

编号_____

南京航空航天大学

毕业设计

题目 滚动轴承外圈-轴承座配合松动故障建模与实验验证

学生姓名 谢阶栋

学号 071130110

学院 民航学院

专业 交通运输

班级 0711301

指导教师 陈果 教授

二〇一五年六月

南京航空航天大学

本科毕业设计（论文）诚信承诺书

本人郑重声明：所呈交的毕业设计（论文）（题目：滚动轴承外圈-轴承座配合松动故障建模与实验验证）是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。尽本人所知，除了毕业设计（论文）中特别加以标注引用的内容外，本毕业设计（论文）不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。

作者签名：

年 月 日

（学号）：

滚动轴承外圈-轴承座配合松动 故障建模与实验验证

摘 要

轴承外圈-轴承座配合松动故障是航空发动机中普遍存在的故障，其对航空发动机的振动响应影响较大。本文基于转子动力学以及整机振动建模方法，首先，建立了转子-滚动轴承实验器模型，对其进行仿真模态分析得到模态结果，并与实验模态分析结果进行比较，验证有限元模型建模的正确性。其次，在整机模型中引入配合松动故障模型，建立了含轴承外圈-轴承座配合松动的整机模型，获取轴承座加速度响应与转子位移信号，并进行信号特征分析。最后，设计了含轴承外圈-轴承座配合松动的实验器，进行了实验，验证了含轴承外圈-轴承座配合松动故障特征。有限元仿真结果与实验结果表明：轴承座加速度信号经过降噪之后，时域波形具有明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形，此特征可以作为轴承外圈-轴承座配合松动故障的典型特征。

关键词：有限元，航空发动机，机械松动，转子系统，模态分析

Modeling and experimental verification of the looseness fault between the rolling bearing outer ring and bearing

Abstract

The looseness fault between bearing outer ring and bearing is ubiquitous in aero-engine and its influence to the vibration response of aero-engine is serious. This paper is based on rotor dynamics and the modeling methods of whole aero-engine vibration. Firstly, we established the rotor and rolling bearing test model and conducted modal results of it, by compared with experimental modal analysis results, verified the correctness of the finite element modeling. Secondly, we introduced the loose fault to the established model, established a model of bearing outer ring and bearing with looseness fault, and get the bearing acceleration and displacement signal of rotor, then done a signal feature analysis with it. Finally, we designed a experimental apparatus of looseness fault between bearing outer ring and bearing, and carried on the experiment, verified the looseness fault characteristics of the looseness fault. The finite element simulation results and the experimental results show that the bearing acceleration signal after the noise reduction has obvious fluctuation waveform asymmetric and an apparent impact characteristics " Truncated traits " waveform is observed, this feature can be used as atypical characteristics of the looseness fault between bearing outer ring and bearing.

Key Words: Finite element; Aero-engine; Mechanical losing; Rotor system; Modal analysis

目 录

摘 要.....	i
Abstract.....	ii
目 录.....	iii
第一章 绪论.....	2
1.1 课题研究意义.....	2
1.2 国内外研究现状.....	2
1.3 本文主要研究的内容.....	4
第二章 有限元建模原理.....	6
2.1 单元的划分与结点位移向量.....	6
2.2 单元的运动方程.....	8
2.2.1.刚性圆盘单元运动方程.....	8
2.2.2 弹性轴段运动方程.....	9
2.2.3.轴承座运动方程.....	14
2.3 系统的运动方程.....	16
2.4 本章小结.....	18
第三章 基于转子实验器的有限元验证.....	19
3.1 转子-滚动轴承实验器模型.....	19
3.2 模态分析.....	20
3.3 时域数值仿真求解方法.....	20
3.4 模态实验结果与计算模态分析结果比较.....	22
3.5 本章小结.....	24
第四章 轴承外圈-轴承座配合松动建模与实验验证.....	25
4.1 轴承外圈-轴承座配合松动建模方法.....	25
4.2 轴承外圈-轴承座配合松动故障下仿真分析.....	25
4.2.1 仿真条件.....	26
4.2.2 轴承座加速度响应特征分析.....	26
4.2.3 典型转速下转子响应特征分析.....	27
4.3 轴承外圈-轴承座配合松动实验验证.....	32
4.3.1 轴承外圈-轴承座配合松动实验设计.....	32
4.3.2 轴承座加速度响应特征分析.....	35
4.3.3 典型转速下转子响应特征分析.....	36
4.4 本章小结.....	38
第五章 总结与展望.....	39
5.1 总结.....	39
5.2 展望.....	39
参考文献.....	40
致 谢.....	42

第一章 绪论

1.1 课题研究意义

轴承外圈-轴承座配合松动在机械中是一种十分常见的故障现象，往往是由机械长期工作、工艺操作变动造成的不正常振动及安装质量不高所引起的。松动故障的存在对航空发动机的正常运行有着极为严重的影响，甚至会导致安全事故的发生。但是，松动的故障症候常常与不对中、不平衡等故障类似，很容易造成故障的误判，而对于耦合故障就更难诊断了。因此，通过对轴承外圈-轴承座配合松动进行建模及实验验证，从而更深入的研究故障特征、松动机理以及早期诊断，对正确识别松动故障，对航空发动机的正常安全运行、延长发动机寿命、提高发动机可靠性及提高效益等具有重要的实际意义。

1.2 国内外研究现状

机械松动故障的形式多种多样，按故障发生的位置不同可以将机械振动分为三类^[1]：第一类是基础松动，这类松动比较少见；第二类是支座松动，这类松动相对常见；第三类是部件配合松动，这类松动大多数是由长期的机械振动引起，十分常见。其中，基础松动主要包括垫铁松动、机床安装地基刚性差、灌浆恶化或破碎以及地脚螺栓松动等；支座松动主要包括结构或轴承座裂纹、支撑脚不等长引起的晃动、支承座或者轴承座固定螺栓没有充分的预紧或松动，在长期承受扭矩的机械支承结构处常发生支座松动；部件间配合松动主要包括：一是轴承内圈-转轴间的松动，这大多数是由于轴承与轴之间安装不够紧或者轴承受到的径向力过大导致的。二是轴承外圈相对于轴承衬套的松动，这类松动可能是由于轴承振动过大，使外圈冲击轴承衬套产生松动。四是轴承内部过大的游隙，这主要是由于轴承本身的质量问题导致的。五是轴承座相对于轴承衬套的松动，这主要和轴承座的加工工艺有关。还有其他各种松动故障现象，在此不再详述。我们在此主要研究对象是部件间配合松动，其主要故障征兆是在趋向于松动方向的定向振动，振动的频谱中同时存在高次谐波与亚次谐波等多种复杂成分^[2]。

为了描述系统在松动故障下实际的量变和质变过程。在早期就正确诊断系统故障，从而预防事故发生。国内外学者已经对松动-碰摩耦合、单一松动、两端支座松动、松动-裂纹耦合、双转子系统松动以及质量慢变系统松动等典型的松动故障进行了广泛的研究。

褚福磊等^[3]在仅有支座松动的情况下，研究了转子轴承系统的一些振动的特性。他们使

用打靶法对系统的振动周期进行计算，同时除了对振动周期进行计算，他们还进一步利用 Floquet 理论对所计算出来的振动周期的解的稳定性作了相应的分析。除了以上工作他们还建立分段线性刚度和阻尼的松动模型，并利用此模型通过 Runge-Kutta 法进行了数值仿真计算。通过分析计算结果发现此类松动系统具复杂运动特性，如多种形式的周期、混沌运动等。李宏坤等^[4]在考虑轴材料的情况下，在有非稳态油膜力作用的情况下。建立了非线性刚度转子-滑动轴承松动的模型，并通过计算验证了该模型的可行性。刘献栋等^[5]通过研究建立了转子系统的动力学模型，并利用频谱分析对数据进行处理，在利用小波变换对实验数据进行了进一步处理，通过对计算结果的分析，得出小波变换可以很好对滚动轴承-转子系统的支承松动进行诊断，并且可以诊断出转子系统更低转速下的支承松动故障。马辉等^[6]采用有限元法对轴承盖松动故障建立了系统松动模型，并利用 Ansys 软件进行仿真分析，得出轴承盖松动故障的振动特性。Xiong 等^[7]针对含支承松动的偏心电机转子系统开展研究，采用增量谐波平衡法对分段线性的松动模型进行求解，近似求得了系统周期。并通过数值仿真，对系统故障特性进行了分析讨论。

旋转机械运转过程中其转子和定子之间有时会出现碰摩与摩擦。这种现象就叫作转子碰摩，它是旋转机械中常见的一类故障。Muszynska 与 Goldman 对旋转机械系统的动力学特性做了大量研究工作^[8-10]，对松动-碰摩故障的横向不平衡转子系统进行了数值仿真，并且建立了这些故障的试验台，然后对这些仿真结果做了实验验证^[11]。刘元峰等^[12]在考虑转子碰摩的情况下，研究了有支承松动的 Jeffcott 转子。他们不仅研究了在有碰摩和支承松动的情况下系统刚度的变化，而且通过数值方法求解了系统的微分方程，通过对结果的处理他们分析了系统的一些非线性动力学特性。罗跃纲等^[13]在有局部碰摩的情况下，对转子系统建立了一个支座松动的力学模型，并对其进行了数值仿真分析与研究。并且通过实验验证了其仿真结果的正确性，他们的研究成果对旋转机械的相关故障识别提供了理论依据。黄志伟等^[14]建立了具有六个自由度的轴承松动与转子碰摩模型，通过对模型进行数值求解分析，并进行了发电机相应故障实验，验证了模型的准确性。

转子系统有时会出现松动和裂纹，这种现象也是转子系统的一类常见故障。转子裂纹故障的模型主要分为两类：一类是不仅有裂纹开闭，而且还考虑了转轴位移与轴刚度的模型。另一类认为转轴刚度跟随裂纹开闭而变化，并且将这种变化假设为余弦变化的模型。Yang 等^[15]通过小波算法，求解出含裂纹故障的轴的刚度矩阵，并根据此矩阵得到了裂纹转子的一些动力学特性。Mohiuddin 等^[16]利用有限元方法，对裂纹转子-轴承系统建立了有限元模型，并

对该模型进行了数值分析与求解。并对光轴、阶梯轴和锥形轴三种不同情况进行了仿真。刘长利等^[17]首先建立了转子系统松动-裂纹的动力学方程。再利用打靶法对此动力学方程进行数值求解，研究了松动-裂纹转子系统的稳定性和分叉特性。杨永锋等^[18]建立了轴承座松动-转子裂纹系统的动力学方程，并利用多种数值方法对此方程进行了数值求解。求出了转子系统响应的分岔图。根据转子-轴承系统的非线性具体特点，李振平等^[19]首先建立了短轴承油膜力模型，并利用龙格库塔法对该模型进行了数值分析求解，研究了该系统的故障特征。陈铁锋等^[20]建立了有两条裂纹的转子动力学有限元模型。通过改变两者的夹角，研究其动力学特征。并进行了响应实验，通过与仿真结果对比，证明了模型的正确性。

当前，大多数有关支承松动的研究都只研究支承仅有一端松动的情况。但实际上由于机械的长时间运行振动，机械系统会出现两端支承松动的情况。根据支承松动的实际工程情况，马辉等^[21]首先建立了支承松动的有限元模型，再通过数值分析方法，分别对支承一端松动和两端松动故障进行了研究。得到了两端支承松动的故障特征。张靖等^[22]在考虑了非线性油膜力的情况下，建立了转子系统的动力学模型。并采用数值分析方法对转子故障进行了仿真，得到了系统的故障特征。

有关松动的混沌和分岔^[23-26]国内外都有十分充分的研究。但实际工程中质量慢变转子系统也有应用但不是特别广泛，所以有关此类转子系统的研究相对来说比较少。仅有王宗勇等^[27-28]对质量慢变转子系统进行了较为深入的研究。他们建立了其支承松动-碰摩模型，再利用数值微分方法对模型进行数值仿真。得到了系统的一些故障特征并分析了这些故障对系统动力学的影响。

国内外有关单跨转子系统的研究比较广泛，但实际工程中很多大型转子系统中却不是单跨转子，而使用的是多跨转子系统。刘杨等^[29]为了研究多跨转子系统的松动-碰摩故障，两盘三个支承组成的转子系统的松动-碰摩的模型。并利用有限元方法对此模型进行分析求解，研究了碰摩与松动刚度对转子系统的影响。罗跃纲等^[30-31]对仅有支承松动故障的多跨转子系统，建立三支承的转子-轴承系统动力学模型。再利用延拓打靶法对模型的周期进行求解，研究了此类系统的稳定性及其故障特征。针对带有松动和碰摩故障的双盘转子系统，卢艳军等^[32]对此类系统建立了动力学和有限元模型。同样也利用有限元方法对松动刚度和碰摩间隙的影响进行了研究。

1.3 本文主要研究的内容

(1) 第一章：绪论。从实际应用性方面论述了本课题的研究意义，对松动故障的国内与

国外的研究现状进行了深入的探讨和论述。

(2) 第二章：介绍了本文使用到的一些有限元仿真的理论基础。着重阐述了如何进行转子单元的划分和结点位移向量以及如何建立单元的运动方程的建立与系统运动方程。

(3) 第三章：用有限元的方法对所建立的实验器进行验证。首先建立了故障所需的转子-滚动轴承实验器模型，然后再对该模型进行模态分析求得计算模态，再对计算模态与实验模态分析的结果进行比较，得出转子-滚动轴承实验器模型的可靠性。

(4) 第四章：对轴承外圈-轴承座配合松动进行建模再进行实验验证。首先介绍了如何对轴承外圈-轴承座配合松动进行建模。然后对轴承外圈-轴承座配合松动故障下仿真分析包括仿真的条件、轴承座加速度响应特征分析和典型转速下响应特征分析。最后对轴承外圈-轴承座配合松动进行实验验证包括轴承外圈-轴承座松动实验的设计、轴承座加速度响应特征分析和典型转速下转子响应特征的分析。

(5) 第五章：总结与展望。对本论文所做的所有工作和得到的结论进行总结，并对本课题未来的发展进行了展望。

第二章 有限元建模原理

二十世纪七十年代开始利用有限元方法求解转子动力学问题^[33]。当初建立的模型比较简单，并没有包括转动惯量，轴向载荷等因素。随着相关研究的不断深入，利用有限元建立转子模型的方法得到了不断的完善，转子有限元模型中包括的影响因素如陀螺力矩，内外阻等的都可以包括进来。有限元模型由于其通用性，可以用于大型的复杂转子系统中，对原来难以求解的复杂转子系统可以利用它方便的计算分析。随着计算机运行速度的不断提高，利用有限元求解转子的临界转速及稳定性问题等变得十分方便。

因为有限元模型可以把很多的影响因素都包括到模型中去，所以相对来说有限元模型在当前是一个准确性很高的模型。相对于传递矩阵法，有限元计算过程比较复杂计算量比较大，但准确度很高。而且因为有限元法划分的单元数目比较少，所以计算过程中具有较高的数值稳定性。

2.1 单元的划分与结点位移向量

通常的转子-轴承系统可以分解成一些典型的部件，我们一般是把这种系统的组成部件可分为叶轮、轴承座及具有弹性的轴等。因为转子系统都是沿轴向分布的，所以在轴向方向，首先我们可以分出一个圆盘单元；再考虑的圆盘是由轴连接的所以可以在分出一个轴承单元；又由于轴承座是支承整个系统的所以可划分出一个轴承座单元。各单元间彼此在结点处联结。因为圆盘中心及轴承中心处的质量比较集中，所以一般来说结点都选择在圆盘单元的中心或者轴颈的中心。为了方便计算，我们一般将结点按一定的顺序进行编号（如图 2.1）。

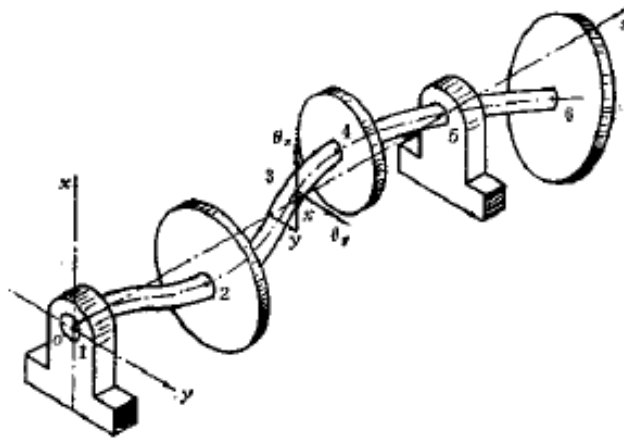


图 2.1 单元结点划分示意图

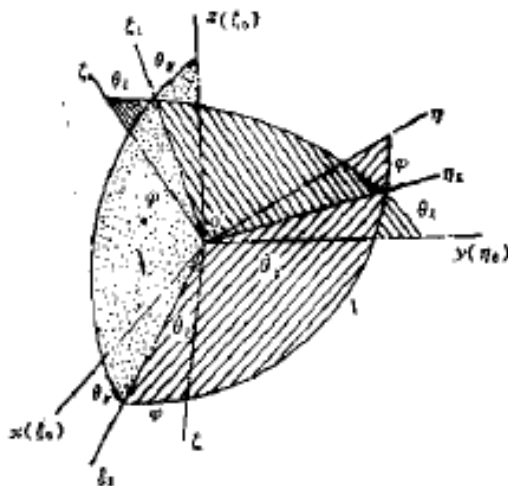


图 2.2 圆盘转角图

如果将通过轴承座的中心线作为 s 轴，这里就可以建立一个固定坐标系 oxy_s 。若要表示转子轴任意一点出的横截面，一般来说来说，它的位置可以由轴心的坐标 x, y 、自转角 ϕ 以及 θ_y, θ_ξ （参加图 2.2）表示。当横截面的变形十分小的时候可以假设 $\theta_\xi \approx \theta_x$ ，如果转子在做等速旋转式，设其等角速度为 Ω 。这里因为转子的扭转变形量十分小，所以若忽略转子的扭转变形，则可得等式 $\phi = \Omega t$ 。通过如上讨论分析，我们可以得到任意截面位移向量的表达式：

$$\{u_1\} = \begin{Bmatrix} x \\ \theta_y \end{Bmatrix}; \quad \{u_2\} = \begin{Bmatrix} y \\ -\theta_x \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

在某结点处，作一通过这一点且垂直于轴线的截面，这一截面的位移就是该结点的位移向量。这个位移向量的组成元素是该结点的广义位移。因为系统的位移即广义位移是各结点的位移组合起来表示的。所以在利用有限元进行计算的时候，一般是以结点的位移作为基本的未知量。通过对所有结点单元的位移计算，就可以求得整个系统的运动状态。

有限元计算中，我们先建立各个结点单元力和位移之间的关系，得到一个表示广义位移的运动微分方程。这个微分方程就把一个连续的无限个单元的问题转化为有限个单元的问题。通过这个微分方程我们可以方便的求解出系统的临界转速，也可以求解出转子系统的不平衡响应。显而易见，如果我们要求解的越精确，则需要划分越多的单元。但是如果单元数越多，则计算量越大。如果可用的计算机计算速度足够快，我们就可以尽可能的多划分一

些结点。否则我们就必须综合考虑计算精度和计算量来决定结点单元的多少。

2.2 单元的运动方程

根据 2.1 所述，转子-轴承系统单元组成一般包括轴承座、轴承和刚性圆盘等。下面对每种单元进行了详细分析。

2.2.1 刚性圆盘单元运动方程

设转子系统的刚性圆盘质量为 m 并且假设圆盘的重心在圆盘轴心处，通过圆盘轴心直径的转动惯量为 J_d ，考虑其极转动惯量并设为 J_p 。圆盘的轴心结点的位移向量为 $\{u_{1d}\} = [x, \theta_y]^T$ 和 $\{u_{2d}\} = [y, -\theta_x]^T$ ，此向量也就是其广义坐标。所以可求得刚性圆盘的动能为

$$T_d = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} J_d & 0 & 0 \\ 0 & J_d & 0 \\ 0 & 0 & J_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

此处 $o\xi\eta\zeta$ 的原点是轴心的结点。 $o\zeta$ 轴垂直于圆盘平面，并且与圆盘的动坐标系相固定

(图 2.1)。又因为 $\theta_\xi \approx \theta_x$ ，所以根据 $\begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_\xi \cos \phi - \dot{\theta}_y \cos \theta_\xi \sin \phi \\ -\dot{\theta}_\xi \sin \phi + \dot{\theta}_x \cos \phi \\ \dot{\Omega} - \dot{\theta}_y \sin \theta_\xi \end{Bmatrix}$ 可得

$$\begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \cos \theta_\xi \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \theta_x \cos \phi & 0 \\ 0 & -\sin \theta_\xi & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

这里 θ_x 、 $\dot{\theta}_x$ 、 $\dot{\theta}_y$ 皆为一阶小量， $\phi = \Omega$ ，现将(2.3)式代入 (2.2) 式，再略去二阶微量以上的量，则可得

$$T_d = \frac{1}{2} \{\dot{u}_{1d}\}^T [M_d] \{\dot{u}_{1d}\} + \frac{1}{2} \{\dot{u}_{2d}\}^T [J] \{\dot{u}_{2d}\} + \frac{1}{2} J_p \Omega^2 \quad (2.4)$$

其中 $[M_d] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_d \end{bmatrix}$ ； $[J] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix}$ ，由 Lagrange 方程可得

$$\left. \begin{aligned} [M_d]\{u_{1d}\} + \Omega[J]\{\dot{u}_{2d}\} &= \{Q_{1d}\} \\ [M_d]\{u_{2d}\} - \Omega[J]\{\dot{u}_{1d}\} &= \{Q_{2d}\} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

刚性圆盘的运动方程就是上式。这里 $[M_d]$ 是刚性圆盘的质量矩阵。 $[G_d]=\Omega[J]$ 是回转矩阵。 $\{Q_{1d}\}$ 和 $\{Q_{2d}\}$ 为相应的广义力。圆盘两端受到轴对它的力和力矩，若此结点处还有支承，就具有支承对圆盘的约束力，这些力和力矩都包括在 $\{Q_{1d}\}$ 和 $\{Q_{2d}\}$ 当中。

如果刚性圆盘具有微小的偏心距 e_ξ 、 e_η （如图 2.3）。因为偏心距很小，所以不考虑偏心距对 J_d 和 J_p 产生的影响则（2.5）式仍然可以表示圆盘的运动微分方程。此时，广义力就应该含有不平衡力，所以此次的广义力可近似表示为：

$$\left. \begin{aligned} \{Q_{1d}^n\} &= m\Omega^n \left(\begin{Bmatrix} e_\xi \\ 0 \end{Bmatrix} \cos \Omega t + \begin{Bmatrix} -e_\eta \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \Omega t \right) \\ \{Q_{2d}^n\} &= m\Omega^2 \left(\begin{Bmatrix} e_\eta \\ 0 \end{Bmatrix} \cos \Omega t + \begin{Bmatrix} e_\xi \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \Omega t \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

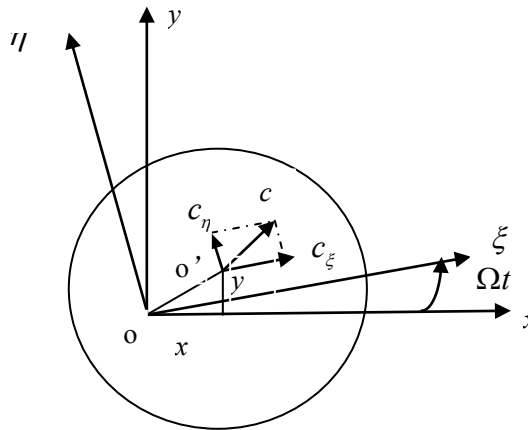


图 2.3 圆盘运动示意图

2.2.2 弹性轴段运动方程

图 2.4 所示的是一个弹性轴段单元，该弹性轴承单元广义坐标可以由两端结点的位移表示，即

$$\left. \begin{aligned} \{u_{1s}\} &= [x_A, \theta_{yA}, x_B, \theta_{yB}]^T \\ \{u_{2s}\} &= [y_A, -\theta_{xA}, y_B, -\theta_{xB}]^T \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

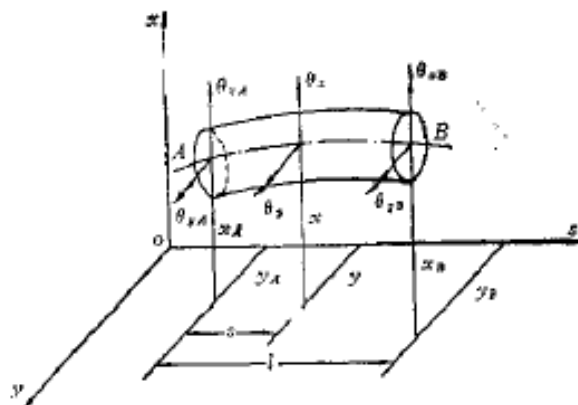


图 2.4 弹性轴单元

此处 x , θ_y , y , θ_x 的值由位置 s 和时间 t 决定，如果要求位移插值函数，也可以用此结点的位移表示如下

$$x(s, t) = [N] \{u_{1s}\}$$

此处 $[N]$ 是一个未知的插值函数矩阵，它是 1×4 阶矩阵，表示如下

$$[N] = [N_1(s), N_2(s), N_3(s), N_4(s)]$$

这样

$$\left. \begin{aligned} x(s, t) &= N_1(s)x_A(t) + N_2(s)\theta_{yA}(t) + N_3(s)x_B(t) + N_4(s)\theta_{yB}(t) \\ \theta_y(s, t) &= \frac{\partial x}{\partial s} = N_1'(s)x_A(t) + N_2'(s)\theta_{yA}(t) + N_3'(s)x_B(t) + N_4'(s)\theta_{yB}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

这里上标 ' 表示 $[N]_i(s)$ ($i=1,2,3,4$) 对 s 求导。轴段单元的端点是有约束条件的，它的端点条件表达如下

$$\left. \begin{aligned} x(0, t) &= x_A(t); & x(l, t) &= x_B(t) \\ x'(0, t) &= \theta_{yA}(t); & x'(l, t) &= \theta_{yB}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

所以可知各个插值函数必须满足如下方程：

$$\left. \begin{aligned} N_1(0) &= 1 & N_1'(0) &= 0 & N_1(l) &= 0 & N_1'(l) &= 0 \\ N_2(0) &= 0 & N_2'(0) &= 1 & N_2(l) &= 0 & N_2'(l) &= 0 \\ N_3(0) &= 0 & N_3'(0) &= 0 & N_3(l) &= 1 & N_3'(l) &= 0 \\ N_4(0) &= 0 & N_4'(0) &= 0 & N_4(l) &= 0 & N_4'(l) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

因为各个插值函数的端点条件都有 4 个，因此可以以一个关于 s 的三次多项式来表示任

意一个插值函数，如

$$N_1(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3$$

因为常数 $a_i (i=1,2,3,4)$ 可由 (2.10) 式的第一行决定，即可以得到

$$N_1(s) = 1 - 3\left(\frac{s}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{s}{l}\right)^3$$

同理

$$N_2(s) = l\left[1 - 2\left(\frac{s}{l}\right)^2 + \left(\frac{s}{l}\right)^3\right]$$

$$N_3(s) = 3\left(\frac{s}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{s}{l}\right)^3$$

$$N_4(s) = l\left[-\left(\frac{s}{l}\right)^2 + \left(\frac{s}{l}\right)^3\right]$$

所以，如果轴段的截面是对称的，就有

$$y(s,t) = [N]\{u_{2s}\}$$

综合以上结果可得

$$\left. \begin{aligned} x &= [N]\{u_{1s}\}; & \theta_y &= \frac{\partial x}{\partial s} = [N']\{u_{1s}\} \\ y &= [N]\{u_{2s}\}; & -\theta_x &= \frac{\partial y}{\partial s} = [N']\{u_{2s}\} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

通过上式，可以知道轴段单元的任意截面的位移都可以求得，可以通过该单元结点的位移表示。如果要求单元的动能 T_s ，也可以用结点的位移和结点速度来表示，同理单元的弯曲势能 V_d 也可以用结点的位移和结点速度来表示。在轴段上取一个厚度为 ds 的微元，该微元到结点 A 的距离为 s 。又令 μ 表示轴单元长度的质量，单位长度的直径转动惯量设为 j_d ，并且单位长度极转动惯量设为 j_p 。现将 (2.4) 式进行相应变换，就可以求得该微元的动能为

$$\begin{aligned} dT_s &= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} ds + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_y \\ -\dot{\theta}_x \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} j_d & 0 \\ 0 & j_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_y \\ -\dot{\theta}_x \end{Bmatrix} ds \\ &+ \Omega \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & j_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ -\dot{\theta}_x \end{Bmatrix} ds + \frac{1}{2} j_p \Omega^2 ds \end{aligned} \quad (2.12)$$

将 (2.11) 式关于时间 t 求导，并将求导所得方程代入 (2.12) 式，得

$$\begin{aligned}
 dT_s &= \frac{1}{2} \{\dot{u}_{1s}\}^T (\mu[N]^T[N] + j_d[N]^T[N']) \{\dot{u}_{1s}\} ds \\
 &+ \frac{1}{2} \{\dot{u}_{2s}\}^T (\mu[N]^T[N] + j_d[N]^T[N']) \{\dot{u}_{2s}\} ds \\
 &+ j_p \Omega \{\dot{u}_{1s}\}^T [N]^T[N'] \{\dot{u}_{1s}\} ds + \frac{1}{2} j_p \Omega ds
 \end{aligned} \tag{2.13a}$$

而微元的弯曲弹性势能是：

$$\begin{aligned}
 dV_s &= \frac{1}{2} EI \begin{Bmatrix} x^n \\ y^n \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} x^n \\ y^n \end{Bmatrix} ds \\
 &= \frac{1}{2} EI (\{u_{1s}\}^T [N^n]^T [N^n] \{u_{1s}\} + \{u_{2s}\}^T [N^n]^T [N^n] \{u_{2s}\}) ds
 \end{aligned} \tag{2.13b}$$

如果轴是圆面轴，且其长为 l ，半径为 r 。则对以上两式对单元的全长求积分，就可以求出此单元的动能和势能如下：

$$\begin{aligned}
 T_d &= \frac{1}{2} \{\dot{u}_{1s}\}^T ([M_{sT}] + [M_{sB}]) \{\dot{u}_{1s}\} + \frac{1}{2} \{\dot{u}_{2s}\}^T ([M_{sT}] + [M_{sB}]) \{\dot{u}_{2s}\} \\
 &+ \Omega \{\dot{u}_{1s}\}^T [J_s] \{\dot{u}_{2s}\} + \frac{1}{2} J_{ps} \Omega^2
 \end{aligned} \tag{2.14a}$$

$$V_s = \frac{1}{2} \{u_{1s}\}^T [K_s] \{u_{1s}\} + \frac{1}{2} \{u_{2s}\}^T [K_s] \{u_{2s}\} \tag{2.14b}$$

其中 $J_{ps} = j_{ps} l$ ，且

$$[M_{sT}] = \int_0^l \mu [N]^T [N] ds = \frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ & 4l^2 & 13l & -2l^2 \\ & & 156 & -22l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{2.15a}$$

$$[M_{sR}] = \int_0^l j_d [N']^T [N'] ds = \frac{\mu r^2}{120l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ & & 36 & -3l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{2.15b}$$

$$[J_s] = \int_0^l j_p [N]^T [N'] ds = \frac{\mu r^2}{60l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ & & 36 & -3l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{2.15c}$$

$$= 2[M_{sR}]$$

$$[K_s] = \int_0^l EI [N'']^T [N''] ds = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -36 & 3l \\ & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ & & 36 & -3l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.15d)$$

上面计算并没有考虑剪切变形对单元产生的影响，所以对于第*i*个轴段， $v=0$ ，所以(2.15d)式中的 $[K_d]$ 又可以表示成下式：

$$[K_s]^{(i)} = \begin{bmatrix} \beta_{1l} & \beta_{2l} & -\beta_{1l} & \beta_{2l} \\ & (l\beta_2 - \beta_3)_l & -\beta_{2l} & \beta_{3l} \\ & & \beta_{1l} & -\beta_{2l} \\ & & & (l\beta_2 - \beta_3)_l \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$= \begin{bmatrix} [k_{11}]_s^{(i)} & [k_{12}]_s^{(i)} \\ [k_{21}]_s^{(i)} & [k_{22}]_s^{(i)} \end{bmatrix}$$

因为单元的移动惯性矩阵 $[M_{sT}]$ 、转动惯性矩阵 $[M_{sR}]$ 、回转矩阵 $[G_s] = \Omega[J_s]$ 和刚度矩阵 $[K_s]$ 都是对称矩阵。根据(2.16)式，这些矩阵也可以用相同的方法来表示如下：

$$[M_s]^{(i)} = [M_{sT}]^{(i)} + [M_{sR}]^{(i)} = \begin{bmatrix} [m_{11}]_s^{(i)} & [m_{12}]_s^{(i)} \\ [m_{21}]_s^{(i)} & [m_{22}]_s^{(i)} \end{bmatrix} \quad (2.17a)$$

$$[J_s]^{(i)} = \begin{bmatrix} [J_{11}]_s^{(i)} & [J_{12}]_s^{(i)} \\ [J_{21}]_s^{(i)} & [J_{22}]_s^{(i)} \end{bmatrix} \quad (2.17b)$$

将(2.14)式代入Lagrange方程中，就可以求得轴段单元的运动方程如下：

$$\begin{cases} [M_s]\{u_{1s}\} + \Omega[J_s]\{u_{2s}\} + [K_s]\{u_{1s}\} = \{Q_{1s}\} \\ [M_s]\{u_{2s}\} - \Omega[J_s]\{u_{1s}\} + [K_s]\{u_{2s}\} = \{Q_{2s}\} \end{cases} \quad (2.18)$$

此处的 $[M_s]$ 表示质量矩阵，它不仅包括移动惯性而且还包括转动惯性。也就是说它表示(2.15a)和(2.15b)两式的和。缩聚质量矩阵是一种特殊情况下的矩阵，首先，轴段的质量矩阵的是对角矩阵。其次，需要把把轴段的质量和转动惯量都表示在仅表示在两端结点A和B，其表达式如下所示：

$$[M_{sT}] = \begin{bmatrix} m_A & & & \\ & 0 & & \\ & & m_B & \\ & & & 0 \end{bmatrix}; \quad [M_{sR}] = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & J_{dA} & & \\ & & 0 & \\ & & & J_{dB} \end{bmatrix}$$

而：

$$[M_s] = [M_{sT}] + [M_{sR}] = \begin{bmatrix} m_A & & & \\ & J_{dA} & & \\ & & m_B & \\ & & & J_{dB} \end{bmatrix} \quad (2.19a)$$

$$[J_s] = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & J_{pA} & & \\ & & 0 & \\ & & & J_{pB} \end{bmatrix} \quad (2.19b)$$

这里 m_A 、 m_B 分别表示轴段集总到两端结点 A 和 B 的质量。 J_{dA} 、 J_{dB} 分别表示轴段集总到两端结点 A 和 B 的直径转动惯量。 J_{pA} 与 J_{pB} 是轴段集总到两端结点 A 和 B 的极转动惯量。同上所述，在(2.18)式中 $\{Q_{1s}\}$ 与 $\{Q_{2s}\}$ 表的是轴段所受的广义的力向量。这里的广义力向量不仅包括圆盘对轴段的作用力与力矩，而且还包括其它轴段对该轴段的作用力与力矩。如果轴段存在偏心距 $e_\xi(s)$ ， $e_\eta(s)$ ，那么这里的广义力向量就必须包含盘所受的不平衡力。在定坐标系中，将不平衡力向 X ， Y 轴上投影得到的表达式如下：

$$\begin{Bmatrix} dF_x \\ dF_y \end{Bmatrix} = \mu\Omega^2 \left\{ \begin{Bmatrix} e_\xi(s) \\ e_\eta(s) \end{Bmatrix} \cos \Omega t + \begin{Bmatrix} -e_\eta(s) \\ e_\xi(s) \end{Bmatrix} \sin \Omega t \right\} ds$$

所以 $\{Q_s^n\}$ 在虚位移 $\{\delta u_{1s}\}$ 向量上所做的元功为：

$$\begin{aligned} \{\delta u_{1s}\}^T \{Q_{1s}\} &= \int_0^l \mu\Omega^2 \delta x^T [e_\xi(s) \cos \Omega t - e_\eta(s) \sin \Omega t] ds \\ &= \{\delta u_{1s}\}^T \int_0^l \mu\Omega^2 [N]^T [e_\xi(s) \cos \Omega t - e_\eta(s) \sin \Omega t] ds \end{aligned}$$

所以可得：

$$\left. \begin{aligned} \{Q_{1s}^n\} &= \int_0^l \mu\Omega^2 [N]^T [e_\xi(s) \cos \Omega t - e_\eta(s) \sin \Omega t] ds \\ \{Q_{2s}^n\} &= \int_0^l \mu\Omega^2 [N]^T [e_\eta(s) \cos \Omega t + e_\xi(s) \sin \Omega t] ds \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

如果事先知道了 $e_\xi(s)$ ， $e_\eta(s)$ 是如何分布的，通过以上表达式，我们就能求出 $\{u_{1s}\}$ 和 $\{u_{2s}\}$ 的不平衡广义力 $\{Q_{1s}^n\}$ 和 $\{Q_{2s}^n\}$ 的值。

2.2.3 轴承座运动方程

如图 2.5 所示，它是将轴承座的一些条件简化之后得到的单元。我们一般用 x_b 、 y_b 表示轴承座中心的坐标。如果在轴颈处取为结点单元，并将它进行编号，且其编号是 $s(j)$ 。所以就可以用 $x_{s(j)}$ 、 $y_{s(j)}$ 来表示其坐标。因此我们可以得到轴承座的运动方程如下所示：

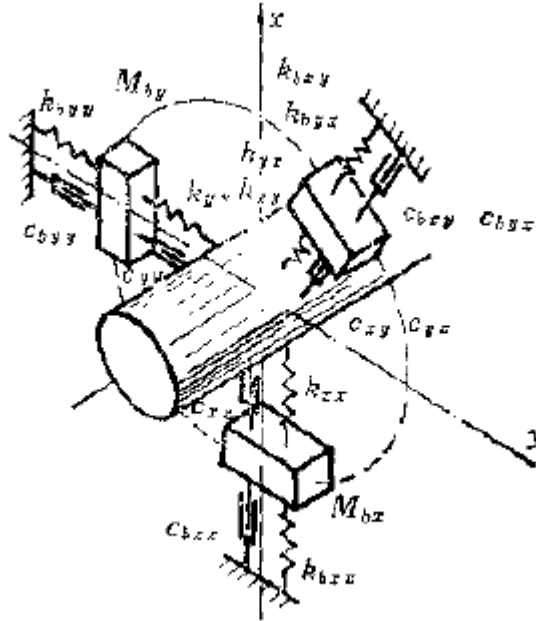


图 2.5 支承简化图

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} M_{bx} & 0 \\ 0 & M_{by} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{y}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b - \dot{x}_s(j) \\ \dot{y}_b - \dot{y}_s(j) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b - x_s(j) \\ y_b - y_s(j) \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{bxx} & c_{bxy} \\ c_{byx} & c_{byy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{y}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{bxx} & k_{bxy} \\ k_{byx} & k_{byy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ y_b \end{Bmatrix} = \{0\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

在些情况下，因为基础的刚性大，所以可以不考虑其变形就可以令 $x_b = y_b = 0$ 。因此可以求得油膜对轴颈结点处的广义力表示如下：

$$\begin{Bmatrix} Q_{1d}^b \\ Q_{2d}^b \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_s(j) \\ \dot{y}_s(j) \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s(j) \\ y_s(j) \end{Bmatrix} \tag{2.22}$$

如不考虑阻尼的作用，并且将支承进行简化为等刚度弹性支承。若将它的刚性系数设为 k_x 和 k_y ，所以可得：

$$\begin{Bmatrix} Q_{1d}^b \\ Q_{2d}^b \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s(j) \\ y_s(j) \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

2.3 系统的运动方程

设转子系统的结点个数为 N ，那么它的轴段个数就为 $N-1$ 。若不考虑轴承座等效质量，就可以根据前面作的分析得到系统的位移向量表示如下：

$$\begin{cases} \{U_1\} = [x_1, \theta_{y1}, x_2, \theta_{y2}, \dots, x_N, \theta_{yN}]^T \\ \{U_2\} = [y_1, -\theta_{x1}, y_2, -\theta_{x2}, \dots, y_N, -\theta_{xN}]^T \end{cases} \quad (2.24)$$

结合(2.5)式和(2.18)式，就可以求得转子系统的运动方程表示如下：

$$\begin{cases} [M_1] \{\ddot{U}_1\} + \Omega [J_1] \{\dot{U}_2\} + [K_1] \{U_1\} = \{Q_1\} \\ [M_1] \{\ddot{U}_2\} - \Omega [J_1] \{\dot{U}_1\} + [K_1] \{U_2\} = \{Q_2\} \end{cases} \quad (2.25)$$

这里整体的质量矩阵 $[M_1]$ ，回转矩阵 $\Omega [J_1]$ 和刚度矩阵 $[K_1]$ 皆为 $2N \times 2N$ 阶的对称稀疏带状矩阵。它的半带宽是 4。例如：如果考虑质量矩阵 $[M_s]^i (i=1, 2, \dots, N-1)$ 对系统整体质量矩阵的作用，且各个圆盘结点的质量矩阵是 $[M_d]^i (i=1, 2, \dots, N)$ 。该结点的质量矩阵是 2×2 阶的对角方阵。如过结点 i 处没有圆盘，则 $2j-1, 2j$ 行 $2j-1, 2j$ 列处的质量矩阵 $[M_d]^{(j)}$ 就是 $[0]$ 。

系统的回转矩阵 $[J_1]$ 的求法与 $[M_1]$ 完全类似，只需将 $[M_{11}]_s^{(i)}$ 、 $[M_{12}]_s^{(i)}$ 、 $[M_{21}]_s^{(i)}$ 、 $[M_{22}]_s^{(i)}$ 改为 $[J_{11}]_s^{(i)}$ 、 $[J_{12}]_s^{(i)}$ 、 $[J_{21}]_s^{(i)}$ 、 $[J_{22}]_s^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, N-1$)， $[M_d]_s^{(i)}$ 改为 $[J]_s^{(i)}$ 即可。

系统的刚度矩阵 $[K_1]$ 也可用类似方法来求得，只需要将 $[m_{11}]_s^{(i)}$ 、 $[m_{12}]_s^{(i)}$ 、 $[m_{21}]_s^{(i)}$ 、 $[m_{22}]_s^{(i)}$ 改为 $[k_{11}]_s^{(i)}$ 、 $[k_{12}]_s^{(i)}$ 、 $[k_{21}]_s^{(i)}$ 、 $[k_{22}]_s^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, N-1$)。并且 $[M_d]^{(i)} = [0] (i=1, 2, \dots, N)$ 。

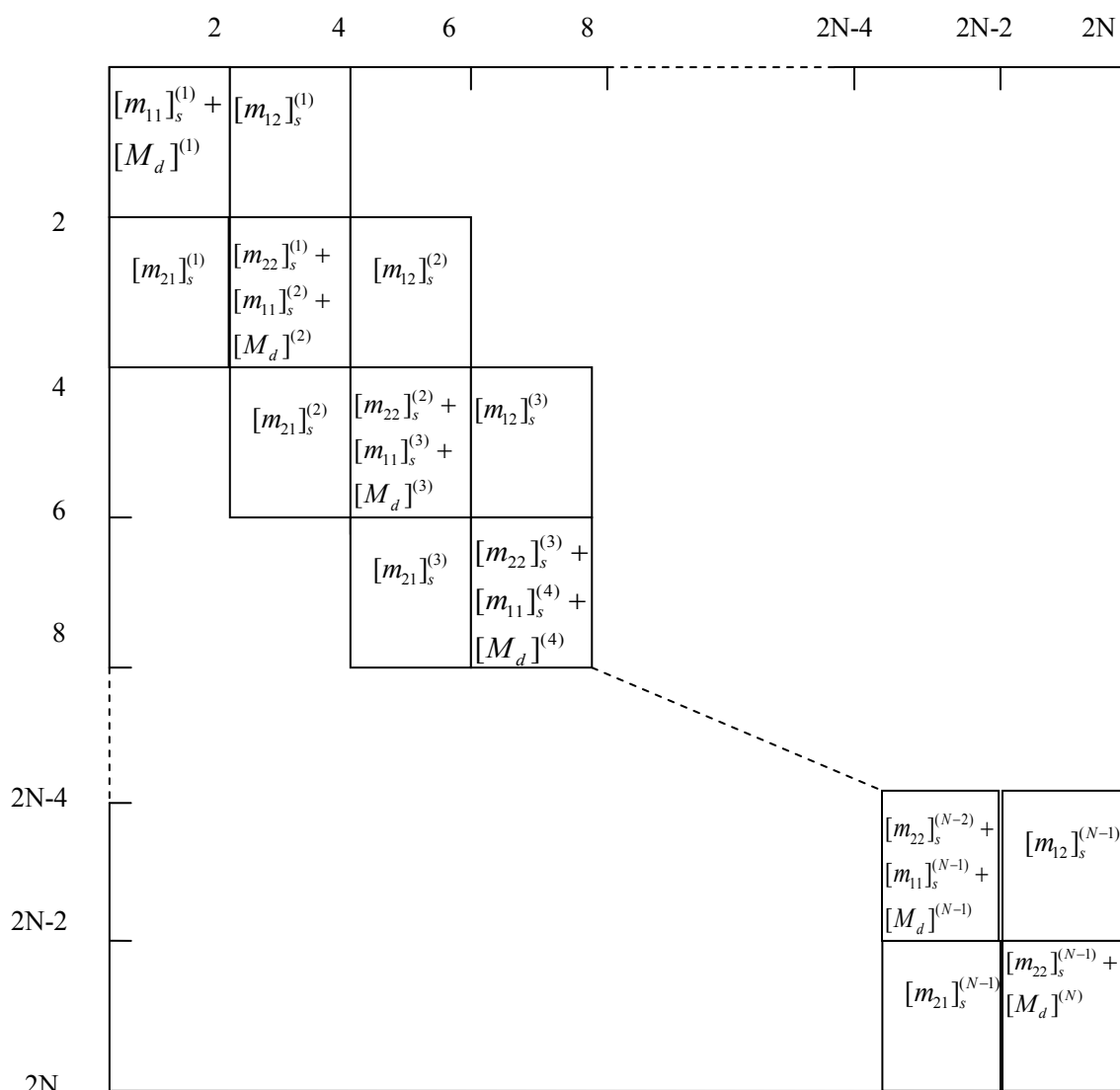


图 2.6 质量矩阵图

对于聚缩质量矩阵和回转矩阵，其综合后整体的 $[M_1]$ 和 $[J_1]$ 矩阵仍为对角阵。

在求导上述矩阵的过程中，我们并没有考虑支承。但是支承条件可以包含到广义力向量当中，就可考虑到支承条件。

1.刚性支承：若第 j 个支承的轴颈结点编号为 $s(j)$ ，并设其为刚性支承。所以 $x_{s(j)} = y_{s(j)} = 0$ 。在(2.25)式所示的两个方程组中，第 $2s(j)-1$ 个方程的广义力含有支座反力，这对我们并没有什么用，所以我们可以把 $[M_1]$ 、 $[J_1]$ 、 $[K_1]$ 中的第 $2s(j)-1$ 行第 $2s(j)-1$ 列除去，同理也可以将 $\{\ddot{U}_i\}$ 、 $\{\dot{U}_i\}$ 、 $\{U_i\}$ 和 $\{Q_i\}$ ($i=1,2$) 中的第 $2s(j)-1$ 行划去。

2.等刚度弹性支承：假设第 i 个支承为等刚度弹性支承，并设其刚性系数为 k_x 和 k_y 。所以

其对应的广义力就可以用式(2.23)来表示，并将广义力移到式(2.25)的左边，同时将其代入到刚度矩阵的内。同样在对原刚度矩阵进行操作，将 k_x 或 k_y 叠加到原矩阵的 $2s(j)-1$ 行和第 $2s(j)-1$ 列。(2.25)式中第二式中的刚度矩阵也可以用同样的方法形成。当支承位置相同时，如把 $k_{pj}(j=1,2,\dots,L)$ 改为相应的支承刚度系数，则这两矩阵形式完全相同。

如果系统的支承刚度系数 $k_y \neq k_x$ ，则可以将(2.25)式改写为下式：

$$\left. \begin{aligned} [M_1]\{\ddot{U}_1\} + \Omega[J_1]\{\dot{U}_2\} + [K_x]\{U_1\} &= \{Q_1\} \\ [M_1]\{\ddot{U}_2\} - \Omega[J_1]\{\dot{U}_1\} + [K_y]\{U_2\} &= \{Q_2\} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

这里 $\{Q_1\}$ 、 $\{Q_2\}$ 并没有考虑弹性支承的反作用力。

2.4 本章小结

本章主要是介绍了转子动力学的有限元建模原理。包括如何进行有限元单元的划分以及如何计算结点位移向量。然后，对各主要单元的运动方程进行了推导。最后，将各个单元的运动方程组合起来建立了系统的运动方程。

第三章 基于转子实验器的有限元验证

为了验证真实转子建模的正确性，本章基于实际的转子实验器，采用模态分析的方法，将实验得到的模态和仿真得到的模态进行比较，通过改变支承刚度并且不断的对比，就可以使得仿真结果和实验结果一致。

3.1 转子-滚动轴承实验器模型

本实验所采用的是一个单跨三盘转子-滚动轴承故障实验器，它是由沈阳606所设计制造^[34]。它可以模拟转子外圈-轴承座松动，转子不平衡，轴承等的多种故障。该实验器的动力学模型与实物图如图 3.1a 与图 3.1b 所示。它的组成包括可变速电机、转盘，轴承及轴承座等。变速电机输出转矩带动变速齿轮箱使转速增加，齿轮箱输出的转矩通过法兰盘和尼龙绳进行柔性连接。转轴的位移可以通过两个垂直方向的电涡流位移传感器测量。转速可以通过安装在转盘间的光电传感器测量，通过计数来获取转速。

在动力学模型图中有四个转盘， P_4 为法兰盘，其余三个盘为转子盘。法兰盘与变速齿轮箱的输出轴连接， S_1 、 S_2 为轴承座， $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ 表示轴上各部分之间的距离。

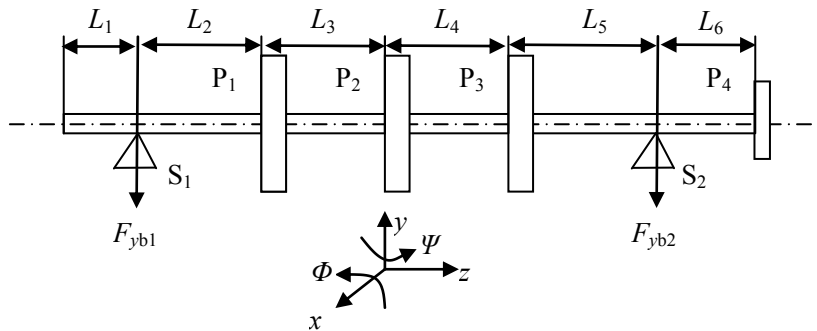


图 3.1a 转子-滚动轴承实验器动力学模型



图 3.1b 转子-滚动轴承实验器

3.2 模态分析

本实验是采用锤击法来对实验器进行模态分析。主要仪器设备包括美国 NI(National Instrument)公司的 NI9234 动态信号采集模块美国 ENDEVCO 公司的 30927 型力锤及丹麦 B&K(Bruel and Kjaer)公司的 4508 型 ICP (intergrated circuit piezoelectric)加速度传感器。采用的是取多点激励单一测点的模态实验方案。加速度传感器安装在 L4 段的转轴上, 在 L5 段的转轴两端敲击两点, 再在 L2 到 L4 段的转轴上每段敲击一点。加速度传感器将测得的加速度信号经 NI 采集并送到电脑, 利用软件对数据进行模态分析就可以得到该实验器的模态。

3.3 时域数值仿真求解方法

因为转子-支承动力学模型比较复杂, 所以都是利用数值积分的方法求解转子系统动力学响应。常用的数值积分方法有 *Newmark-β* 法、*翟方法*^[35]以及 *Rhomber*法等。因为 *Newmark-β*法求解转子-机匣有限元模型比较简单, 而翟方法求解的效率十分高。所以本文结合 *Newmark-β*和翟方法一起对所建立的模型进行求解。

转子系统的动力学方程可以表示成下式:

$$[M]\{A\} + [C]\{V\} + [K]\{X\} = \{P\} \quad (3.1)$$

这里 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别表示系统的质量矩阵、阻尼矩阵以及刚度矩阵。 $\{X\}$ -系统的广义位移向量; $\{V\}$ -系统的广义速度向量; $\{A\}$ -系统的广义加速度向量; $\{P\}$ -系统的广义载荷向量。

Newmark-β 法的假定为:

$$\begin{cases} \{X\}_{n+1} = \{X\}_n + \{V\}_n \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \{A\}_n \Delta t^2 + \alpha \{A\}_{n+1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} = \{V\}_n + (1 - \beta) \{A\}_n \Delta t + \beta \{A\}_{n+1} \Delta t \end{cases} \quad (3.2)$$

式中, α 、 β 为控制参数, 通常, $\alpha=0.25$; $\beta=0.5$; *Newmark-β* 法的求解决步骤为:

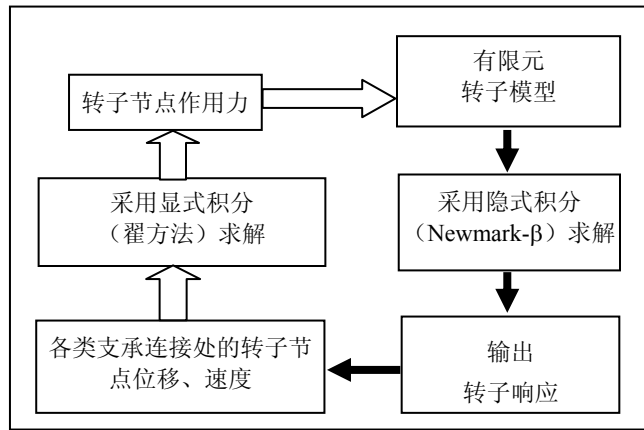


图 3.2 复杂转子-支承耦合动力学求解流程

(1) 初始计算:

- 1) 构造系统的刚度矩阵 $[K]$ ，阻尼矩阵 $[C]$ 以及质量矩阵 $[M]$ ；
- 2) 获得初始值 $\{X_0\}$ 、 $\{V_0\}$ 、 $\{A_0\}$ ；
- 3) 选择步长 Δt 、参数 α 、 β ，计算常数：

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\alpha\Delta t^2}, a_1 = \frac{\beta}{\alpha\Delta t}, a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}, a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, \\
 a_4 &= \frac{\beta}{\alpha} - 1, a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha} - 2 \right), a_6 = \Delta t(1 - \beta), a_7 = \beta\Delta t
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

4) 形成有效刚度矩阵:

$$[\tilde{K}] = [K] + a_0[M] + a_1[C]$$

5) 求逆矩阵 $[\tilde{K}]^{-1}$;

(2) 对于每个时间步长计算:

1) $n+1$ 时刻的载荷向量

$$\{\tilde{P}_{n+1}\} = \{P_n\} + [M](a_0\{X_n\} + a_2\{V_n\} + a_3\{A_n\}) + [C](a_1\{X_n\} + a_4\{V_n\} + a_5\{A_n\}) \tag{3.4}$$

2) 计算 $n+1$ 时刻的系统的位移、速度和加速度，计算结果如下

$$\{X_{n+1}\} = [\tilde{K}]^{-1} \{\tilde{P}_{n+1}\} \tag{3.5}$$

$$\{A_{n+1}\} = a_0(\{X_{n+1}\} - X_n) - a_2\{V_n\} - a_3\{A_n\} \tag{3.6}$$

$$\{V_{n+1}\} = \{V_n\} + a_6\{A_n\} + a_7\{A_{n+1}\} \tag{3.7}$$

对于式 (3.1)，翟方法的积分格式

$$\begin{cases} \{X\}_{n+1} = \{X\}_n + \{V\}_n \Delta t + \left(\frac{1}{2} + \psi\right) \{A\}_n \Delta t^2 - \psi \{A\}_{n-1} \Delta t^2 \\ \{V\}_{n+1} = \{V\}_n + (1 + \phi) \{A\}_n \Delta t - \phi \{A\}_{n-1} \Delta t \end{cases} \quad (3.8)$$

式中 Δt 表示时间积分步长；下标 n 表示 $t=n\Delta t$ 的瞬时；下标 $n+1$ 代表 $t=(n+1)\Delta t$ 瞬时；下标 $n-1$ 表示 $t=(n-1)\Delta t$ 瞬时； ψ 、 ϕ 为积分参数，一般取 $\psi=\phi=1/2$ 。

通过对两方法的计算过程的比较发现，运用 *Newmark-β* 进行数值积分运算时，不需要事先对质量矩阵进行对角化处理，但是需要建立动力学矩阵。而运用翟方法进行数值积分运算时，质量矩阵要是对角阵，但不用建立动力学矩阵。所以综合两者的优缺点，把两种方法结合起来对模型进行求解的效率比较高。

3.4 模态实验结果与计算模态分析结果比较

实验器模型的参数如下 3 个表所示：

表 3.1 转子主要参数

计算参数	数值
弹性模量 $E/10^{11}\text{Pa}$	2.1
轴直径 D/m	0.019
密度 $\rho/10^3$	7.8
泊松比 μ	0.3
比例阻尼系数 α_0	5
比例阻尼系数 $\alpha/10^{-5}$	1.35
L_1/mm	100
L_2/mm	152
L_3/mm	190
L_4/mm	190
L_5/mm	180
L_6/mm	130
盘 P_1 质量 m_p/kg	2.4
盘 P_1 极惯性矩 $J_{dp1}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0125
盘 P_1 赤道惯性矩 $J_{dd1}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.00625
盘 P_2 质量 m_p/kg	0.45
盘 P_2 极惯性矩 $J_{dp1}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.00025
盘 P_2 赤道惯性矩 $J_{dd1}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.000125

表 3.2 滚动轴承参数

参数	数值
节圆直径 D_m/mm	36
滚珠直径 d/mm	9.6
外滚道半径 r/mm	22.8
内滚道半径 r/mm	13.2
滚珠个数 N_b	7
接触刚度 $C_b/10^9(N/m^{3/2})$	11.67
轴承间隙 $r_0/\mu m$	0
外圈质量 m_w/kg	0.08
轴承座质量 m_b/kg	76

表 3.3 支承 1 参数

$k_t/10^8(N/m)$	$c_t/(N\cdot s/m)$	$k_f/10^7(N/m)$	$c_f/(N\cdot s/m)$
1.0	500	3.0	500

表 3.3 支承 2 参数

$k_t/10^8(N/m)$	$c_t/(N\cdot s/m)$	$k_f/10^7(N/m)$	$c_f/(N\cdot s/m)$
1.0	500	1.2	500

图 3.3 为实验和仿真得到的原点幅频响应函数,表 3.5 为实验模态和计算模态参数的比较,结合图 3.3 与表 3.4 可以看出: 仿真频率和实验频率前 3 阶拟合较好。说明我们所建立的有限元仿真模型的准确性较高, 可以利用此模型进行后续故障仿真模拟。图 3.4 中我们画出了实验前三阶转子振型实验和仿真前三阶转子振型, 并将二者进行了比较, 发现一阶振型仿真与实验均为一弯, 二阶振型仿真与实验都为二弯, 三阶振型仿真与实验均为三弯。所以前三阶各阶振型实验与仿真都拟合的较好进一步说明了仿真模型的正确性。

表 3.4 频率识别结果

	第一阶	第二阶	第三阶
实验频率/Hz	27.50	103.75	200.01
仿真频率/Hz	32.21	95.25	198.22

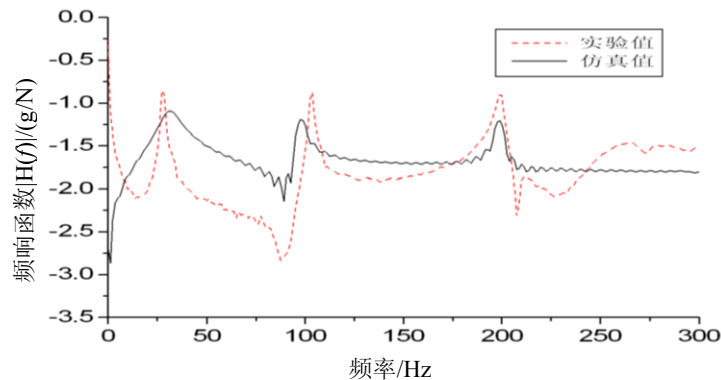


图 3.3 原点幅频响应函数对比

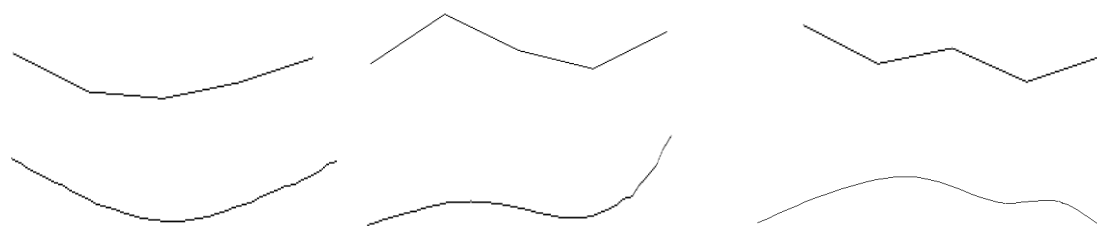


图 3.4 转子前三阶振型比较

3.5 本章小结

本章首先建立了转子-滚动轴承实验器的有限元模型并对它进行模态分析，再进行真实实验器的模态试验并计算出实验模态。通过将模态实验结果和计算模态分析结果进行比较，验证了所建立实验器模型的准确性，为后续故障模型的建立打下了基础。

第四章 轴承外圈-轴承座配合松动建模与实验验证

针对转子系统中普遍存在的配合间松动故障，现有的模型未能考虑轴承外圈-轴承座配合松动，未能提取出从轴承座或机匣提取故障特征。本章在第三章所建立的有限元模型基础上，向模型中加入轴承外圈与轴承座之间配合松动的故障，建立了含轴承外圈-轴承座配合松动间隙下的转子有限元模型，并且从轴承座加速度信号中分析了故障特征，从而揭示了轴承外圈-轴承座配合松动故障规律。

4.1 轴承外圈-轴承座配合松动建模方法

针对轴承外圈-轴承座配合间存在的松动间隙，建立了含轴承外圈-轴承座松动间隙下，转子系统有限元模型，具体建模方法如下。

在过盈配合的转动件中，由于长期的机械振动，零件间就会发生配合松动，例如轴承外圈与轴承座之间会出现间隙松动故障，松动间隙导致本来不应该相互转动的部件发生了转动，从而引发了零件间的碰撞与摩擦。设内部配合件的位移为 x_I ，外部配合件的位移为 x_O ，该松动模型类似碰摩模型，如图 4.1 所示。图中 c 表示松动间隙， r 表示的是转动件径向的相对位移，其表达式如下：

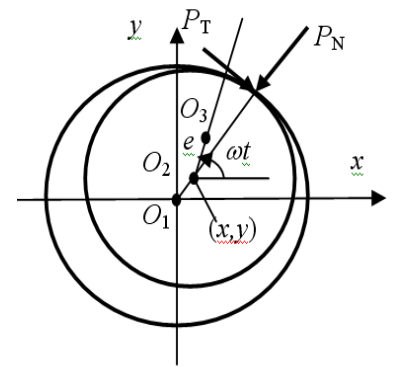


图 4.1 转动件间隙松动模型

$$r = \sqrt{(x_I - x_O)^2 + (y_I - y_O)^2} \tag{4.1}$$

若 $r < c$ ，则不发生转子碰摩。若 $r \geq c$ ，则会发生转子碰摩。这里我们假设转子的碰摩服从库仑摩擦定理，则可以求得碰摩产生的法向力和切向力分别表示如下：

$$\begin{cases} P_N = k_r \cdot (r - c) \\ P_T = f \cdot P_N \end{cases} \tag{4.2}$$

其中： k_r 为轴承径向刚度、 f 为摩擦系数、将法向和切向碰撞力和摩擦力分解在 x 和 y 轴，可以得到：

$$\begin{cases} P_x = k_r(1 - c/r)[-(x_I - x_O) + f \cdot (y_I - y_O)] \\ P_y = k_r(1 - c/r)[-(y_I - y_O) - f \cdot (x_I - x_O)] \end{cases} \tag{4.3}$$

4.2 轴承外圈-轴承座配合松动故障下仿真分析

4.2.1 仿真条件

(1) 当轴承外圈和轴承座之间出现配合松动时，分别设径向松动为 $0\mu\text{m}$ 、 $30\mu\text{m}$ 、 $50\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ ，针对于是否考虑摩擦我们进行相应的分析：不考虑摩擦时，可以模拟轴承游隙所引发的间隙松动故障；考虑摩擦时，设摩擦系数为 0.1，可以对轴承外圈与轴承座之间的配合松动进行模拟；

(2) 考虑盘1、盘2、盘3的不平衡激励，其偏心距均设置为 0.01mm ；

(3) 转速范围为 $1000\text{-}15000\text{rpm}$ 。

(4) 测点为后支承轴承座处垂向加速度信号。

4.2.2 轴承座加速度响应特征分析

图 4.2~4.6 所示分别为不同松动间隙 $0\mu\text{m}$ 、 $30\mu\text{m}$ 、 $50\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ 以及 1mm 下，转子横向位移与轴承座垂向加速度的三维瀑布图。对三维瀑布图进行分析可知，在不含松动间隙下，转子系统的前两阶临界转速分别为 1800r/min 和 6000r/min 左右；转子的横向位移的三维瀑布图中出现第一阶临界转速对应的频率，以及非同步频率成分，随着松动的间隙的增加，越来越明显；轴承座的垂向加速度的三维瀑布图中，在低频段出现第二阶临界转速对应的频率，以及非同步频率成分，在高频段，频谱以倍频和分频形式出现。

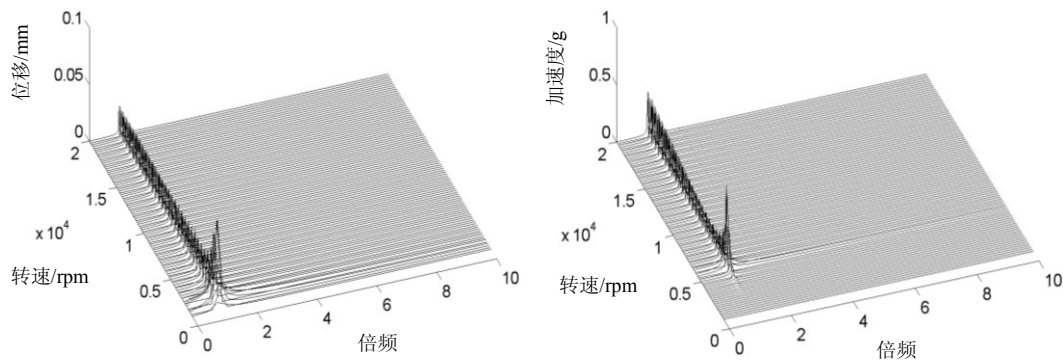


图 4.2 不含松动间隙下转子横向位移和轴承座加速度三维瀑布图

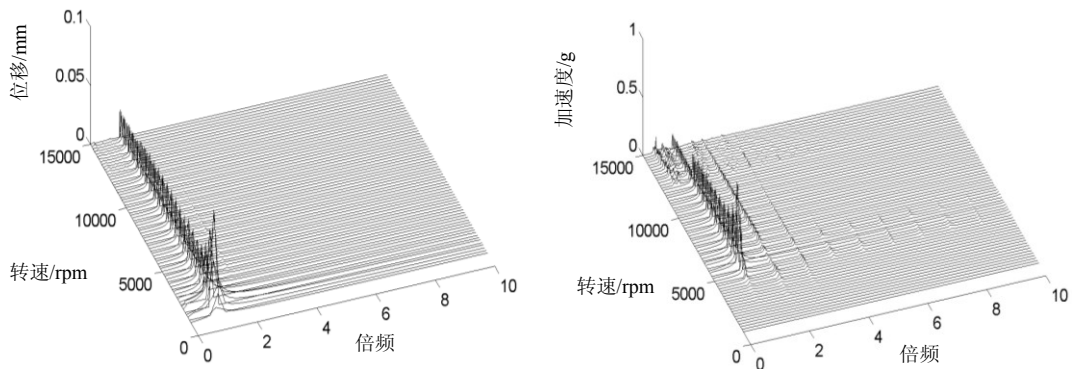


图 4.3 松动间隙 $30\mu\text{m}$ 下转子横向位移和轴承座加速度三维瀑布图

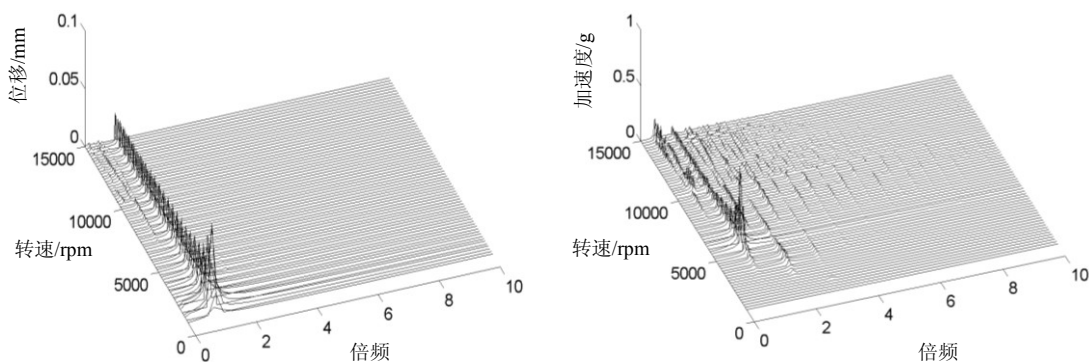


图 4.4 松动间隙 50 μm 下转子横向位移和轴承座加速度三维瀑布图

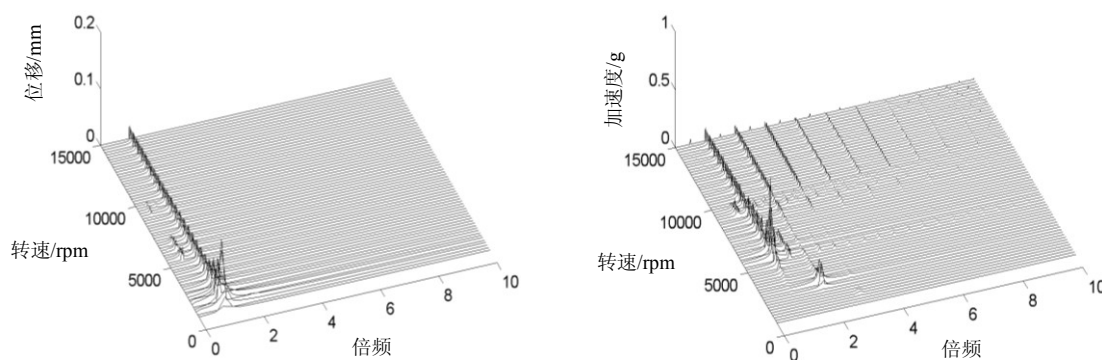


图 4.5 松动间隙 100 μm 下转子横向位移和轴承座加速度三维瀑布图

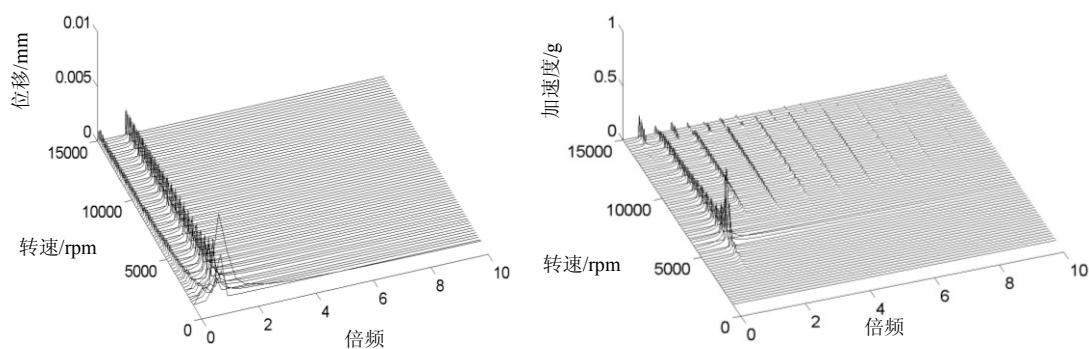


图 4.6 松动间隙 1mm 下转子横向位移和轴承座加速度三维瀑布图

4.2.3 典型转速下转子响应特征分析

为了揭示轴承外圈-轴承座松动特征，针对松动间隙 50 μm 下，转子以及轴承座的响应进行分析。图 4.7 为在转速 1800rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。通过分析图 4.7(b)与 (d) 可知出 1800rpm 转速下，出现较大的 3 倍频。从图 4.7(a)与(c) 中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

图 4.8 为在转速 4200rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。

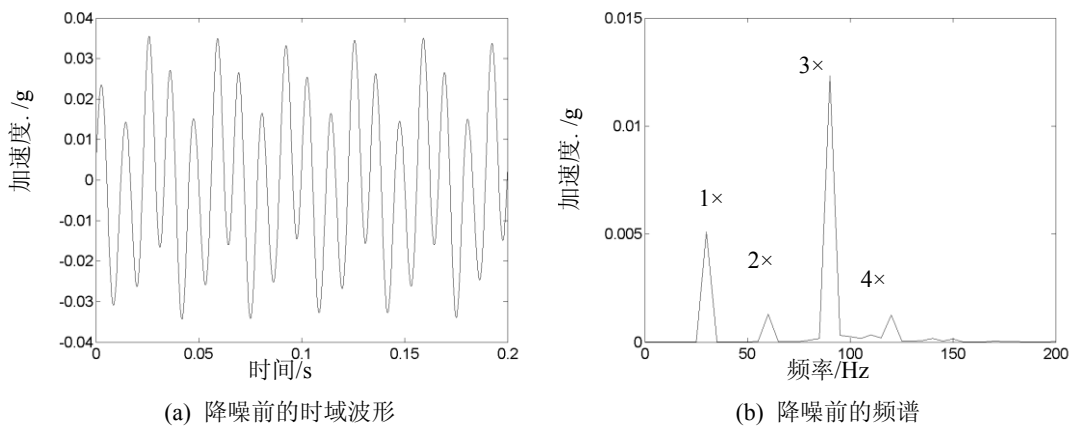
通过对图 4.8(b)与(d)的分析可知 4200rpm 转速下，出现较大的 2 倍频。从图 4.8(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

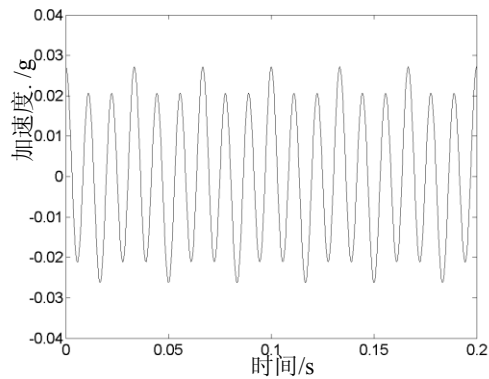
图 4.9 为在转速 4800rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.9(b)与(d)中可以看出 4800rpm 转速下，出较大的 2 倍频。从图 4.8(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

图 4.10 为在转速 8400rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.10(b)与(d)中可以看出 8400rpm 转速下，出现明显的 3/2 倍频。从图 4.10(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形有明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

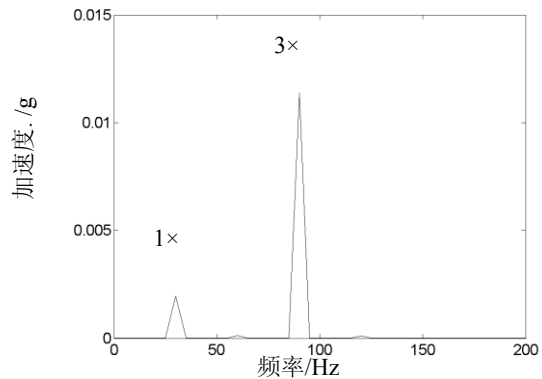
图 4.11 为在转速 9600rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.11(b)与(d)中可以看出 9600rpm 转速下，出现明显的 1/2 倍频。从图 4.11(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形有明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

图 4.12 为在转速 13000rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.12(b)与(d)中可以看出 13000rpm 转速下，出现较大的 1 倍频，其他频率成分比较杂乱难以辨别。但从图 4.20(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形有明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。



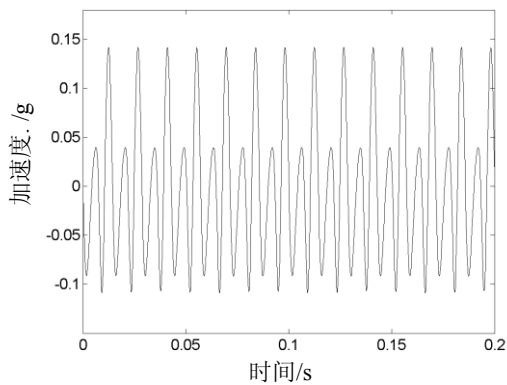


(c) 降噪后的时域波形

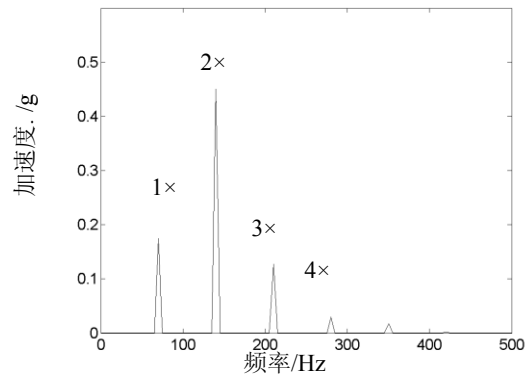


(d) 降噪后的频谱

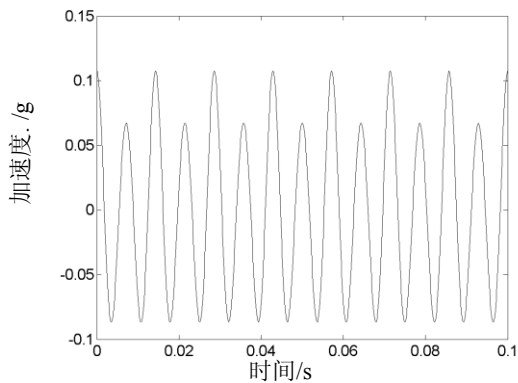
图 4.7 转速 1800rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱



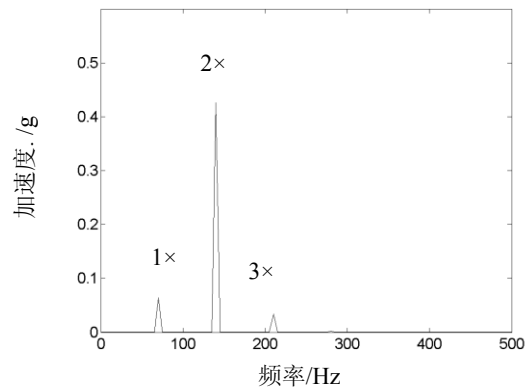
(a) 降噪前的时域波形



(b) 降噪前的频谱



(c) 降噪后的时域波形



(d) 降噪后的频谱

图 4.8 转速 4200rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱

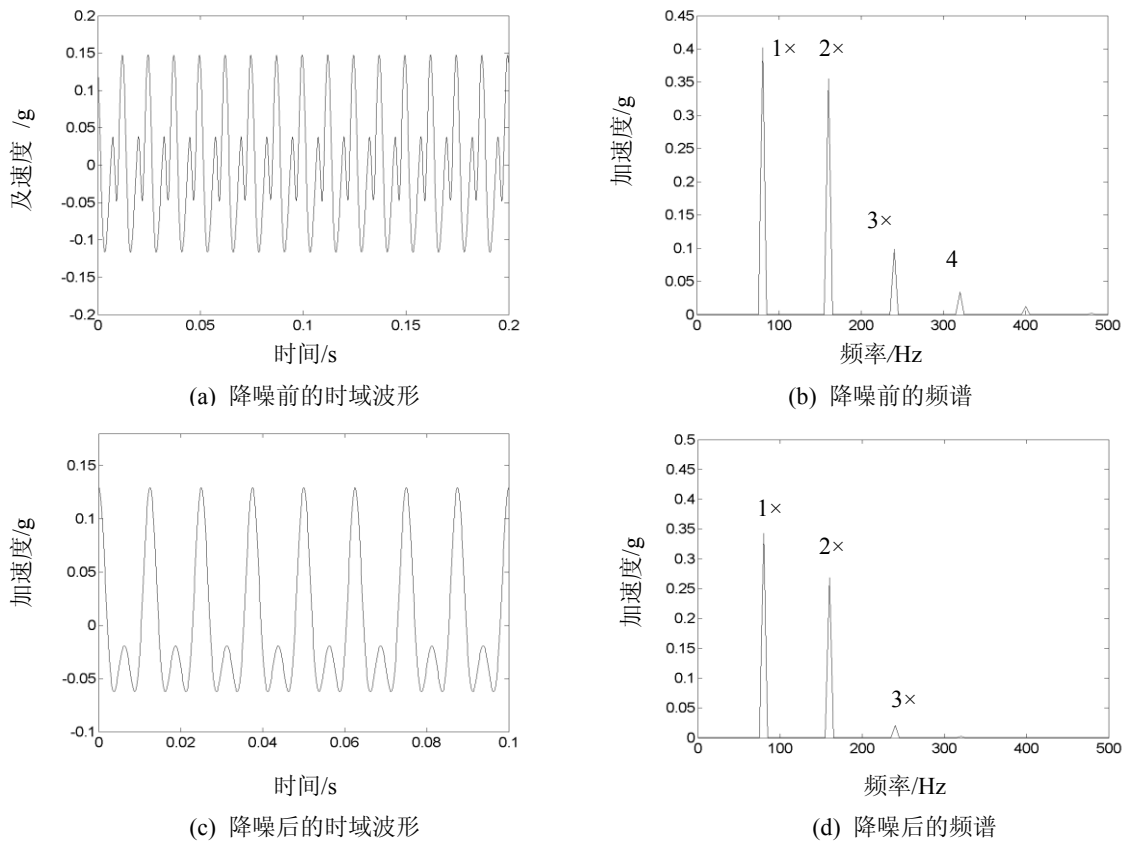


图 4.9 转速 4800rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱

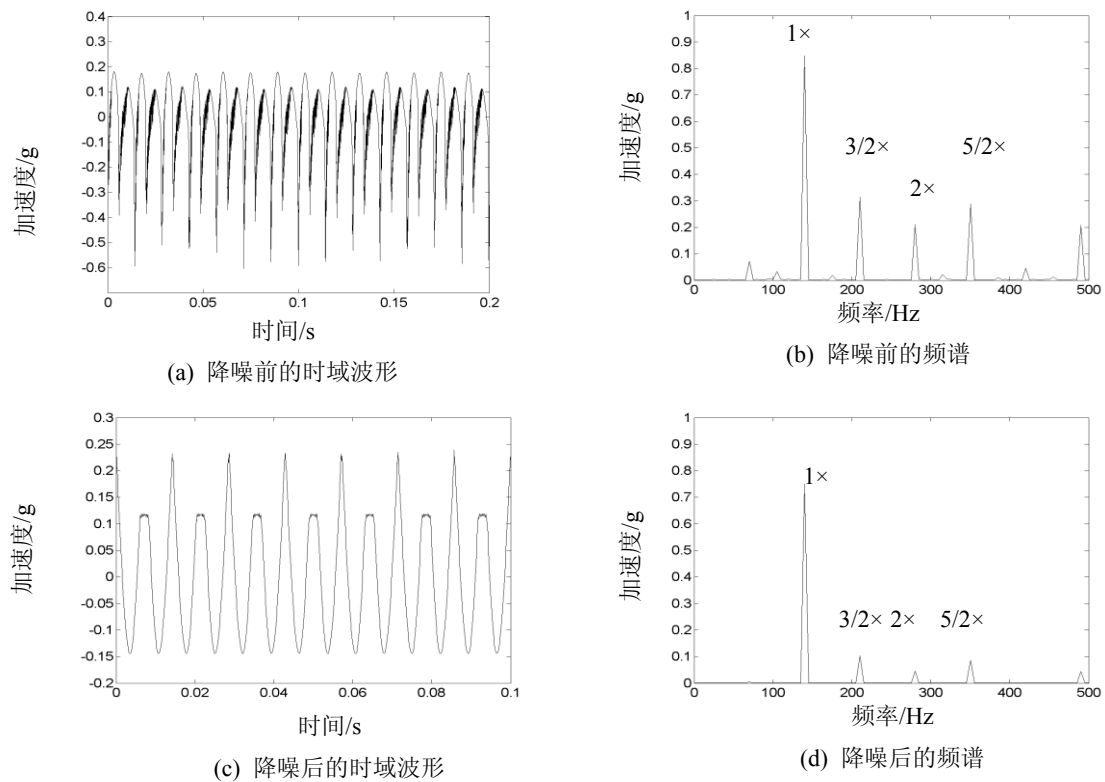
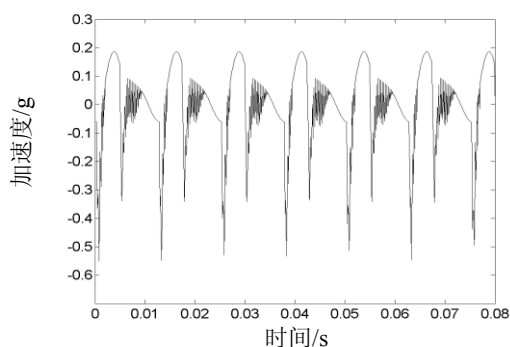
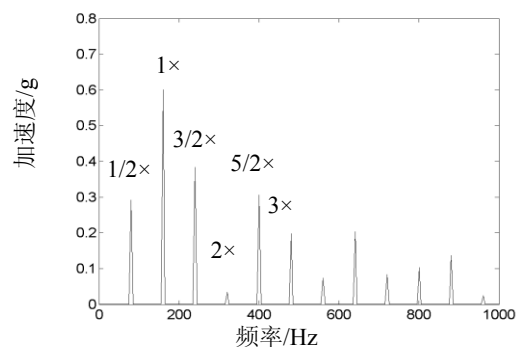


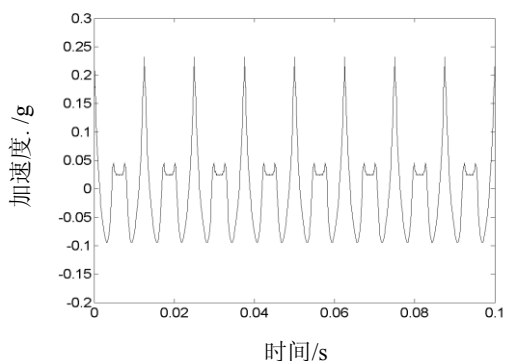
图 4.10 转速 8400rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱



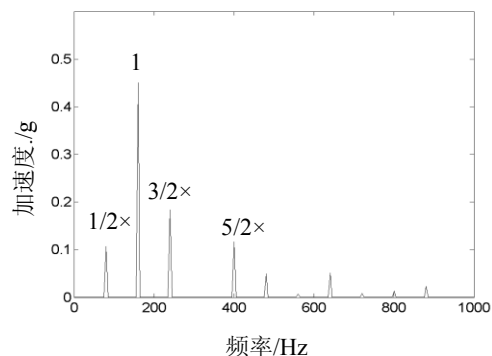
(a) 降噪前的时域波形



(b) 降噪前的频谱

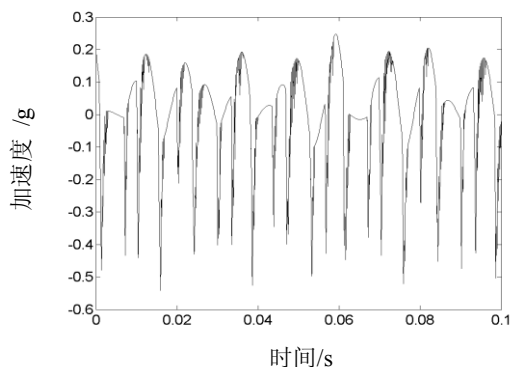


(c) 降噪后的时域波形

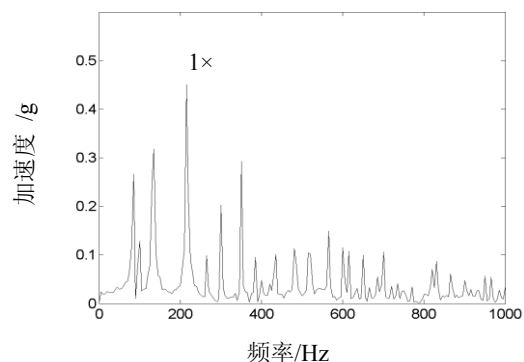


(d) 降噪后的频谱

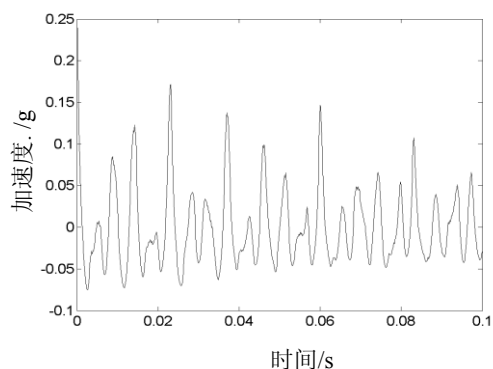
图 4.11 转速 9600rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱



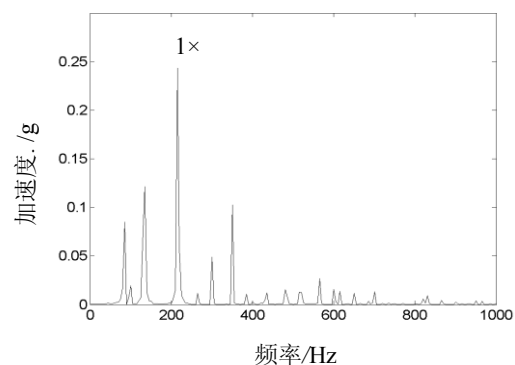
(a) 降噪前的时域波形



(b) 降噪前的频谱



(c) 降噪后的时域波形



(d) 降噪后的频谱

图 4.12 转速 13000rpm 下自相关降噪前后加速度时域波形及频谱

4.3 轴承外圈-轴承座配合松动实验验证

4.3.1 轴承外圈-轴承座配合松动实验设计

(1) CATIA 软件介绍

CATIA 是达索公司的一款高端 CAD/CAE/CAM 一体化应用软件^[36]。在世界 CAD/CAE/CAM 行业中 CATIA 处于领导地位。CATIA 设计系统从产品的概率设计、工业造型设计到分析计算、模型仿真，再到数控加工、工程出图等无所不包。

我们先用 CATIA 画出零件三维立体图，并用 CATIA 装配功能把我们所有零件装配起来，看是否满足实验要求。之后再利用 CATIA 工程制图功能得到可用来加工的零件三维图。最后加工出来所设计的实验件，就可以转配好实验器进行实验了。

(2) 轴承衬套与轴承座的设计

为了使轴承外圈与轴承座之间的间隙能够方便的进行控制，所以可以通过 CATIA 软件为轴承设计衬套。我们的衬套首先得满足轴承外圈与轴承座的配合松动要求，然后还需要实现各种尺寸的松动间隙，并且需要保证轴承不进行径向的运动。所以我们设计轴承衬套如图 4.13 所示。A 点处用于安装轴承，控制 A 处直径的大小就可以得到不同的轴承外圈-轴承座不同大小的配合间隙。B 点处直径小于轴承外圈的直径但大于转轴的直径，并且 A 点处的深度略小于轴承外圈的宽度，当轴承安装到 A 内之后轴承径向卡在轴承衬套和轴承座之间，这样一来就可以转轴穿过 B 但又能卡住轴承防止轴承的径向运动。C 点处的螺纹是与轴承座（如图 4.14 E 点）处的内螺纹相配合，螺纹的松紧程度就可以实现对径向预紧力的控制。D 点处的凹槽用来安装衬套时敲击紧固衬套。图 4.14 F 点处的挡板就是与图 4.13 B 点处的凸台共同夹紧轴承。G 点处的孔是用来穿过转轴的。将用 CATIA 将零件轴承、衬套、转轴与轴承座装配起来，得到图 4.15 所示的整体装配图。

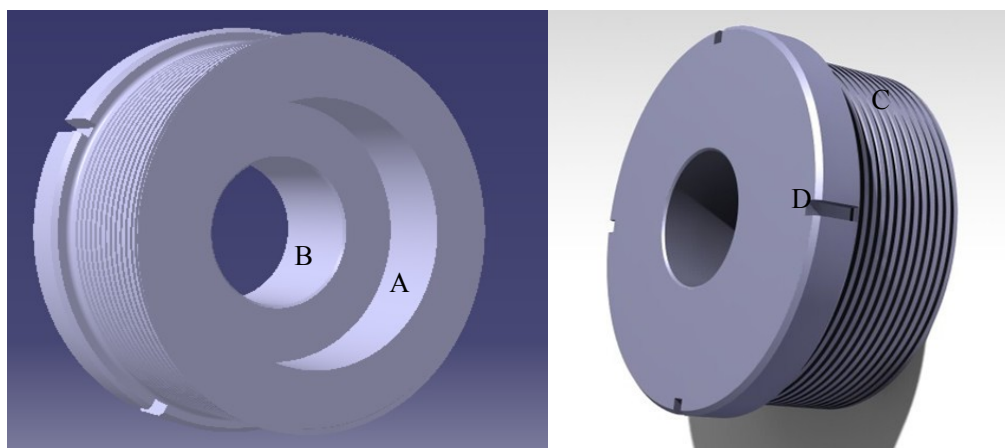


图 4.13 轴承衬套设计图

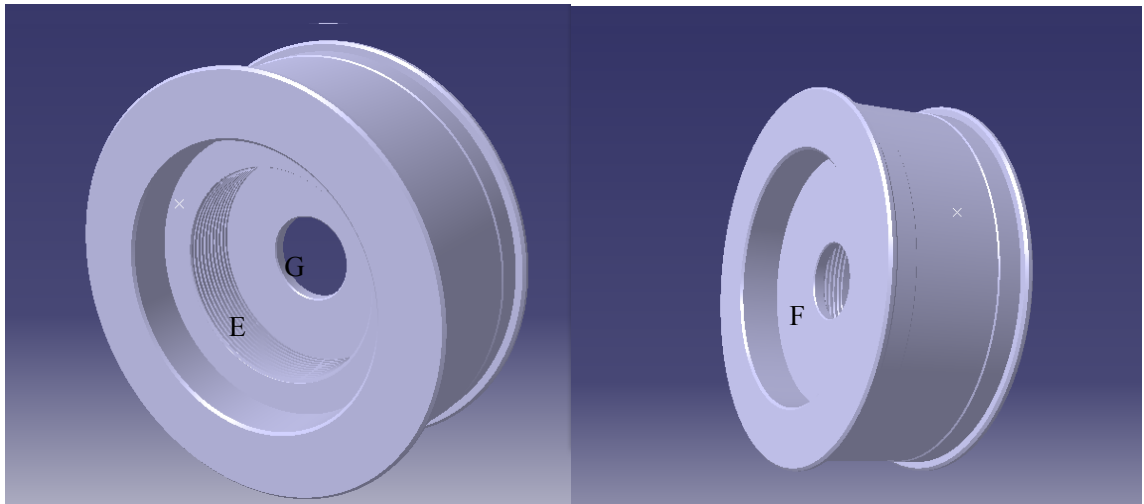


图 4.14 轴承座设计图

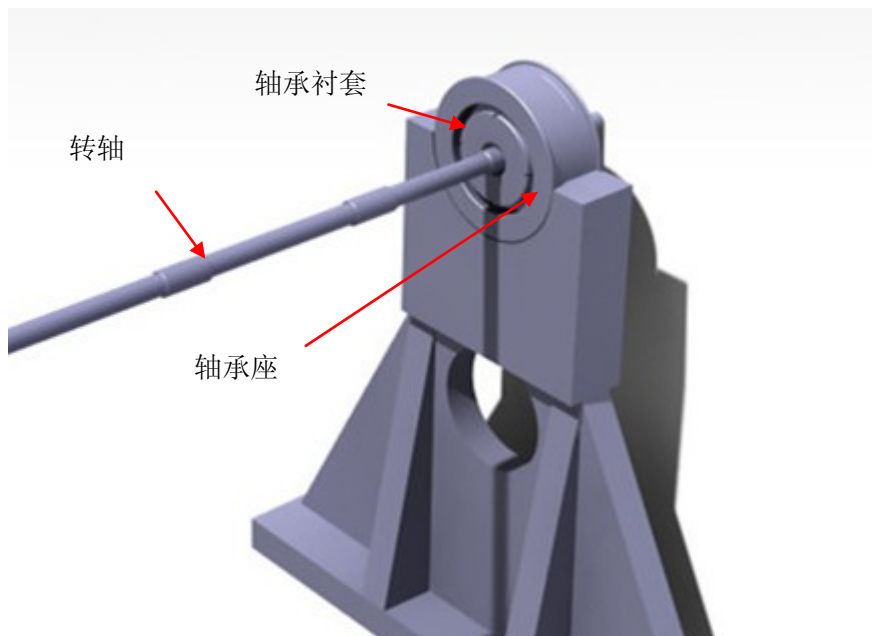


图 4.15 CATIA 实验台装配图

(2) 轴承衬套和轴承座加工成形的实物图

图 4.16 所示为加工出来的轴承衬套，过盈配合时为了方便取出轴承，因为过盈是轴承径向本来就很难运动，轴承与衬套配合的特别紧，所以 B 点处的直径取得比较大，只留了 0.5mm 的厚度来卡住轴承防止其径向的运动。图 4.17 为轴承外圈-轴承座配合松动实际进行实验的实验器。图 4.18 为对 CATIA 装配图去截面得到的轴承外圈-轴承座配合松动实验结构图。

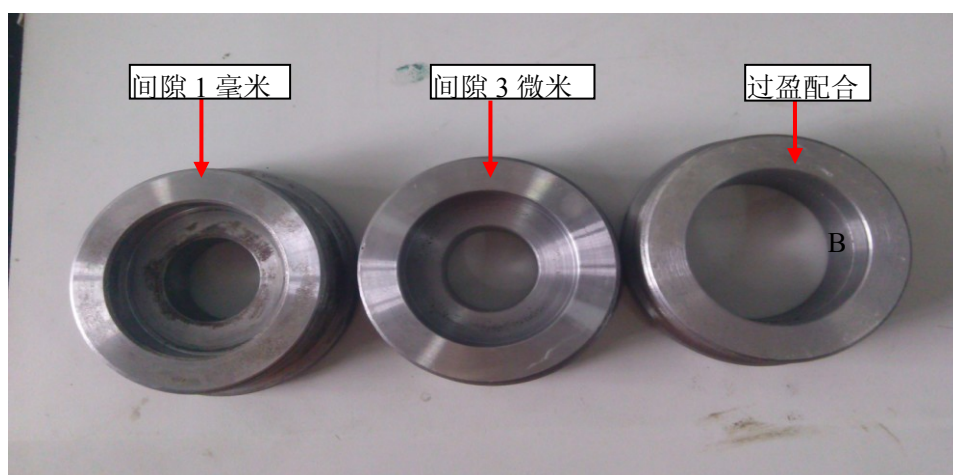


图 4.16 轴承衬套

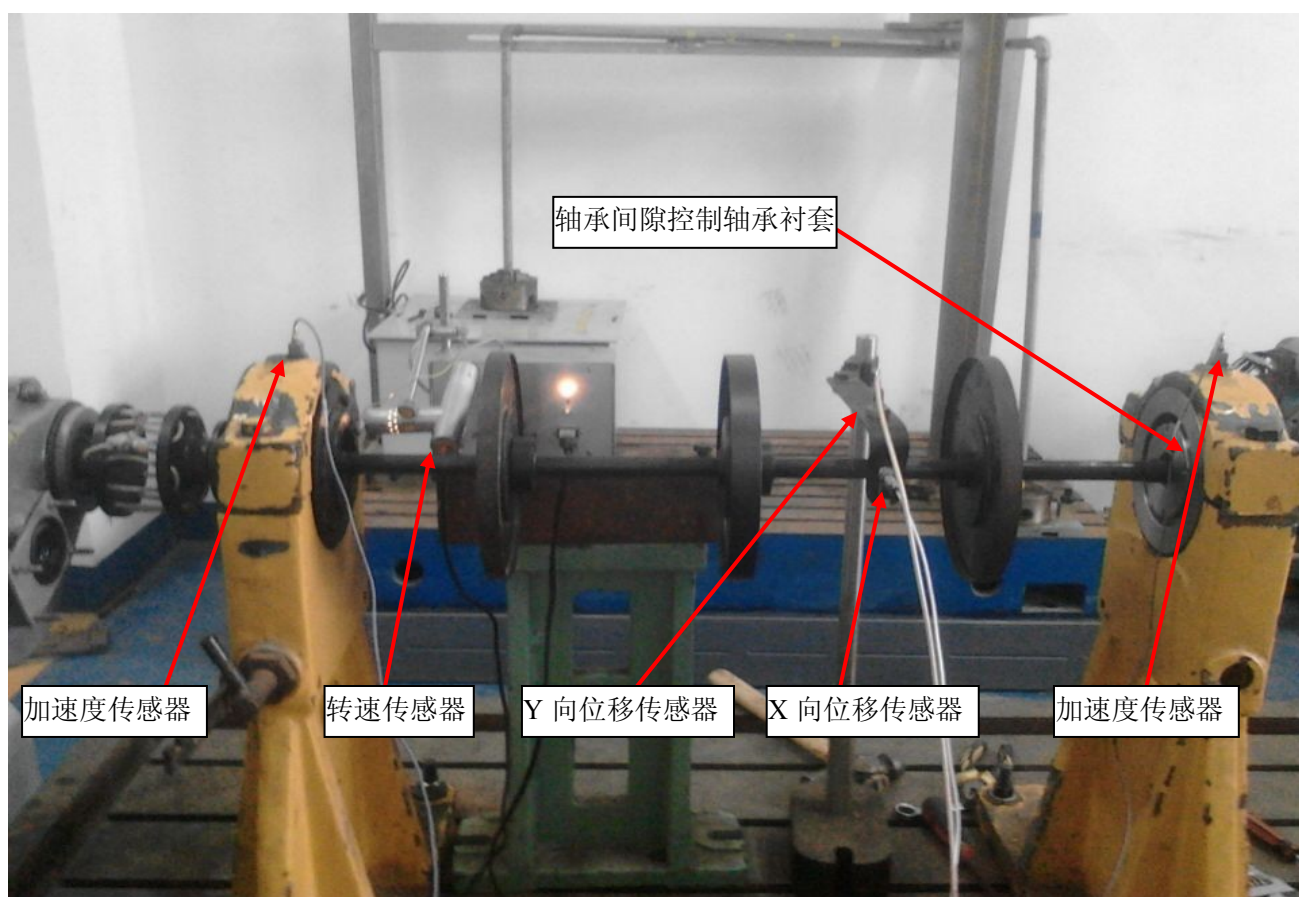


图 4.17 轴承外圈-轴承座配合松动实验器

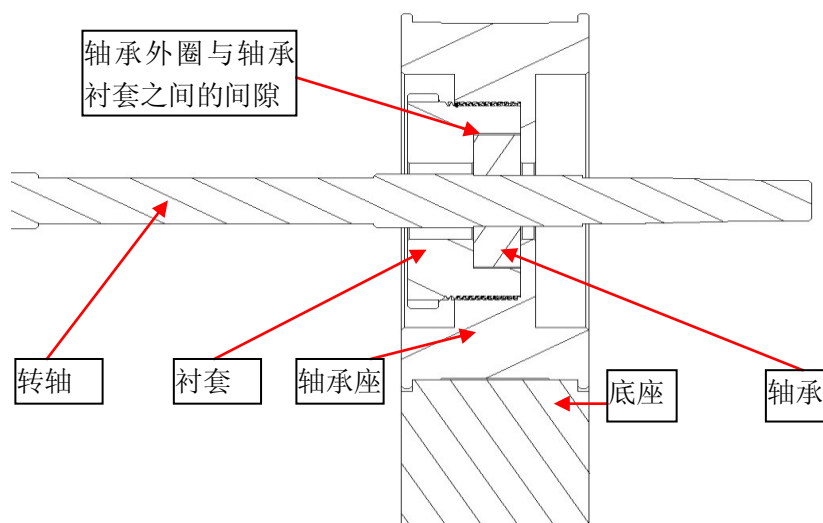


图 4.18 轴承外圈-轴承座配合松动实验结构图

4.3.2 轴承座加速度响应特征分析

为验证轴承外圈-轴承座配合仿真的正确性，采用 3 种不同的衬套，使得轴承外圈与衬套之间的间隙分别为 $-10\mu\text{m}$ 、 $30\mu\text{m}$ 、 1mm ，分别用来模拟过盈、无间隙配合和间隙配合。通过对三维瀑布图的分析可知，转子的一阶临界转速为 $1800\text{r}/\text{min}$ 左右。转子的横向位移的三维瀑布图中出现第一阶临界转速对应的频率，以及非同步频率成分，随着松动的间隙的增加，越来越明显；轴承座的垂向加速度的三维瀑布图中，在低频段出现第二阶临界转速对应的频率，以及非同步频率成分，在高频段，由于各种因素的影响，频谱比较杂乱，频谱以倍频和分频形式出现。

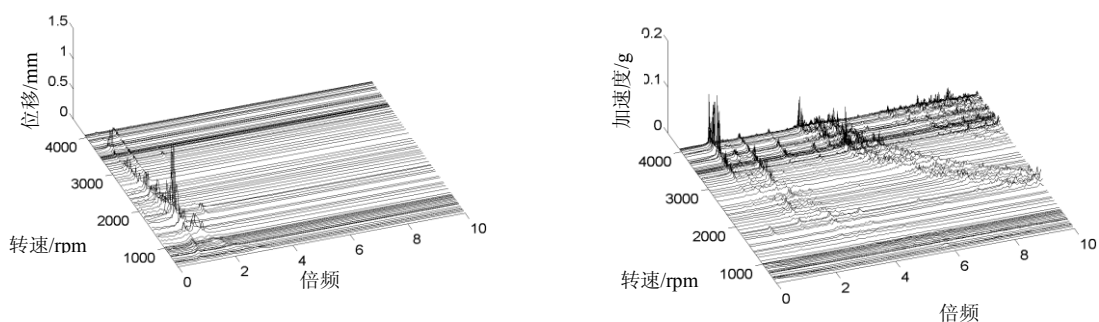
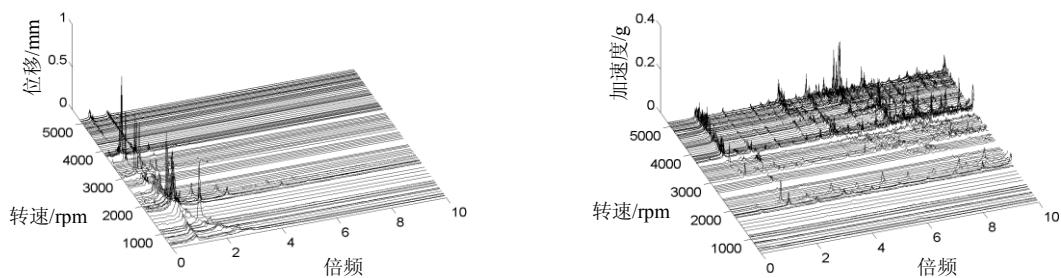
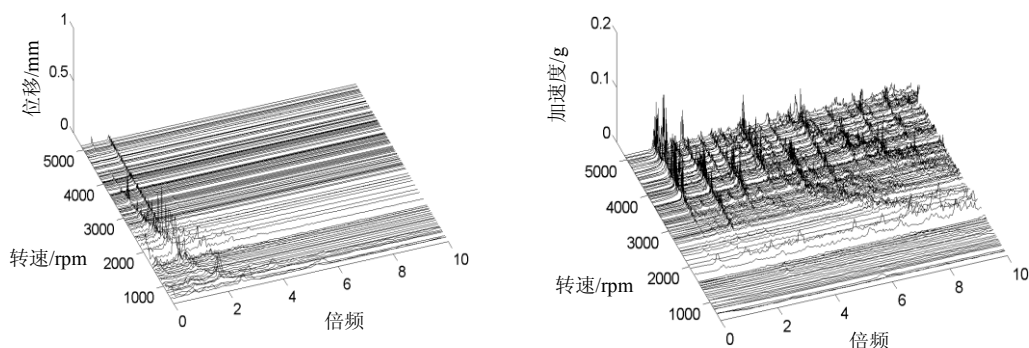


图 4.19 松动间隙 1mm 位移三维瀑布图

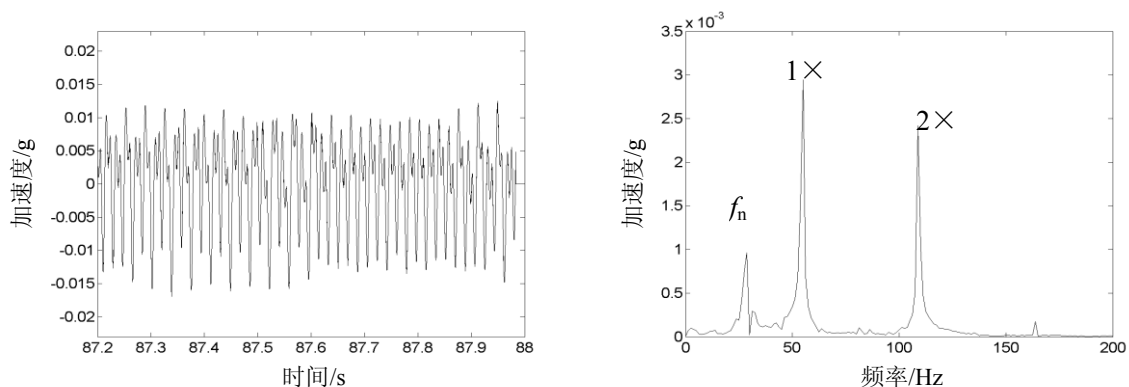
图 4.20 松动间隙 $30\mu\text{m}$ 下三维瀑布图图 4.21 松动间隙 $10\mu\text{m}$ 下三维瀑布图

4.3.3 典型转速下转子响应特征分析

针对松动间隙 1mm 下，不同转速下，自相关降噪前后，轴承座加速度进行分析。图 4.22 为在转速 3275rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.22(b) 与(d)中可以看出 3275rpm 转速下，出现较大的 1 倍频和 2 倍频。从图 4.22(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

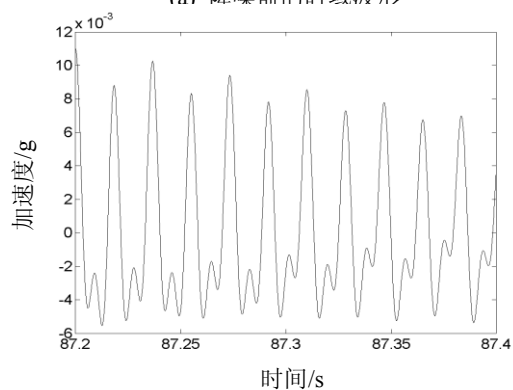
图 4.23 为在转速 3390rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.23(b)与(d)中可以看出 3390rpm 转速下，出现较大 1 倍频。从图 4.23(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

图 4.24 为在转速 3454rpm 下，自相关降噪前后，松动支承处的加速度时域波形及频谱。从图 4.24(b)与(d)中可以看出 3454rpm 转速下，出现较大的 1 倍频和固有频率。从图 4.24(a)与(c)中可以看出，经过降噪之后时域波形出现明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

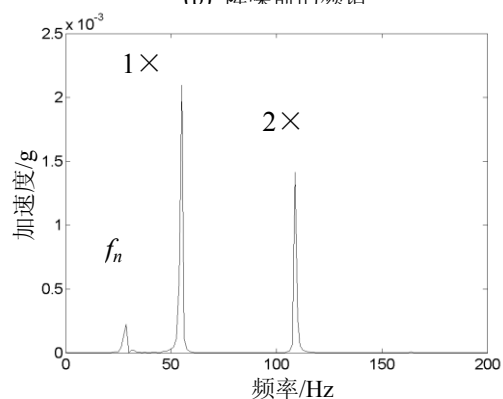


(a) 降噪前的时域波形

(b) 降噪前的频谱

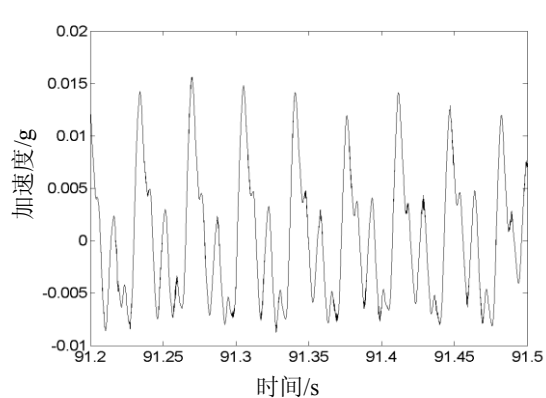


(c) 降噪后的时域波形

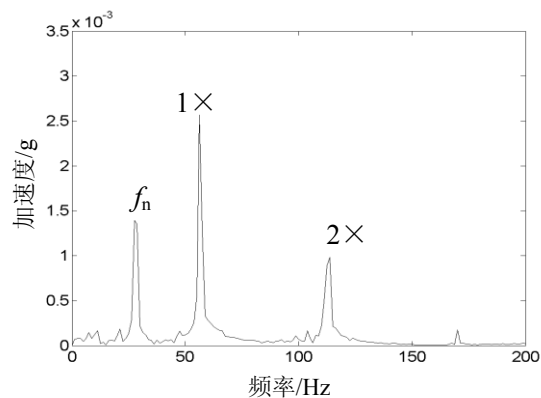


(d) 降噪后的频谱

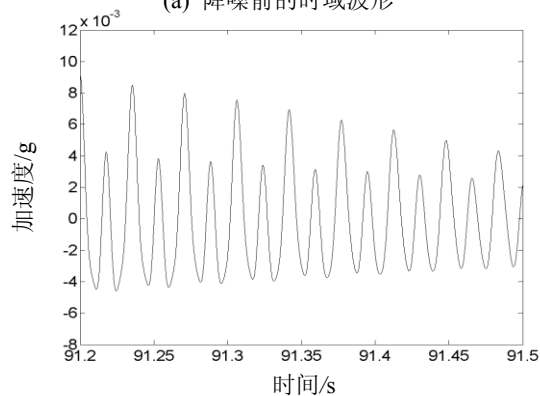
图 4.22 转速 3275r/min 下自相关降噪前后轴承座加速度



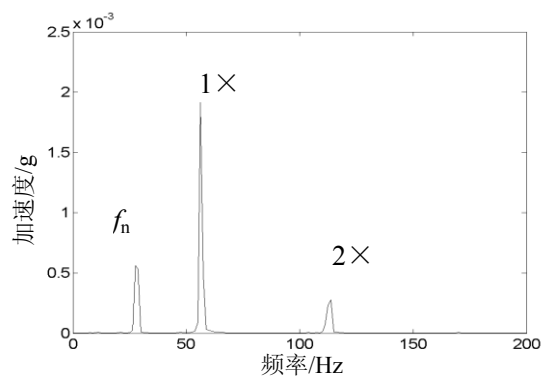
(a) 降噪前的时域波形



(b) 降噪前的频谱



(c) 降噪后的时域波形



(d) 降噪后的频谱

图 4.23 转速 3390r/min 下自相关降噪前后轴承座加速度

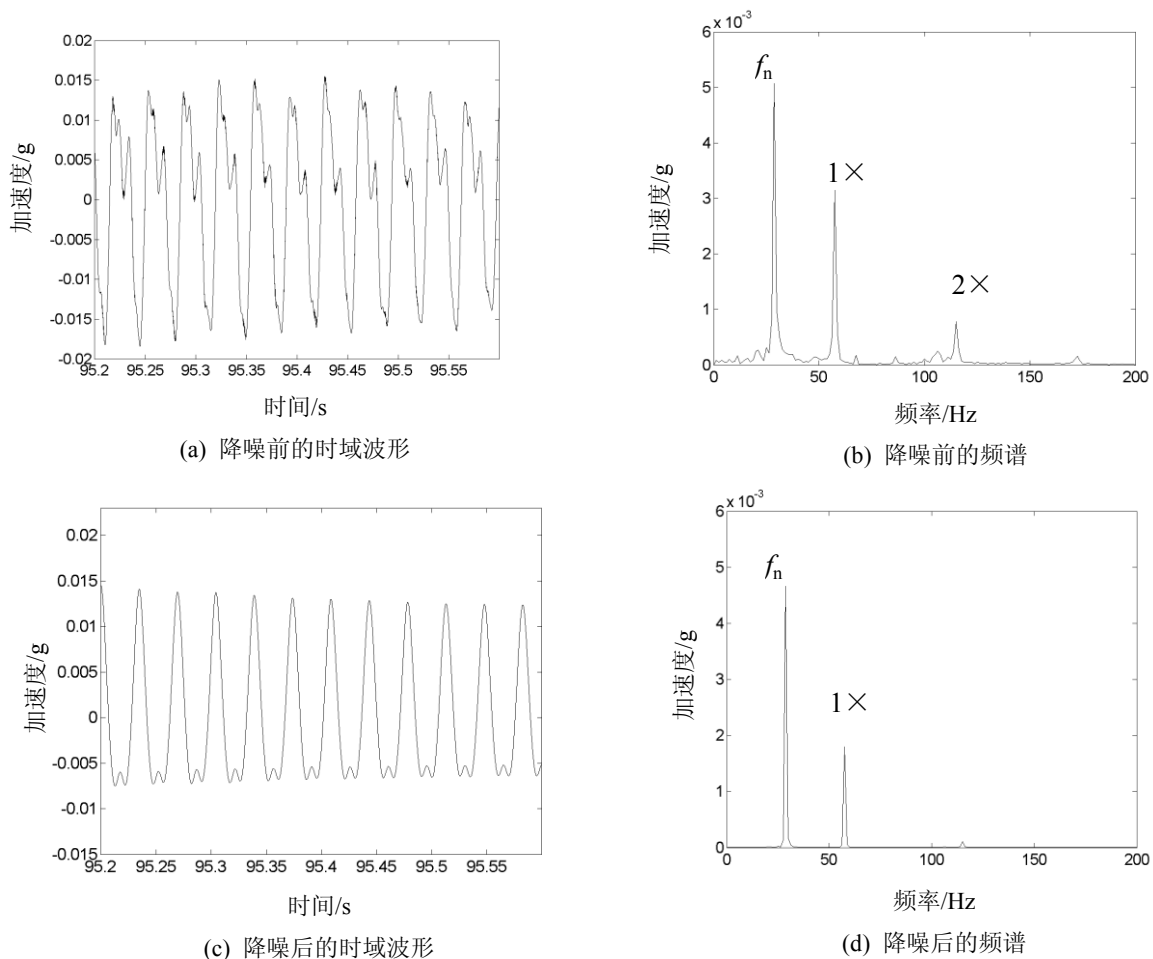


图 4.24 转速 3454r/min 下自相关降噪前后轴承座加速度

4.4 本章小结

本章首先将配合松动故障加入到第三章所建立的实验器模型中，建立了滚动轴承外圈-轴承座配合松动模型。再利用该模型进行了故障仿真分析。然后，再设计配合松动实验，进行松动故障实验。最后，通过分析对比仿真结果和实验结果，验证了松动故障模型的准确性并且得到了松动故障的故障特征。

第五章 总结与展望

5.1 总结

本文通过对轴承外圈-轴承座配合松动故障进行有限元建模。对转子-轴承实验器进行了实验模态分析和计算模态分析并进行了对比。对比的结果论证了所建立有限元模型的可靠性。再对模型加入轴承外圈松动故障得到轴承外圈-轴承座配合松动模型，并对模型进行数值求解的到轴承座加速度响应特征并对其进行了求解分析了不同转速下响应特征。再设计实验，对轴承外圈-轴承座配合松动进行验证。通过对实验数据分析得到轴承座加速度响应特征并分析了典型转速下转子响应特征。通过对实验结果的分析验证了仿真的正确性。并且发现了轴承外圈-轴承座配合松动的故障特征，即经过降噪之后时域波形有明显的上下波形不对称，出现明显的冲击特征，表现出“截头性状”波形。

5.2 展望

本文所设计的实验方案相对来说还是比较的粗糙。实验器在做实验过程中存在一些对实验结果准确性有影响的因素：如转盘运转过程中存在较大的偏转跳动，试验台其它部分配合有偏差在轴承外圈-轴承座未出现配合松动的情况下，就可能出现松动转子响应特征。在轴承外圈-轴承座出现配合松动的情况下过临界时因为转子不同心会出现很大的振动位移，并且仿真也在一定程度上简化了条件与实际试验条件有一定的差距，所以就导致实验得到结果和仿真计算所得的结果之间存在一定的偏差。因此，有必要进一步提高仿真的准确可靠性并且改进实验条件控制对实验结果有重要影响的各种因素。从而对轴承外圈-轴承座配合松动有更为深入的研究。

参考文献

- [1] 曹青松,向琴,熊国良. 机械松动现象与故障特性研究综述[J]. 噪声与振动控制, 2015(2): 1-6.
- [2] 赵黎辉,岳万军,李振威,等. 机械松动故障的诊断[J]. 中国新技术新产品, 2009,16: 125-126.
- [3] CHU F, TANG Y. Stability and non-linear responses of a rotor-bearing system with pedestal looseness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241(5): 879-893.
- [4] 李宏坤,赵利华,练晓婷. 非线性刚度转子-轴承支承松动故障的特征分析[J]. 动力学与控制学报,2011,9(3): 233-237.
- [5] 刘献栋,何田,李其汉. 支承松动的转子系统动力学模型及其故障诊断方法[J]. 航空动力学报,2005,20(1): 54-59.
- [6] MA H, ZHAO X, TENG Y, et al. Analysis of dynamic characteristics for a rotor system with pedestal looseness [J]. Shock and Vibration, 2011, 18(1): 13-27.
- [7] XIONG G L, XIANG Q, CAO Q S. Bearing looseness fault characteristics analysis of rotor system based on incremental harmonic balance method[J].Applied Mechanics and Materials,2013,397: 517-523.
- [8] Goldman P, Muszynska A. Analytical and experimental simulation of loose pedestal dynamic effects on a rotating machine vibrational response[J]. Rotating Machinery and Vehicle Dynamics, 1991, 35: 11-17.
- [9] Goldman P, Muszynska A. Chaotic behavior of rotor/stator systems with rubs[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1994, 116(3): 692-701.
- [10] Goldman P, Muszynska A. Dynamic effects in mechanical structures with gaps and impacting: order and chaos [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1994, 116(4): 541-547.
- [11] Muszynska A, Goldman P. Chaotic responses of unbalanced rotor/bearing/stator systems with looseness or rubs [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1995, 5(9): 1683-1704.
- [12] 刘元峰,赵玫,朱厚军. 转子有碰摩和支承松动故障时的混沌特性研究[J]. 振动冲击,2002,21(4): 36-38.
- [13] 罗跃纲,曾海泉,李振平,等. 基础松动-碰摩转子系统的混沌特性研究[J]. 振动工程学报,2003,16(2): 184-187.
- [14] 黄志伟,周建中,张孝远,等. 水轮发电机组轴系松动-碰摩耦合故障的动态响应[J]. 西南交通大学学报,2011,46(1): 121-126.
- [15] YANG B, SUH C S, CHAN A K. Characterization and detection of crack-induced rotary instability[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2001, 124(1): 40-48.
- [16] Mohiuddin M A, Khulief Y A. Dynamic response analysis of rotor-bearing systems with cracked shaft[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(4): 690-696.
- [17] 刘长利,郑建荣,周炜,松动裂纹转子轴承系统周期运动分岔及稳定性分析[J]. 振动与冲击,2007,26(11): 13-15.
- [18] 杨永锋,任兴民,秦卫阳. 松动-裂纹耦合故障转子系统的非线性响应[J]. 机械科学与技术,2005,24(8): 985-987.
- [19] 李振平,闻邦椿,张金换,等. 松动-裂纹耦合故障转子系统的非线性动力学行为研究[J]. 中国机械工程, 2003,14 (22): 1891-1895.
- [20] 陈铁锋,荆建平,孟光,等. 双裂纹转子振动特性的有限元和实验研究[J]. 噪声与振动控制,2010,10(5): 15-19.
- [21] 马辉,孙伟,任朝晖,等. 多盘悬臂转子系统支承松动故障研究[J].航空动力学报,2009,24(7): 1512-1517.
- [22] 张靖,闻邦椿. 两端支座松动转子系统的频率特性分析[J].中国机械工程,2008,19(1): 68-71.
- [23] Ji Z, Zu J W. Method of Multiple Scales for Vibration Analysis of Rotor -shaft System with Nonlinear Bearing Pedestal Model [J].Journal of Sound and Vibration, 1998,218(2): 293 -305

-
- [24] Chu F, Tang Y. Stability and non-linear responses of a rotor -bearing system with pedestal looseness[J].*Journal of Sound and Vibration* , 2001, 241(5): 879-893
- [25] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等.高等转子动力学[M].北京:机械工业出版社,2000.
- [26] 段吉安,黄志开.旋转机械松动故障的非线性力学模型[J].*中南工业大学学报*,2002,33(1): 78-81.
- [27] 王宗勇,吴敬东,闻邦椿.质量慢变转子系统的松动与碰摩故障研究[J].*振动工程学报*,2005,18(2): 167-171.
- [28] 王宗勇,吴敬东,闻邦椿.支承松动的质量慢变转子系统混沌特性研究[J].*中国机械工程*,2005,16(2): 165-168.
- [29] 刘杨,太兴宇,马辉,等.双盘三支撑转子轴承系统松动-碰摩耦合故障分析[J].*航空动力学报*,2013,28(5): 977-982.
- [30] 罗跃纲,闻邦椿.双跨松动转子-轴承系统周期运动稳定性[J].*振动与冲击*,2007,26(8): 9-12.
- [31] 罗跃纲,杜元虎,任朝晖,等.双跨转子-轴承系统松动-碰摩耦合故障的非线性特性[J].*农业机械学报*,2008,39(11): 180-183.
- [32] 卢艳军,任朝晖,陈宏,等.双盘悬臂转子轴承系统松动碰摩耦合故障分析[J].*振动、测试与诊断*,2007,27(2): 102-107.
- [33] 张斌.柔性转子动力特征及动平衡分析[D].西安:陕西科技大学,2008.
- [34] 乔保栋,陈果,曲秀秀.基于 Hilbert-Huang 变换和盲源分离的滚动轴承耦合故障诊断方法[J].*飞机设计*,2011,31(3): 37-43.
- [35] Zhai W M. Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering[J].*International Journal for Numerical Methods in Engineering* ,1996,39(24): 4199-4214.
- [36] 伍明. CATIA V5 完全学习手册[M].北京:人民邮电出版社,2015.1.

致 谢

本文是在陈果老师的悉心指导下完成的，从最初选题到最终论文的定稿完成，陈果老师都给了我极大的帮助和指导。陈老师作为一名杰出的、十分优秀的教师，无论是科研上还是学习上都是我的学习榜样。这几个月的论文写作过程中，陈老师耐心的指导我们做了很多实验，我也从实验中收获了很多，既开阔了视野也丰富了知识使我做科研的能力有很大的提高，培养了我求实创新，开拓进取的学习和科研精神。在此，我向陈老师表达我最诚挚的感谢！

同时，论文的完成还得到了很多师兄师姐与同学的无数帮助。感谢教研室王海飞、曲美娇博士、周迪、张全德和刘彬彬师兄、汪瑾、宋培培师姐给予我各方面的帮助和关心，感谢林桐、向正平同学的热心协助。在此我也要感谢交通运输民航机务工程 11 级 301 班所有同学，感谢你们在我遇到一个一个困难是给予我的帮助和支承。陪伴我度过了一个快乐的、有意义的大学本科。最好我还要感谢养育我的父母，谢谢你们！