

编号 071951508



南京航空航天大学

本科毕业设计（论文）

题 目

典型双转子试验器结构耦合振动影
响因素仿真分析

学生姓名 杨泽尖

学 号 071951508

学 院 通用航空与飞行学院

专 业 民航维修工程

班 级 2021202

指导教师 陈果 教授

二〇二五年六月

南京航空航天大学

本科毕业设计（论文）诚信承诺书

本人郑重声明：所提交的毕业设计（论文）是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的内容外，本设计（论文）不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本设计（论文）所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

作者签名：

杨泽尖

日期： 2025 年 月 日

南京航空航天大学

毕业设计（论文）使用授权书

本人完全了解南京航空航天大学有关收集、保留和使用本人所送交的毕业设计（论文）的规定，即：本科生在校攻读学位期间毕业设计（论文）工作的知识产权单位属南京航空航天大学。学校有权保留并向国家有关部门或机构送交毕业设计（论文）的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅，可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编论文。保密的论文在解密后适用本声明。

论文涉密情况：

不保密

保密，保密期（起讫日期： ）

作者签名：

杨泽尖

导师签名：

汪

日期： 2025 年 月 日

日期： 2025 年 月 日

摘 要

航空发动机作为现代航空的核心装置，对其安全性要求极高，任何故障都可能导致极其重大的安全事故，现如今，典型的双转子航空发动机为了实现结构紧凑，普遍采用了中介轴承支承方法。然而，在实际运行与测试数据表明，某些特定条件下，高、低压转子可能产生严重的耦合振动，导致整机振动超出标准。因此在航空发动机研究中，双转子的耦合振动是其中一重要研究课题。本文基于 ANSYS 采取有限元方法进行典型双转子试验器结构耦合振动影响因素仿真分析。本文的研究内容如下：

(1) 基于 ansys 建立双转轴、转盘、机匣等三维实体有限元模型，进而建立典型双转子试验器整体有限元模型，分析了双转轴、转盘、机匣、支承等关键部件以整机模型的模态分析，为后续双转子耦合振动仿真影响因素仿真分析奠定基础。

(2) 基于双转子有限元模型，分析高低压转子同向和反向旋转时，双转子系统临界转速差异，同时，在相同条件下分别使用完全法和缩减法求解双转子系统临界转速，研究结果表明：两种方法计算结果差距不大，最高误差约为 1.65%。系统同向旋转时高低压转子的陀螺效应方向相同，其临界转速要高于反向旋转时的临界转速，反向旋转时则与之相反。

(3) 通过改变转速比和双转子的中介轴承刚度分析其对该双转子结构系统的临界转速的影响，研究结果表明：双转子系统反向旋转，改变中介轴承支承刚度，当以低压激励为主时对第三阶临界转速影响较大，临界转速随中介轴承刚度增大而增大，到达一定数值后趋于平缓，因为此时中介轴承视为刚性，再增加刚度影响很小。对第一、二阶影响较小。以高压为主激励时对第一、三、四阶临界转速影响较大，临近转速随中介轴承刚度增大而增大，最后趋于稳定，对第二阶影响不大。

关键词：双转子，临界转速，有限元，模态分析

ABSTRACT

Aircraft engines, serving as the core component of modern aviation, are subject to extremely stringent safety requirements, as any malfunction may lead to catastrophic accidents. Currently, typical dual-rotor aircraft engines widely employ inter-shaft bearing support methods to achieve structural compactness. However, operational data and testing results demonstrate that under certain conditions, severe coupled vibrations may occur between the high- and low-pressure rotors, leading to engine vibration levels exceeding safety standards. Consequently, the study of dual-rotor coupled vibrations constitutes a critical research focus in aero-engine development.

This paper adopts the finite element method (FEM) as the primary approach for analyzing coupled vibrations in a typical dual-rotor test rig structure.

To investigate the coupled vibration characteristics of the dual-rotor test rig, this study first establishes a three-dimensional model of the representative test rig configuration and calculates the critical speeds of the rotor system using finite element analysis.

When calculating the critical speed of a rotor system, the full method and the reduction method are used to solve the critical speed of the rotor system under the same conditions. The differences between the two methods are compared based on the solving processes and results. The maximum error does not exceed 1.65%

Subsequently, parametric studies are conducted by varying the rotational speed ratio and modifying the support stiffness of the inter-shaft bearing. The critical speeds of the dual-rotor system are recalculated under these modified conditions. Through comparative analysis of the numerical results before and after parameter adjustments, the influences of inter-shaft bearing support stiffness and rotational speed ratio on the critical speeds are systematically examined.

KEY WORDS: double rotor, critical speed, finite element, modal shape

目 录

第一章 绪论	1
1.1 课题研究的目的是和意义	1
1.2 国内外研究现状	1
1.2.1 双转子耦合模型动力学建模方面	1
1.2.2 双转子耦合振动动力学特性研究方面	3
1.2.3 双转子耦合振动抑制方法方面	4
1.3 本课题研究的主要内容	5
第二章 双转子试验器模态分析	7
2.1 模拟双转子试验器结构分析	7
2.1.1 试验器功能需求	7
2.1.2 模拟双转子试验器总体方案介绍	7
2.1.3 模拟双转子试验器结构介绍	8
2.2 双转子试验器几何模型建立	8
2.2.1 建模简化原则	8
2.2.2 试验器几何模型的建立	9
2.3 双转子试验器有限元建模及模态分析	11
2.3.1 有限元法基本概述	11
2.3.2 有限元法求解动力学问题的基本理论	13
2.3.3 模态分析基本理论	14
2.3.4 双转子试验器耦合振动高保真有限元建模	16
2.3.5 模态分析	17
2.4 本章小结	19
第三章 双转子试验器临界转速及其影响因素	20
3.1 临界转速基本理论	20
3.2 模拟试验器临界转速计算	20
3.2.1 完全法	21
3.2.2 基于完全法对高低压转子同向旋转时临界转速计算	21
3.2.3 基于完全法对高低压转子反向旋转时临界转速计算	25
3.2.4 缩减法	27
3.2.5 基于缩减法对高低压转子同向旋转时临界转速计算	28
3.2.6 基于缩减法对高低压转子反向旋转时临界转速计算	30
3.2.7 高、低压转子同向反向旋转对临界转速的影响	31
3.2.8 中介轴承支承刚度对临界转速的影响	32
3.3 本章小结	37
第四章 总结与展望	39
4.1 研究总结	39
4.2 研究展望	39
参考文献	40
致谢	42

第一章 绪论

1.1 课题研究的目的是和意义

航空发动机作为现代航空器的核心动力装置，为航空器提供动力，其重要性相当于飞机的心脏，其对可靠性和安全性的要求极高。其发生任何故障都可能导致极其严重的安全事故，造成不可估量的损失。现如今，为了逐渐向高温、高压、高转速“三高”发展即高涡轮前温度、高增压比、高推重比，航空发动机的结构刚度不断地降低，大幅度的提高了各零部件所需承受的负载，造成航空发动机在实际工作时容易产生许多强度故障以及振动故障。典型的双转子航空发动机为了实现其结构的紧凑性，普遍采用了中介轴承支承方法。然而，在测试数据和实际运行情况表明，在某些特定条件下，高、低压转子可能产生严重的耦合振动，导致整机振动超出安全标准。有关航空发动机的振动问题时目前航空领域极为重要的研究课题之一。现如今，航空发动机的耦合振动受到学术界广泛关注，但是目前其内在机理研究仍存在不足。

鉴于如上原因，本课题将专注于研究典型双转子试验器结构耦合振动建模仿真技术，通过高精度实体有限元建模方法，构建双转子模拟试验器的动力学仿真模型，精准表征其固有特性（如临界转速、模态振型）。分别改变中介轴承支承刚度和高、低压转子转速比求出不同情况下对应的临界转速。通过对不同条件下的临界转速对比，分析不同条件（中介轴承支承刚度）对双转子试验器临界转速的影响。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 双转子耦合模型动力学建模方面

关于航空发动机转子系统的动力学特性分析，其高度依赖于所采用的计算方法及其建模精度。目前，已有研究表明不同的计算方法对同一模型的求解结果差异通常不超过 5%，然而不同的计算模型选取却可能导致其结果相差超过 10%甚至成倍增加^[1]因此，建模过程中获取其经验数据与合理的简化模型至关重要，以实现与实际发动机转子系统的动力学特性的准确描述。当前主流的建模方法主要有传递矩阵法、模态综合法和有限元法。

（1）传递矩阵法

传递矩阵法源于二十世纪四十年代，Myklestad^[2]和 Proh^[3]提出该方法用以分析转子系统的临界转速。该方法通过建立转轴界面状态参数的传递矩阵关系，结合边界条件求解系统临界转速和对应振型。该方法计算量不受系统自由度增加影响，计算效率高，特别适合链式子结构系统分析。然而传递矩阵法在应用于复杂转子系统中时容易出现数值不稳定现

象^[4]。1978年，Raccati提出了改进的传递矩阵法^[5]，极大的提升了数值稳定性。近年来，传递矩阵法逐渐发展出了多种变体，如子结构传递矩阵法和传递矩阵-直接积分法等，广泛应用于复杂转子系统的动力学建模和瞬态响应分析。晏砺堂等把复杂的转子系统引入到传递矩阵法，创新性的其提出将子结构传递矩阵法与动坐标系相结合，论述了含有非线性阻尼器的双转子系统的动力学特性^[6]。洪杰等提出的整体传递矩阵法为多转子系统的临界转速与振型计算提供崭新思路^[7]。蒋书运等通过使用该方法计算得到了某型航空发动机多转子系统的动力学问题，这一方法的提出克服了传统子结构法难以编程实现的局限性^[8]。杨建刚等^[11]提出了一种改进的传递矩阵法，通过将整体的转子系统分成为若干个子系统，有效的解决了多跨转子系统的计算难题。庞辉等基于 Riccati 变换改进了整体传递矩阵法，应用于计算双转子系统的临界转速^{[9][10]}。

(2) 模态综合法

模态综合法最早提出于十九世纪七十年代。有限元法可以将复杂结构离散为多个有限自由度，从而实现其精确逼近物理模型。有限元法虽然可以有效解决传递矩阵法的数值稳定性问题，但其对计算能力要求较高。为降低计算成本，Hurty W.C.等提出了模态综合法，该方法中心思想在于“分而治之”即先分解后组合，先将复杂系统划分成若干子结构并对其分别进行模态分析，提取关键低阶模态，而后通过界面协调条件将这些子结构重新整合成完整系统进行分析。模态综合法既保留了有限元法的高精度，同时又降低了对计算机处理能力的需求^[12]。但是他的缺点是如果子结构之间的连接处理不当，则可能产生较大的误差。模态综合法在发动机整机振动中得到广泛应用。例如，二十世纪八十年代，Glasgow D.A.等通过使用固定界面法完成了多转子动力特性的计算^[13]。模态综合法在国内也有十分广泛的应用与发展。欧园霞等通过把模态综合法与有限元法相结合，完成了某型航空发动机整机系统的动力学分析，求解得到该航空发动机整机系统的临界转速、瞬态响应以及稳态响应^{[14][15]}。

(3) 有限元法

随着时代的进步以及科技的发展，计算机的性能不断提升，有限元法在转子系统动力学建模中发挥出特有优势。该方法通过区域划分和响应分片插值逼近真实场函数，规避了数值不稳定现象的同时模型表达简介规范，易于构建动力学方程。Ruhl提出有限元法应用于转子系统的建模，进一步完善了有限元法^[16]。现如今，有限元技术扩展至二维和三维建模，尤为适用于大型复杂转子系统的动力学分析。

在有限元建模中，一维模型具有最高的计算效率与最少的自由度，适用于对轮盘和叶片等结构简化处理。然而该简化可能会带来一定误差。二维模型适用于轴对称结构，但对非轴对称结构（如叶片）需要适当的将其简化为轴对称的参数。三维模型则完整的保留了研究对象的结构特征，虽然该方式计算量最大、需率最低，但其精度最高，适用于对复杂转子系统进行高保真建模。孙传宗等基于 Craig-Bampton 方法开发了航空发动机双转子系统的高效建模技术，通过三维实体模型简化显著降低了系统自由度，同时保证了计算精度和收敛性的优点^[17]。路振勇等针对双转子-支撑系统的航空发动机提出的工程降维方法采用惯性等效原理，在简化结构的同时较好地保持了系统动力学特性，为航空发动机建模提供了新思路和帮助^{[18][19]}。陈果对带有中介轴承系列的双转子航空发动机，通过构建该系列双转子支承-机匣航空发动机耦合动力学建模，在该模型中通过使用有限元法去对转子和机匣系统进行建模。采取了集总参数模型的支承系统，同时计入了滚动轴承和挤压油膜阻尼器的非线性，通过运用 Newmark- β 法和改进后的 Newmark β 法即翟方法相结合的数值积分得出了了该系统的非线性动力学响应，最后对该型航空发动机进行了整机振动分析^[20]。

（4）小结

综上所述，传递矩阵法、模态综合法和有限元法在航空发动机转子系统的建模与分析中各有优点。传递矩阵法适用于链式结构的分析，模态综合法平衡了计算效率与计算精度，有限元法则因其高精度而适用于复杂结构的动力学分析。三维模型精度通常最高，适用于精度要求较高的线性问题，关于非线性问题，自由度相对较低的传递矩阵法和一维模型则更具优势。考虑到本文研究内容的需求在方法选择上以有限元法为研究方法。

1.2.2 双转子耦合振动动力学特性研究方面

廖明夫等在双转子系统动力学研究中，将简支对称结构的解析模式应用于转子系统的振动特性分析。该模型特别专注中介轴承的关键作用，该研究成果为轴承选型标准和转子结构优化设计提供了重要理论依据^[21]。周海伦等在双转子航空发动机动力学研究中，考虑中介轴承耦合效应的整机动力学建模方法得到了重要发展。通过建立包含中介轴承相互作用的系统模型，使研究者可以更准确地模拟发动机实际工况下的动态特性。该类模型为分析转子系统耦合振动激励提供了有效的数值工具^[22]。罗贵火等针对双转子系统在同向和反向旋转工况下会表现出不同的动力学特性情况下，通过对比实验与理论分析，证实了两种旋转模式下拍振响应和轴心轨迹存在显著差异。该成果为双转子系统的动态特性研究提供了重要参考^{[23][24]}。张大义等为满足航空发动机转子动力学设计需求，提出了一种融合振型筛选与有限元分析的新型临界转速计算方法。通过工程实例详细对比了完全法和缩减法的

求解特性, 结果表明两种方法具有一致的求解精度, 但缩减法凭借更少的迭代次数展现出更好的工程实用性^[25]。缪辉等采用有限元方法对反向旋转双转子系统进行动力学分析, 重点研究了其临界转速特性及主振型特征。结果表明, 中介轴承刚度和转速比对系统临界转速具有显著影响, 为反向旋转双转子系统的设计优化提供了重要依据^[26]。林荣州等在航空发动机整机振动研究中基于简化动力学模型的数值分析法被广泛应用于非线性特性研究。通过建立考虑中介轴承非线性弹性恢复力的系统模型, 采用 Newmark- β 法和 Newton-Raphson 迭代相结合的数值算法, 可以准确模拟高、低压转子及机匣测点的振动响应。结果揭示了中介轴承间隙参数对整机系统非线性震动行为的显著影响规律, 为发动机振动控制提供了理论依据^[27]。曾凡等基于中介轴承与双转子系统的耦合机理, 采用 ANSYS 平台构建了高精度三维实体有限元模型。该模型通过数值仿真方法有效的模拟了中介轴承-双转子系统的动态耦合特性, 为分析复杂转子系统的动力学行为提供了可靠的依据^[28]。综合考虑转速、载荷及接触性等关键参数, 建立了双转子系统动力学分析模型。通过数值计算获得系统的固有特性与临界转速, 计算结果与试验数据吻合良好。进一步研究了不同工况下的振动响应特征, 揭示了不平衡激励下的耦合振动规律, 为实际工程中的转子系统设计提供了参考。MAP 等通过考虑中介轴承的耦合效应, 分别分析了系统不平衡振动传递规律、不平衡稳态响应、振动敏感性与振动耦合机理^[29]。

1.2.3 双转子耦合振动抑制方法方面

航空发动机的转子系统布局十分复杂, 大部分是由高、低压组合的双转子系统, 且与机匣之间通过弹性支承与滚动轴承链接。如此复杂组成的系统一旦受到振动影响, 其随时间的推移对转子系统的危害也越来越严重, 且随着多个共振点出现, 使得共振区域的范围变大, 造成选用适当的工作频率难度升高^[30]。为此, 国内外学者在航空发动机减震这一问题进行了深入研究。

朱阳阳等进行了航空发动机叶片的减振特性分析, 通过能量法计算转子系统模型等效阻尼及刚度, 发现了二维摩擦振动在结合阻尼器后能够产生振动抑制效果^[31]。陈玉刚等对航空发动机的整机叶盘采用了振动抑制这一措施, 以及能够消除震动疲劳的硬图层阻尼技术, 完成了整体叶盘的硬图层减振优化^[32]。考虑到主动控制的相关方法, 周海仑等研究了航空发动机整机振动故障, 结合了结构动力学与结构刚度动力学等去分析转子不平衡量、转子不同心等问题, 通过总结获取了能够诊断航空发动机整机振动的方法^[33]。

在结构优化方面, 马艳红等针对涡轮发动机的涡轮间支承结构分析其振动特性, 提出相邻部件间刚度、质量分布差价加大可以有效避免耦合振动的设计思想^[34]。洪杰等针对高

推重比航空涡扇发动机的质点动载荷振动响应以及优化问题，建立转子系统支点动载荷力学模型，分析了不平衡力与轮盘惯性载荷等因素对支点动载荷的影响，结果表明了通过优化高压涡轮后轴颈结构可以有效减小中介支点动载荷的大小^[35]。

在动平衡方法方面，全勇等提出了双转子耦合共振平衡法，该原理为当使用影响系数法进行动平衡实验时，在校正量、影响系数的计算过程中考虑耦合振动影响因素，通过获得振动耦合共振条件下低压转子的振动位移数据并使用修正影响系数而对低压转子进行高速动平衡^[36]。熊纯等提出考虑转速比与耦合振动作用的双转子影响系数动平衡法^[37]。周旋等提出了以定转速比转子模态替代实际工作转速线下的转子模态进行双转子系统 $N1+N2$ 和 $N1+N2+4$ 平面模态动平衡的方法^[42]。

1.3 本课题研究的主要内容

本文基于 CATIA 建模软件以及 ANSYS 有限元分析软件，以双转子试验器为研究对象，探究双转子试验器结构耦合振动影响因素仿真分析。首先使用 CATIA 软件建立转子系统动力学模型，然后运用 ANSYS 软件对建模进行分析并分别使用完全法和缩减法计算转子系统的临界转速，最后通过改变转子旋转方向以及中介轴承支承刚度分析转子系统结构耦合振动影响因素。后续主要内容包括：

第一章：阐述双转子系统耦合振动在航空领域产生的严重后果，介绍了国内外学者研究该问题现状以及所用方法情况，现如今主要使用有限元法。

第二章：基于 ANSYS 建立双转轴、转盘、机匣等三维实体有限元模型，进而建立典型双转子试验器整体有限元模型，分析了双转轴、转盘、机匣、支承等关键部件以整机模型的模态分析，为后续双转子耦合振动仿真影响因素仿真分析奠定基础。

第三章：基于双转子有限元模型，分析高低压转子同向和反向旋转时，双转子系统临界转速差异，同时，在相同条件下分别使用完全法和缩减法求解双转子系统临界转速。通过改变转速比和双转子的中介轴承刚度分析其对该双转子结构系统的临界转速的影响。

第四章：对本文进行总结，以及对未来研究展望。

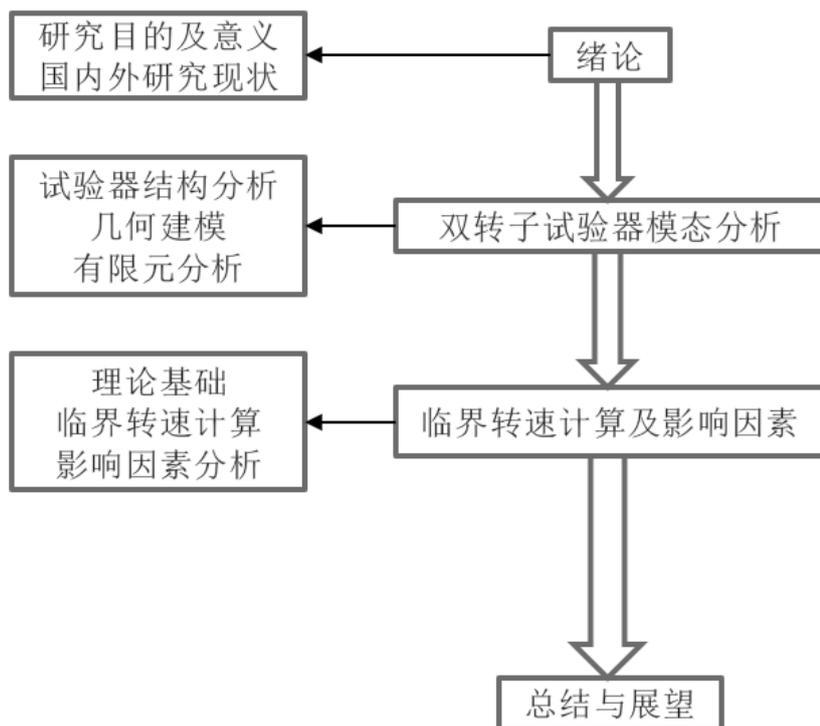


图 1.1 本文结构框架图

第二章 双转子试验器模态分析

2.1 模拟双转子试验器结构分析

2.1.1 试验器功能需求

针对本课题研究目标，该试验器应具备如下功能：

- (1) 该试验器可以有效的支承高、低压双转子系统的正反临界转速、耦合振型理论计算以及实验测试研究。高、低压转子满足同向旋转与反向旋转；
- (2) 双转子的转子具有较强的可扩展性和维修性，可以根据实际需求改变转静件的质量比、不平衡量、转静件的支承刚度；
- (3) 双转子试验器轴承需要通过润滑油进行润滑与冷却，并进行滑油密封；
- (4) 可对高压转子施加碰摩；
- (5) 利用电主轴直接驱动试验器高、低压转子。

2.1.2 模拟双转子试验器总体方案介绍

模拟双转子试验器结构主要由高压转子、低压转子、转子支撑座以及机匣组成，整体还包括实验平台、动力驱动系统（高压与低压转子端）、可移动防护舱盖、液压供油系统、试验机操作控制台以及转速控制软件。总体方案如图 2.1：

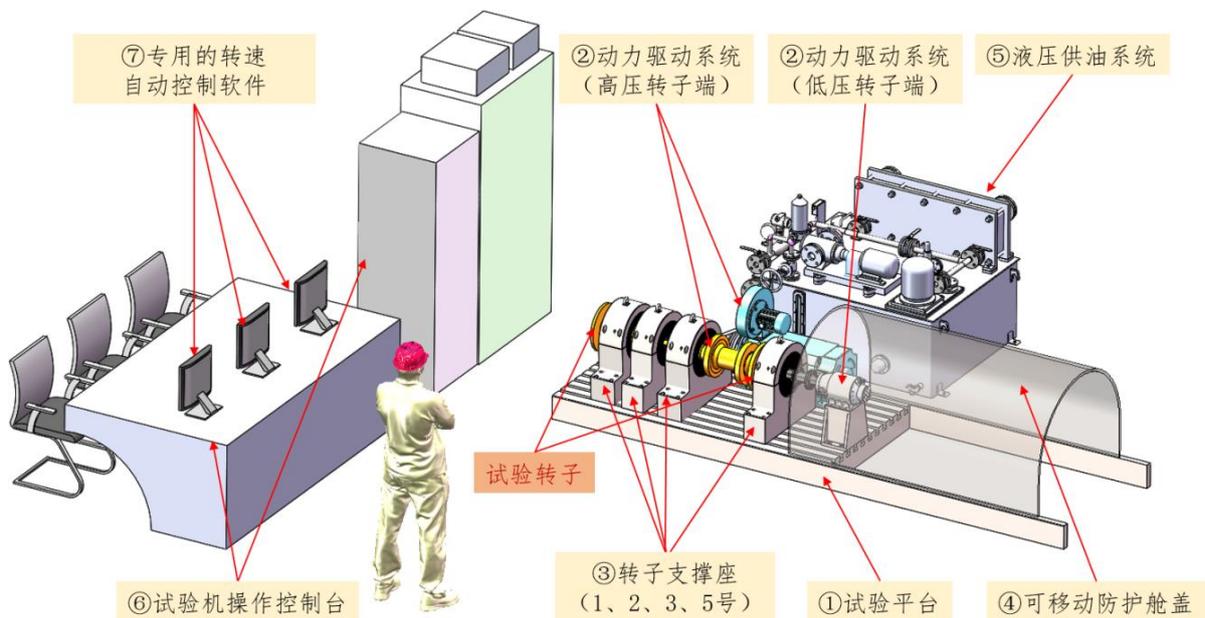


图 2.1 模拟双转子试验器总体方案图

2.1.3 模拟双转子试验器结构介绍

传统模拟双转子试验器结构如图 2.2，包含 5 个圆盘，分别是高压压气机盘、高低压涡轮盘和两级低压压气机盘，5 个支点，其中低压转子驱动电主轴输出端通过柔性高速联轴器与低压转子相连接，高压转子带轮伸出轴上设计了专门的驱动花键和高压转子前轴的外花键连接传动，转子采用喷油强制润滑方式。

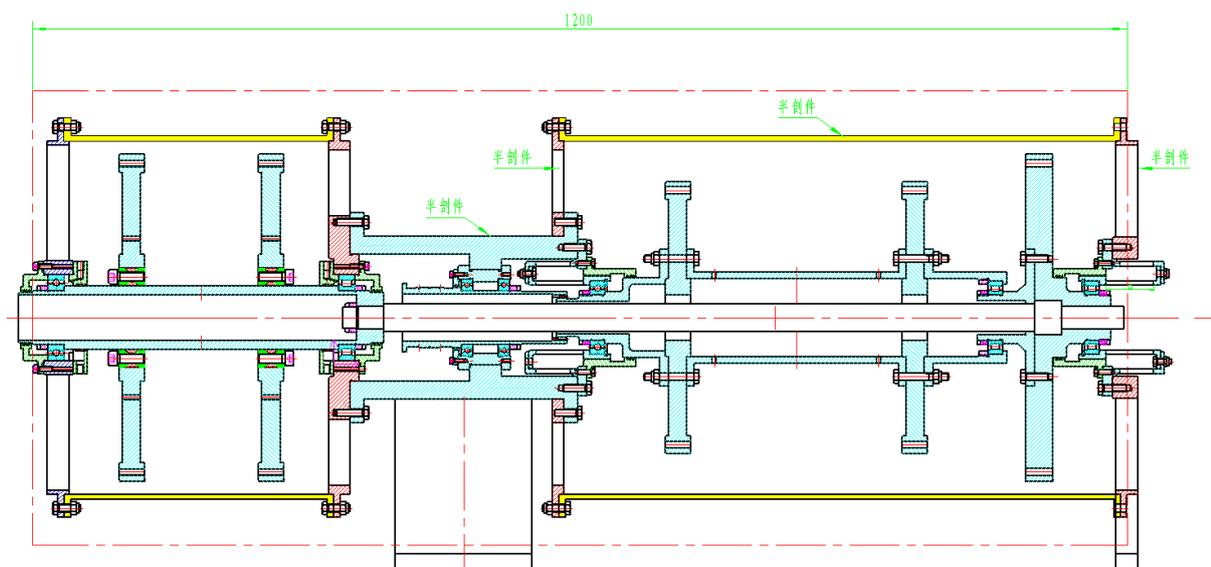


图 2.2 传统模拟双转子试验器结构原理图

2.2 双转子试验器几何模型建立

2.2.1 建模简化原则

根据上述模拟双转子试验器数据图纸，在 CATIA 三维建模工程软件中建立该试验器的整机几何模型。在有限元分析时需要将几何模型离散化处理。仿真试验中绘制构建的几何模型精度越高，则其离散的程度越高，所求得的结果也将越贴近于真实试验结果。在保证计算精度这一大前提下，离散后的模型的计算规模需要得到有效合理的控制。由于双转子试验器的结构相对于普通转子试验器的结构更加复杂，因此在典型试验器的设计中，许多必要存在的特性都是基于双转子航空发动机的研究需求所设计。考虑到本次实验的分析目的与模型结构，本试验器在设计建模初期需要对部分结构进行一定量的简化，使得该模型在可以正确反映结构的实际特性的同时更适应有限元计算^[38]。在简化过程中，需要遵循以下原则：

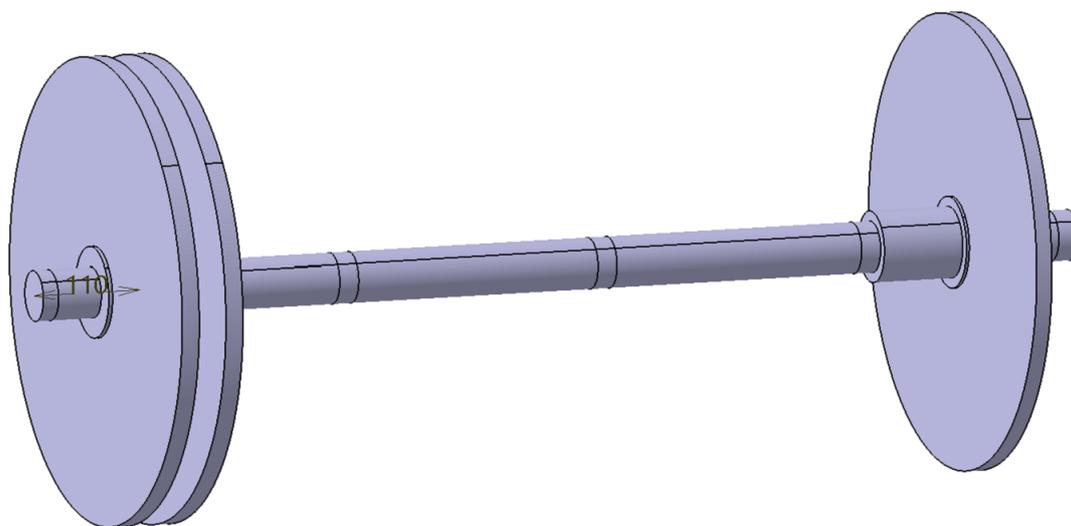
- (1) 在进行针对部分零件的简化时，需要考虑由该零件组成的组件、部件的振动特性是否会因此简化而受到影响，简化后的模型应当依旧能够有效反映该结构的真实动力学

特性，若受到影响则该简化不能进行。在既保持零件动力特性，又可以真实反映整体结构动力特性的前提下，对相应可以进行简化的部件细节进行相应的处理。

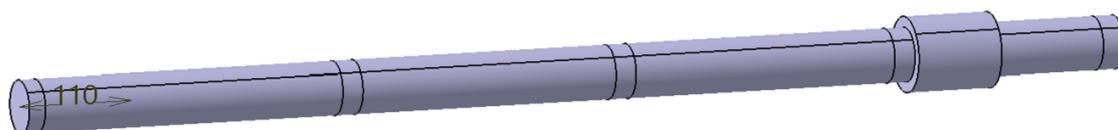
- (2) 建模简化时应当考虑本次试验所需分析的问题，根据所需分析对象的特点以及所使用的计算方法将该双转子模型进行有效简化，必要时，部分简化应当经过计算验证得出该次简化不会影响试验结构后才可以实施。
- (3) 在保证精度与计算结果的前提下，将模型规模进行缩小，合理选择所需计算方法与有效的简化方法。
- (4) 双转子试验器模型中存在一些小的如凹槽、凸台、圆角等其他不规则结构，部分零件中还存在小孔，这类细小结构对转子耦合振动仿真分析影响很小，在实际建模过程中可以在保证模型精度的前提下，对上述细小结构进行简化。

2.2.2 试验器几何模型的建立

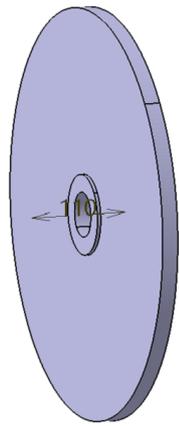
根据图 2.2 所示试验器结构原理图，测量并绘制各部件的几何模型图，如图 2.3、图 2.4、图 2.5 所示。



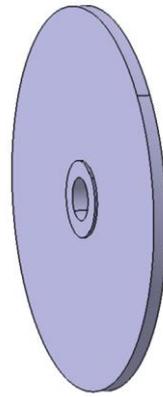
(a) 低压转子整体



(b) 低压转子

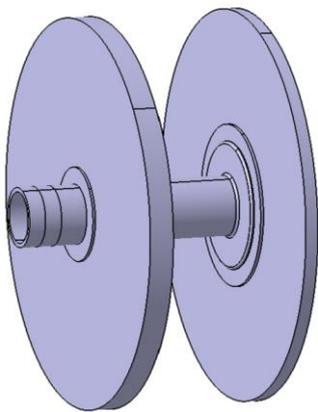


(c) 低压压气机盘

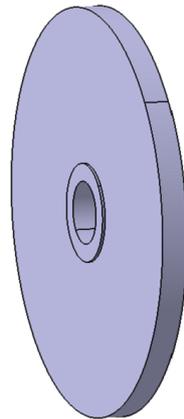


(d) 低压涡轮盘

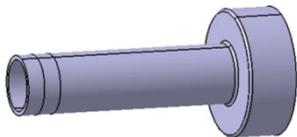
图 2.3 低压转子部分



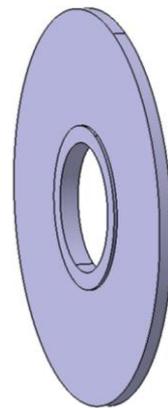
(a) 高压转子整体



(b) 高压压气机盘



(c) 高压转子



(d) 高压涡轮盘

图 2.4 高压转子部分

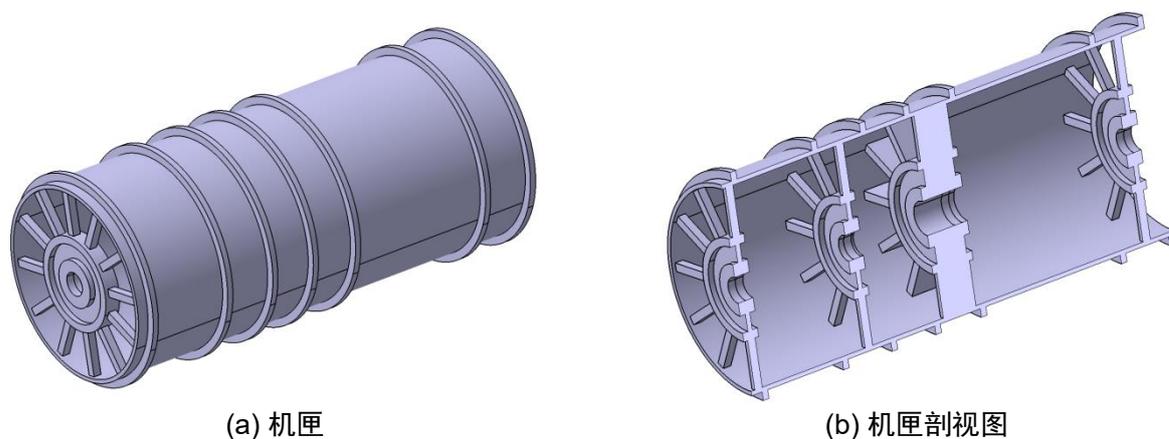


图 2.5 机匣部分

将上述模型组装后得到模拟双转子整体模型，其如图 2.6 所示。

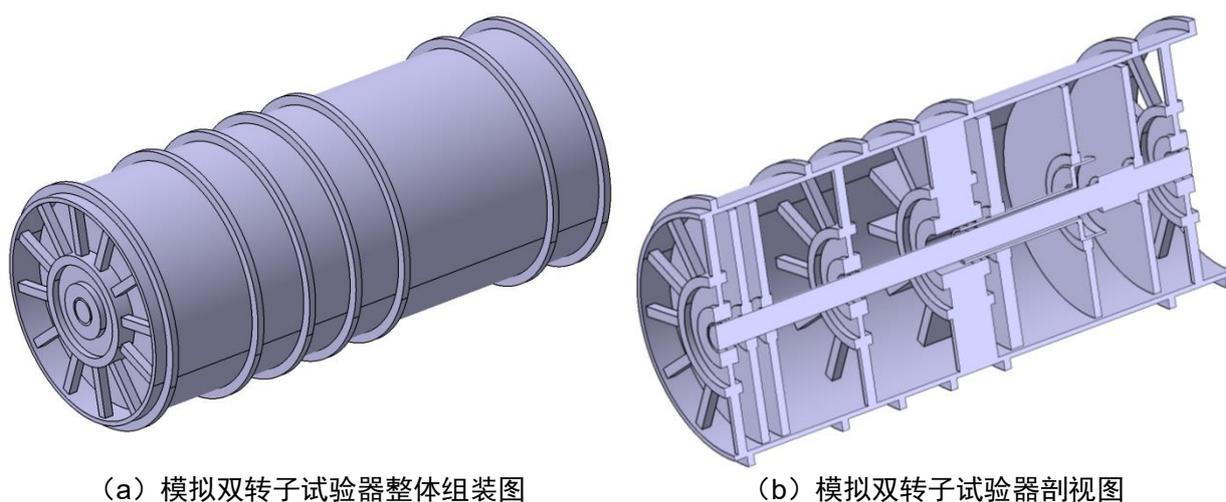


图 2.6 模拟双转子试验器整体模型图

2.3 双转子试验器有限元建模及模态分析

2.3.1 有限元法基本概述

通过大量仿真试验的分析与研究得出，现在大多数工程相关的问题其本质上都可以归结为解决相应的物理和力学问题，这些问题通常可以抽象成为相应的数学模型，通过建立数学模型来描述。然而在实际解决问题的过程中发现只有少数本质上遵循简单规则的数学模型可以求解出实际精确解。通过翻阅各类相关文献我了解到，真正适合采用解析法求解的问题只占很小一部分，其余大部分的复杂问题都需要依赖数值分析法求得近似解，而不

能采用解析法进行求解计算。如今，经过多年的发展与完善数值算法已经形成了较为成熟的体系，针对偏微分方程，目前两种主流的数值分析法，分别为有限差分法和有限元法。

能够直接求解出方程的近似解是有限差分法的优势。该方法在面对复杂问题时表现出色，其基本思路是面对连续结构问题时通过将连续结构进行离散，通过使用差分法在单元边界对结果进行求解。有限差分法的优势在于其可以求解计算出十分复杂的问题，尤其适用于流体力学领域的求解计算方面。与之相比之下在解决涉及到固体结构等相关问题时，选择采用有限元法则是一个更为合适的选择。

有限元法求解问题的核心是将连续的无限自由度问题，离散出有限个自由度问题的数值模型来进行计算的数值计算方法。

当确定所求问题的相关数学方程后，有限元计算方法的步骤如下：

- (1) 将连续的物理求解域（如固体结构、流体域）进行网格化分生成若干元单元组成的离散系统，各离散单元之间通过共享节点建立连接形成完整计算网络；
- (2) 各离散单元内采用预设的插值函数对节点的变量进行空间插值，以此来构建整个求解域内场变量的分片近似表达式。该过程实行了从无限自由度到有限自由度的转化；
- (3) 基于变分原理与加权余量法在离散的求解域内构建有限元控制方程，通过单元矩阵整合形成最终全局有限元数值求解方程；
- (4) 采用合适的数值计算方法对上述以构建的有限元方程组求解获得数值解，根据具体问题要求采取线性代数法、非线性迭代法等不同方法。

目前，有限元法已经发展至相对成熟的阶段，其是一种可以广泛的应用于解决固体结构力学问题的数值计算方法。其本身的一些固有特性使其可以高效且可靠的运行使用。

针对处理复杂结构问题时有限元法崭新出显著的适用性。该方法提供了丰富的单元类型选择。在几何形态方面包括三角形、四边形、四面体、六面体等多种基本形式及衍生型状；在空间维度方面覆盖了一维、二维以及三维。尤其该方法支持不同类型单元混合连接，例如三维实体单元与二维壳单元结合、二维单元与一维单元的衔接等连接形式。因其灵活的单元组合方式，极大地增强了有限元法对复杂几何结构和离散能力，使其可以有效地将各类工程结构转化为可计算的数值模型。

有限元法具有广泛的适用性。其对插值函数的选择没有严格限制使其可以有效处理多种物理场问题且为多场耦合分析提供了理论基础。在数学模型准确性得到保证的前提下，通过选择合理的单元类型以及划分网络可以获得可靠的数值解。

在数值实现方面，有限元法具有规范的数学表达形式。其计算过程可以通过统一的矩阵运算进行表示，这种规范的数学表述方式尤为适合计算机编程实现。其在实际应用过程中计算效率高，便于通过程序高效实行。

2.3.2 有限元法求解动力学问题的基本理论

有限元法应用十分广泛，其中一个重要应用就是求解三维实体动力学问题，其基本步骤如下：

(1) 连续区域离散化

离散整个求解域。由于动力学分析时，常涉及瞬态问题，所以选择在空间域进行离散采用四维坐标 (x,y,z,t) 。

(2) 构造插值函数

单元各节点位移均可由插值函数表达，

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) u_i(t) \\ v(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) v_i(t) \\ w(x, y, z, t) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) w_i(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

即为，

$$u = Na^e \quad (2.2)$$

其中，

$$\begin{aligned} u &= \begin{bmatrix} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{bmatrix} \\ N &= [N_1 \ N_2 \ \cdots \ N_n] \quad N_i = N_i I_{3 \times 3} \quad (i=1, 2, \cdots, n) \\ a^e &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad a_i = \begin{bmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \\ w_i(t) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, \cdots, n) \end{aligned}$$

上述公式中， N 为形函数矩阵或插值函数矩阵， a^e 为单元节点位移列阵。

(3) 形成系统求解方程

平衡方程

$$\sigma_{ij,j} + f_i - \rho u_{i,t} - \mu u_{i,t} = 0 \quad (2.3)$$

边界条件

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{T} \quad (2.4)$$

公式中 ρ 是密度, μ 是阻尼系数, $u_{i,t}$ 是 u_i 对 t 的一次求导表示 i 方向速度, $-\rho u_{i,t}$ 和 $-\mu u_{i,t}$ 分别表示惯性力和阻尼力, f_i 是 i 方向体积力。

公式 2.3 和 2.4 的等效积分形式表示如下:

$$\int_V \sigma u_i (\sigma_{ij,j} + f_i - \rho u_{i,t} - \mu u_{i,t}) dV - \int_{s_\sigma} \delta u_i (\delta_{ij} n_j - \bar{T}) ds = 0 \quad (2.5)$$

将上式第一项分部积分代入物理方程可得到:

$$\int_V (\delta \varepsilon_{i,j} D_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \delta u_i \rho u_{i,t} + \delta u_i \mu u_{i,t}) dV = \int_V \delta u_i f_i dV + \int_{s_\sigma} \delta u_i \bar{T} ds \quad (2.6)$$

将离散后的位移表达式 2.2 代入即可得到系统求解方程 (也称运动方程):

$$M\ddot{a}(t) + C\dot{a}(t) + Ka(t) = Q(t) \quad (2.7)$$

公式中 $\ddot{a}(t)$ 表示节点的加速向量。 $\dot{a}(t)$ 表示节点的速度向量。 M 为系统的质量矩阵。 C 代表系统阻尼矩阵, K 表示系统刚度矩阵, $Q(t)$ 为节点载荷向量。

若忽略阻尼影响可将公式 2.7 简化为下式 (公式 2.8)

$$M\ddot{a}(t) + Ka(t) = Q(t) \quad (2.8)$$

令节点载荷向量为 0, 则式 2.8 可进一步简化为:

$$M\ddot{a}(t) + Ka(t) = 0 \quad (2.9)$$

式 2.9 就是系统的自由振动方程。通过该方程可以求解出系统的振型和固有频率, 直接反映了系统的固有特性, 也称为系统的特性方程。

(4) 对运动方程求解

对运动方程求解一般采用振型叠加法或直接积分法。直接积分法的代表方法之一是 Newmark 法。它是对运动方程直接积分进行计算的一种方法。振型叠加法则是需要忽略阻尼求解自由振动的微分方程, 然后用所求解得到振型变换式 3.7。将 3.7 解耦成互不耦合的方程组并对各自由度的计算结果进行叠加来得到最终计算结果。

2.3.3 模态分析基本理论

在关于动力学问题的研究中模态分析构成了整个分析过程的基础理论。该方法可以准确获取结构固有频率和相应振型, 从而全面揭示系统的动力学特性。作为动力学分析初始环节, 模态分析的质量直接决定了后续研究的可行性。

针对具有N个自由度的线性结构系统,其动力学行为如式2.7所示的问分方程组描述。随着系统自由度的增加,方程组呈现显著的耦合特征导致计算的复杂度上升。模态分析的核心任务在于通过坐标变换将原本相互耦合的方程组解耦成n个独立的单自由度方程。

当求解系统自由振动方程不考虑阻尼影响的时候,即式2.9。可以将他的解假设为,

$$a = \phi \sin \omega(t - t_0) \quad (2.10)$$

式中 ϕ 代表n阶向量, ω 向量 ϕ 的振动频率, t 是时间变了, t_0 是时间常数,根据初始条件确定。

将式2.10代入到式2.9可得到,

$$K\phi - \omega^2 M\phi = 0 \quad (2.11)$$

求解式2.11则可以确定 ϕ 与 ω ,求得n个特征解 $(\omega_1^2, \phi_1), \dots, (\omega_n^2, \phi_n)$,其中特征值 $\omega_1, \dots, \omega_n$ 代表n个系统固有频率,且有 $0 \leq \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$ 。

特征向量 $\phi_1, \phi_2 \dots \phi_n$ 表示系统n个固有频率,其之间还满足,

$$\phi_i^T M \phi_j = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.12)$$

如此固定的固有振型称为正则振型,后文提到的固有振型均为正则振型。

将特征解 $(\omega_i^2, \phi_i), (\omega_j^2, \phi_j)$ 代入至式2.11可得,

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2) \phi_j^T M \phi_i = 0 \quad (2.13)$$

由式2.13可知,当 $\omega_i \neq \omega_j$ 时

$$\phi_j^T M \phi_i = 0 \quad (2.14)$$

代表对于矩阵M,固有振型是正交的。则有,

$$\phi_i^T M \phi_j = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (2.15)$$

代入至式2.13可以得到

$$\begin{aligned} \phi_i^T K \phi_j &= \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \\ \phi &= [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n] \end{aligned} \quad (2.16)$$

定义

递至另一节点。另外，低压转子与低压转盘，高压转子与高压转盘均合并成一个部件以减少接触设置。

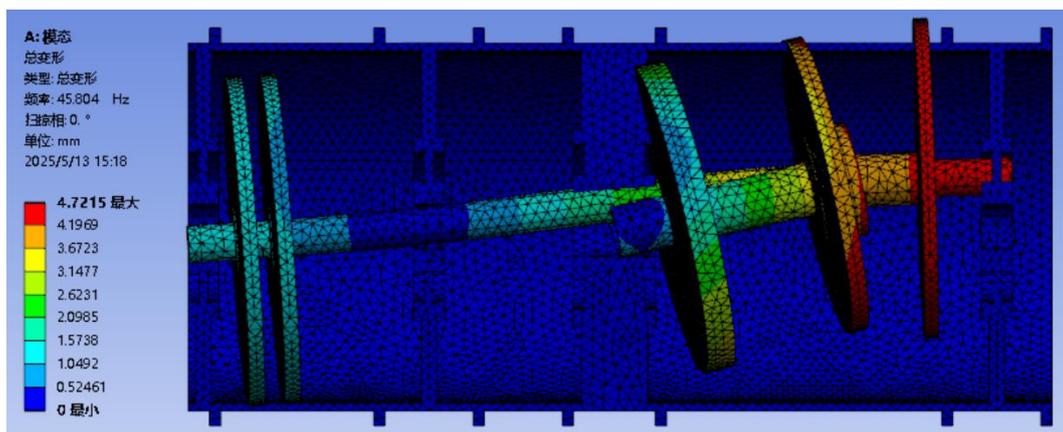
定义各移动远程点和参考远程点，给定各轴承支承刚度值分别为 5000N/mm，50000N/mm，50000N/mm，100000N/mm，3000N/mm。设置固定支撑，开启科里奥利效应与 CAMPELL 图，但由于本次实验需同时施加两个旋转速度（高压转子与低压转子），ANSYS 软件自带的 CAMPELL 图在结果时无法生成，因此需要根据求得的模态振型与频率分析，通过 ORIGIN 软件手动绘制 CAMPELL 图

最后，设置模态分析计算参数，定义解的模态阶数。

为提高仿真计算的速度与精度，双转子试验器结构有限元模型仿真采用正六面体和四面体网格划分，本次所选网格单元尺寸为 15mm,共计 286933 个节点，157670 个单元，平均质量为 $0.79 > 0.7$ ，满足计算精度要求，从而实现节点力收敛和位移收敛的理论收敛。通过网络无关验证，证明该模型的网格划分时可靠的。网络无关验证的关键在于确定适合的网格密度，是的网络的进一步细化不会对计算分析结果造成显著影响，提高分析结果的置信度。具体计算过程为提取模拟双转子结构的前 10 阶模态振动模式，利用 MAPDL 求解器求解，然后进行程序控制方法。

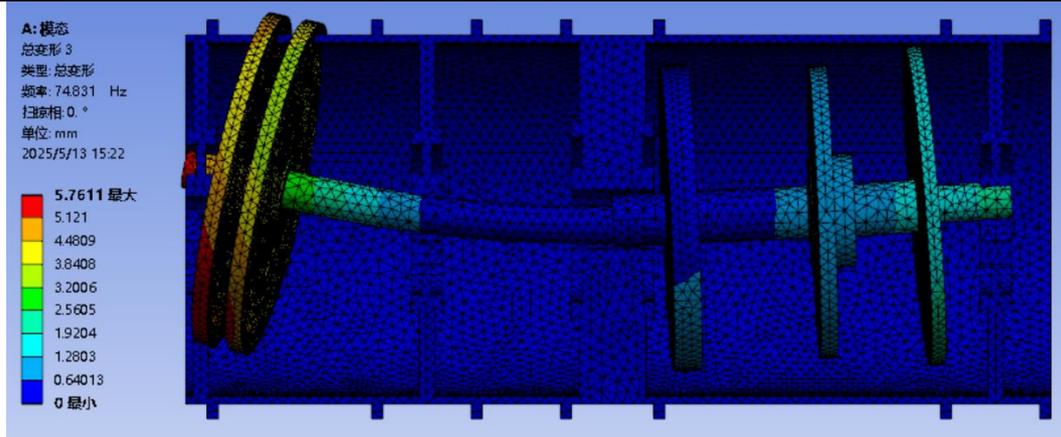
2.3.5 模态分析

前五阶模态振型如图 2.8。

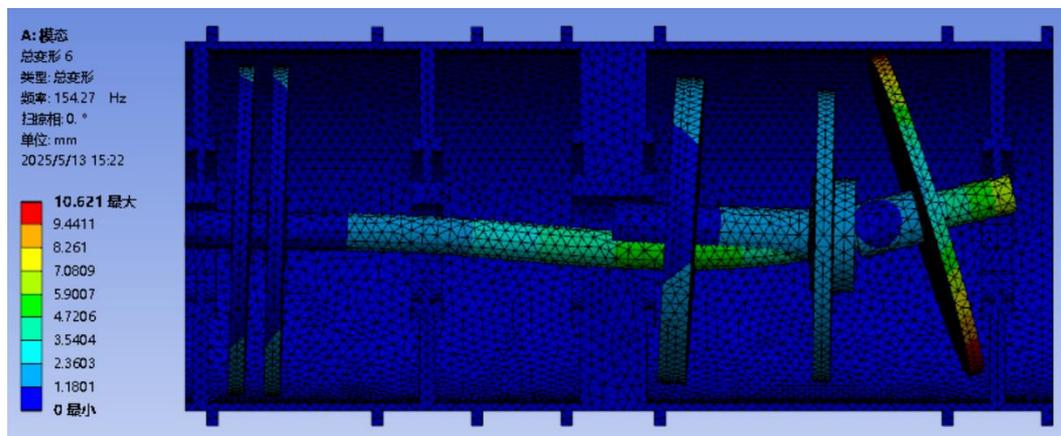


(a) 第一阶模态振型

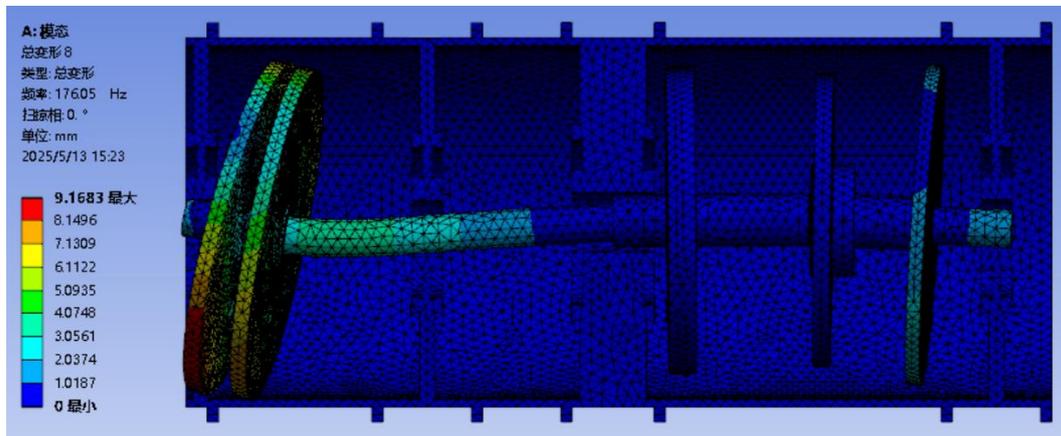
第二章 双转子试验器模态分析



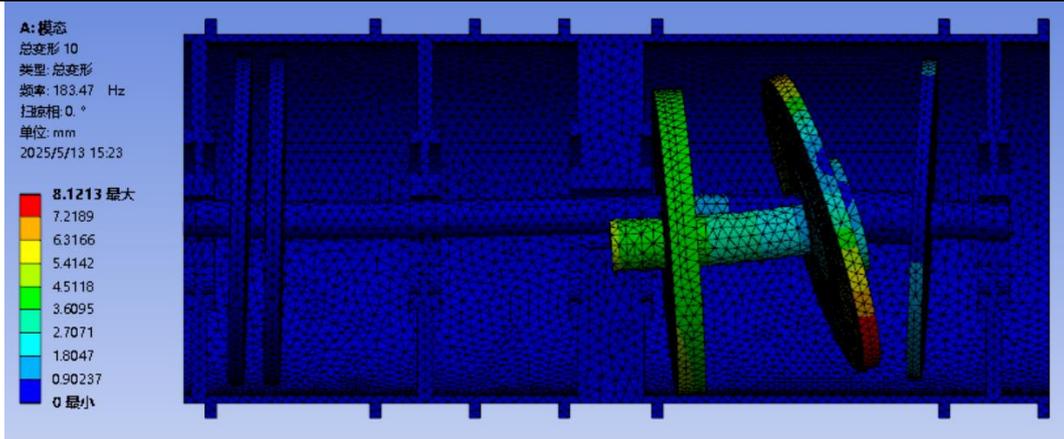
(b) 第二阶模态振型



(c) 第三阶模态振型



(d) 第四阶模态振型



(e) 第五阶模态振型

图 2.8 模态振型

表 2.1 模态频率与振动描述

模态阶数	固有频率(Hz)	振动描述
一阶	45.804	低压振动为主
二阶	74.831	低压振动为主
三阶	154.27	低压振动为主
四阶	176.05	低压振动为主
五阶	183.47	高压振动为主

根据上述仿真结果总结模态固有频率与振动描述，如表 2.1。

2.4 本章小结

本章主要介绍了典型双转子试验器的结构组成以及工作原理，说明了本课题所需试验器应具备的功能。通过运用 CATIA 三维建模软件构建了本次研究所需要的模拟双转子试验器三维模型，并到入至 ANSYS 有限元仿真软件当中，分析了该试验器的模态固有频率以及震动描述。其中第一到第四阶模态以低压振动为主，第五阶以高压振动为主，其固有频率如表 2.1。

第三章 双转子试验器临界转速及其影响因素

3.1 临界转速基本理论

转子系统在工作时转子各微段的质心不可能严格处于回转轴上，因此当转子转动时会出现横向干扰，甚至当达到某些转速时会导致转子系统的强烈振动，而高于或低于该转速时振动则发生明显减弱，这种情况时的转速就是临界转速。航空发动机达到临界转速附近工作时会产生极大的不平衡离心力导致整机强烈振动造成十分严重的后果。因此确定发动机临界转速使其在工作时尽可能避免或在临界转速处不做停留加速尤为重要^[41]。

设一个单盘转自模型，忽略由转轴自重引起的静挠度，质量不计。轴中间设有一轮盘，考虑到实际加工误差等因素轮盘重心与形心不重合，有一个偏心距，转子旋转时在轮盘不平衡力离心力的作用下，转轴将产生扰度，产生弹性恢复力。稳定工作时离心力与弹性恢复力相互平衡。令稳定工作转速为 ω ，则有，

$$m\omega^2(y+e)-ky=0 \quad (3.1)$$

通过式 3.1 可求出轴的挠度是，

$$y = \frac{k}{\frac{k}{m} \cdot \frac{1}{\omega^2} - 1} \quad (3.2)$$

m 为轮盘质量； ω 为稳定工作时转速； y 是转轴产生干扰度； e 为偏心距； k 是转轴刚度系数。

根据 3.2 可得知，当 y 趋近无穷大时（即振动无穷大）此时所对应转速即为临界转 $\omega_c = \sqrt{k/m}$ ，且与偏心距大小无关。转子临界转速与转子弯曲固频有本质上的区别。固频是指转速为零时，即转轴不转时作弯曲振动的频率。而临界转速是在某特殊转速时转轴自身挠度增大，导致转子失稳。

3.2 模拟试验器临界转速计算

转子系统临界转速的计算方法主要有传递矩阵法和有限元法。而其中有限元法计算结果精度较高不会出现数值不稳定的现象。随着近年来计算机技术的发展，人们普遍采取有限元软件计算复杂转子系统的临界转速问题^[40]。本文使用软件为 ANSYS Workbench，并利用 CAMPBELL 图法求解模拟试验器不同条件下的临界转速临界转速。

双转子系统的动力学特性受高、低压转子的同、反向旋转影响显著，主要体现在因陀螺效应产生的差异作用。已有研究表明轮盘的运动状态直接影响系统的临界转速特性，在

正进动情况下陀螺效应增强，转轴当量刚度增加，造成临界转速升高。反进动状态下则刚度降低，临界转速降低。

在相同旋转方向下，不平衡激励通常导致双转子做正进动运动，在考虑陀螺效应后，系统临界转速相比于不考虑陀螺效应时有所提升。对于反向旋转的双转子系统其动力学行为特征更复杂，其低压转子呈协调正进动，系统临界转速提升。高压转子表现为非协调反进动导致系统临界转速降低。综上所述陀螺效应在对同向旋转时的系统影响比反向旋转时的系统明显。基于如上原因，本文将针对所构建的双转子系统模型分别计算其在两种旋转模式下的临界转速。

计算方法采用完全法和缩减法，通过两种不同的计算方法计算两种情况下双转子系统的临界转速，比较两种方法存在的差别以及计算结果是否一致。

3.2.1 完全法

本小节的计算采用完全法对双转子系统同向、反向旋转时的临界转速进行求解。完全法即为不考虑高低压转子转差关系这一约束条件，获取所有可能存在的临界转速，由于这些数值并不一定都是双转子系统升降速过程中真实通过的转速而是一种抽象的数学解，因此我们可将其称为“数学临界转速”。最后通过代入转差关系，即可求解出双转子系统转子升降速过程中真实通过的“物理临界转速”。

以低压转子不平衡激起的临界转速为例，其采取有限元法求解步骤如下：

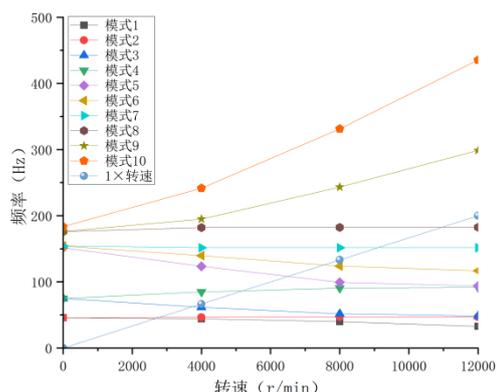
- (1) 给定初始高压转子转速；
- (2) 设定低压转速 ω_L ，用有限元法求解系统特征值；
- (3) 更改低压转速 ω_L ，并重复步骤 2；
- (4) 整理获得当高压转速为 ω_H 时转子系统的正反进动频率随低压转速的变化曲线；
- (5) 筛选步骤 4 所得的动频曲线，其中同向旋转时各阶动频曲线均取前行波频率即正进动频率；反向旋转时，当所求解的是低压转子激起的临界转速，以低压转子振动为主的模态取正进动频率曲线，以高压转子振动为主的模态取反进动频率，在求解高压转子激起的临界转速时则与之相反；
- (6) 采用坎贝尔图求解低压转子激起的双转子系统的数学临界转速；
- (7) 改变高压转速，并重复步骤 2-6；
- (8) 将上述所求数学临界转速汇总，引入转差关系线求得该转子系统物理临界转速。

3.2.2 基于完全法对高低压转子同向旋转时临界转速计算

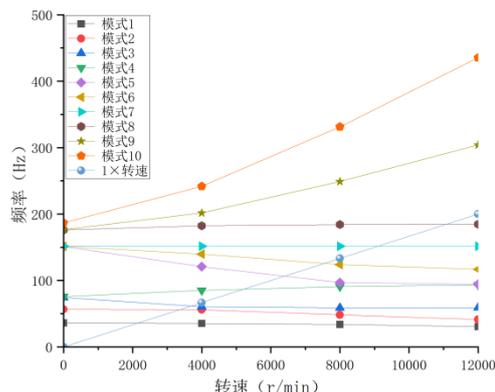
对于同向旋转双转子：

- (1) 先指定高压转速为 0r/min;
- (2) 计算双转子系统正反进动随低压转速变化曲线;
- (3) 绘制转子不平衡激励线;
- (4) 求解数学临界转速;
- (5) 引入转差关系线求得物理临界转速。(用于后续与缩减法所求结果对比)。

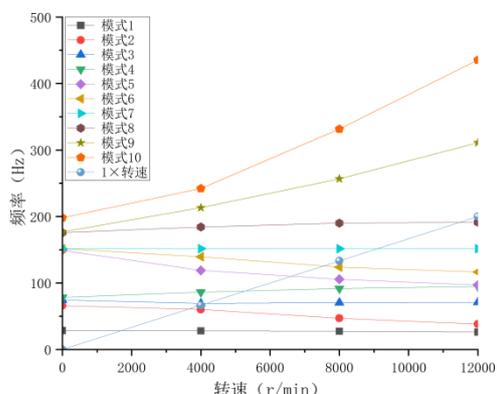
求得数据如图 3.1。



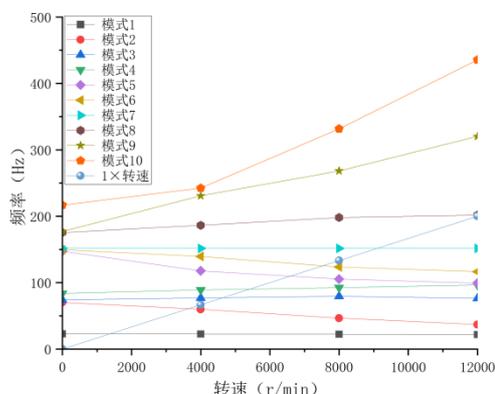
(a)高压转速为 0rpm 时低压激励坎贝尔图



(b)高压转速为 5000rpm 时低压激励坎贝尔图



(c)高压转速为 10000rpm 时低压激励坎贝尔图



(d)高压转速为 15000rpm 时低压激励临界转速

图 3.1 不同高压转速下低压激励坎贝尔图

所求得不同高压转速下对应各阶临界转速如表 3.1 所示。

表 3.1 低压激励双转子系统临界转速

高压转子转速 (r/min)	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
0	2776.64	5182.03	10947.68
5000	3696.69	5213.74	11071.453
10000	4153.87	5278.58	11463.24
15000	4642.78	5415.93	

根据上表数据绘制在转速线工作下低压激励双转子临界转速图像, 如图 3.2。

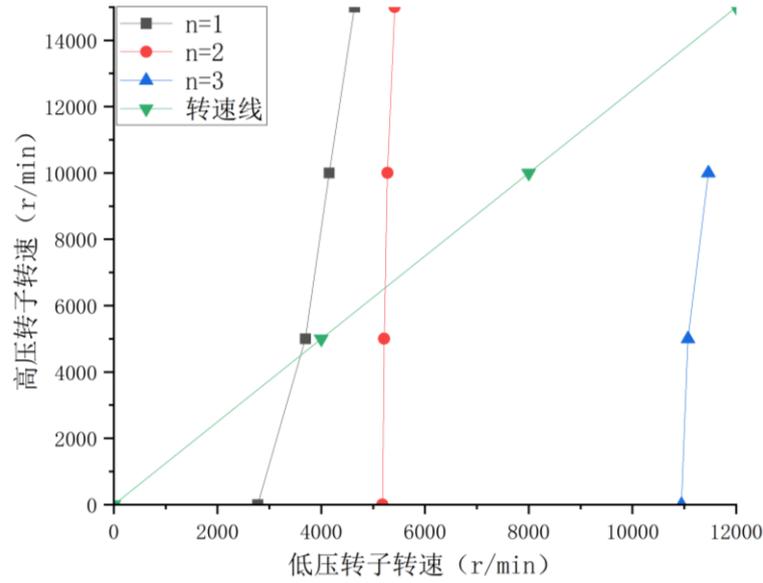


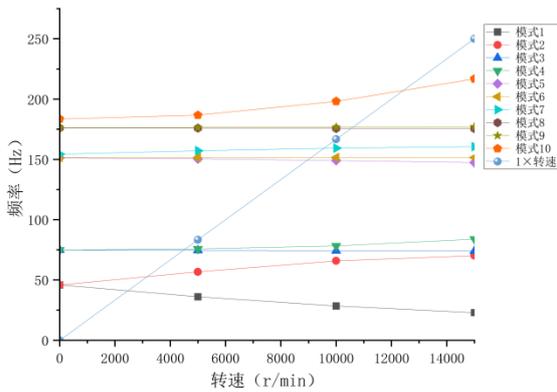
图 3.2 低压激励双转子临界转速

根据上表高低压转差关系线即图中转速线与各组临界转速的交点求得该双转子系统在实际升速降速过程中真实通过的物理临界转速，如表 3.2 所示。

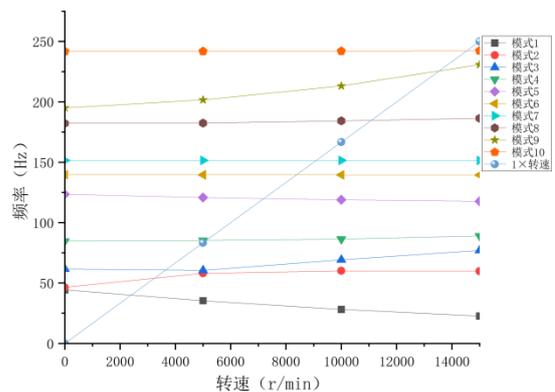
表 3.2 转速线工作下低压激励双转子临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速
转速 (r/min)	3606.08	5233.73

同理可得不同低压转子转速下高压激励的坎贝尔图以及各阶临界转速。



(a) 低压转速为 0rpm 时



(b) 低压转速为 4000rpm 时

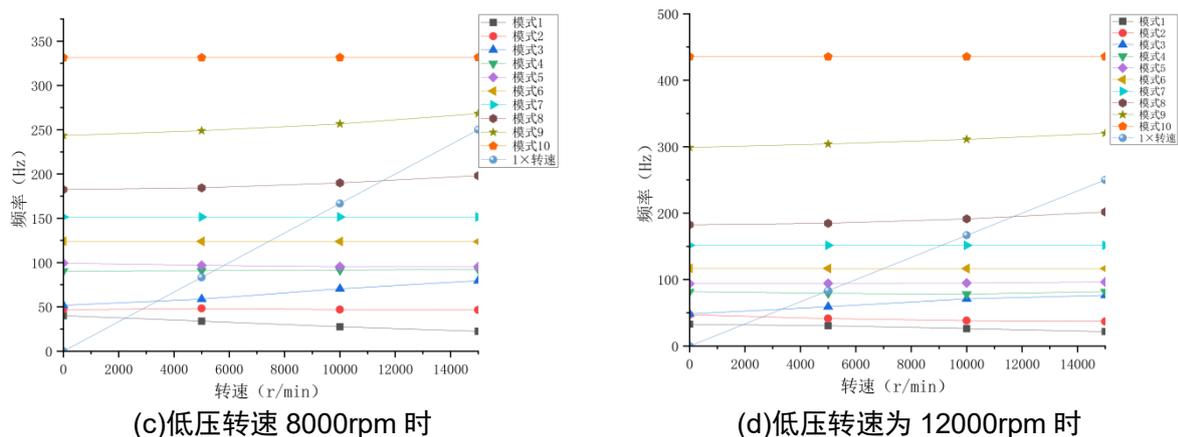


图 3.3 不同低压转速下高压激励坎贝尔图

表 3.3 高压激励双转子系统临界转速

低压转子转速 (r/min)	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速	四阶临界转速	五阶临界转速
0	3162.57	4541.86	9544.54	10603.19	12432.11
4000	3239.71	5113.21	11082.02	13538.64	14539.22
8000	3392.07	5451.89	11549.08	—	—
12000	3334.05	5656.02	11686.16	—	—

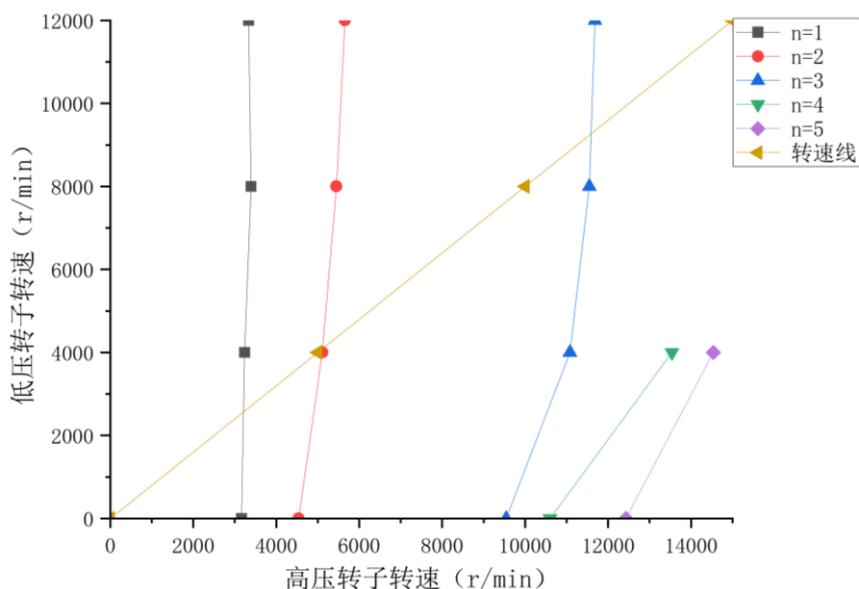


图 3.4 高压激励双转子临界转速

表 3.4 转速线工作下高压激励双转子临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
转速 (r/min)	3212.13	5121.17	11592.75

如表 3.4 所示，同向旋转时的双转子系统，在转速线工作下高压激励双转子临界转速为 3212.13 (r/min)，5121.17 (r/min)，11582.75 (r/min)，即该转子系统的真是通过的物理临界转速。

3.2.3 基于完全法对高低压转子反向旋转时临界转速计算

对于反转双转子系统，整体分析流程相似，但在求解数学临界转速时，需根据振型进行进动频曲线筛选。由振型分析可得，系统第 1、2、3、4 阶振型是以低压振动为主，脱落例句主要体现在低压转子上，因此求解低压激起数学临界转速时该四阶取正进动临界转速点，求解高压激起时与之相反。

求得坎贝尔图如图 3.5 所示。

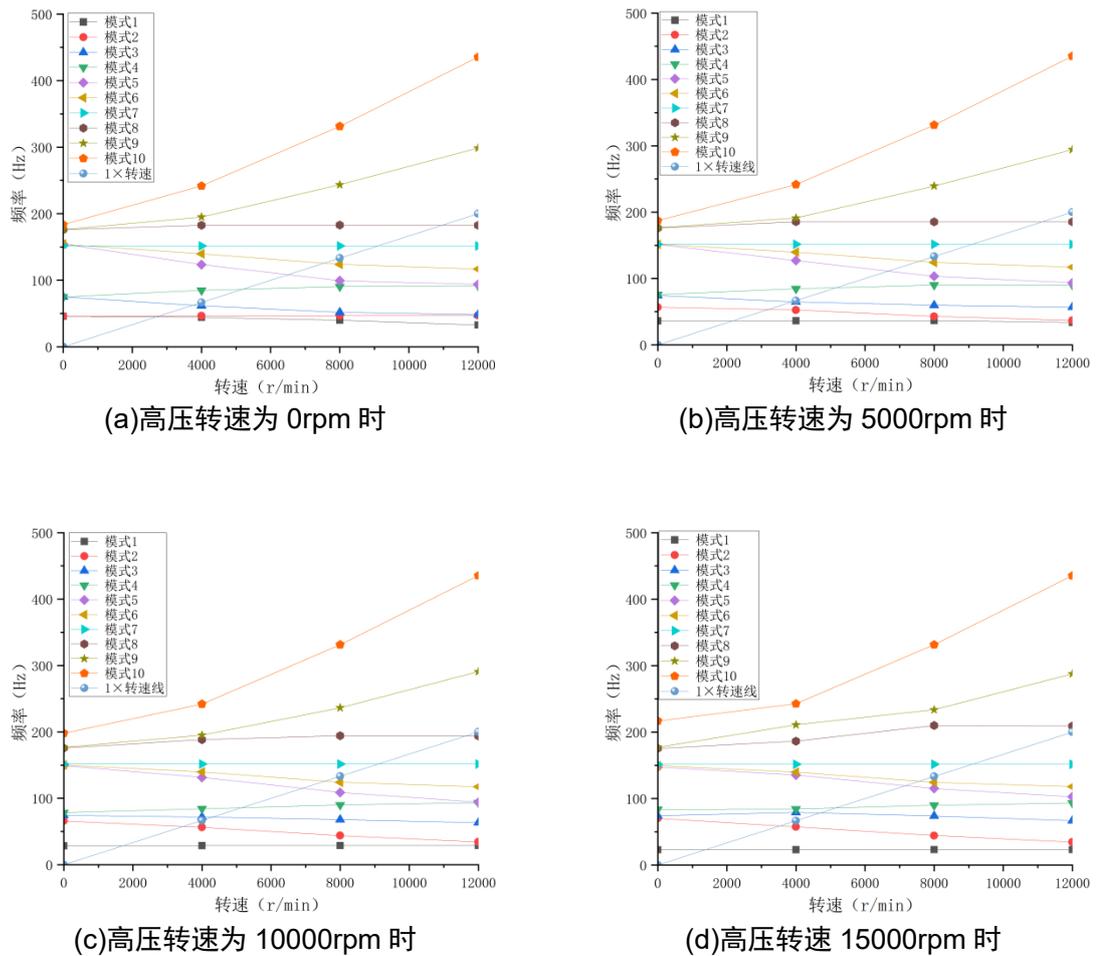


图 3.5 不同高压转速下低压激励坎贝尔图

表 3.5 低压激励双转子系统临界转速

低压转子转速 (r/min)	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速	四阶临界转速
0	2776.63	5182.16	7546.83	10956.48
5000	3200.89	5164.18	7551.97	11118.75
10000	3456.08	5153.15	7558.54	11635.58
15000	3537.87	5146.50	7571.11	

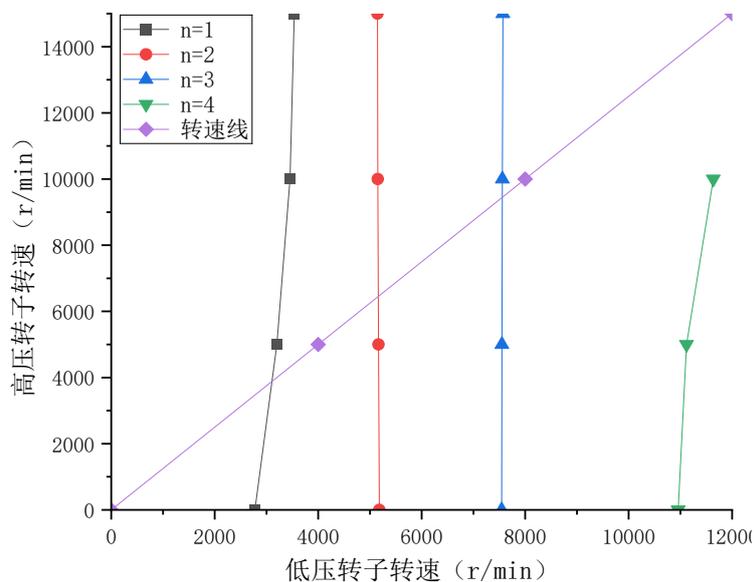


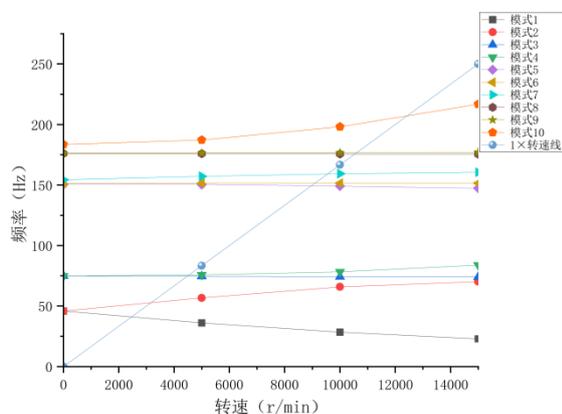
图 3.6 低压转子激励双转子临界转速

表 3.6 转速线工作下低压激励双转子临界转速

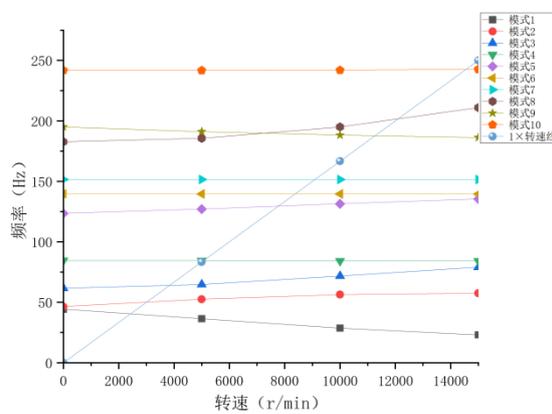
阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
转速 (r/min)	3106.07	5161.72	7558.12

即双转子反向旋转时，转速线工作下低压激励双转子物理临界转速为 3106.07 (r/min)，5161.72 (r/min)，7558.12 (r/min)。

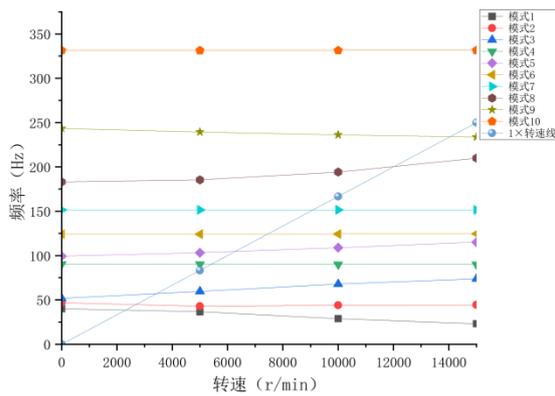
同理可以求得反向旋转时双转子系统高压激励下的数学临界转速以及转速线工作下转子升降速实际通过的物理临界转速：



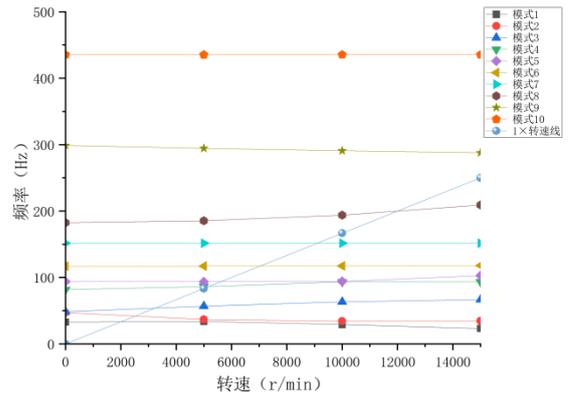
(a) 低压转速为 0rpm 时



(b) 低压转速为 4000rpm 时



(c) 低压转速为 8000rpm 时



(d) 低压转速为 12000rpm 时

图 3.7 不同低压转速下高压激励坎贝尔图

表 3.7 高压激励双转子系统临界转速

低压转子转速	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速	四阶临界转速
0	2459.97	4469.23	8962.04	10537.76
4000	2428.38	3840.33	7769.33	11264.96
8000	2306.08	3426.83	6279.84	12036.93
12000	1995.47	3226.66	5618.00	12000.49

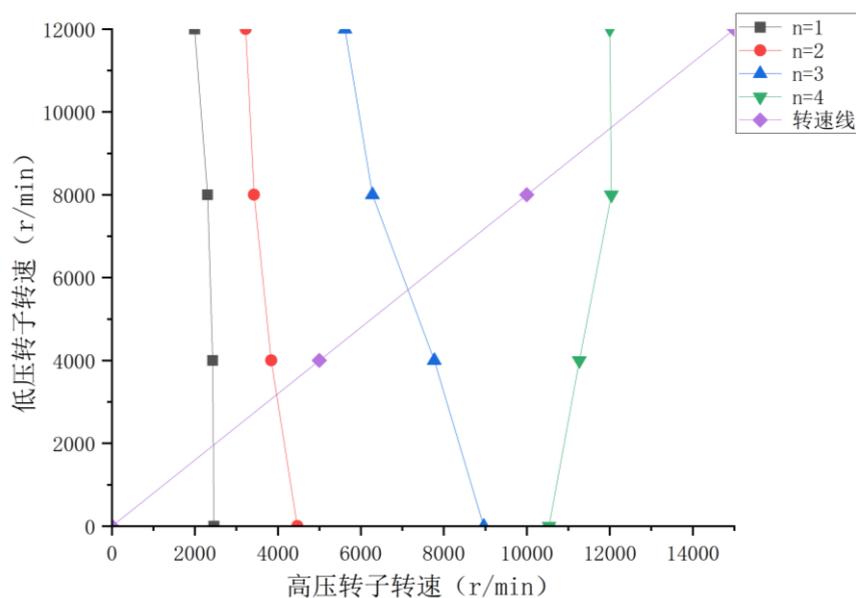


图 3.8 高压转子激励双转子临界转速

表 3.8 转速线工作下高压激励双转子临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速	四阶临界转速
转速 (r/min)	2444.52	3969.89	7133.70	12022.19

3.2.4 缩减法

缩减法是目前研究双转子系统振动，求解双转子系统临界转速的主要方法，使用缩减法求解时，要根据转差比对高低压转子转速进行插值，本文转速比设置为 $\omega_H : \omega_L = 1.25$ 然

后求解 (ω_L, ω_H) 设置为 $(0, 0)$ ， $(4000, 5000)$ ， $(8000, 10000)$ ， $(12000, 15000)$ 的双转子系统特性，得到正反进动曲线，最后通过筛选振型原则选择各进动曲线，最后通过坎贝尔图求解临界转速。

后续运用该法再次计算上述条件下即未改变中介轴承支承刚度（仍为 100000N/mm）时双转子系统同向、反向旋转各转子系统升降速过程中真是通过的物理临界转速，并将所求的结果与上述使用缩减法所求得的结果进行对比，分析该不同的两种方法所得结果是否一致。

3.2.5 基于缩减法对高低压转子同向旋转时临界转速计算

根据振型分析可知本文所构建的模拟双转子系统的第 1, 2, 3, 4 阶都是以低压振动为主，主要在低压转子上体现陀螺力矩效应，所以要求解低压激起的临界转速时此四阶应取正进动点。其坎贝尔图 9 图 10 所示，

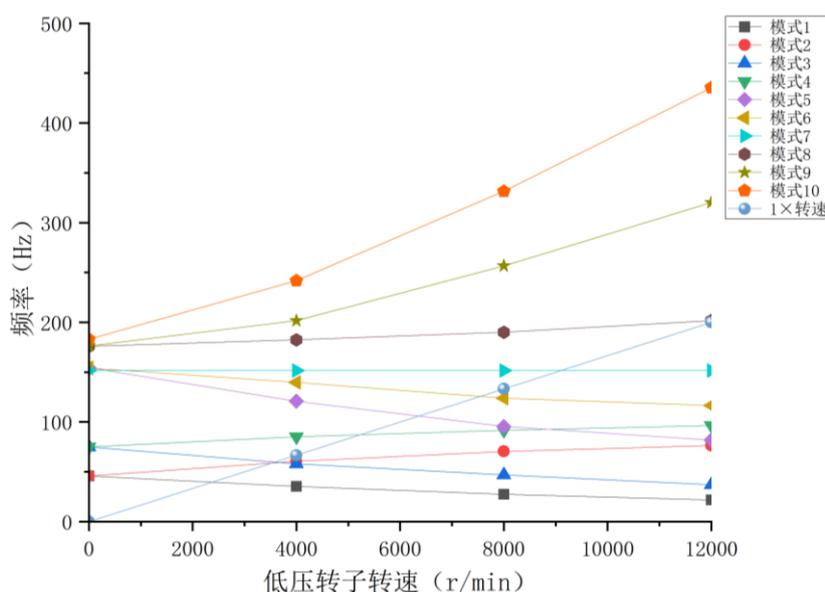


图 3.9 低压转子激励坎贝尔图

表 3.9 转速线工作下低压激励双转子系统的临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速
转速 (r/min)	3600.51	5228.18

即高低压转子同向旋转时，低压激励的双转子系统的临界转速如上表，单位是 r/min。

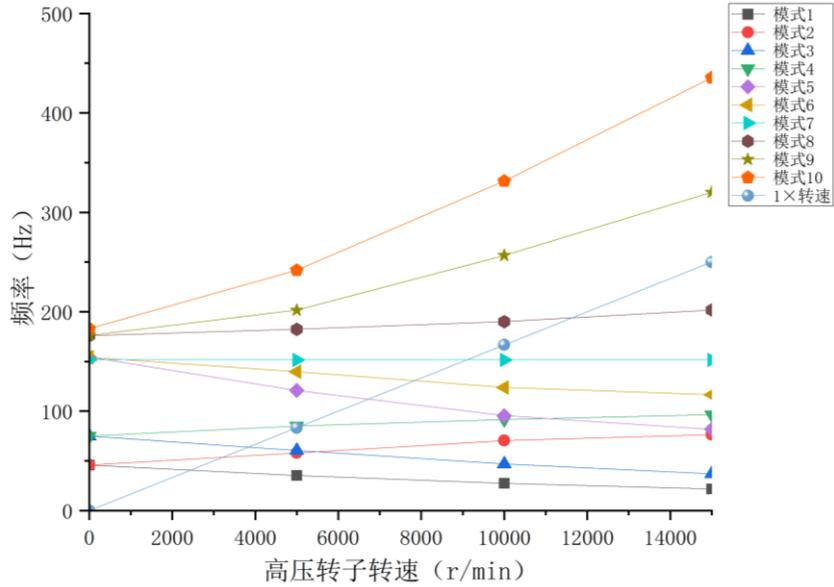


图 3.10 高压转子激励坎贝尔图

表 3.10 转速线工作下高压激励双转子系统的临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
转速 (r/min)	3223.20	5120.87	11627.46

将缩减法所求结果与完全法所求结果进行对比，即表 3.9，表 3.10 同表 3.2，表 3.4 对比结果如表 3.11 和表 3.12 所示。

表 3.11 转速线工作下低压激励双转子系统临界转速

方法	一阶临界转速	二阶临界转速
完全法	3606.08	5233.73
缩减法	3600.51	5228.18

表 3.12 转速线工作下高压激励双转子系统临界转速

方法	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
完全法	3212.13	5121.17	11592.75
缩减法	3223.20	5120.87	11627.46

相对误差计算公式：

$$\text{相对误差} = \frac{|\omega_{\text{缩}} - \omega_{\text{完}}|}{\omega_{\text{缩}}} \times 100\% \quad (3.3)$$

其中 $\omega_{\text{完}}$ 代表完全法所求得临界转速， $\omega_{\text{缩}}$ 代表缩减法所求得临界转速。

表 3.13 相对误差

阶数	第一阶	第二阶	第三阶
高压激励时误差	0.34%	0.01%	0.30%
低压激励时误差	0.15%	0.11%	

通过对比不难发现，缩减法在计算双转子系统高低压转子同向旋转时的临界转速所求得的结果与完全法几乎一致。

3.2.6 基于缩减法对高低压转子反向旋转时临界转速计算

对于高低压转子反向旋转时使用缩减法计算该转子系统临界转速其坎贝尔图如图 3.11 所示。

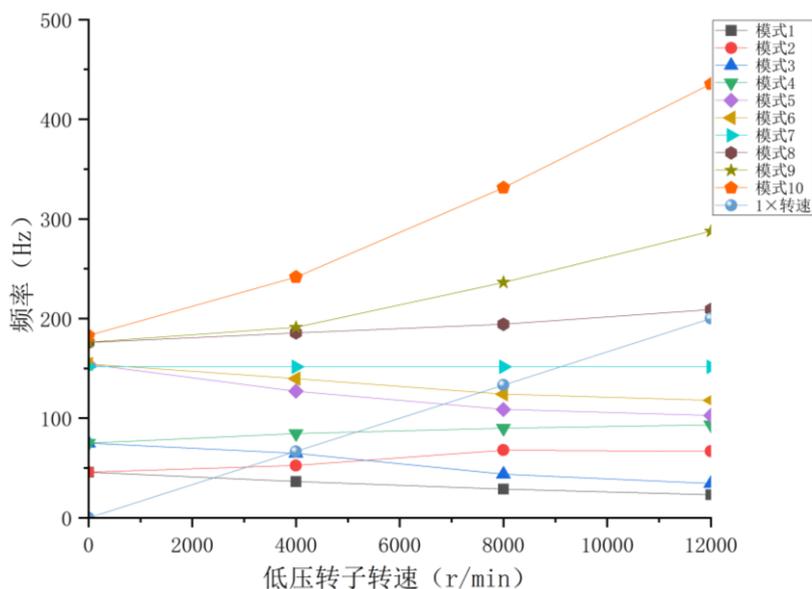


图 3.11 低压转子激励坎贝尔图

表 3.14 转速工作线下低压激励双转子系统临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速
转速 (r/min)	3055.56	5161.16	7558.89

表 3.14 即为双转子反向旋转时，转速线工作下低压激励双转子系统的临界转速。

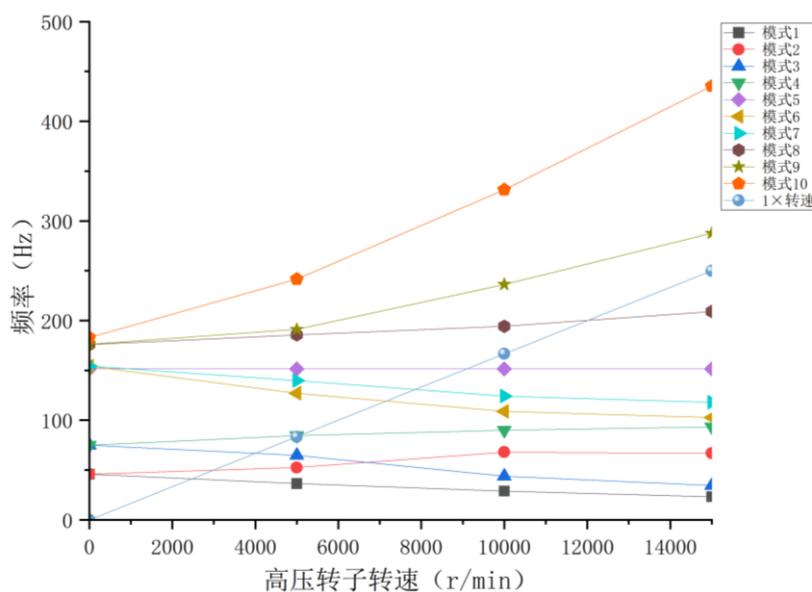


图 3.12 高压转子激励坎贝尔图

表 3.15 转速工作线下高压激励双转子系统临界转速

阶数	一阶临界转速	二阶临界转速	三界临界转速	四阶临界转速
转速 (r/min)	2469.95	4004.79	7154.29	12014.62

将上述缩减法所求的双转子系统反向旋转时的临界转速与前文运用完全法所求的结果进行对比分析，即表 3.14，表 3.15 分别和表 3.8，表 3.6 进行对比，得出两种方法所求计算结果的对比即表 3.16，表 3.17。

表 3.16 转速线工作下高压激励双转子系统临界转速

求解方法	一阶临界转速	二阶临界转速	三界临界转速	四阶临界转速
完全法	2444.52	3969.89	7133.70	12022.19
缩减法	2469.95	4004.79	7154.29	12014.62

表 3.17 转速线工作下低压激励双转子系统临界转速

求解方法	一阶临界转速	二阶临界转速	三界临界转速
完全法	3106.07	5161.72	7558.12
缩减法	3055.56	5161.16	7558.89

相对误差计算公式如式 3.3。

表 3.18 相对误差

阶数	第一阶	第二阶	第三阶	第四阶
高压激励时误差	1.03%	0.87%	0.28%	0.06%
低压激励时误差	1.65%	0.01%	0.01%	

通过对比数据我们不难发现，完全法与缩减法两种不同方法所求得的反向旋转双转子系统的临界转速几乎完全一致。

综合两种旋转方向下运用不同的方法即完全法与缩减法所求得的结果相对比可以得知，两种方法所计算的转子系统升降速时真实通过的临界转速即物理临界转速，所求结果几乎一致。

二者对比之下，完全法可以获得较全面的双转子系统的固有频率特征，更直观的展示共振裕度与转差关系曲线变化的关系，但实际操作时较为繁琐，在使用 ANSYS 的参数集功能时，不同组所求出的频率之间振型并非一一对应，需要逐个对比模态振型，耗时较多。缩减法则更容易求解，方便得到双转子系统的临界转速。

3.2.7 高、低压转子同向反向旋转对临界转速的影响

根据上述缩减法所求得的转子系统同向旋转与反向旋转时的临界转速。即表 3.9、表 3.10 同表 3.14、表 3.15 对比分析得出表 3.19

表 3.19 不同旋转方向下转子临界转速

旋转方向	一阶临界转速	二阶临界转速	三阶临界转速	四阶临界转速
同向旋转（低压激励）	3600.51	5228.18		
反向旋转（低压激励）	3055.56	5161.16	7558.89	
同向旋转（高压激励）	3223.20	5120.87	11627.46	
反向旋转（高压激励）	2469.95	4004.79	7154.29	12014.62

由表 3.19 可知，系统同向旋转时高低压转子的陀螺效应方向相同，其临界转速要高于反向旋转时的临界转速，反向旋转时则与之相反。

反向旋转时，由于高、低压转子的陀螺效应方向相反，计算临界转速时以低压转子为主的模态取反进动，因此反向旋转时比同向旋转要多出一阶临界转速。

3.2.8 中介轴承支承刚度对临界转速的影响

现如今，理论与实验均以及证明中介轴承支承刚度的改变对转子系统的临界转速影响较大，本小节运用有限元法探究双转子系统反向旋转时改变中介轴承支承刚度对转子系统临界转速的影响。

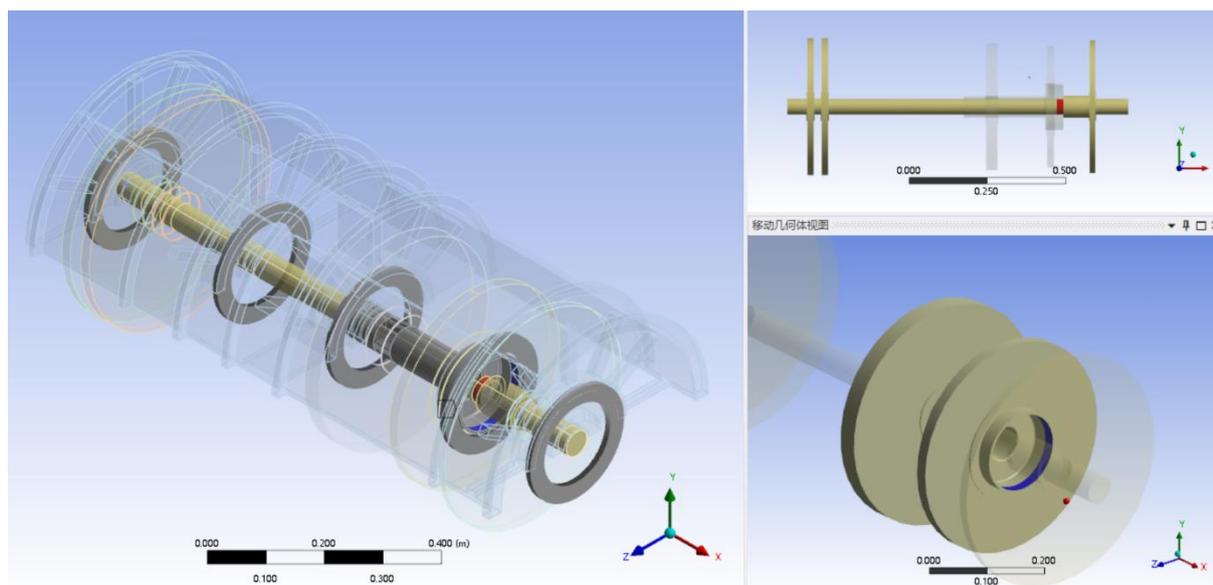


图 3.13 中介轴承位置示意图

改变图中所示中介轴承支承刚度，上文所计算的反向旋转时双转子临界转速时所用支承刚度为 100000N/mm ，外转子与内转子转速比为 1.25。下文所展示的数据分别为刚度 4000N/mm 、 20000N/mm 以及 500000N/mm ，将这三种结果与上文所求得得支承刚度为 100000N/mm 的临界转速进行比对，探讨分析同一转子模型下中介轴承支承刚度的更改对转子系统临界转速的影响。

(1) 内外转子反向旋转，中介轴承刚度为 4000N/mm 时，低压转子激励的双转子系统临界转速：

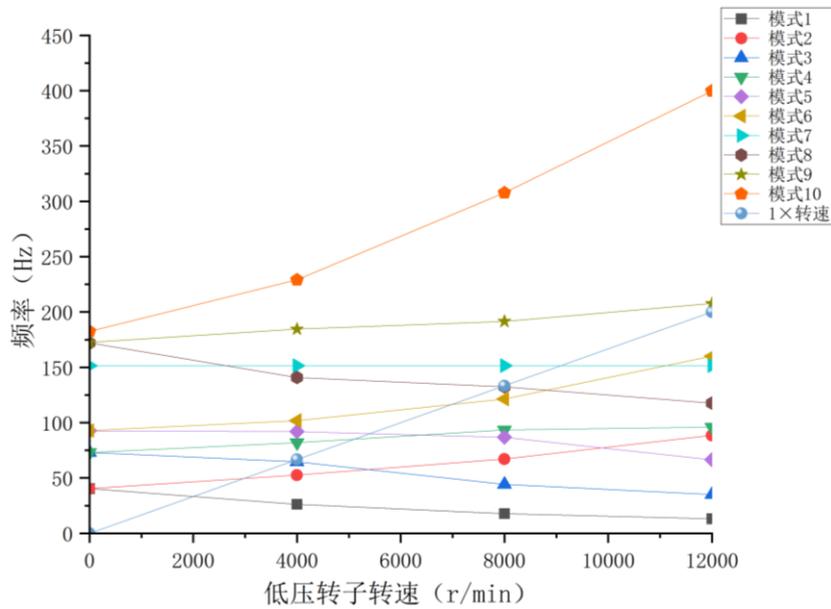


图 3.14 低压转子激励坎贝尔图

表 3.20 转速工作线下低压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速
转速 (r/min)	2967.35	5099.86	6988.19

高压转子激励的双转子系统临界转速：

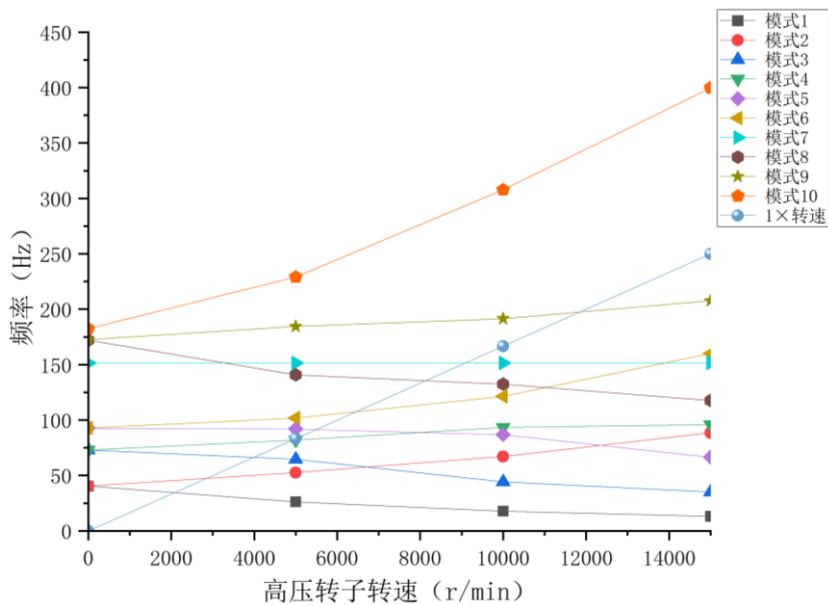


图 3.15 高压转子激励坎贝尔图

表 3.21 转速工作线下高压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速	第四阶临界转速
转速 (r/min)	2073.06	3975.91	5488.51	11847.20

(2) 中介轴承支承刚度为 20000N/mm 时，低压转子激励的双转子系统临界转速：

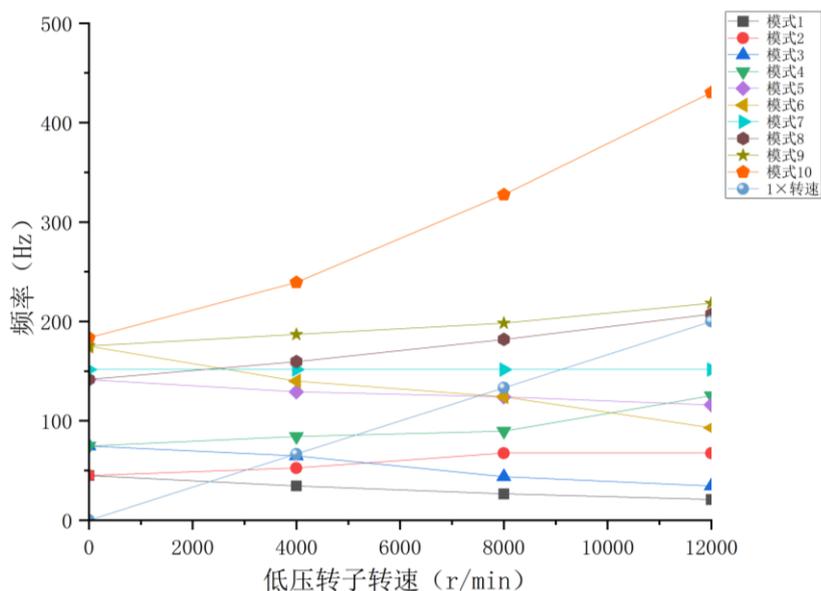


图 3.16 低压转子激励坎贝尔图

表 3.22 转速工作线下低压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速
转速 (r/min)	3040.37	5143.22	7481.63

高压转子激励的双转子系统临界转速：

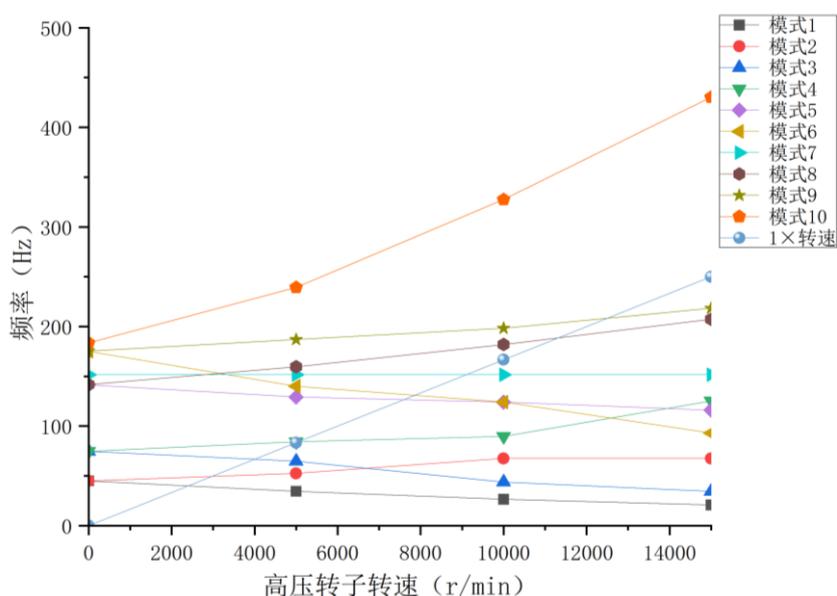


图 3.17 高压转子激励坎贝尔图

表 3.23 转速工作线下高压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速	第四阶临界转速
转速 (r/min)	2397.12	3998.36	7591.49	12493.40

(3) 中介轴承支承刚度为 500000N/mm 时，低压转子激励的双转子系统临界转速：

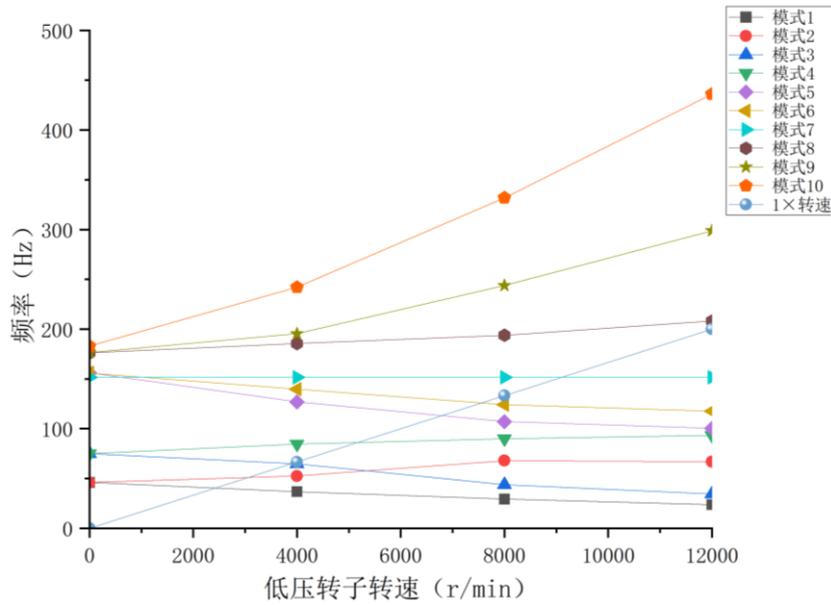


图 3.18 低压转子激励坎贝尔图

表 3.24 转速工作线下低压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速
转速 (r/min)	3057.31	5164.33	7557.92

高压转子激励的双转子系统临界转速：

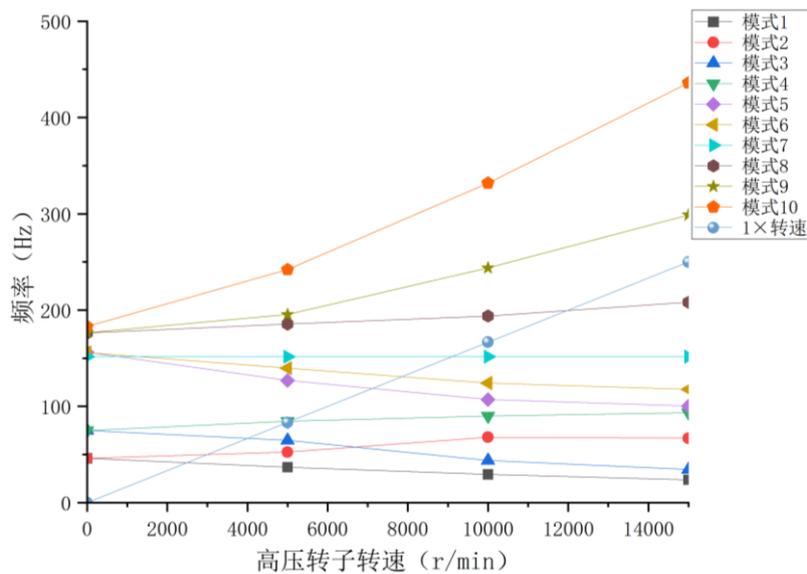


图 3.19 高压转子激励坎贝尔图

表 3.25 转速工作线下高压激励双转子系统临界转速

阶数	第一阶临界转速	第二阶临界转速	第三阶临界转速	第四阶临界转速
转速 (r/min)	2484.16	4005.57	7114.72	11966.08

汇总上述数据可以得到：

表 3.26 中介轴承刚度对双转子系统临界转速的影响

中介轴承 支承刚度 (N/mm)	低压转子为主激励的临界转速 (r/min)			高压转子为主激励的临界转速 (r/min)			
	第一阶	第二阶	第三阶	第一阶	第二阶	第三阶	第四阶
4000	2967.35	5099.86	6988.19	2073.06	3975.91	5488.51	11847.20
20000	3040.37	5143.22	7481.63	2397.12	3998.36	7591.49	12493.40
100000	3055.56	5161.16	7558.89	2469.95	4004.79	7154.29	12014.62
500000	3057.31	5164.33	7557.92	2484.16	4005.57	7114.72	11966.08

根据上表绘制中介轴承支承刚度对高低压转子临界转速计算的影响趋势图：

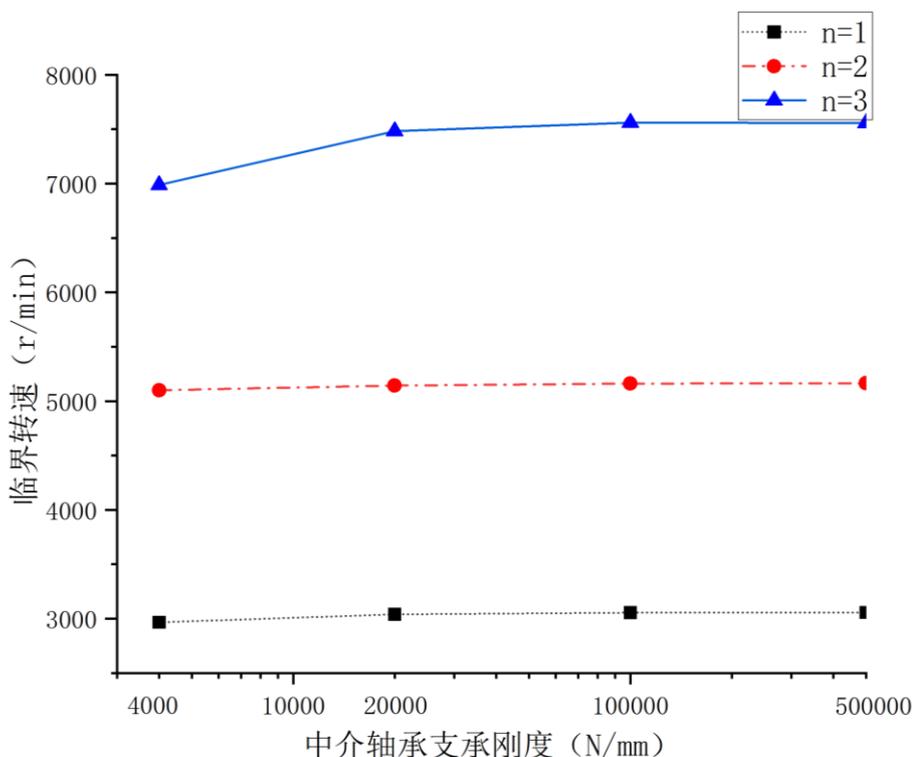


图 3.20 中介轴承刚度对低转子为主激励的临界转速影响

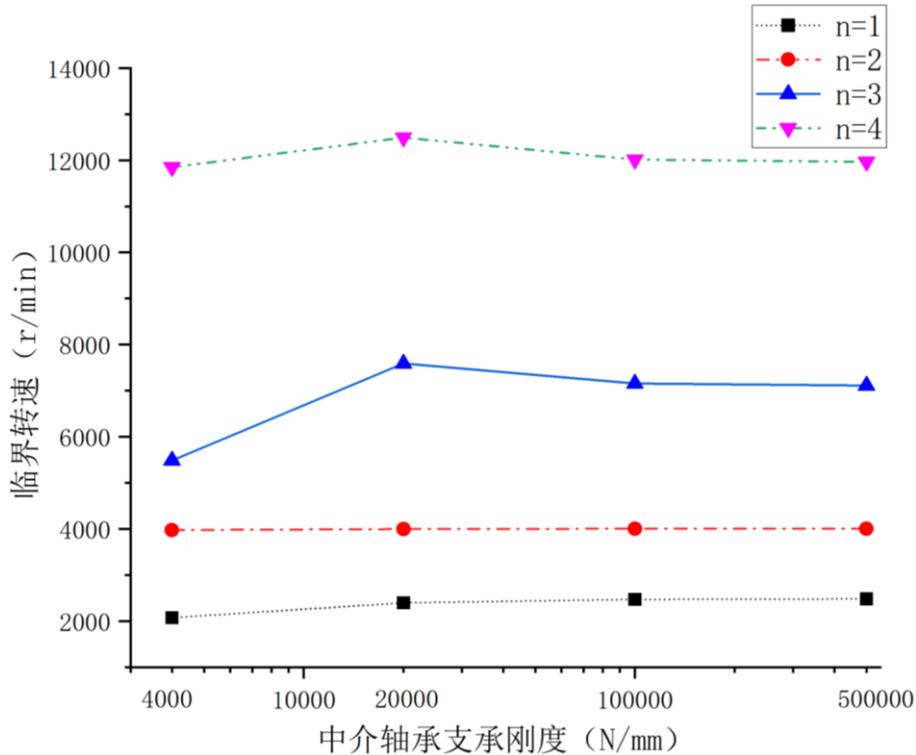


图 3.21 中介轴承刚度对高压转子为主激励的临界转速影响

通过图 3.20 与图 3.21 可以得到在本课题所建立的双转子系统中，双转子反向旋转改变中介轴承支承刚度，当以低压转子为主激励时对第三阶临界转速影响较大，临界转速随中介轴承刚度增加而增大到达一定数值后趋于平缓，对第一、第二阶段临界转速影响较小。在以高压转子为主激励时对第一、第三、第四阶段临界转速影响较大，中介轴承刚度越大临界转速数值越大，在到达一定数值后趋于平缓，对第二阶段临界转速影响较小。

3.3 本章小结

本章内容较多，在理论方面，阐述了有限元计算的基本理论以及使用有限元算法求解动力学问题的基本理论以及公式。同时通过公式等方法说明了模态分析以及临界转速求解的基本理论。

在试验方面，先后使用完全法与缩减法求解了本文双转子系统进行同向和反向旋转时的临界转速，将二者结果做对比发现两种方法所求得的临界转速几乎一致，相互误差最高约为 1.65%，相比之下完全法更为全面但实际计算时较为繁杂。缩减法计算起来相对更为简洁。

系统同向旋转时高低压转子的陀螺效应方向相同，其临界转速要高于反向旋转时的临界转速，反向旋转时则与之相反。反向旋转时，由于高、低压转子的陀螺效应方向相反，计算临界转速时以低压转子为主的模态取反进动，因此反向旋转时比同向旋转要多出一阶临界转速。

根据上述试验对比, 选定缩减法作为本章后面即研究改变中介轴承支承刚度对反向旋转的转子系统临界转速影响。将刚度设置为 4000N/mm, 20000N/mm 以及 500000N/mm, 分别对该条件下的临界转速进行求解, 所求结果与上文所求出刚度为 100000N/mm 时的临界转速汇总, 将结果作图可以清晰得到在反向旋转的双转子系统中, 以低压激励为主激励时中介轴承支承刚度对第三阶临界转速影响较大, 转速随刚度增大而增大, 最后趋于稳定, 因为这时中介轴承可视为刚性, 再增加刚度对临界转速影响较小。对第一二阶临界转速影响较小。当高压激励为主激励时对第一、三、四阶临界转速影响较大, 临界转速随刚度增大而增大, 最后趋于平稳, 此时中介轴承可视为刚性, 再增加刚度对临界转速影响较小。对第三阶临界转速影响较小。

第四章 总结与展望

4.1 研究总结

本课题针对双转子试验器结构耦合振动仿真分析构建了一个双转子试验器三维几何模型，并将该模型导入至 ANSYS 有限元仿真模拟软件中针对不同条件对该双转子系统的临界转速进行计算。在研究初期遇到了无法准确标注中介轴承，后来通过修改模型，将机匣从原本一个整体切割成两部分，解决了该问题。由于软件限制，当给双转子系统施加两个旋转速度即高压转速与低压转速时，该软件无法生成坎贝尔图，需要使用仿真模拟得到的转子系统固有频率，通过 ORIGIN 软件手动绘制坎贝尔图。

本文还验证了计算双转子系统临界转速时，采取完全法与采取缩减法结果几乎一样，其相对误差最高不超过 1.65%。不过二者区别在于缩减法求解过程更加简易，完全法得到双转子系统的固有频率特性更全面。

系统同向旋转时高低压转子的陀螺效应方向相同，其临界转速要高于反向旋转时的临界转速，反向旋转时则与之相反。反向旋转时，由于高、低压转子的陀螺效应方向相反，计算临界转速时以低压转子为主的模态取反进动，因此反向旋转时比同向旋转要多出一阶临界转速。

证实了中介轴承支承刚度对双转子系统的临界转速有一定影响。双转子系统反向旋转，改变中介轴承支承刚度，当以低压激励为主时对第三阶临界转速影响较大，临界转速随中介轴承刚度增大而增大，到达一定数值后趋于平缓，对第一、二阶影响较小。以高压为主激励时对第一、三、四阶临界转速影响较大，临近转速随中介轴承刚度增大而增大，最后趋于稳定，对第二阶影响不大。

4.2 研究展望

随着时代的发展，航空器的发展十分迅速，航空器中最为重要的便是航空发动机的研发，而大部分的抑制航空器发动机均为双转子发动机，因此针对双转子系统的研究就变得尤为关键。在航空器行驶过程中，当发动机转子转速达到一定数值时，发动机会发生严重振动，因此确定该速度数值即临界转速十分重要。

我国先进发动机研究起步较晚，有关于双转子耦合振动的机理研究还不够深入，尤其是在多类型复杂激励下的双转子耦合振动模拟试验技术仍存在明显的不足。

未来我相信会有更加安全的双转子航空发动机面世，该发动机可有效地避免或者不在临界转速处停留瞬间跨过，其安全性将远超现在的水平。

参考文献

- [1] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册第 19 册: 转子动力学及整机振动[M]. 北京: 航空工业出版社, 2000.
- [2] Myklestad N O. New method for calculating critical speeds of coupled bending-torsion vibration of beams[J]. Transactions of the ASME, 1944 (1): 61-67.
- [3] Prohl M A. A general method for calculating critical speeds of flexible rotors[J]. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 1945, 12(3): A142-A148.
- [4] Gasch R. Vibration of large turbo-rotors in fluid-film bearings on an elastic foundation[J]. Journal of Sound and Vibration, 1976, 47(1): 53-73.
- [5] Horner G C, Pilkey W D. The Riccati Transfer Matrix Method[J]. Journal of Mechanical Design, 1978, 100(4): 297-302.
- [6] 晏砺堂, 张辉. 计算复杂转子动力特性的子结构传递矩阵法[J]. 振动与冲击, 1986(4): 41-50.
- [7] 洪杰, 韩继斌, 朱梓根. 用整体传递系数法分析转子系统动力特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2002(01): 39-42.
- [8] 蒋书运, 陈照波, 须根法, 夏松波. 用整体传递矩阵法计算航空发动机整机临界转速特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1998(01): 32-35.
- [9] 庞辉, 李育锡, 王三民. 基于 Riccati 变换的整体传递矩阵法计算双转子临界转速研究[J]. 机械科学与技术, 2005(07): 832-834+874.
- [10] 庞辉. 多转子系统动力特性分析及应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.
- [11] 杨建刚. 改进传递矩阵法计算转子系统不平衡响应和灵敏度[J]. 机械工程学报, 2001(06): 109-112.
- [12] Hurty W C, Vibrations of structural systems by component-mode synthesis, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 86 (1960): 51~69.
- [13] Glasgow D A, Nelson H D. Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 1980, 102(2): 352~359.
- [14] 欧园霞, 李平. 用模态组合法分析发动机整机振动特性[J]. 航空动力学报, 1987, 2(3): 209-281.
- [15] 欧园霞, 李彦. 航空发动机整机模型计算分析[J]. 航空动力学报, 1994, 9(2): 137-141.
- [16] Ruhl. Dynamics of distributed parameter turborotor systems: transfer matrix and finite element techniques[D]. Cornell University, 1970.
- [17] Chuanzong S, Yushu C, Lei H, et al. Modeling method and reduction of dual-rotor system with complicated structures[J]. Journal of Aerospace Power, 2017.
- [18] Zhenyong L U, Hou L, Sun C Z, et al. Discrete dynamical model for the dual-rotor systems with six supports of the aero-engine[J]. SCIENTIA SINICA Technologica, 2016, 46(11): 1185-1192.
- [19] Lu Z Y, Chen Y S, Li H L, et al. Reversible model-simplifying method for aero-engine rotor systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2016.
- [20] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报, 2011, 24(06): 619-632. DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2011.06.012.
- [21] 廖明夫, 刘永泉, 王四季, 等. 中介轴承对双转子振动的影响[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(5): 6.
- [22] 周海仑, 陈果. 航空发动机双转子-滚动轴承-机匣耦合系统动力学分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(6): 8
- [23] Luo G H, Hu X, Yang X G. Nonlinear dynamic performance analysis of counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2009.
- [24] Luo G H, Zhou H L, Wang F, et al. Dynamic response of co-rotating and counter-rotating dual-rotor system supported on ball bearing[J]. Hangkong Dongli Xuebao/Journal of Aerospace Power, 2012, 27(8): 1887-1894.

- [25] 张大义,刘焯辉,梁智超,马艳红,洪杰.航空发动机双转子系统临界转速求解方法[J].推进技术,2015,36(02):292-298.
- [26] 缪辉,王克明,翟学,艾书民.反向旋转双转子系统动力学特性的有限元分析[J].沈阳航空航天大学学报,2011,28(04):27-32.
- [27] 林荣洲,侯磊,孙传宗,等.某航空发动机整机系统非线性振动特性分析[J].振动工程学报,2022(003):035.
- [28] 曾凡,刘永葆,王强,等.含中介轴承的双转子系统动力学建模及振动分析[J].舰船科学技术,2023,45(10):101-106.
- [29] Ma P , Zhai J , Wang Z ,et al.Unbalance Vibration Characteristics and Sensitivity Analysis of the Dual-Rotor System in Aeroengines[J].Journal of Aerospace Engineering,2021,34(1):04020094.
- [30] 高金海,洪杰.航空发动机整机动力特性建模技术研究[J].战术导弹技术,2006,(03):29-35.
- [31] 朱阳阳,单兴兰,李张辉.基于 ANSYS 的航空发动机叶片减振特性分析[J].机械制造与自动化,2023,52(01):34-36.
- [32] 陈玉刚.整体叶盘振动特性分析与硬涂层阻尼减振设计研究[D].大连:大连理工大学,2017.
- [33] 艾延廷,周海仑,孙丹,等.航空发动机整机振动分析与控制[J].沈阳航空航天大学学报,2015,32(05):1-25.
- [34] 马艳红,曹冲,李鑫,等.涡轴发动机涡轮级间支承结构设计关键技术[J].航空发动机,2014,40(4):7.
- [35] 洪杰,栗天壤,倪耀宇,等.复杂转子系统支点动载荷模型及其优化设计[J].北京航空航天大学学报,2019,45(5):8.
- [36] 全勇,杨海.双转子航空发动机高速动平衡技术试验研究[J].湖南理工学院学报:自然科学版,2018,31(2):5.
- [37] 熊纯,都昌兵.双转子航空发动机转子动平衡研究[J].长沙航空职业技术学院学报,2009,9(2):4.
- [38] 李盛鹏,许京荆.耦合双转子系统简化及临界转速分析[J].工业控制计算机,2021,34(09):28-30.
- [39] 罗忠,刘凯宁,刘家希,李雷,姜广义.支承动刚度对转子系统临界转速的影响及试验验证[J].机械工程学报,2023,59(21):245-255.
- [40] 向玲,陈凯乐,李林春,等.双转子-中介轴承系统动力学仿真与实验研究[J].动力工程学报,2024,44(07):1033-1041+1050.
- [41] 吴金钟.某型航空发动机转子系统振动故障特征分析与故障诊断[D].沈阳航空航天大学,2022.
- [42] 周旋,黄江博,廖明夫,况钧耀.航空发动机双转子模态动平衡方法研究[J].航空动力学报,2023,38(11):2688-2700.
- [43] 王辅震.航空发动机复杂双转子系统的振动抑制研究[D].沈阳工业大学,2023.
- [44] 张昊鹏,路宽,傅超,杨永锋,陈予恕.航空发动机双转子系统耦合故障机理研究[A]第十九届全国非线性振动暨第十六届全国非线性动力学和运动稳定性学术会议摘要集[C].中国振动工程学会非线性振动专业委员会,中国振动工程学会,2023:1.

致 谢

转眼大学时光既然结束，其中虽有遗憾亦有收获，它构成了我人生中一段不可磨灭的记忆。

本次毕设过程中，首先我十分的感谢我的导师陈果教授，感谢您成为我学业道路上的指路明灯。感谢您在选题初接受了我的毛遂自荐。在我每次研究不确定方向时，是您的耐心指导以及专业建议为我指明方向，这一切我都将铭记于心。再次衷心的感谢您，对您报以最崇高的敬意。

其次我要感谢张瑞学长，在整个研究过程中对我无数次的技术指导以及建议提出，在他的帮助下我快速的掌握了相关软件的学习与使用，为毕设打下坚实基础。

感谢我的家人，在我遇到挫折时是你们一直以来的支持与鼓励造就了如今的我，是你们的信任给了我前进的动力。

最后感谢我的朋友与同学，在我的学习过程中给了我无尽的帮助与快乐。