

图像阈值分割的 Fisher 准则函数法*

陈 果

(南京航空航天大学民航学院 南京 210016)

摘要 针对图像分割中的阈值选取问题,通过引入模式识别理论中的 Fisher 评价函数作为图像分割的准则函数,提出了基于 Fisher 评价函数法的图像分割新技术。该方法利用图像直方图计算各灰度级下的 Fisher 评价函数值,其最大值即对应于最佳分割阈值。对该方法进行了详尽的图像分割实验,并与著名的 Otsu 法、最大熵法、最小误差准则法进行了详细比较,结果表明该方法具有分割性能稳定、计算速度快以及受目标大小影响小等优点,是一种实用有效的图像阈值分割新方法。

关键词 图像分割 阈值 模式识别 Fisher 评价函数

The Fisher Criterion Function Method of Image Thresholding

Chen Guo

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract The threshold selection problem in image segmentation is aimed at. The Fisher evaluation function is introduced, and is acted as the criterion function of image thresholding, a new thresholding method based on Fisher criterion function is put forward. In the new method, the image gray histogram is used to compute Fisher criterion function value of all gray grades, and the optimal threshold is determined at the maximum value of Fisher criterion function. In the paper, the Fisher criterion function method is tested, and is compared with the Otsu method, the maximum entropy method, and the minimum error criterion function method. The results show that, the Fisher criterion function method has these advantages such as stable segmentation performance, fast computation speed, and very little influence by the object's size, and it is a practicable effective new image thresholding method.

Key words Image segmentation Threshold Pattern recognition Fisher evaluation function

1 引 言

图像分割是图像处理的基本问题,其目的是将图像划分为有意义的区域,从复杂的背景中提取出目标对象,为后续的图像识别提供前提。而阈值分割法由于其简单可靠的优点,在图像分割中又占着主要地位,在图像阈值分割法中,阈值的选择又是分割的关键。若阈值取得过高或过低,都将产生目标和背景像素点的误判,这势必影响分割出来的目标大小和形状,甚至会使得目标失落。现有的图像分割方法数以百计,但仍然没有一种方法能对所有的图像均适合,也没有一种图像均

适用于所有方法。在图像阈值分割的方法中,准则函数法是一种常用的分割方法,其基本思路是通过构造一个准则函数,计算各灰度级下准则函数值,分割阈值将选择在使该准则函数最大或最小值处,其中著名的准则函数法有最大类间方法(Otsu 法)^[1]、最大熵法^[2]以及最小误差准则分割法^[3]等。众所周知,在模式识别理论中,可以运用 Fisher 评价函数得到特征向量的最佳投影方向。在该方向投影可以使类别间的分离度最大,此时 Fisher 评价函数值达到最大值。由此可见,Fisher 评价函数是类别分离程度的良好判据。因此,现将 Fisher 评价函数引入到图像阈值分割中,构造出图像分割的准则函数,图像分割阈值选取在图像 Fisher 评

* 本文于 2002 年 2 月收到,得到南京航空航天大学人才基金(C0293~071),南京航空航天大学民航科研基金(Y0202-MH)资助。

价函数最大值处。

2 图像阈值分割的 Fisher 评价函数法

众所周知,在模式识别理论^[4]中,可以利用评价函数进行特征选择,假设 n 维特征 X 在一直线上投影,即研究使 n 维特征从 n 维减少到一维的情况。这时,怎样选取投影直线,使类间的距离最好呢?如图 1 所示,对于两个类别 ω_1 和 ω_2 ,假定各类的特征是二维分布(图 1 中 A、B 部分),将它们在 Y_1 和 Y_2 直线上投影时,可以明显看出,类间分离在 Y_2 直线方向上为好。一般情况下,特征向量 X 的线性组合 y 用式 (1) 表示为:

$$y = Y^T X \tag{1}$$

当 $Y = 1$ 时,则 y 就是 X 向 Y 方向直线上的投影。

图 1 中,A 表示 X 属于 ω_1 的分布;B 表示 X 属于 ω_2 的分布;C 表示 $Y_1^T X$, X 属于 ω_1 的分布;D 表示 $Y_1^T X$, X 属于 ω_2 的分布;E 表示 $Y_2^T X$, X 属于 ω_1 的分布;F 表示 $Y_2^T X$, X 属于 ω_2 的分布。

另外,属于 ω_1 类的特征向量 X 的平均值 μ_1 用式 (2) 表示:

$$\mu_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{X \in \omega_1} X \tag{2}$$

其中, n_1 表示属于 ω_1 类 X 的个数,所以用式 (1) 变换 X ,得到 y 的平均值 m_1 和 y 类别内的方差 σ^2 为:

$$m_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{X \in \omega_1} Y^T X = Y^T \mu_1 \tag{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1} \sum_{X \in \omega_1} (y - m_1)^2 \tag{4}$$

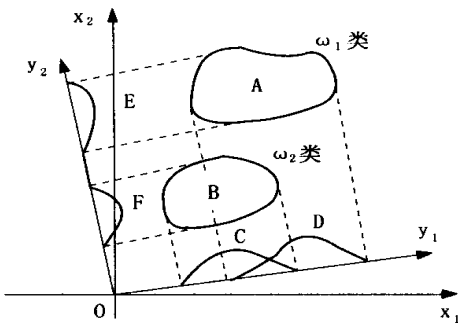


图 1 二维特征向量在直线上的投影

显然,为了能对 ω_1 和 ω_2 进行有效的识别,两类的特征应该分得越开越好,因此必须要用一个评价函数来衡量两个类别间的分离度,著名的 Fisher 评价函数 $J(Y)$ 就是基于这个思想提出的,它可以对两个类别间

的分离度进行定量描述,其定义为:

$$J(Y) = \frac{|\mu_1 - \mu_2|^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \tag{5}$$

从式 (5) 可以看出,当两个类别平均值间距离很大,且各类方差很小时, $J(Y)$ 取最大值。同时,还可求得 $J(Y)$ 取最大值时所对应的最佳投影直线方向。

从上述分析可以看出, Fisher 评价函数 $J(Y)$ 不仅可以获取 n 维特征的最佳一维投影方向,而且它也是判定类别分离程度的有效准则。众所周知,在一幅灰度图像中,其像素点一般可以分为目标物和背景两类,图像阈值分割的目的就是选取一个最佳灰度阈值,使目标和背景达到最佳分离程度。由于 Fisher 评价函数 $J(Y)$ 正好就是一个十分有效的判定类别分离程度的准则,因此,这里将 Fisher 评价函数 $J(Y)$ 作为图像阈值分割的准则函数,并探讨其准则函数的特征和图像分割性能。下面将推导 Fisher 评价函数 $J(Y)$ 在图像分割中的表达式。

设图像的灰度分布范围为 $0 \sim G$;不失一般性,假设图像仅由目标和背景两类像素组成,其灰度均值分别为 μ_1 和 μ_2 ,方差分别为 σ_1^2 和 σ_2^2 ,则设图像灰度级按阈值 t 划分为目标和背景两类,这里认为图像是由亮背景上的暗物体所组成,因此凡是灰度级小于 t 的像素皆标认为目标物,大于的像素皆作为背景。设图像归一化直方图为 $h(i)$, ($i = 0 \sim G$),目标物像素占全图像像素数比为 $\theta(t)$,即目标和背景的先验概率分别为 θ 和 $1 - \theta(t)$,则:

$$\theta(t) = \sum_{i=0}^t h(i) \tag{6}$$

$$\begin{cases} \mu_1(t) = \sum_{i=0}^t h(i) i / \theta(t) \\ \mu_2(t) = 1 - \mu_1(t) \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \sigma_1^2(t) = \sum_{i=0}^t [i - \mu_1(t)]^2 h(i) / \theta(t) \\ \sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^G [i - \mu_2(t)]^2 h(i) / [1 - \theta(t)] \end{cases} \tag{8}$$

在进行图像分割时,必须考虑目标和背景像素的先验概率 θ 和 $1 - \theta$ 所以在考虑了类别先验概率的情况下, Fisher 评价函数应该为:

$$J(t) = \frac{[\theta(t)\mu_1(t) - [1 - \theta(t)]\mu_2(t)]^2}{\theta(t)\sigma_1^2(t) + [1 - \theta(t)]\sigma_2^2(t)} \tag{9}$$

显然,当阈值 t 为最佳阈值时, $J(t)$ 达到最大值,被阈值 t 划分的目标和背景分离度必然达到最佳,此时表明图像中目标和背景分离得最好,自然,图像的分割效果也应最佳,由此可见,将 Fisher 评价函数作为图像阈值分割的准则函数,其阈值选择准则为:

$$t^* = \text{Arg max}_t [J(t)] \quad (10)$$

3 基于 Fisher 评价准则的图像阈值分割

上面通过引入模式识别理论中的 Fisher 评价函数, 提出了图像分割的 Fisher 评价准则法, 为了说明该方法的有效性, 下面将针对具有不同特点的真实图像来具体讨论图像 Fisher 评价函数的特性, 并假设图像仅由目标和背景两类像素构成, 即为单阈值分割情况, 对于多阈值分割问题, 不难从单阈值分割加以推广而得到。所以这里选择了三幅有代表性的磨粒图像(其中的目标代表机械磨损微粒, 为图像的低灰度区域), 分别如图 2(a)、(b)、(c), 其直方图分别如图 3(a)、(b)和(c)。不难看出, 图 2(a)中磨粒目标在整幅图中所占的比例较大, 图 2(b)较小, 而图 2(c)最小(已达到 1% 以下)。图 4(a)、(b)、(c)分别为三幅磨粒图像的 Fisher 评价函数曲线。图 5(a)、(b)和(c)分别为 Fisher 准则法对磨粒图像 1、磨粒图像 2 和磨粒图像 3 的分割结果。

对比磨粒图像 1、2 和 3, 不难看出, 磨粒图像 1 中磨粒目标在整个图像中所占的比例最大(其中磨粒数为 70~ 80), 所以其直方图上表现出明显的双峰, 磨粒图像 2 中磨粒目标要小得多(其中磨粒数为 10~ 15), 所以其直方图上的双峰差别很大, 双峰间的谷宽广且平坦; 磨粒图像 3 中磨粒目标最小(其中磨粒数为 1~ 2, 磨粒目标比例已在 1% 以下), 所以其直方图几乎无双峰, 表现出明显的单峰特性。对应于三幅图像的 Fisher 准则函数值和其分割结果, 可以看到由 Fisher 准则函数最大值确定的分割阈值均实现了三幅图像的有效分割, 其分割结果分别如图 5(a)、(b)、(c), 所以这充分证明了提出的 Fisher 准则函数法不仅适于分割目标较大的图像(如图 2(a), 而且对目标很小的极不平衡图像(如图 2(b)和图 2(c)的分割效果均能达到很好的效果, 由此可见, 计算结果充分说明了该方法的有效性。

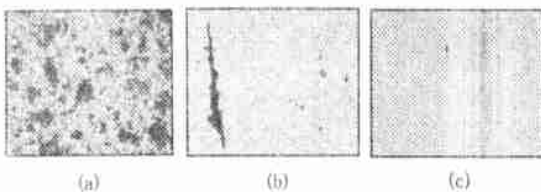


图 2 原始图像(磨粒图像 1, 2, 3)

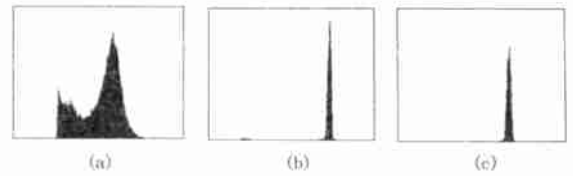


图 3 直方图(磨粒图像 1, 2, 3)

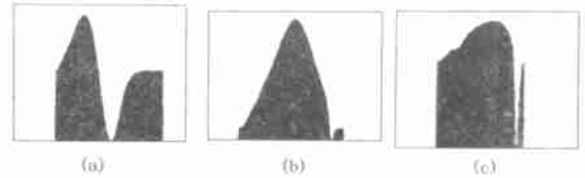


图 4 Fisher 准则函数(磨粒图像 1, 2, 3)

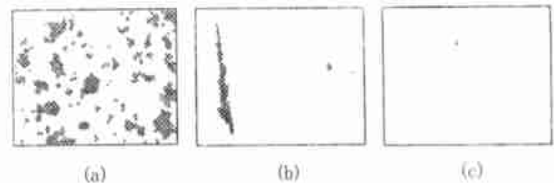


图 5 Fisher 准则法的分割结果(磨粒图像 1, 2, 3)

4 与其它图像阈值分割准则法的比较

在基于准则函数的图像阈值分割法中, 比较著名的有: (1)由 Otsu^[1]于 1978 年提出的最大类间方差法, 它是一种引起较多关注的一种阈值选取方法, 其基本原理是在判别分析或最小二乘原理的基础上推导出来的, 将图像中的像素的灰度级按阈值划分为两类, 两类间的方差越大, 表明图像分割效果越好, 所以用类间方差作为准则函数, 阈值选择在类间方差最大处; (2)最大熵法是 1985 年由 Kapur 等人^[2]提出的阈值选择方法, 熵是信息论中的概念, 是一种均匀性度量, 其基本思想是根据目标和背景两个概率分布来定义目标熵和背景熵, 准则函数为目标熵和背景熵之和, 目标和背景像素越均匀, 分割效果越好, 其熵值越大, 所以最佳分割阈值选取在准则函数最大值处; (3)最小误差准则分割法是 Kittler 和 Illingworth^[3]于 1986 年提出的阈值分割法, 其基本思想是最佳阈值应使目标和背景的错判概率为最小, 所以准则函数为误差分割概率的函数, 显然准则函数越小, 图像分割误差越小, 分割效果越好。

下面将这里提出的 Fisher 准则法与上面三种基于准则函数的图像分割方法进行比较。图 6(a)、(b)、(c)分别为三幅磨粒图像类间方差准则函数; 图 7

(a)、(b)、(c) 分别为三幅磨粒图像的熵准则函数; 图 8 (a)、(b)、(c) 分别为三幅磨粒图像的误差准则函数; 图 9 (a)、(b)、(c), 图 10(a)、(b)、(c) 和图 11(a)、(b)、(c) 分别为 Otsu 法、最大熵法及最小误差准则法对三幅磨粒图像的分割结果; 三幅磨粒图像的 Fisher 准则函数分别如图 4 所示, 其分割结果如图 5 所示。

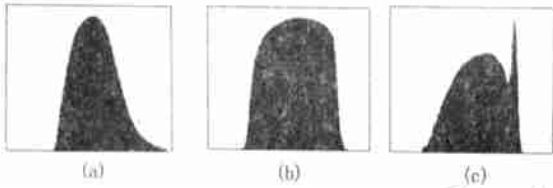


图 6 类间方差准则函数(磨粒图像 1, 2, 3)

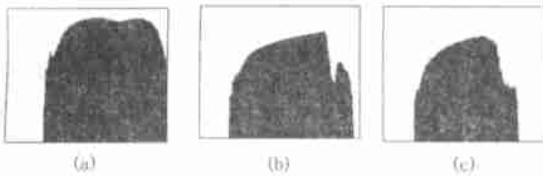


图 7 熵准则函数(磨粒图像 1, 2, 3)

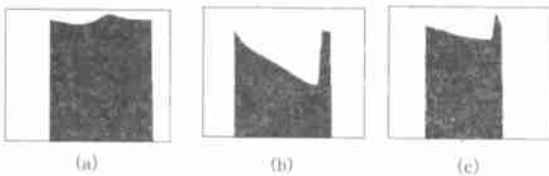


图 8 误差准则函数(磨粒图像 1, 2, 3)

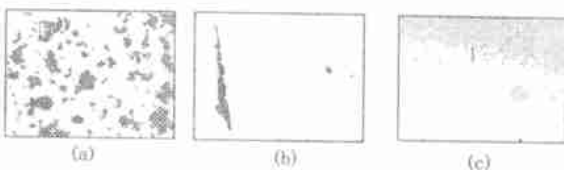


图 9 Otsu 法分割结果(磨粒图像 1, 2, 3)

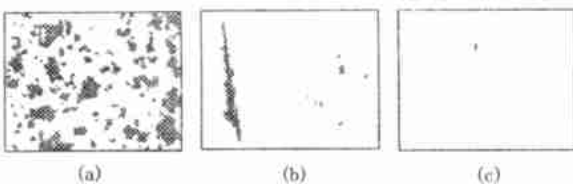


图 10 最大熵法分割结果(磨粒图像 1, 2, 3)

从图 6(a)、(b)、(c) 可以看到, 类间方差准则在图像目标较大时将出现唯一的极大值, 即对应于最佳阈值, 其分割结果还比较有效(如图 9(a) 和图 9(b)), 当目标很小时将出现多个极大值, 且此时的最大值有时

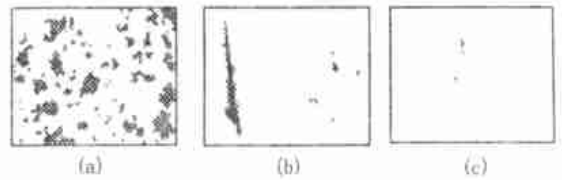


图 11 最小误差准则法分割结果(磨粒图像 1, 2, 3)

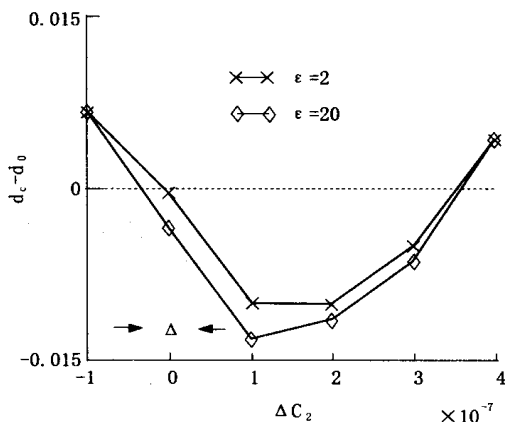
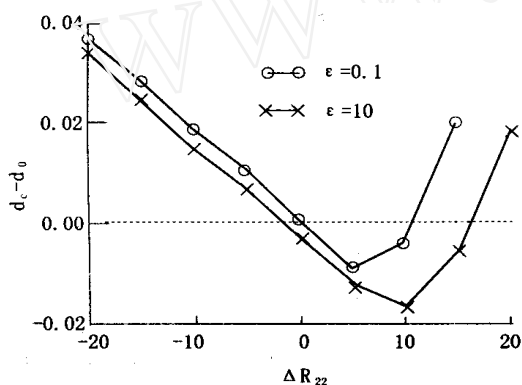
并不是最佳阈值, 因此导致分割失败(如图 9(c)); 对比图 7 和图 8 可以看到, 图像的熵准则和最小误差准则虽也具有多个极值点, 但其最大或最小值所对应的阈值是图像的最佳分割阈值, 能实现图像的有效分割, 其分割结果见图 10 和图 11。该结论与文献[5]的比较结果基本一致, 表明最小误差分割法和最大熵法是目前公认的具有分割精度高和受目标大小影响小等优点的方法。对比图 4 的三副磨粒图像的 Fisher 准则函数及图 5 的分割结果, 不难发现图像的 Fisher 准则最大值所对应的分割阈值均能实现图像的有效分割, 显然其性能较 Otsu 法稳定, 受目标大小的影响小。从分割精度上看, 在大目标图像分割时, 其性能与 Otsu 法相当, 在小目标图像分割时, 其性能与最大熵法和最小误差法接近, 分割精度略差于最大熵法和最小误差准则法, 有个别小目标失落现象; 从分割速度上看, 这里提出的 Fisher 准则法与 Otsu 法的计算量相当, 而最大熵法和最小误差准则法由于涉及到对数运算, 所以速度较慢。

综上所述, 通过与 Otsu 法、最大熵法和最小误差准则法三种基于准则函数的图像分割方法的比较, 结果表明: 这里提出的 Fisher 准则法具有分割稳定性好、精度较高、计算速度快以及对目标大小影响小等优点, 不失为一种有效的图像分割方法。

5 结 论

引入模式识别理论中衡量类别分离程度的 Fisher 评价函数作为图像分割的准则函数, 利用图像直方图计算各灰度级下的 Fisher 准则函数, 其最大值表明图像目标类和背景类的分离程度最好, 即对应于最佳分割阈值。通过对具有不同直方图分布的三幅磨粒图像的分割验证, 并与公认有效的 Otsu 法、最大熵法和最小误差法进行了详细比较, 结果表明这里提出的 Fisher 准则法具有分割性能稳定、计算速度快以及对目标大小影响小等优点, 是一种实用有效的图像阈值分割法。

(下转第 576 页)

图3 $d_c - d_0$ 随 ΔC_2 的变化情况图4 $d_c - d_0$ 随 ΔR_{22} 的变化情况

参考文献

- 1 R. Brown, L. Chua Is sensitive dependence on initial conditions nature's sensory device [J] Int. J. Bifur. Chaos, 1992, 2(1): 193~ 199
- 2 G Wang, D. Chen, J. Lin, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection [J] IEEE Trans. Signal Proc., 1999, 46(2): 440~ 444
- 3 G. Kolumban, B. Vizvari, A. Mogel Chaotic system: a challenge for measurement and analysis [C] IEEE Tech. Conf., Belgium, 1996, 1396~ 1401.
- 4 童勤业, 严筱刚, 孔军, 等. 混沌理论在测量中的应用[J]. 电子科学学刊, 1999, 21(1), 42
- 5 童勤业, 金敏, 虞捷. 混沌运算器的实现[J]. 电路与系统学报, 2000, 5(4): 33~ 37.
- 6 童勤业, 严筱刚, 钱鸣奇. 混沌测量的一种改进方案[J]. 仪器仪表学报, 2000, 21(1): 22~ 27.
- 7 王光瑞, 于熙岭, 陈式刚. 混沌的控制、同步与利用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- 8 郑伟谋, 郝柏林. 实用符号动力学[M]. 上海: 上海教育科技出版社, 1994.

(上接第 567 页)

参考文献

- 1 Otsu N. A threshold selection method from gray-level histogram. IEEE Trans., 1979, SMC- 15: 652~ 655.
- 2 Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of

the histogram. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29: 273~ 285

- 3 Kittler J, Illingworth J. Minimum error thresholding. Pattern Recognition, 1986, 19(1): 41~ 47.
- 4 王积分, 张新荣编著. 计算机图像识别. 北京: 中国铁道出版社, 1988. 107~ 115.
- 5 刘文萍, 吴立德. 图像分割中阈值选择方法比较研究. 模式识别与人工智能, 1997, 10(3): 271~ 277.

(上接第 571 页)

地确定故障的类型和故障的位置。

参考文献

- 1 尹旭日, 周志华, 等. 电力变压器状态检测中复合推理方法. 模式识别与人工智能, 2000, 1(2): 197~ 201.

- 2 Pawlak Z. Rough sets. International Journal of Information and Computer Science, 1982, (11): 341~ 356.
- 3 韩帧祥, 张琦, 等. 粗糙集理论及应用综述. 控制理论与应用, 1999, 16(2): 153~ 157.
- 4 郑海平, 等. 诊断电力变压器故障的一种灰色关联度分析模式及方法. 中国电机工程学报, 2001, (10): 106~ 109.