

文章编号:1006-1355(2024)06-0111-05+164

## 一种齿轮故障协同诊断与预警方法

盛嘉玖<sup>1</sup>, 陈果<sup>2</sup>, 贺志远<sup>2</sup>, 康玉祥<sup>1</sup>, 王浩<sup>3</sup>, 尉询楷<sup>3</sup>

(1. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 211106;  
2. 南京航空航天大学 通用航空与飞行学院, 江苏 溧阳 213300;  
3. 北京航空工程技术研发中心, 北京 100076)

**摘要:**针对齿轮故障诊断与演化监测问题,提出一种快捷、有效的协同诊断与预警方法。首先,采用小波变换与相关性准则筛选反映齿轮故障冲击特性较强的共振频带;其次,通过Hilbert变换获取包络解调信号,使用自相关滤除噪声干扰;然后,运用倒频谱将包络信号频谱上的一系列边频谱线简化为单根谱线,获取故障特征;最后,构建预警特征量:倒频谱幅值比(Cepstral Amplitude Ratio, CAR),用于表征故障演化趋势。两组高采样频率公开数据集的分析结果表明:相比于其他典型方法和指标,所提协同诊断法得到的故障特征频率对应的谱峰更加清晰,所提指标可更好反映故障演化趋势。

**关键词:**故障诊断;齿轮;多方法协同;演化监测;高采样频率

中图分类号:V263.6

文献标志码:A

DOI 编码:10.3969/j.issn.1006-1355.2024.06.017

## Collaborative Diagnosis and Early Warning Method for Gear Faults

SHENG Jiajiu<sup>1</sup>, CHEN Guo<sup>2</sup>, HE Zhiyuan<sup>2</sup>, KANG Yuxiang<sup>1</sup>, WANG Hao<sup>3</sup>, WEI Xunkai<sup>3</sup>

(1. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;  
2. College of General Aviation and Flight, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Liyang 213300, Jiangsu, China;  
3. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China)

**Abstract :** Aiming at the problems of gear fault diagnosis and evolution monitoring, a fast and effective collaborative diagnosis and early warning method were proposed. Firstly, wavelet transform and correlation criterion were used to select the resonance band which reflects the strong fault impact characteristics of gear. Secondly, the envelope demodulation signal was obtained by Hilbert transform, and the noise interference was removed by autocorrelation filter. Then, a series of side spectral lines on the envelope signal spectrum were simplified to a single spectral line by using cepstrum to obtain fault characteristics. Finally, Cepstral Amplitude Ratio (CAR) was constructed to represent the fault evolution trend. The analysis results of two sets of public data with fine sampling frequency show that compared with other typical methods and indicators, the spectral peaks corresponding to the fault characteristic frequency obtained by the proposed collaborative diagnosis method are clearer, and the proposed indicators can better reflect the fault evolution trend.

**Key words :** fault diagnosis; gear; multi-method collaboration; evolution monitoring; fine sampling frequency

在以航空发动机为代表的高速旋转机械中,齿轮是核心传动元件,用于保证不同转速的部件互相匹配并高效传递功率,其可靠性至关重要<sup>[1]</sup>。一旦齿轮发生故障,将直接影响航空发动机的使用安全,轻则会使系统振动增大、传动失效,严重时甚至会导致灾难性事故。某型起动机发生两起减速器输入主动

齿轮断齿故障,一起起动机自由涡轮盘甩出,险些酿成大祸。因此开展齿轮早期故障诊断与预警方法的研究至关重要。

当齿轮出现剥落、齿根裂纹或部分断齿等局部故障时,会在频谱上产生特有的瞬态调制,在啮合频率及其谐波两侧产生一系列边频带,经包络解调后,会在包络谱中呈现故障齿轮所在轴转频的多阶谐波<sup>[2]</sup>,可利用上述特征实现故障诊断与预警指标构建。然而受测试环境影响,故障特征往往淹没于噪声中,需采用信号处理方法恢复、增强。唐贵基等<sup>[3]</sup>结合奇异谱分解和奇异值分解,实现强背景噪声下的齿轮故障判别。毛一帆<sup>[4]</sup>采用尺度空间分解与稀疏表示重构的方法,有效提取强噪声环境下的齿轮

收稿日期:2023-05-22

基金项目:国家科技重大专项计划资助项目(J2019-IV-004-0071);国家自然科学基金资助项目(52272436)

作者简介:盛嘉玖(1999—),男,天津市人,硕士研究生,专业方向为航空发动机信号处理和故障诊断。

通信作者:陈果,男,博士生导师,专业方向为航空发动机智能诊断与专家系统。

E-mail: cgzyx@263.net

故障特征。Sim等<sup>[5]</sup>针对齿轮故障啮合、边频特征,采用多次滤波的方式,分步构建了多种频域特征量,并通过Fisher判据筛选出最优指标。

在实际测试中,往往采用50 kHz以上的高采样频率来采集振动信号,这会导致数据量庞大,部分信号处理方法将无法快速、高效地做出诊断。假设1秒采集到信号长度为N,若信号处理算法中需构建N×N维等大型矩阵将会超出一般计算机内存,无法计算。对于高采样频率信号,一种方法是降采样或缩短计算信号的时长,但这样会降低频率分辨率,影响诊断精度,失去提高采样频率来分析的价值与意义;另一种方法是结合多种快捷、有效的信号处理算法,构建一套协同诊断方法与预警指标,以实现高采样频率下的故障诊断与在线监测。

本文将小波变换、自相关分析、倒频谱分析等多种快捷、有效的信号处理方法有机结合,提出一种齿轮故障协同诊断方法,并构建反映故障演化特征量:倒频谱幅值比(Cepstral Amplitude Ratio, CAR)。最后用两组高采样频率公开数据集的分析结果验证方法的有效性与优越性。

## 1 理论基础

### 1.1 小波变换

小波变换具有带通滤波性质,选择合适的小波基底对信号进行分解,可以得到不同频段内振动信号的特性和变化规律。通过小波变换能筛选得到反映齿轮故障冲击特性较强的共振频带,滤除干扰杂波,降低后续包络检波难度<sup>[6-7]</sup>。

设原始信号x(t),小波变换可表示为:

$$W_a(b) = \int x(t) \varphi_{a,b}^*(t) dt \quad (1)$$

$$\varphi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

其中:W<sub>a</sub>(b)为小波系数,\*表示复共轭,φ<sub>a,b</sub>(t)表示小波函数,a为尺度参数,b为位移参数。

由公式(2)知,子小波是由母小波通过改变尺度参数a和位移参数b而得,其中a控制小波带宽范围。因此小波变换得到的子信号可以理解为通过母小波的参数变换,得到一系列具有不同带宽范围的带通滤波器,原始信号x(t)与带通滤波器作用的结果。

Daubechies小波是常用的母小波,简写为dbN(N为阶次),具有很好的正则性,可以在信号重构过程中获得较好的平滑效果。N的常用范围为2~20,随着N的增加,dbN的光滑性越好,频域的局部化能力越强,但会使时域支撑性减弱,计算时间增加。

本文为平衡频域局部化能力和计算时长,选用db8作为母小波进行信号分解。

分解层数决定频带划分疏密程度。如果分解层数过少,噪声等干扰成分无法有效筛选、分离;如果分解层数过多,将增加待处理数据的维数。实际应用时,需结合经验和实际情况选取合适的分解层次,对本文要处理的故障信号数据进行分析、测试和验证,5层分解最为合适。

### 1.2 自相关分析

自相关可表达信号自身在不同时刻的相关性。因为周期函数的自相关结果仍是周期函数,而白噪声的自相关结果是δ函数,所以通过自相关分析,可有效滤除噪声干扰,突出周期信号成分<sup>[8-9]</sup>。设τ为时间延迟,自相关函数R(τ)可表示为:

$$R(\tau) = \int x(t) x(t + \tau) dt \quad (3)$$

本文使用归一化自相关,包括:去均值、自相关和归一化处理。

### 1.3 倒频谱

倒频谱分析具有“概括”能力,可将频谱上同一系列的边频谱线简化为倒频谱上的单根或几根谱线,谱线的位置是原频谱图上边频的频率间隔,谱线的高度反映了这一系列边频成分的强度,利于监测者识别数对齿轮啮合中的故障<sup>[10-11]</sup>。设x(t)的功率谱为S<sub>x</sub>(f),倒频谱C<sub>x</sub>(t)可表示为:

$$C_x(t) = F^{-1}\{\lg[S_x(f)]\} \quad (4)$$

其中:F<sup>-1</sup>表示傅里叶逆变换。

若将x(t)看作激励脉冲y(t)与传递路径的频响函数h(t)线性卷积的结果,根据傅里叶变换性质,S<sub>x</sub>(f)和C<sub>x</sub>(t)可表示为:

$$S_x(f) = S_y(f) \cdot S_h(f) \quad (5)$$

$$C_x(t) = F^{-1}\{\lg[S_y(f) \cdot S_h(f)]\} =$$

$$F^{-1}\{\lg[S_y(f)]\} + F^{-1}\{\lg[S_h(f)]\} =$$

$$C_y(t) + C_h(t) \quad (6)$$

由公式(6)知,C<sub>x</sub>(t)由两部分组成:一部分是高倒频率,在倒频谱上形成波峰,表示系统激励特征;另一部分是低倒频率,在倒频谱左侧,表示系统响应特征。激励和响应在倒频谱图上占有不同的频率范围,倒频谱可提供清晰的分析结果。

## 2 方法流程

由上节知,小波变换、自相关分析、倒频谱分析均无需构建大型矩阵进行计算,可快捷有效地对原始信号进行频带分解、降噪、凸显齿轮故障特征的作用。在此基础上,本文提出一种齿轮故障协同诊断

方法,具体步骤为:

(1) 对原始振动加速度信号  $x$  进行高通滤波, 滤除转频, 避免后续干扰;

(2) 采用 db8 小波进行 5 层分解和单层重构, 得到 6 个子信号  $x_{d1}, x_{d2}, x_{d3}, x_{d4}, x_{d5}, x_{d6}$ ;

(3) 分别计算各子信号与原始信号的皮尔逊相关系数  $\rho$ , 将大于  $\lambda$  的子信号加和, 得到重构信号  $x'$ ,  $\lambda$  赋值时应参考子信号与原始信号的  $\rho$ , 滤除  $\rho$  较低的子信号, 保留  $\rho$  较高的子信号, 对本文待处理数据进行分析, 选取  $\lambda=0.3$  最为合适;

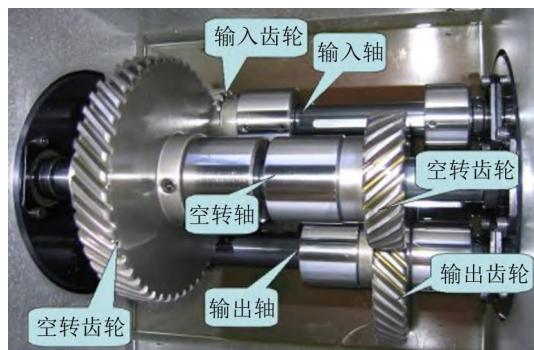
(4) 对重构信号  $x'$  进行包络解调、归一化自相关和倒频谱分析, 得到协同倒频谱, 用以识别故障特征;

(5) 构建故障演化特征量——倒频谱幅值比 (Cepstral Amplitude Ratio, CAR), 定义为倒频谱中各阶故障特征倒频对应幅值的均值与高倒频率幅值均值之比, 表达式如下:

$$CAR = \frac{\sum_{i=1}^6 C_{\text{peak}}^i}{\text{mean}_{[1/f_{r,\min}, t_{\text{end}}/2]} C_x(t)} \quad (7)$$

$$C_{\text{peak}}^i = f_{\text{peak}} \max_{[1/(ifr + \Delta f), 1/(ifr - \Delta f)]} C_x(t) \quad (8)$$

其中:  $f_{r,\min}$  表示各轴中的最小转频,  $t_{\text{end}}$  表示信号时长,  $\Delta f$  为搜索容差, 本文设置为  $100/f_s$ , 搜索阶次先与边频能量比 (Sideband Energy Ratio, SER)<sup>[5, 12-13]</sup> 相同, 设置为 6 阶, 后续将讨论不同阶次组合对故障演化效果表达的影响。



(a) 内部结构图

图 1 PHM 2009 Challenge Data 齿轮箱试验平台

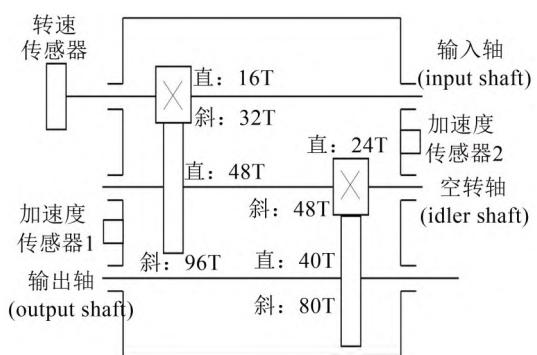
### 3 试验验证

#### 3.1 PHM 2009 Challenge Data

本节采用 PHM 2009 Challenge Data 中小型试验台正/斜齿轮的故障数据集<sup>[4, 14]</sup>进行分析。该数据集是 PHM 协会在 2009 年国际竞赛中公开的全套齿轮箱数据, 包括正/斜齿轮、轴承和轴的故障, 其试验平台的内部结构和结构简图如图 1(a)至图 1(b)所示。齿轮箱内部包含输入轴、空转轴、输出轴, 两对齿轮副, 喷合方式分为直齿轮模式和斜齿轮模式。箱体两侧各装有振动加速度传感器以采集信号。

选择分析左侧测点数据, 正齿轮喷合模式, 故障齿轮安装在空转轴, 输入转速为 35 Hz, 采样频率为 66.67 kHz, 采样时长 4 秒, 取前 1 秒数据。时域波形、频谱及倒频谱如图 2(a)至图 2(c)所示。

由于信号经倒频谱处理后, 一般左侧表示系统响应特征的谱线幅值远大于右侧表示系统激励特征的谱线幅值, 为便于观看, 后文的倒频谱及协同倒频谱的显示范围均为  $[1/f_{r,\min}, t_{\text{end}}/2]$ 。时域波形中存在较为明显脉冲信号波形, 波峰间隔为  $1/f_{\text{idler}}$ , 但仅凭时域波形来判断是否存在故障有失全面性, 需结合频域以综合判断; 频谱中 1 倍喷合频率两侧分别有 1 倍空转轴转频  $f_{\text{idler}}$  为间隔的边频存在, 但幅值较低, 且未出现多倍调制分量, 故障特征较弱; 倒频谱中存在空转轴对应的 1、2、3 阶成分, 但幅值低于左侧输入轴对应的 1、2 阶成分, 与时域波形判断故障结论



(b) 结构简图

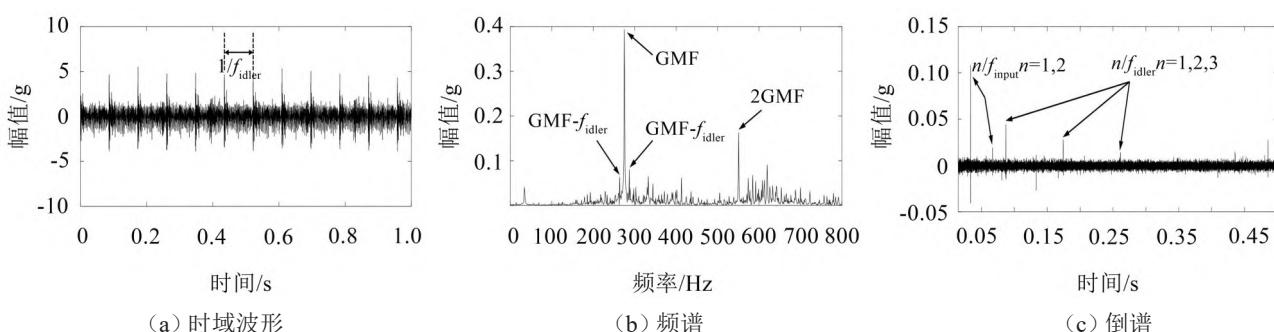


图 2 试验信号时域波形、频谱及倒谱

相悖,易误导监测者得出错误诊断结论。

下面采用本文所述的协同诊断方法进行诊断,将高通滤波后的信号使用db8小波进行5层分解并单层重构,得到6个子信号,各子信号与原始信号的皮尔逊相关系数 $\rho$ 如表1所示,选择大于0.3的 $x_{d4}$ 、 $x_{d5}$ 、 $x_{a5}$ 加和重构,得到 $x'$ ,对其包络解调、归一化自相关、倒频谱计算后得到如图3所示协同倒频谱图,图中仅存在空转轴转频对应的1~5阶倒频,故障特征清晰、显著,与时域波形判断故障结论相符,可见本文所述方法可有效剔除非故障轴等杂波干扰、突显故障特征。

表1 各子信号相关系数

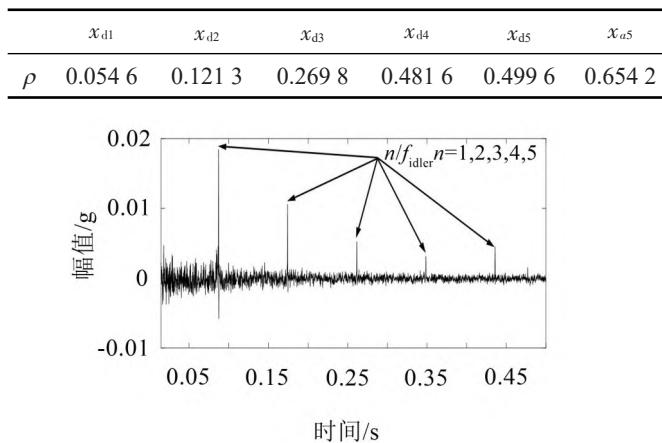


图3 协同诊断方法结果

为验证方法普适性,并探讨不同阶次组合对故障提升效果表达的差异,计算不同转速下的16个信号,长度均为1秒,计算结果如表2所示。其中,Coll-CAR表示协同诊断方法下的1~6阶故障倒频幅值

的均值与整体均值之比,Coll-CAR(1~3)表示1~3阶,Coll-CAR(4~6)表示4~6阶。

由表2可知,Coll-CAR的数值整体大于CAR,相比于CAR,Coll-CAR均值提高了24.75%,说明信号经过协同方法处理后,故障特征得到了有效增强。而不同阶次组合构成的特征量有Coll-CAR(1~3)>Coll-CAR>Coll-CAR(4~6)的大小关系,说明提升前后的差异主要体现在1~3阶故障倒频幅值的均值,相比于CAR,Coll-CAR(1~3)均值提高了64.77%,采用Coll-CAR(1~3)表达故障提升效果更佳。

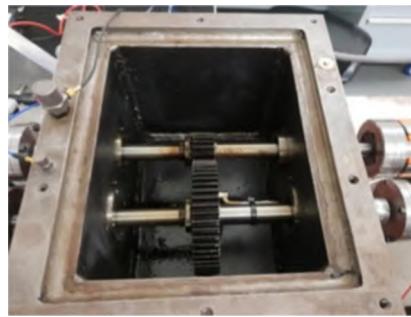
### 3.2 UNSW 齿轮全寿命数据集

本节采用University of New South Wales(UNSW)公开的单级正齿轮箱齿轮磨损全寿命数据集<sup>[15]</sup>进行分析。试验平台内部结构图和结构简图如图4(a)至图4(b)所示。该齿轮箱由单级齿轮副、输入轴和输出轴构成,各轴对应齿轮齿数分别为19和52,振动加速度传感器安装在齿轮箱外壳顶部。分别进行润滑和干燥试验用以模拟两种不同磨损机制。

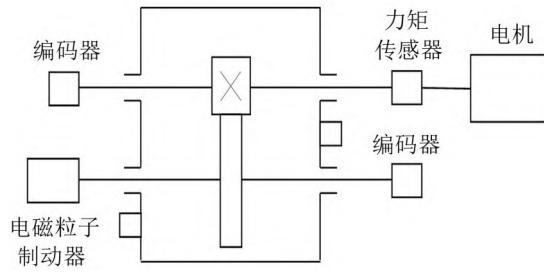
其中润滑试验共持续67小时17分钟,每5分钟采集一次数据,采样频率100 kHz,采样时长4秒,用以记录输入轴上小齿轮的点蚀疲劳扩展过程。选择分析振动加速度测点1秒数据计算特征量,包括:边频能量比(SER)、有效值(Root-mean-square,RMS)、协同方法处理后的倒频谱能量比(Coll-CAR)、原始信号的倒频谱能量比(CAR)。各特征量变化趋势如图5所示。其中RMS变换范围为[0.02,0.035],将值扩大350倍后与其他特征量共同显示在同一张图中。RMS呈现先下降后上升的变化趋势,在29小时

表2 不同特征量对比

数据	输入转速/Hz	CAR	Coll-CAR	Coll-CAR(1~3)	Coll-CAR(4~6)
1		11.276 5	19.572 5	26.678 3	3.516 5
2		22.132 5	23.355 2	29.067 6	5.777 0
3	35	19.874 4	23.162 9	29.125 7	5.250 8
4		21.979 9	22.799 4	27.704 6	5.709 1
5		21.270 7	28.556 6	39.446 5	8.833 3
6		21.065 0	28.154 5	39.110 8	8.599 1
7	40	19.532 8	28.127 4	39.365 5	8.444 7
8		20.375 7	27.807 0	37.838 1	8.888 0
9		19.902 5	28.332 2	37.811 8	9.426 3
10		21.269 2	27.639 5	36.662 8	9.308 1
11	45	19.090 0	21.578 6	27.606 0	7.775 6
12		21.062 8	21.593 0	27.366 9	7.909 5
13		23.671 8	29.471 3	39.469 5	9.736 6
14		21.524 0	27.851 7	36.804 3	9.449 6
15	50	23.993 9	28.771 1	37.257 9	10.142 1
16		25.183 9	28.892 3	37.724 3	10.030 1
平均值		20.825 4	25.979 1	34.315 0	/
提高		/	24.75 %	64.77 %	/



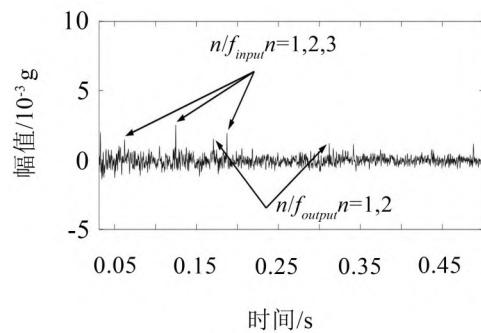
(a) 内部结构图



(b) 结构简图

图 4 UNSW 正齿轮箱试验平台

36分钟后开始阶梯式上升,时间较晚且变化范围较小,不利于监测者发现;SER在前期变化幅度较小,保持稳定,到29小时36分钟后陡然上升,但到42小时39分钟后又逐步下降,未呈现整体上升趋势;Coll-CAR和CAR均呈现整体上升趋势,而Coll-CAR



(a) 0时0分记录的第1秒数据

图 6 协同诊断方法结果

下面将探讨不同阶次组合对故障演化效果表达的影响,各个特征量变化趋势如图7所示。

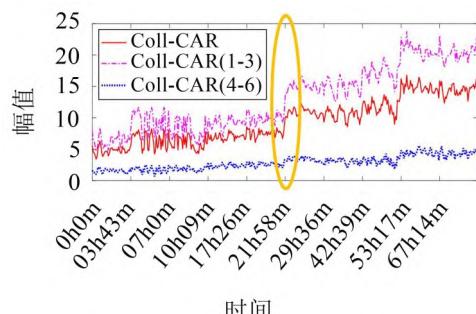


图 7 不同倍频对比

由图可知,各个特征量数值关系为 Coll-CAR(1

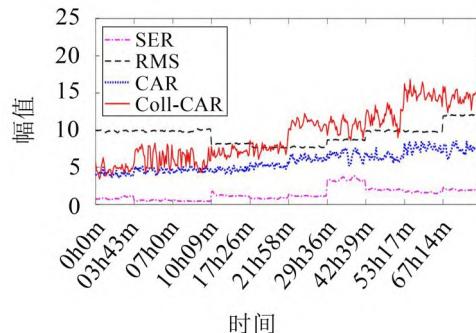
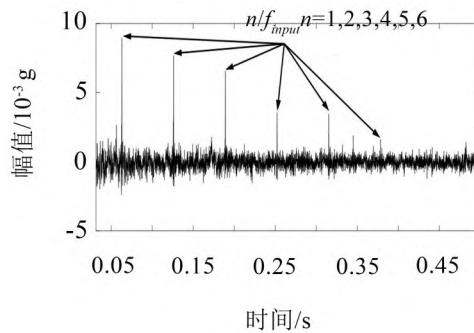


图 5 各特征量对比

变化更加明显,该特征量在21小时58分钟时迅速上升,此时其他特征量无显著变化,该特征量后期虽有波动,但整体数值大于前半段,前后差异显著,证明通过协同诊断方法,故障特征得到有效增强,验证了本文所述方法的有效性与优越性。

图6(a)为试验过程中0时0分记录的第1秒数据的协同倒频谱结果,在图中可以识别出输入轴的1、2、3阶倒频以及输出轴的1、2阶倒频,但整体幅值较低,没有明显故障特征。图6(b)为试验过程中67时14分记录的第1秒数据的协同倒频谱结果,在图中可以明显识别出输入轴的1~6阶倒频,且没有输出轴倒频干扰,故障特征显著。



(b) 67时14分记录的第1秒数据

~3)>Coll-CAR> Coll-CAR(4~6),与表2结果相同。Coll-CAR(1~3)可以看作是Coll-CAR的增强特征量,特别是在21小时58分钟前后(橙色框内),Coll-CAR(1~3)和Coll-CAR均有显著增长,而Coll-CAR(4~6)的变化更加剧烈,Coll-CAR(4~6)只有微弱波动,证明曲线呈现上升趋势的主要影响因素为1~3阶故障倒频幅值的均值,采用Coll-CAR(1~3)表达故障演化效果更佳。

#### 4 结语

本文针对高采样频率下齿轮故障诊断算法复杂,需要较大的计算资源,所构建的预警指标不能单  
(下转第164页)

- [9] 祝小彦,王永杰.基于自相关分析与MCKD的滚动轴承早期故障诊断[J].振动与冲击,2019,38(24):183-188.

[10] 石文杰,黄鑫,温广瑞,等.基于DS-VMD及相关峭度的滚动轴承故障诊断[J].振动、测试与诊断,2021,41(1):133-141.

[11] LYU X, HU Z, ZHOU H, et al, Application of improved MCKD method based on QGA in planetary gear compound fault diagnosis[J]. Measurement, 2019, 139: 236-248.

[12] GU R, CHEN J, HONG R, et al. Incipient fault diagnosis of rolling bearings based on adaptive variational mode decomposition and Teager energy operator[J]. Measurement, 2020, 149: 106941-106953.

[13] ZHANG X, MIAO Q, ZHANG H, et al. A parameter-adaptive VMD method based on grasshopper optimization algorithm to analyze vibration signals from rotating machinery[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 108: 58-72.

[14] MIAO Y, ZHAO M, LIN J, Identification of mechanical compound-fault based on the improved parameter-adaptive variational mode decomposition[J]. ISA Transactions, 2019, 84: 82-95.

[15] F A HASHIM K. HUSSAIN, E H HOUSSEIN, et al. Archimedes optimization algorithm: a new metaheuristic algorithm for solving optimization problems[J]. Applied Intelligence, 2020, 51(3): 1531-1551.

[16] 杨斌,张家玮,樊改荣,等.最优参数MCKD与ELMD在轴承复合故障诊断中的应用研究[J].振动与冲击,2019,38(11):59-67.

[17] 刘兴教,赵学智,李伟光,等.基于峭度原则的EEMD-MCKD的柔性薄壁轴承故障特征提取[J].振动与冲击,2021,40(1):157-164.

(上接第115页)

调地反映齿轮故障的演化趋势的不足,提出了一种快捷、有效的协同诊断方法,并构建反映故障演化特征量:倒频谱幅值比(CAR),两组高采样频率公开数据集的分析结果表明:

(1) 协同诊断方法能有效滤除杂波干扰,凸显故障特征,所得到的 Coll-CAR 和 Coll-CAR(1-3),相比于原始倒频谱的 CAP,表达效果可分别提升 24.75 % 和 64.77 %, Coll-CAR(1-3) 可更好表达故障提升效果;

(2) 相比于 RMS、SER、CAR 和 Coll-CAR, 协同方法下由 1~3 阶故障倒频幅值计算的 Coll-CAR(1-3) 表征故障演化效果更佳。

### 参考文献：

- [1] 厉询楷,杨立,战立光,等.航空发动机预测与健康管理[M].北京:国防工业出版社,2014.
  - [2] 杨国安.齿轮故障诊断实用技术[M].北京:中国石化出版社,2012.
  - [3] 唐贵基,李楠楠,王晓龙.综合改进奇异谱分解和奇异值分解的齿轮故障特征提取方法[J].中国机械工程,2020,31(24):2988-2996.
  - [4] 毛一帆.基于稀疏表示的齿轮箱故障特征提取方法研究[D].南京:东南大学,2021.
  - [5] SIM J, KIM S, PARK H J, et al. A tutorial for feature engineering in the prognostics and health management of gears and bearings[J]. Applied Sciences, 2020, 10(16): 5639.
  - [6] 何正嘉,袁静,訾艳阳,等.机械故障诊断内积变换原理与验证[J].振动、测试与诊断,2012,32(2): 175-185+337.

- [7] 陈果. 滚动轴承早期故障的特征提取与智能诊断[J]. 航空学报, 2009, 30(2):362-367.
  - [8] 明安波, 褚福磊, 张炜. 滚动轴承故障特征提取的频谱自相关方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(19):65-71.
  - [9] HE Z Y, C G, HAO T F, et al. An optimal filter length selection method for MED based on autocorrelation energy and genetic algorithms[J]. ISA Transactions, 2021, 109: 269-287.
  - [10] RANDALL R B. A history of cepstrum analysis and its application to mechanical problems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 97: 3-19.
  - [11] 张西宁, 李兵, 雷威. 一种改进的局部倒频谱分析方法[J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(8):1-5+14.
  - [12] PATTABIRAMAN T R, SRINIVASAN K, MALARMOHAN K. Assessment of sideband energy ratio technique in detection of wind turbine gear defects[J]. Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 2: 1-11.
  - [13] 张冕. 行星齿轮箱关键零部件故障诊断[D]. 成都: 电子科技大学, 2019.
  - [14] KUMAR S, KUMAR V, SARANGI S, et al. Gearbox fault diagnosis: A higher order moments approach[J]. Measurement, 2023, 210(31): 112489.
  - [15] FENG K, SMITH W A, BORGHESANI P, et al. Use of cyclostationary properties of vibration signals to identify gear wear mechanisms and track wear evolution[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 150: 107258.