型必将在一定程度上与实际情况产生较大的差异。因此, 很有必要探明两

种模型在分析轮轨系统振动响应时的差别, 从而界定出它们各自的适用范围, 为正确评价与分析铁道车辆的振动性能提供必要的参考。

文献[1, 2]对轮轨系统在确定性激励(脉冲型和谐波型激励)作用下采用传统车辆模型与采用车辆-轨道耦合模型所得振动形态首次进行了比较分析。结果表明, 轮轨动力作用越强, 两种模型分析结果的差别越大, 仅当分析长波不平顺时, 两种模型的计算结果才比较接近。铁道车辆动力学试验与轨道检查记录表明^[3, 4], 轨道不平顺具有随机性质, 由此激励而引起的车辆动态响应, 也是随机的。因此, 本文进一步对两种模型的随机振动响应进行分析比较。作为文献[1, 2]的延伸和补充, 在随机振动范畴内深入地探讨它们之间的差异, 将能更为完善地界定出车辆-轨道耦合模型与传统的车辆模型的各自适用范围。

收稿日期: 1998-09-07; 修订日期: 1999-01-28
基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题
(98061303); 国家杰出青年科学基金(59525511)
作者简介: 陈 果(1972—), 男, 博士研究生

1 传统车辆振动模型与车辆-轨道垂向随机振动分析模型

1.1 传统的车辆垂向随机振动分析模型

传统的方法将整个轨道支承体系视为刚性固定基础, 仅仅考虑车轮与钢轨之间的接触弹性, 而将轮轨不平顺作为系统激励从轮轨接触界面向车辆系统输入。图 1 给出了一个较为详细的 10 自由度车辆垂向振动模型。图中: M_c, M_s, M_w 分别为车体(包括载客或货物)质量、转向架构架(簧上)质量和轮对(簧下)质量; J_c, J_s 则是车体与转向架的点头惯量; K_{s1}, K_{s2} 和 C_{s1}, C_{s2} 分别为车辆一、二系悬挂刚度和阻尼; K_H 为轮轨等效线性接触刚度; $Z_{0i}(t)$ 代表第 i 位轮对处轮轨不平顺之位移输入; $P_i(t)$ 则为轮轨间的作用力。

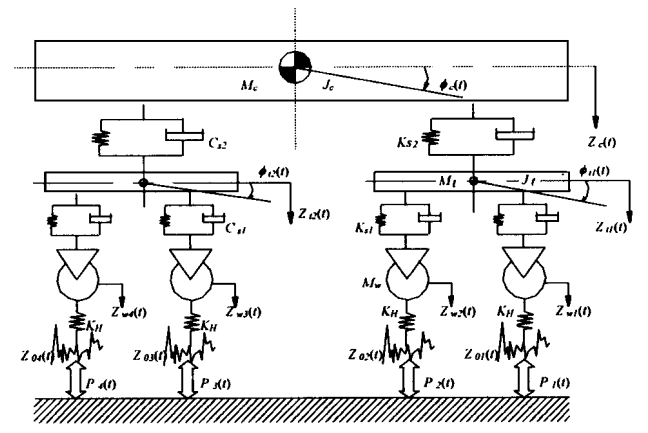


图 1 传统车辆垂向振动模型

1.2 车辆-轨道耦合系统垂向随机振动分析模型

运用车辆-轨道耦合动力学原理^[1], 将车辆系统与轨道系统作为一个总体大系统, 建立了图 2 所示车辆-轨道垂向耦合振动分析模型。图中车辆模型与传统分析模型相同, 而轨道模型采用三层(钢轨-轨枕-道床-路基)连续弹性点支承无限长梁, 各个支承点以轨枕间距隔开。其中 m_s, M_{s1}, M_{b1} 分别为钢轨单位长度质量、每根轨枕质量及道床离散块质量; K_{p1}, K_{b1}, K_{f1} 和 C_{p1}, C_{b1}, C_{f1} 依次为轨下胶垫、道床及路基的刚度和阻尼; EI 为钢轨抗弯刚度。

2 车辆-轨道垂向耦合模型随机振动微分方程的求解

文献[1]和文献[5]将钢轨当作连续点支承的无限长欧拉梁, 通过截取钢轨有限个模态实现将钢轨振动的偏微分方程转化为二阶常微分方程组, 同时将轮轨

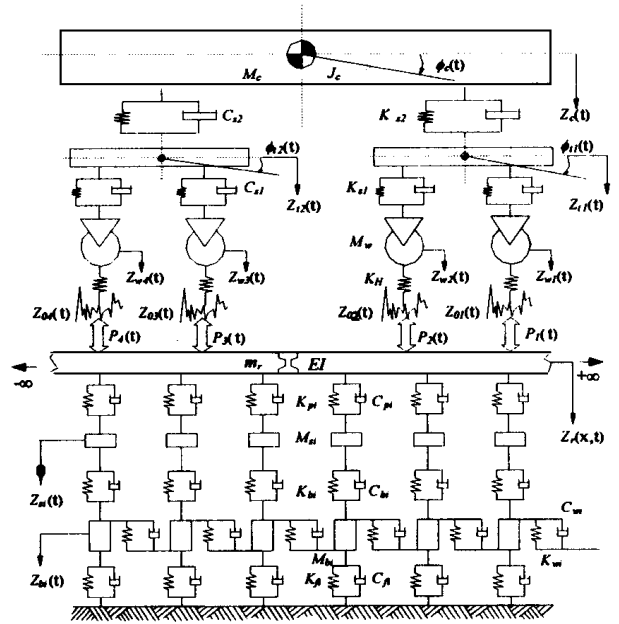


图 2 车辆-轨道垂向耦合振动模型

非线性接触弹性等效线性化, 从而最终形成车辆-轨道耦合振动二阶常系数微分方程组

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = [u]\{Z_0\}$$

式中, $[M]$ ——系统的质量矩阵; $[C]$ ——系统的阻尼矩阵; $[K]$ ——系统的刚度矩阵; $[u]$ ——系统的转换矩阵; $\{Z_0\}$ ——轨道不平顺输入向量; $\{q\}$ ——系统的广义位移向量。

为了计算系统的复频响应函数矩阵, 将向量 $\{Z_0\}$ 扩充为矩阵 $[Z_0]$, 令 $[Z_0] = [I]e^{i\omega t}$, 响应矩阵 $[q] = [H(\omega)]e^{i\omega t}$, 将之代入矩阵运动微分方程得到

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])[H(\omega)] = [u][I]$$

$$\text{令 } [A] = (-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])$$

就有方程

$$[A][H(\omega)] = [u][I] \quad (1)$$

于是

$$[H(\omega)] = [A]^{-1}[u][I] \quad (2)$$

在具体计算中, 代入一系列选定的 ω 值, 计算式 (1) 的非齐次复系数线性代数方程组的解, 得到一系列相应的频率响应函数值, 从而构成 $[H(\omega)]$ 。通过计算表明, 在求解多自由度大系统的频率响应函数矩阵时, 该方法比通过式 (2) 对矩阵求逆后再相乘的求解方法要快得多。同时, 该方法也较文献[5]的模式分析法要简便、直接。

根据随机振动理论, 输入功率谱密度和响应功率谱密度函数之间的关系^[6]

$$[S_{out}(\omega)] = [H^*(\omega)][S_{in}(\omega)][H(\omega)]^T$$

式中, $[H^*(\omega)]$ 为 $[H(\omega)]$ 的共轭矩阵, $[H(\omega)]^T$ 为

$[H(\omega)]$ 的转置矩阵。

下面仅考虑振动加速度响应,当已知各个自由度下的加速度自谱密度函数 $S_{q_i}(\omega)$,就可以计算它们的振动加速度一阶矩函数矩阵

$$E[\dot{q}] = [H(0)]\{\mu_{z0}\} \quad (3)$$

以及各自由度下的二阶矩均方响应函数

$$E[q_i^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{q_i}(\omega) d\omega \quad (4)$$

式中, $\{\mu_{z0}\}$ 为不平顺激励函数向量 $\{Z_0\}$ 的均值向量。又由于轨道不平顺在通常情况符合平稳高斯过程的假设,所以系统的响应也为平稳高斯过程。其统计特征由系统响应的一阶矩和二阶矩函数即可完全确定。

又加速度均方值中包含了加速度的均值和方差,有

$$\sigma_{q_i}^2 = [E[q_i^2]] - [E(\dot{q}_i)]^2 \quad (5)$$

响应的最大值为

$$q_{\max}^{\circ\circ} = E(q_i) + r\sigma_{q_i} \quad (6)$$

式中, r 为常数,一般取为 3。对于中心化的轨道谱,式(3)中 $\{\mu_{z0}\} = 0$, 则 $E(\dot{q}_i) = 0$, 所以代入式(6)得

$$q_{\max}^{\circ\circ} = 3\sigma_{q_i}$$

而 σ_{q_i} 由式(5)求得

$$\sigma_{q_i} = \sqrt{E[q_i^2]}$$

3 两种模型的随机振动响应比较

3.1 轨道不平顺功率谱的选择

在轨道谱方面,我国所做的工作还很少。文献[3]改进了轨道不平顺测量方法,给出了不平顺谱。文献[4]将轨道不平顺分为几何的和弹性的两部分,通过实测和研究,给出了我国 I 级铁路轨道高低不平顺谱推荐公式

$$S(f) = \frac{2.775 \times 10^{-3}}{f^4 + 2.254 \times 10^{-2} f^2 + 9.61 \times 10^{-7}} \quad (7)$$

上述不平顺谱最短波长约 1 m, 对 100 km/h 速度的列车,最大时间激振频率仅约 30 Hz, 相对轨道振动而言,其频率远远低于轨道振动频率范围,仅适合于分析车辆振动和轨道低频振动。文献[8]实测了轨面垂向不平顺,将短波波长补充到 0.01 m,在此基础上给出了我国 50 kg/m 标准轨线路垂向不平顺高波数的功率谱密度函数近似表达式

$$S(f) = 0.36f^{-3.15} \quad (8)$$

使激扰频率范围可达到数千赫兹。本文进行随机振动分析时,波长大于 1 m 的轨道谱用式(7),波长从 0.01 m 至 1 m 的轨道谱用式(8)。

由于本文研究的是两种模型的随机振动响应比较,所以,为了在更广泛的频率范围上进行更为完善的对比,必须用上述方法拓展轨道不平顺的激励频率范围。

本文所要比较的车辆为广深线准高速铁路客车车辆,轨道状态为 50 kg/m 钢轨、混凝土轨枕、碎石道床所构成的普通线路。运行速度为 160 km/h,轨道不平顺的激励频率可达 $f_{\max} = 4440$ Hz。因此,将待比较的频率范围定为 0~1000 Hz。

3.2 垂向平稳性指标的比较

国际上应用比较普遍的评价机车车辆运行平稳性的方法为 Sperling 平稳性指数法。Sperling 平稳性指数的计算公式为^[7]

$$W_z = (a^3 b^3)^{1/10} \quad (9)$$

式中, a ——加速度的幅值,单位 cm/s^2 ; b ——加速度的加权系数。

对于垂向平稳性,其加速度加权系数为

$$b = 0.588 \left[\frac{1.911f^2 + (0.25f^2)^2}{(1 - 0.277f^2)^2 + (1.563f - 0.0368f^2)^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

以上两式中的 f 是单一频率,单位 Hz。实际机车车辆在运行过程中,不平顺的频率并不是单一频率,而是存在于某一频率段内,一般范围为 0.1~30 Hz。在计算平稳性时,将频域按 1/3 倍频划分,求出相应的中心频率,在 1/3 倍频程范围内求出加速度响应功率谱密度函数曲线下的面积,即为 1/3 倍频程的加速度均方值,开方后求得 1/3 倍频程的加速度均方根值。把 1/3 倍频程的中心频率和 1/3 倍频程的加速度均方根值按 Sperling 方法整理,即可求出 1/3 倍频程范围内的平稳性指数。

在整个频域范围内的平稳性指数为

$$W_z = (W_{z1}^{10} + W_{z2}^{10} + \dots + W_{zi}^{10})^{1/10} \quad (11)$$

为了比较传统车辆模型和车辆-轨道模型计算客车运行平稳性的差异,分别对三种运行于广深线上的准高速客车车辆进行了平稳性指数计算,其运行速度为 160 km/h。计算结果见表 1。

表 1 两种模型的垂向平稳性指标预测结果比较

车辆类型	垂向平稳性指标	
	车辆-轨道耦合模型	传统车辆模型
四方厂准高速客车	2.252	2.249
长客厂准高速客车	2.059	2.057
浦镇厂准高速客车	2.003	2.001

从表 1 可以看出,两种模型的计算结果十分接近,这说明了采用刚性轨道模型和采用弹性轨道模型对车体的主振动几乎没有影响。由此看来,用传统的车辆模

型计算客车车辆的平稳性指标已具有足够的准确度。

3.3 振动加速度的功率谱密度及最大值比较

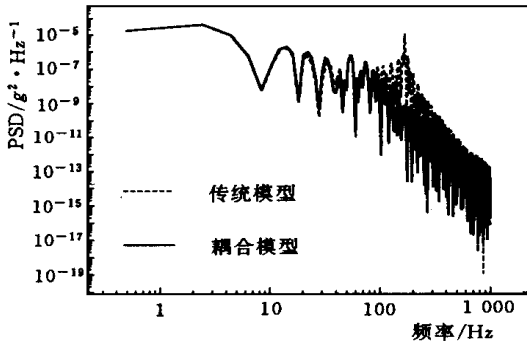


图 3 车体沉浮振动加速度功率谱

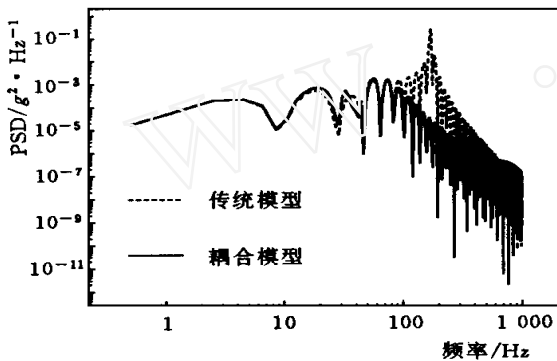


图 4 构架沉浮振动加速度功率谱

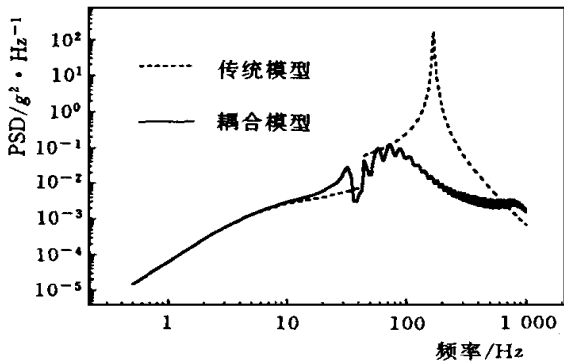


图 5 轴箱振动加速度功率谱

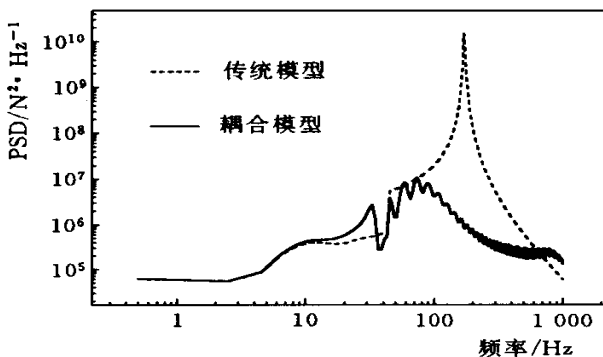


图 6 轮轨作用力功率谱

运用上述理论,进行了车辆系统各自由度振动加

速度及轮轨作用力的比较。功率谱的比较如图 3~ 图 6 所示,振动加速度及轮轨力最大值的比较如表 2 所示。

通过功率谱的比较可以得出以下两个结论:

(1) 在车辆系统随机振动响应功率谱方面,从图 3 ~ 图 5 中可以看出,传统车辆模型和车辆-轨道耦合模型在计算响应谱的低频段时基本一致,而在高频段(大于 100 Hz),二者相差甚大,其中轴箱振动加速度差别尤为突出。由图 5 可以发现在弹性轨道上车轮振动加速度的主频率约在 30 Hz 和 60 Hz 左右,同时从车体振动功率谱(见图 3)上基本上看不出在主频率位置具有共振峰,这是由于车轮的振动在很大程度上被一、二系悬挂衰减了,所以极少能传递到车体,从而在车体上基本反映不出此阶频率的振动,而在构架振动功率谱(见图 4)上仍可看出主频位置的共振,这说明车轮的振动通过一系悬挂部分地传递给了构架。对比起来,从图 5 还可以看出,在刚性轨道上车轮振动加速度除了在 30 Hz 和 60 Hz 处具有与前者相当的共振量外,而且在 140 Hz 左右,还具有一个特别大的共振峰,同时引起车体和构架在该频率位置也出现一个很大的共振峰(见图 1 和图 2),这显然与实际不符。出现车轮高阶频率的强烈共振正是由于分析中采用了刚性轨道这一假设所引起。

(2) 在轮轨作用力方面,从图 6 中可以发现轮轨作用力的频率范围很广。轮轨作用的低频力通过一、二系悬挂传递给构架和车体,从而引起车体和构架振动;高频力主要引起轮对轴箱的振动。通过比较两种模型的计算结果,可以发现轮轨作用力在低频段基本一致,都具有 10 Hz、30 Hz、60 Hz 的共振,而在高频段相差较大。传统模型的高频力在 140 Hz 左右具有一个极大的峰值,而耦合模型的高频力只在 700 Hz 左右出现了一个共振峰,而且峰值不大。

表 2 分别比较了 0~ 50 Hz、0~ 100 Hz、0~ 500 Hz 和 0~ 1 000 Hz 内车辆各自由度的振动加速度及轮轨作用力最大值。

从表 2 中也可看出,在 50 Hz 和 100 Hz 以内二者的计算结果比较接近,说明在低频段两模型计算相当,但由于它们均未考虑高频成分,所以计算结果偏低;而在 500 Hz 和 1 000 Hz 以内,传统车辆模型的计算结果产生了很大的误差,这一点从轮轨作用力的计算结果很容易看出,因为轮轨力达到 2 000 kN 以上是明显不对的,这说明传统模型在计算高频振动时产生了很大的误差,而耦合模型的计算结果与实际情况相当吻合。由此看来传统车辆模型在计算随机振动的高频响应时将会出现很大的系统误差,不容忽视。

表 2 两种模型的随机振动响应最大值比较

比较指标	10 自由度车辆							
	车辆-轨道耦合模型/Hz				传统车辆模型/Hz			
	0~ 50	0~ 100	0~ 500	0~ 1 000	0~ 50	0~ 100	0~ 500	0~ 1 000
车体沉浮加速度最大值/ g	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035	0.041	0.041
构架沉浮加速度最大值/ g	0.314	0.647	0.687	0.687	0.286	0.691	4.164	4.164
轴箱沉浮加速度最大值/ g	1.964	5.971	8.194	8.865	1.808	7.590	115.5	115.5
轮轨总作用力最大值/ kN	38.84	112.9	154.0	166.4	35.50	143.0	2 154.3	2 155.2
轮轨总作用力最大值/ kN	146.6	220.7	261.8	274.2	143.6	250.8	2 262.1	2 263.0

4 结论

通过上述分析和讨论,可以得出以下几点结论:

(1) 传统方法是将轨道体系假想为刚性基础而进行铁道车辆垂向随机振动分析的,与实际弹性/阻尼轨道结构上车辆的振动情形不能完全相符。但两种模型在低频段作响应分析时,其结论相差甚微,所以在进行客车平稳性指标预测时,可以采用简单的传统车辆模型,同时在只需求解车辆系统低频响应时也建议选用传统模型。

(2) 传统模型在计算高频段随机响应时产生了极大的误差,这主要是因为传统车辆模型中轨道为刚性基础这一假想与实际情况不符。通过计算和分析表明,传统车辆模型不能用于计算轮轨系统的高频随机响应,而车辆-轨道模型则在整个频率段的随机响应均与实际情况具有很好的一致性。这也正说明了车辆-轨道耦合模型较传统车辆模型更符合实际情况。

(3) 由于在车辆-轨道耦合模型中系统的固有频率分布较广,轨道系统的固有频率较高,所以为了进行车辆-轨道系统在整个频域的随机响应分析,低波数的轨道不平顺功率谱已不能满足要求。建议我国在轨道谱

方面应做更多的测量统计工作,同时也应进一步拓展轨道谱的频率范围,这一工作势在必行。

[参 考 文 献]

- [1] 翟婉明著. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1997: 106~ 112
- [2] 翟婉明. 铁道车辆在刚性及弹性轨道模型上的振动模拟分析[J]. 铁道车辆, 1994, (1): 15~ 20
- [3] 罗林. 轨道随机干扰函数[J]. 中国铁道科学, 1982, 13(1): 74~ 110
- [4] 长沙铁道学院随机振动研究室. 关于机车车辆/轨道系统随机激励函数的研究[J]. 长沙铁道学院学报, 1985, (2): 1~ 36
- [5] 李成辉. 轨道结构振动理论及应用研究[D]. 成都: 西南交通大学铁道系, 1996
- [6] 郑兆昌. 机械振动(中册)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1986
- [7] Garg V. K, Dukkipati R. V. Dynamics of Railway Vehicle Systems[J]. Academic Press (Canada), 1984
- [8] 王澜, 姚明初. 轨道结构随机振动理论及在轨道结构减振研究中的应用[J]. 中国铁道科学, 1989, 10(2): 42~ 58

(责任编辑 张武美)