

铁路轨道不平顺随机过程的数值模拟^{*}

陈果 翟婉明

(西南交通大学 列车与线路研究所 成都 610031)

摘要 分析了目前广泛应用的几种轨道不平顺模拟方法,构造了基于频域功率谱等效的一种新的算法,分别求出频谱的幅值和随机相位,再通过傅立叶逆变换得到轨道不平顺时域模拟样本。数值模拟试验表明:这种模拟方法较其它模拟方法更为简洁有效。

关键词 功率谱密度;数值模拟;轨道不平顺

分类号 U211.5

铁路轨道在列车车轮的作用下,轨面会产生不均匀磨耗,轨头会出现磨伤。由于轨道的垫层、轨枕、道床和路基的弹性不均,各部件之间的间隙等原因将导致轨道的几何形态发生变化,出现不平顺。研究表明轨道不平顺是一个随机过程^[1,2],它是机车车辆与轨道系统产生随机振动的主要根源,直接影响轨道的振动、机车车辆运行舒适性以及行车安全。

美国、英国以及德国等先后对轨道不平顺进行了测量和研究,并建立了统一标准的谱密度函数^[3,4]。国内有关部门曾对某些个别线段的轨道不平顺进行过测量和分析,但目前还未建立起统一标准的谱密度函数的表达式。

随着对车辆-轨道系统动力学分析要求的提高和模拟现场情况的滚动振动台试验的需要,如何真实地再现实际线路的空间不平顺状态,就成为计算和试验结果能否反映实际运行情况的一个重要保证^[5]。众所周知,在求解车辆-轨道系统随机振动响应的时候,如果系统参数具有较强的非线性特征,那么就无法运用传统的传递函数求解振动方程。唯一有效的求解方法就是时域数值积分。所以必须将轨道不平顺功率谱变换为时域的激励函数,再用此随机激励作为系统的输入并运用时域积分进行求解^[3]。在这一过程中,对轨道不平顺随机过程的模拟是至关重要的。目前国内外最常用的轨道不平顺数值模拟方法主要有二次滤波法^[6]、三角级数法^[7]、以及白噪声滤波法^[8]等。

本文中介绍一种新的方法,将轨道不平顺功率谱密度函数通过等效变换以获得相应的具有代表意义的时间序列,从而为机车车辆与轨道随机非线性振动分析以及为机车车辆滚振试验提供恰当的时域输入函数。

1 基于功率谱密度采样的轨道不平顺数值模拟新方法

二次滤波法、三角级数法和白噪声滤波法是轨道不平顺的数值模拟的常用方法,但都存在问题。二次滤波法需进行滤波器的设计,对不同功率谱密度函数的轨道不平顺,均需设计

收稿日期:1998-06-08 陈果:男,1972年生,博士生。

^{*} 国家杰出青年科学基金(59525511)、博士学科点基金和霍英东教育基金资助。

出合理的滤波器,因而该方法缺乏通用性。三角级数法和白噪声滤波法是将轨道不平顺看作平稳高斯随机过程,这显然不完全与实际情况相符,文献[1]证明轨道不平顺并不都是平稳随机过程。事实上,轨道不平顺功率谱是对时域采样信号通过周期图法估计而获得的,其计算核心是 FFT(傅立叶变换)。

1.1 估计功率谱的 Blackman-Turkey 法

首先,介绍由时间序列估计功率谱密度的周期图法——Blackman-Turkey 法^[9]。设时间序列 $\{x_s\}, s=0, 1, \dots, (N-1)$, 记录长度 $T=N$, Δt 为时间间隔,对于相关函数的时迟 $\tau=r$, 也为离散值,则

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt$$

$$R_r = R_{xx}(\tau=r) = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} x_s x_{s+r} \tag{1}$$

式中: $r=0, 1, \dots, (N-1); x_s = x(s \Delta t)$ 。则

$$S_{xx}(f) \leftrightarrow R_{xx}(\tau) \Rightarrow S_{xx}(k) = \frac{1}{T} S_{xx}(f = k \frac{1}{T}) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} R_r \exp[-i(k \frac{2}{N}) r] \tag{2}$$

所以

$$S_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \{ \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} x_s x_{s+r} \} \exp[-i(k \frac{2}{N}) r] =$$

$$\{ \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} x_s \exp[i(k \frac{2}{N}) s] \} \{ \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_{s+r} \exp[-i(k \frac{2}{N})(s+r)] \} \tag{3}$$

令 $j = r + s$, 则

$$\sum_{r=0}^{N-1} x_{s+r} \exp[-i(k \frac{2}{N})(s+r)] = \sum_{j=s}^{(N-1)+s} x_j \exp[-i(k \frac{2}{N}) j] \tag{4}$$

又因为对离散傅氏变换,时间序列 $\{x_s\}$ 已离散周期化,周期为 N 。所以

$$\sum_{j=s}^{(N-1)+s} x_j \exp[-i(k \frac{2}{N}) j] = \sum_{j=0}^{N-1} x_j \exp[-i(k \frac{2}{N}) j] \tag{5}$$

将式(4)和式(5)代入式(3)得

$$S_{xx}(k) = \{ \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} x_s \exp[i(k \frac{2}{N}) s] \} \{ \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \exp[-i(k \frac{2}{N}) j] \} =$$

$$\frac{1}{N^2} |DFT[x_s]|^2 = \frac{1}{N^2} [X^*(k) X(k)] \tag{6}$$

式中: $X(k)$ 为时间序列 $\{x_s\}, s=0, 1, \dots, (N-1)$ 的频谱; $k=0, 1, \dots, (N-1)$ 。

1.2 新方法的构造

由上述估计功率谱密度的周期图法可知,功率谱密度值在离散的采样点上与信号的频谱有着一个确定的关系。如果能够在功率谱密度函数上离散采样,构造出频谱 $X(k)$,然后再对其进行傅立叶逆变换,即可得到时域的模拟轨道不平顺激励函数 $x(t)$ 。此方法实施的步骤如下:

(1) 铁路轨道不平顺功率谱密度函数均为单边谱,所以首先要将其转化为双边谱 $S_x(f)$ 。设需模拟的时间序列总时间为 T_s , 时间间隔为 Δt , 则时域和频域采样点数为 $N_r = T_s/\Delta t$, 一般 N_r 不是正好为 2 的整数次幂,这时必须通过在数据末尾添 0 的办法以保证 N_r 为 2 的整数次

幂。频域采样间隔为 $f = 1/(N_r)$ 。众所周知,由周期图法估计出的功率谱具有周期性,且为偶对称序列。设功率谱有效频率段上截止频率为 f_u 和下截止频率为 f_l ,则有效频率段内的采样点数为 $N_f = (f_u - f_l)/f$ 。又设 $N_0 = f_l/f$,则 $0 \sim (N_0 - 1)$ 的采样点值记为 0。

若 $N_0 + N_f < N_r/2$,则 $N_f \sim N_r/2$ 的采样点值记为 0;若 $N_0 + N_f > N_r/2$,则可增大 T_s 以满足 $N_0 + N_f < N_r/2$ 。于是得到功率谱 $S_x(f)$ 的 $N_r/2$ 个离散采样点值 $S_x(f = k \cdot f)$, $k = 0, 1, \dots, N_r/2$ 。最后再以此形成以 $N_r/2$ 为对称中心的偶对称序列 $S_x(f = k \cdot f)$, $k = 0, 1, \dots, N_r - 1$ 。如图 1 所示。

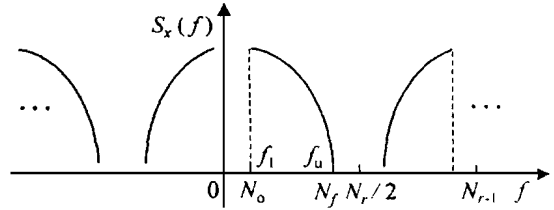


图1 周期功率谱密度采样图

(2) 由式(2)和式(6)可知,时域序列的频谱模值为

$$|X(k)| = |DFT[x(n)]| = \sqrt{N_r^2 \times S_k(k)} = N_r \sqrt{S_k(k)} = N_r \sqrt{S_x(f = k \cdot f)} \cdot f \quad (k = 0, 1, \dots, N_r - 1) \tag{7}$$

(3) 式(7)给出了序列 $x(n)$ 的频谱 $X(k)$ 的模值。由于时间序列 $x(n)$ 为一随机过程,其频谱相位一定具有随机性。

设 θ_n 为独立相位序列,它的各分量均值为零。又由于实序列的 FFT 为复序列(实部偶对称,虚部奇对称)。所以 $X(k)$ 应为复数,且有 $|X(k)| = 1$,故设

$$X(k) = \cos \theta_n + i \sin \theta_n = \exp(i \theta_n)$$

式中 θ_n 服从 $0 \sim 2\pi$ 均匀分布。

又因为 $X(k)$ 的实部关于 $N_r/2$ 偶对称,虚部 $N_r/2$ 奇对称,所以只需求出频谱 $X(k)$, $k = 0, 1, \dots, N_r/2$,即由式(7)可得

$$X(k) = |X(k)| \exp(i \theta_n) = N_r \sqrt{S_x(f = k \cdot f)} \cdot \exp(i \theta_n) \quad (k = 0, 1, \dots, N_r/2)$$

显然由对称条件容易得到 $X(k)$, $(k = 0, 1, \dots, N_r - 1)$ 。

(4) 将得到的复序列 $X(k)$ 进行 IFFT(傅立叶逆变换)可得

$$x(n) = \frac{1}{N_r} \sum_{k=0}^{N_r-1} X(k) \exp\left[\frac{i2\pi kn}{N_r}\right] \quad (n = 0, 1, \dots, N_r - 1) \tag{8}$$

2 算例

以美国 6 级线路轨道高低不平顺功率谱^[4]为例,其数学表达式为

$$S_V(f) = \frac{kA_V^2 c^2}{2(f^2 + c^2)}$$

其中: $k = 0.25$; $A_V = 0.0339 \text{ cm}^2/\text{rad}/\text{m}$; $c = 0.8245 \text{ rad}/\text{m}$ 。取空间波长为 $0.5 \sim 50 \text{ m}$,运行速度 $V = 100 \text{ km}/\text{h} = 27.78 \text{ m}/\text{s}$ 。则

$$f_u = V/0.5 \quad f_l = V/50 \quad T_s = 10 \text{ s} \quad \Delta f = 0.0001 \text{ s}$$

为了进行比较,对上述离散的轨道不平顺分别用三角级数法和该新方法进行了对比。图 2(a)

是用三角级数法模拟得出的轨道不平顺时域波形,图 2(b) 为将该时域序列通过周期图法得到的轨道不平顺功率谱模拟值与其解析值的比较。图 3 则是采用本文方法的模拟结果。对比图 2(b) 和图 3(b),可见新方法的模拟结果更加精确。

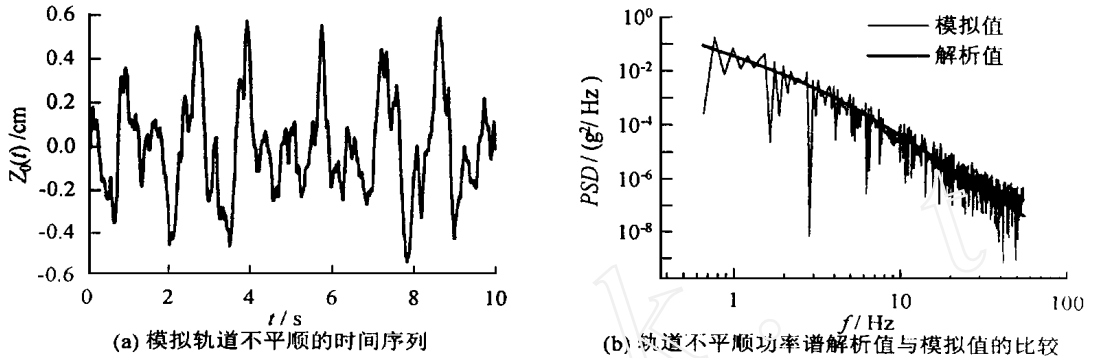


图 2 三角级数法模拟轨道不平顺的结果

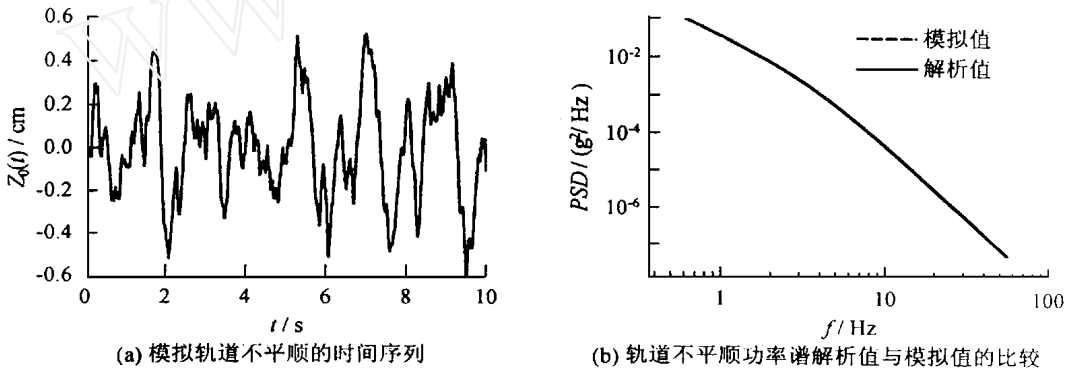


图 3 本文方法模拟轨道不平顺的结果

3 结 语

算例分析表明,基于频域功率谱采样的数值模拟方法具有计算速度快的优点,其计算速度约为三角级数法的 5 倍左右,而且经过周期图法变换后得到的功率谱密度函数与三角级数法相比较,具有更高的精度。目前,该方法已开始应用于车辆与轨道系统随机振动理论研究,取得初步成效。

参 考 文 献

- 1 罗林. 轨道随机干扰函数. 中国铁道科学, 1982; 3(1): 74 ~ 111
- 2 长沙铁道学院随机振动研究室. 关于机车车辆/轨道系统随机激励函数的研究. 长沙铁道学院学报, 1985; (2): 1 ~ 36
- 3 王福天. 车辆系统动力学. 北京: 中国铁道出版社, 1994: 19 ~ 23

- 4 Garg V K, Dukkipati R V. Dynamics of railway vehicle systems. New York: Academic Press, 1984:150~200
- 5 曾宇法,王卫东,贺启庸. 车辆激励谱的时频转换复现技术. 中国铁道科学, 1996; 17(4):26~31
- 6 Ontes R K, Enochson L. Digital time series analysis. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972:67~87
- 7 星谷胜著. 常宝琦译. 随机振动分析. 北京:地震出版社, 1977:42~62
- 8 段治勇. 机车车辆主动悬挂初步研究:[学位论文]. 成都:西南交通大学, 1996
- 9 徐昭鑫. 随机振动. 北京:高等教育出版社, 1990:261~262

Numerical Simulation of the Stochastic Process of Railway Track Irregularities

Chen Guo Zhai Wanming

(School of Eng. Sci., Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract Several widely-used methods for simulating track irregularities at present are analyzed, and a new algorithm for describing the stochastic process of the railway track irregularities is constructed based on the power spectrum density equivalency in a frequency domain. The magnitude and random phase of the frequency spectrum are obtained respectively, then the simulation sample in a time domain is achieved through inverse Fourier transform (IFFT). Numerical simulation tests show that the new method is more concise and effective than other methods.

Key words power spectrum density; numerical simulation; railway track irregularity